где

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_x^\infty \exp\left\{-\frac{\xi^2}{2}\right\} d\xi$$

— интеграл ошибок. В нашем случае аргумент функции $\Phi(x)$ стремится к бесконечности:

$$\lim_{\sigma_2\to 0} \frac{E_2-\varepsilon_1}{\sigma_2} = \lim_{\sigma_2\to 0} \frac{\varepsilon_2 - E_2}{\sigma_2} \longrightarrow \infty.$$

Интеграл ошибок $\Phi(x)$ при $x\to\infty$ можно аппроксимировать выражением

$$\Phi(x) \simeq \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\}.$$

Учитывая это и вводя обозначения

$$\Delta \equiv \frac{E_2 - E_1}{\sigma_1}, \qquad \delta \equiv \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \ll 1,$$

из (8) получим

$$P_{12} = p_2 \left[\Phi\left(\frac{-\Delta\delta + \sqrt{\Delta^2 + 2\ln[p_2/(p_1\delta)]\,(1-\delta^2)}}{1-\delta^2}\right) + \right.$$
$$\left. + \Phi\left(\frac{\Delta\delta + \sqrt{\Delta^2 + 2\ln[p_2/(p_1\delta)]\,(1-\delta^2)}}{1-\delta^2}\right)\right] \simeq$$
$$\simeq 2p_2\Phi\left(\sqrt{\Delta^2 + 2\ln[p_2/(p_1\delta)]}\right) \simeq$$
$$\simeq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left\{-\frac{\Delta^2}{2}\right\} p_1\delta \frac{1}{\sqrt{2\ln[p_2/(p_1\delta)] + \Delta^2}}. \qquad (9)$$

Формулу (5) для вероятности ошибки P_{21} тоже можно упростить. Так как $\sigma_2 \ll \sigma_1$, то функция $p_1 w(E|E_1)$ в промежутке от ε_1 до ε_2 меняется слабо, поэтому можно записать

$$P_{21} = p_1 \int\limits_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} w(E|E_1)\, dE \simeq$$
$$\simeq \frac{p_1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_1} \exp\left\{-\frac{(E_2-E_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) =$$
$$= \frac{p_1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\Delta^2}{2}\right\} \frac{2\sigma_1\delta}{1-\delta^2} \sqrt{\Delta^2 + 2(1-\delta^2)\ln[p_2/(p_1\delta)]} \simeq$$
$$\simeq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left\{-\frac{\Delta^2}{2}\right\} p_1\delta \sqrt{2\ln[p_2/(p_1\delta)] + \Delta^2}. \qquad (10)$$

Видно, что формулы (9) и (10) совпадают с формулами (6) и (7).

Литература

1. *Haroche S., Raimond J.-M.* // Phys. Today. 1996. **51**. P. 51.
2. *Braginsky V.B., Khalili F.Ya.* Quantum Mesurement / Ed. K. S. Thorne. Cambridge University Press, 1992.
3. *Braginsky V.B., Khalili F.Ya.* // Rev. Mod. Phys. 1996. **68**, No. 1. P. 1.
4. *Брагинский В.Б.* Физические эксперименты с пробными телами. М.: Наука, 1970.

Поступила в редакцию
24.06.98

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 530.145

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОЛНОГО СЕЧЕНИЯ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ ИОНА НА АТОМЕ В ЭЙКОНАЛЬНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В. А. Билык[*)], В. Л. Шаблов[*)], Ю. В. Попов

(*НИИЯФ*)

Предложен вариант расчета полных сечений ион-атомных столкновений с помощью оптической теоремы. Трудности, возникающие при проведении подобных расчетов в эйкональном приближении, связанные с бесконечностью амплитуды упругого рассеяния на нулевой угол, устранены путем явного учета многочастичного характера процесса столкновения.

Как известно, эйкональное приближение в традиционной форме [1] может быть применено для расчета амплитуд упругого рассеяния и мягко неупругих процессов, когда составляющей переданного импульса, параллельной импульсу налетающей частицы, можно пренебречь. Однако в случае столкновения заряженного фрагмента с нейтральным атомом амплитуда упругого рассеяния, полученная в рамках эйконального приближения, не может использоваться для расчета полного сечения на основе оптической теоремы, поскольку эйкональная упругая амплитуда рассеяния на нулевой угол в этом случае бесконечна [2].

Указанную трудность можно преодолеть, используя модификацию эйконального приближения, в которой явно учитывается многочастичный характер столкновения. Обозначая канал рассеяния, отвечающий рассеянию быстрой частицы на связанной системе α, тем же индексом, запишем для волновой функции рассеяния $|\Psi_\alpha^+(\mathbf{k}_\alpha)\rangle$ уравнение Липпмана–Швингера:

$$|\Psi_\alpha^+(\mathbf{k}_\alpha)\rangle = |\Phi_\alpha \mathbf{k}_\alpha\rangle + \hat{G}_\alpha(E_\alpha + i0)V^\alpha |\Psi_\alpha^+(\mathbf{k}_\alpha)\rangle, \quad (1)$$

[*)] Обнинский институт атомной энергетики, г. Обнинск.

где $|\Phi_\alpha\rangle$ — волновая функция связанной системы, $\hat{G}_\alpha(Z)$ — канальная функция Грина, $E_\alpha = k_\alpha^2/2n_\alpha - -\varepsilon_\alpha$ ($k_\alpha = n_\alpha v$, v — относительная скорость столкновения), $(-\varepsilon_\alpha)$ — энергия начального состояния атома мишени. Решим уравнение (1) приближенно, используя для канальной функции $\hat{G}_\alpha(Z)$ аппроксимацию вида [3]

$$\hat{G}_\alpha(E_\alpha + i0) \approx (E_\alpha - \bar{\varepsilon} - \frac{\hat{p}_\alpha^2}{2n_\alpha} + i0)^{-1}, \qquad (2)$$

где $\bar{\varepsilon}$ — некий средний потенциал ионизации подсистемы α (приближение Джоашена). Традиционный вариант эйконального приближения получается из (2) при $\bar{\varepsilon} = 0$. Записывая (2) в эйкональном приближении, получим

$$\langle \mathbf{r}, \mathbf{R} | \Psi_\alpha^+(\mathbf{k}_\alpha)\rangle = (2\pi)^{-3/2} \exp{(i\mathbf{k}_\alpha \mathbf{r})}\, \Phi_\alpha(\mathbf{R}) F(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \qquad (3)$$

($\mathbf{r} = (\mathbf{b}, z)$ — координата налетающей частицы относительно центра масс частицы-мишени), где функция F удовлетворяет уравнению

$$F(\mathbf{b}, z, \mathbf{R}) = 1 + \frac{n_\alpha}{ik_\alpha} \times \qquad (4)$$
$$\times \int\limits_{-\infty}^{z} dz' \exp(-i\Delta(z - z')) V^\alpha(\mathbf{b}, z', \mathbf{R}) F(\mathbf{b}, z', \mathbf{R}).$$

В (3), (4) через $\mathbf{R} = \{\mathbf{r}_j\}$ обозначен набор радиус-векторов положения атомных электронов относительно ядра. Параметр Δ равен

$$\Delta = k_\alpha - \sqrt{2n_\alpha\left(\frac{k_\alpha^2}{2n_\alpha} - \bar{\varepsilon}\right)} \approx \frac{n_\alpha \bar{\varepsilon}}{k_\alpha} = \frac{\bar{\varepsilon}}{v}$$

и в условиях применимости метода (см. далее) может считаться малым. Решение уравнения (4), удовлетворяющее очевидному начальному условию $\lim\limits_{z\to-\infty} F(\mathbf{b}, z, \mathbf{R}) = 1$ и получаемое путем сведения его к дифференциальному уравнению первого порядка, имеет вид

$$F(z) = 1 + \frac{n_\alpha}{ik_\alpha} \exp(-i\Delta z) \times \qquad (5)$$
$$\times \int\limits_{-\infty}^{z} dz' \exp(i\Delta z') V^\alpha(z') \exp\left\{\frac{in_\alpha}{k_\alpha} \int\limits_{z'}^{z} dz'' V^\alpha(z'')\right\},$$

где для краткости опущены все переменные, кроме z.

Решение (5) позволяет построить теперь выражения для амплитуд реакций в системе. Например, амплитуда упругого рассеяния имеет вид

$$t(\mathbf{q}) = (2\pi)^{-3} \int d\mathbf{R} \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) V^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \times$$
$$\times \left[1 + \frac{n_\alpha}{ik_\alpha} \exp(-i\Delta z) \int\limits_{-\infty}^{z} dz' \exp(i\Delta z') V^\alpha(\mathbf{b}, z', \mathbf{R}) \times\right.$$
$$\left.\times \exp\left\{\frac{n_\alpha}{ik_\alpha} \int\limits_{z'}^{z} dz'' V^\alpha(\mathbf{b}, z'', \mathbf{R})\right\}\right] |\Phi_\alpha(\mathbf{R})|^2, \qquad (6)$$

где $\mathbf{q}$ — переданный импульс.

Сохранение в (6) величины $\Delta \sim v^{-1}$, как будет показано ниже, может приводить к появлению в сечении членов типа $\ln \Delta$. Если же сразу положить $\Delta = 0$, получится известное выражение для амплитуды рассеяния в эйкональном приближении, которое в случае рассеяния иона на атоме приводит к бесконечному значению амплитуды при нулевом угле.

Поскольку

$$\mathrm{Re} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz f(z) \int\limits_{-\infty}^{z} dz' f^*(z') = \frac{1}{2}\left|\int\limits_{-\infty}^{\infty} dz f(z)\right|^2,$$

то для полного сечения можно получить формулу вида

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = -\frac{2(2\pi)^3 n_\alpha}{k_\alpha} \,\mathrm{Im}\, t(\mathbf{q} = 0) =$$
$$= \left(\frac{n_\alpha}{k_\alpha}\right)^2 \int d\mathbf{R} |\Phi_\alpha(\mathbf{R})|^2 \int d\mathbf{b} |W(\mathbf{b}, \mathbf{R})|^2, \qquad (7)$$

где $W(\mathbf{b}, \mathbf{R}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz \exp(-i\Delta z)\, V^\alpha(\mathbf{b}, z, \mathbf{R}) \times \exp\left\{\frac{n_\alpha}{ik_\alpha} \int\limits_{-\infty}^{z} dz' V^\alpha(\mathbf{b}, z', \mathbf{R})\right\}$. Отметим, что эйкональная экспонента в выражении для $W(\mathbf{b}, \mathbf{R})$, в отличие от $\exp(-i\Delta z)$, не влияет на сходимость интегралов в формуле (7).

Чтобы выделить в (7) член, лидирующий по $1/v$, проинтегрируем выражение для $W(\mathbf{b}, \mathbf{R})$ по частям, вводя в рассмотрение функцию $Y(\mathbf{b}, z, \mathbf{R}) = \int\limits_{-\infty}^{z} dz' \exp(-i\Delta z') V^\alpha(\mathbf{b}, z', \mathbf{R})$. Тогда

$$W(\mathbf{b}, \mathbf{R}) = Y(\mathbf{b}, \infty, \mathbf{R}) \exp\left\{\frac{n_\alpha}{ik_\alpha} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz\, V^\alpha(\mathbf{b}, z, \mathbf{R})\right\} +$$
$$+ \frac{n_\alpha}{ik_\alpha} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz\, V^\alpha(\mathbf{b}, z, \mathbf{R}) Y(\mathbf{b}, z, \mathbf{R}) \times$$
$$\times \exp\left\{\frac{n_\alpha}{ik_\alpha} \int\limits_{-\infty}^{z} dz' V^\alpha(\mathbf{b}, z', \mathbf{R})\right\}.$$

Последнее соотношение показывает, что в случае рассеяния бесструктурной заряженной частицы на нейтральном атоме лидирующий по $1/v$ член асимптотического разложения полного сечения по-прежнему определяется формулой (7), в которой функция $W(\mathbf{b}, \mathbf{R})$ заменена на

$$Y(\mathbf{b}; \mathbf{R}) =$$
$$= 2Q\left(NK_0(\Delta b) - \sum_{j=1}^{N} K_0(\Delta|\mathbf{b} - \mathbf{b}_j|) \exp{(-i\Delta z_j)}\right), \qquad (8)$$

где Q — заряд налетающей частицы, N — число электронов атома-мишени, а $K_\nu(x)$ — функции Макдональда. Используя соотношения

$$\int d\mathbf{b} K_0^2(\Delta b) = \frac{\pi}{\Delta^2},$$

$$\int d\mathbf{b} K_0(\Delta b) K_0(\Delta|\mathbf{b}-\mathbf{b}_1|) = \frac{\pi}{\Delta} b_1 K_1(\Delta b_1)$$

и учитывая поведение функции Макдональда $K_1(x)$ при $x \to 0$,

$$K_1(x) \sim \frac{1}{x} + \frac{x}{2}\ln\frac{x}{2} - \frac{x}{4}(\psi(2)+\psi(1)),$$

где $\psi(x)$ — пси-функция, получаем в пределе больших скоростей столкновения $(\Delta \to 0)$

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{4\pi Q^2}{v^2}\left(a\ln\frac{1}{\Delta} + b\right). \tag{9}$$

Коэффициенты a и b задаются соотношениями

$$\begin{aligned} a &= \langle\Phi_\alpha|\mathbf{d}_-^2|\Phi_\alpha\rangle, \\ b &= N^2\int d\mathbf{b}\rho(\mathbf{b})b^2\left(\frac{1}{2}+\psi(1)-\ln\frac{b}{2}\right) - \\ &-\frac{1}{2}N(N-1)\int d\mathbf{b}_1\int d\mathbf{b}_2 f(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2)\times \\ &\times\left(\frac{1}{2}+\psi(1)-\ln\frac{|\mathbf{b}_1-\mathbf{b}_2|}{2}\right), \end{aligned} \tag{10}$$

где $\mathbf{d}_-$ есть проекция вектора дипольного момента атома на плоскость, перпендикулярную вектору $\mathbf{k}_\alpha$. В (10) введены следующие обозначения:

$$\rho(\mathbf{b}_1) = \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int d\mathbf{r}_2 \ldots \int d\mathbf{r}_N\, |\Phi_\alpha(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_N)|^2,$$

$$f(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{\infty} dz_2 \int d\mathbf{r}_3 \ldots$$
$$\ldots \int d\mathbf{r}_N\, |\Phi_\alpha(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,\ldots,\mathbf{r}_N)|^2.$$

Постоянная b несет в себе информацию о корреляционных эффектах в атоме-мишени. В последних соотношениях, следуя методике выделения лидирующего по $1/v$ члена асимптотического разложения, опущен экспоненциальный множитель $\exp(-i\Delta z_j)$, фигурирующий в (8).

Полученный результат (9)–(10) напоминает выражение для полного сечения рассеяния в первом борновском приближении. Этот факт не удивителен, поскольку в рассматриваемой ситуации условия применимости первого борновского и эйконального приближений совпадают: $v \gg N$ [4]. Однако при этом необходимо иметь в виду следующие два обстоятельства. Во-первых, с точки зрения строгой теории многочастичного кулоновского рассеяния выражение для амплитуды процесса ионизации в первом борновском приближении не корректно, так как оно не содержит необходимых кулоновских сингулярностей [5–6]. Полученный результат показывает, что, как и в случае рассеяния частицы на кулоновском потенциале, отсутствие этих сингулярностей в амплитуде первого борновского приближения не влияет (или слабо влияет) на величину сечения рассеяния. Во-вторых, в (9)–(10) явно выписана поправка к члену с $\ln v$, т.е. в этих формулах полностью учтены переходы всех мультипольностей.

Для рассеяния заряженной частицы на атоме водорода формула для полного сечения приобретает вид

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{8\pi}{v^2}\Big(-\ln\frac{\Delta}{2} - \frac{3}{4}\Big). \tag{11}$$

Записывая средний потенциал ионизации атома водорода в виде $(1/2)\beta$ (а.е.) с $\beta \approx 1$, получим окончательную формулу для полного сечения с логарифмической по скорости столкновения точностью:

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{8\pi}{v^2}\Big(\ln v - \ln\beta + \ln 4 - \frac{3}{4}\Big).$$

Проведенные выше вычисления показывают, что эйкональное приближение может использоваться для расчета полного сечения рассеяния заряженной частицы на атоме при больших энергиях столкновения. Недостатком этих расчетов является присутствие в формулах для сечений величины средней энергии ионизации сложной мишени $\bar{\varepsilon}$, которая по существу является подгоночным параметром. Обойти эту трудность можно, применяя вместо приближения Джоашена более аккуратный подход с использованием поляризационного потенциала взаимодействия в системе атом – налетающий ион (электрон).

Запишем для упругой компоненты разложения волновой функции системы по состояниям мишени $|\Psi_{\text{el}}^+(\mathbf{k}_\alpha)\rangle$ уравнение [7]

$$|\Psi_{\text{el}}^+(\mathbf{k}_\alpha)\rangle = |\mathbf{k}_\alpha\rangle + g_0\left(\frac{k_\alpha^2}{2n_\alpha} + i0\right)V_{\text{eff}}|\Psi_{\text{el}}^+(\mathbf{k}_\alpha)\rangle, \tag{12}$$

где $g_0(Z) = \left(Z - \hat{p}^2/2n_\alpha\right)^{-1}$, а статическая и поляризационная части оптического потенциала V_{eff} имеют вид [5]

$$V_{\text{st}} = \langle\Phi_\alpha|V^\alpha|\Phi_\alpha\rangle,$$

$$V_{\text{pol}} = \langle\Phi_\alpha|V^\alpha\left[\left(I - \hat{G}_\alpha(E_\alpha + i0)\hat{\mathbf{Q}}V^\alpha\right)^{-1} - I\right]|\Phi_\alpha\rangle.$$

Здесь $\hat{\mathbf{Q}} = I - \hat{\mathbf{P}}$, $\hat{\mathbf{P}} = |\Phi_\alpha\rangle\langle\Phi_\alpha|$.

При высоких энергиях столкновения уравнение (12) можно решать в эйкональном приближении, как и ранее, сохраняя во всех соотношениях только лидирующие по $1/v$ члены. Учитывая, что влияние поляризационного потенциала в этом случае мало, приближенное решение можно представить в виде

$$\langle\mathbf{r}|\Psi^{+}_{\mathrm{el}}(\mathbf{k}_\alpha)\rangle \approx (2\pi)^{-3/2}\exp(i\mathbf{k}_\alpha\mathbf{r})\times$$
$$\times\exp\left\{\frac{n_\alpha}{ik_\alpha}\int\limits_{-\infty}^{z}dz' V_{\mathrm{st}}(\mathbf{b},z')\right\},$$

где $\mathbf{r}=(\mathbf{b},z)$. Подставляя этот результат в (12) и вычисляя координатную асимптотику волновой функции, найдем приближенное выражение для амплитуды рассеяния:

$$t_{\mathrm{el}}(\mathbf{p},\mathbf{k}_\alpha)=t_{\mathrm{st}}(\mathbf{q})+\langle\mathbf{p}|V_{\mathrm{pol}}|\Psi^{+}_{\mathrm{el}}(\mathbf{k}_\alpha)\rangle,$$

где

$$t_{\mathrm{st}}(\mathbf{q})=(2\pi)^{-3/2}\int d\mathbf{r}\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})\,V_{\mathrm{st}}(\mathbf{b},z)\times$$
$$\times\exp\left\{\frac{n_\alpha}{ik_\alpha}\int\limits_{-\infty}^{z}dz' V_{\mathrm{st}}(\mathbf{b},z')\right\}$$

и $\mathbf{q}=\mathbf{k}_\alpha-\mathbf{p}$ — переданный импульс.

Поскольку величина $\operatorname{Im}t_{\mathrm{st}}(\mathbf{q}=0)$ не содержит логарифмических членов, то полное сечение столкновения при высоких энергиях в основном определяется свойствами поляризационного потенциала. К тому же вклад от $\operatorname{Im}t_{\mathrm{st}}(\mathbf{q}=0)$ в пределе больших скоростей столкновения полностью компенсируется вкладом от части поляризационного потенциала, содержащей проектор $\hat{\mathbf{P}}$:

$$V_{\mathrm{pol}}\sim\langle\Phi_\alpha|V^\alpha\hat{G}_\alpha(E_\alpha+i0)\hat{\mathbf{Q}}V^\alpha|\Phi_\alpha\rangle.$$

Используем для $\hat{G}_\alpha(Z)$ разложение по состояниям мишени:

$$\hat{G}_\alpha(Z)=\sum_i\!\!\!\!\!\!\int\frac{|\varphi_{\alpha i}\rangle\langle\varphi_{\alpha i}|}{Z-\varepsilon_{\alpha i}-\hat{p}^2_\alpha/2n_\alpha},$$

где $\{|\varphi_{\alpha i}\rangle\}$ — полный ортонормированный набор состояний атома-мишени, $(-\varepsilon_{\alpha i})$ — соответствующие им энергии, причем $|\Phi_\alpha\rangle\equiv|\varphi_{\alpha 0}\rangle$, $\varepsilon_\alpha\equiv\varepsilon_{\alpha 0}$. Подставляя это разложение в выражение для V_{pol}, найдем:

$$\operatorname{Im}t_{\mathrm{el}}(\mathbf{k}_\alpha,\mathbf{k}_\alpha)=-(2\pi)^{-3}\frac{n_\alpha}{2k_\alpha}\times$$
$$\times\sum_i\!\!\!\!\!\!\int\int d\mathbf{R}\int d\mathbf{R}'\Phi^*_\alpha(\mathbf{R})\varphi_{\alpha i}(\mathbf{R})\Phi_\alpha(\mathbf{R}')\varphi^*_{\alpha i}(\mathbf{R}')\times$$
$$\times\int d\mathbf{b}W_i(\mathbf{b};\mathbf{R})W^*_i(\mathbf{b};\mathbf{R}'),$$

где $W_i(\mathbf{b};\mathbf{R})=\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz\exp(-i\Delta_i z)\,V^\alpha(z,\mathbf{b};\mathbf{R})$, $\Delta_i=|\varepsilon_\alpha-\varepsilon_{\alpha i}|/v$.

В случае рассеяния бесструктурной заряженной частицы на нейтральном атоме, когда

$$W_i(\mathbf{b};\mathbf{R})=$$
$$=2Q\left(NK_0(\Delta_i b)-\sum_{j=1}^{N}K_0(\Delta_i|\mathbf{b}-\mathbf{b}_j|)\exp(-i\Delta_i z_j)\right),\tag{13}$$

для полного сечения получим

$$\sigma_{\mathrm{tot}}=\frac{4\pi Q^2}{v^2}(a\ln 2v+b).\tag{14}$$

Коэффициенты a и b имеют вид

$$a=\langle\Phi_\alpha|\mathbf{d}^2_-|\Phi_\alpha\rangle,$$
$$b=\frac{1}{2}N^2\Big(\psi(2)+\psi(1)\Big)\int d\mathbf{b}\,\rho_{00}(\mathbf{b})b^2-$$
$$-N\int d\mathbf{b}\,\rho_{00}(\mathbf{b})b^2\ln b-\frac{1}{2}N(N-1)\times\tag{15}$$
$$\times\int d\mathbf{b}_1\int d\mathbf{b}_2\,f_{00}(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2)|\mathbf{b}_1-\mathbf{b}_2|^2\ln|\mathbf{b}_1-\mathbf{b}_2|+$$
$$+N^2\sum_{i\neq 0}\!\!\!\!\!\!\int\ \ln\varepsilon_{\alpha i}\int d\mathbf{b}_1\int d\mathbf{b}_2\,\rho_{0i}(\mathbf{b}_1)\rho^*_{0i}(\mathbf{b}_2)|\mathbf{b}_1-\mathbf{b}_2|^2.$$

Функции $\rho_{0i}(\mathbf{b}_1)$ и $f_{0i}(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2)$ определены согласно равенствам

$$\rho_{0i}(\mathbf{b}_1)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz_1\int d\mathbf{r}_2\ldots$$
$$\ldots\int d\mathbf{r}_N\,\Phi_\alpha(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_N)\varphi^*_{\alpha i}(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_N),$$
$$f_{0i}(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz_1\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz_2\int d\mathbf{r}_3\ldots$$
$$\ldots\int d\mathbf{r}_N\,\Phi_\alpha(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_N)\varphi^*_{\alpha i}(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_N).$$

Сопоставление формул (15), (16) и (9), (10) дает возможность вычислить постоянную $\bar{\varepsilon}$ в приближении Джоашена, которая, как и предполагалось, оказывается не зависящей от энергии.

Заметим, наконец, что формулу, аналогичную (15), можно получить для рассеяния заряженного атомного остатка на атоме и для столкновения двух атомов, причем, как и следовало ожидать, в первом случае выражение для сечения отличается от (15) лишь константой b, а во втором случае отсутствует логарифмическое слагаемое.

Литература

1. *Ситенко А.Г.* Ядерные реакции. М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. *Thomas B.K., Gerjuoy E.* // J. Math. Phys. 1971. **12**. P. 1567.

3. *Joachain C.J.* Quantum Collision Theory. New York: North Holland, 1975.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1984.
5. *Меркурьев С.П., Фаддеев Л.Д.* Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М.: Наука, 1985.
6. *Комаров В.В., Попова А.М., Шаблов В.Л.* Динамика нескольких квантовых частиц. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1996.
7. *Тейлор Дж.* Теория рассеяния. М.: Мир, 1969.

Поступила в редакцию
15.12.97

УДК 539.12

ЭФФЕКТЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В НАЧАЛЬНОМ И КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИЯХ В ПРОЦЕССАХ РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ $\pi^-\Delta^{++}$ НА ПРОТОНЕ РЕАЛЬНЫМИ И ВИРТУАЛЬНЫМИ ФОТОНАМИ

Е. Н. Головач, В. С. Замиралов, Б. С. Ишханов, В. И. Мокеев, М. В. Осипенко, Д. А. Родионов, Г. В. Федотов, М. Баттальери*), А. Лонги*), Дж. Рико*), М. Рипани*), М. Таиути*)

(*НИИЯФ*)

Проведен анализ эффектов поглощения в начальном и конечном состояниях в реакции $\gamma p \to \pi^-\Delta^{++}$ с реальными и виртуальными фотонами. Параметры поглощения получены из условия наилучшего воспроизведения экспериментальных данных.

Введение

Процессы рождения пар пионов на протоне реальными и виртуальными фотонами могут эффективно использоваться для исследования структуры нуклонных резонансов с массами свыше 1,5 ГэВ, а также для поиска missing-резонансов, предсказываемых конституентными кварковыми моделями, но не обнаруженных в эксперименте. Измерения эксклюзивных $(e, e'\pi^+\pi^-p)$- и $(\gamma, \pi^+\pi^-p)$-сечений являются важной частью обширной программы изучения нуклонных резонансов, осуществляемой международной коллаборацией CLAS в TJNAF [1–3].

В работах [1, 4] развита модель описания процессов рождения пар пионов на протоне реальными и виртуальными фотонами, позволяющая из экспериментальных данных по эксклюзивным сечениям этих процессов определить электромагнитные формфакторы нуклонных резонансов, возбуждаемых во взаимодействии фотонов с протоном. Используется феноменологический подход, в котором параметризуются основные механизмы рождения пар пионов, а параметры определяются из всей совокупности данных, полученных в экспериментах на пучках фотонов и адронов.

Рождение пар пионов на протоне описывается совокупностью двух квазидвухчастичных механизмов:

$$\begin{aligned} \gamma_{r,v}p &\to \pi^-\Delta^{++}, \\ \gamma_{r,v}p &\to \rho^0 p \end{aligned} \tag{1}$$

и фазового объема.

При описании реакции (1) важную роль играют эффекты взаимодействия в начальном и конечном состояниях. Учет этих эффектов выполнен феноменологически [5] с использованием определяемых из экспериментальных данных параметров: коэффициентов связи с неупругими каналами в начальном и конечном состояниях C_{in}, C_{out}, склонов дифракционного конуса для упругого ρp- и $\pi^-\Delta^{++}$-рассеяния, а также фазы ϕ между амплитудами резонансных и нерезонансных процессов в реакции (1).

В настоящей работе перечисленные выше параметры определены из данных [6–10], полученных в экспериментах с реальными и виртуальными фотонами. Исследовано влияние взаимодействий в начальном и конечном состояниях на сечения реакции (1) как в фотонной точке, так и в зависимости от квадрата 4-импульса виртуального фотона Q^2.

1. Описание взаимодействий в начальном и конечном состояниях

В модели [1, 4] реакция (1) описывается совокупностью амплитуд возбуждения нуклонных резонансов и нерезонансных процессов, представляемых минимальным набором диаграмм, удовлетворяющим требованиям градиентной инвариантности. Как известно [10], дифференциальные сечения рождения пионов фотонами, рассчитанные в подобных приближениях, завышены по сравнению с их измеренными значениями. При этом расхождение возрастает при увеличении полной энергии W сталкивающихся частиц и угла эмиссии пиона θ^* в системе центра масс реакции и может достигать 100–200%. Это обусловлено тем, что по мере увеличения W и θ^* возрастает вклад неупругих каналов во взаимодействие частиц в начальном и конечном состояниях, не учитываемый минимальным набором механизмов [4, 10]. Несмотря на то что реакция (1) происходит под действием фо-

*) Instituto Nazionale di Fizica Nucleare, Sez. di Genova, Italia.