

условную газовую мишень. На рис. 2, а показаны результаты такого расчета, выполненные в работе [2] для случая, когда магнитного поля нет. Распределение по углу отклонения показано в условных единицах  $\tau = \sqrt{\delta_1^2 x}$  при  $x = 1 \text{ мкг/см}^2$ , где  $\delta_1^2$  относится к зарядовому состоянию  $\text{Li}^{2+}$ . Расчеты настоящей работы, показанные на рис. 2, б ( $\langle \Delta\theta \rangle_{\text{Li}^{2+}} = 20\tau$ ) и рис. 2, в ( $\langle \Delta\theta \rangle_{\text{Li}^{2+}} = 40\tau$ ), выполнены применительно к той же условной газовой среде при наличии магнитного поля. Природа специфической двугорбой формы распределения по потерянной энергии и по углу отклонения одна и та же — эффект перезарядки. Однако в отличие от первого случая использование магнитного поля позволяет влиять на степень перекрывания вкладов реликтовой и дополняющей компонент, варьируя напряженность поля.

### Заключение

В работе поставлен вопрос о совместном описании торможения, перезарядки и углового разброса в пучке быстрых многозарядных ионов, проходящих через разреженную среду в присутствии магнитного поля. Предложено его принципиальное решение, где стохастический характер изменений силы торможения иона и отклоняющей силы, действующей на него со стороны магнитного поля, учитывается в рамках системы связанных кинетических уравнений для парциальных (разрешенных по зарядовому состоянию иона) функций распределения. Применительно к условной газовой среде дан пример расчета. Метод предлагается для использования в задачах физики взаимодействия излучений с веществом, физики и техники ускорителей и накопителей заряженных частиц, астрофизики и геофизики.

Авторы благодарны С.Н. Кузнецовой, Г.П. Похилу и Я.А. Тепловой за обсуждение.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 00-02-17207).

### Литература

1. Балашов В.В., Бибиков А.В., Бодренко И.В. // Изв. РАН, Сер. физ. 1998. № 4. С. 734.
2. Balashov V.V., Bodrenko I.V. // Physica Scripta. 1999. **T80**. P. 254.
3. An International Accelerator Facility for Beams of Ions and Antiprotons (Conceptual Design Report), GSI, Darmstadt, Germany; 2001, GSI.
4. Lamb W.E. // Phys. Rev. 1940. **50**. P. 696.
5. Bohr N., Lindhard J. // Mat. Phys. Medd. Dan. Vid. Selks. 1954. **28**. P. 7.
6. Балашов В.В., Бибиков А.В., Бодренко И.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 2. С. 28 (Moscow University Phys. Bull. 2002. No. 2. P. 34).
7. Ogawa H., Katayama I., Sugai I. et al. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 1996. **B115**. P. 66.
8. Spjeldvik W.N. // Radiation Belts: Models and Standards, Geophysical Monograph. 1996. **97**. P. 63.
9. Rosner B., Datz S., Wu W. et al. // Phys. Rev. 1998. **A57**. P. 2737.
10. Blazevic A., Bohlen H.G., Oertzen W. von // Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res. 2002. **B190**. P. 64.
11. Балашов В.В., Бибиков А.В., Бодренко И.В. // ЖЭТФ. 1997. **111**. P. 2226.
12. Winterbon K.B. // Nucl. Instr. Meth. 1977. **144**. P. 311.

Поступила в редакцию  
13.01.03

УДК 533.9

## ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ГЕОМАГНИТНОМ ПОЛЕ НА ГРАНИЦЕ ПРИМЕНИМОСТИ ДРЕЙФОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

**С. Н. Кузнецов, И. Н. Мягкова, Б. Ю. Юшков**

(НИИЯФ)

E-mail: kuznets@srd.sinp.msu.ru

Рассмотрено нарушение адиабатичности движения заряженной частицы в геомагнитном поле, описываемом моделью IGRF. Получена долготная зависимость границы адиабатичности движения.

Наиболее энергичную часть потока частиц, захваченных геомагнитным полем, представляют протоны, возникающие при распаде нейтронов альбедо галактических космических лучей. Спектр этих протонов обрезан со стороны высоких энергий, причем максимальная энергия уменьшается с ростом  $L$  — параметра Мак-Илвайна дрейфовой оболочки. Су-

ществование предельной энергии захваченных частиц связано с нарушением первого адиабатического инварианта движения (магнитного момента частицы) [1], приводящим к рассеянию частиц в конус потерь.

Сложное движение заряженной частицы в неоднородном магнитном поле можно представить как

суперпозицию двух колебательных движений — лармировского вращения частицы и движения мгновенного центра этого вращения — ведущего центра — вдоль и поперек силовых линий магнитного поля. Если частоты указанных колебаний существенно различаются, то движения по разным степеням свободы могут рассматриваться как независимые, при этом сохраняются адиабатические инварианты. Такой подход называется дрейфовым (адиабатическим) приближением. Если частоты сопоставимы, возможно резонансное взаимодействие между колебаниями, ведущее к обмену энергией между лармировским вращением и движением ведущего центра, и, следовательно, нарушение инвариантов [2]. Применимость дрейфового приближения может определяться с помощью параметра адиабатичности  $\chi = \rho/R$ , где  $\rho$  — вычисляемый в области минимального магнитного поля лармировский радиус частицы с питч-углом  $\alpha = 90^\circ$ ,  $R$  — радиус кривизны силовой линии. В геомагнитном поле для протона с импульсом  $p$  (в МэВ/с)  $\chi = 5.04 \cdot 10^{-5} p L^2$ .

Для дипольного поля разработана как теория нарушения первого инварианта [3], так и основанная на анализе результатов численного интегрирования уравнения движения эмпирическая модель, позволяющая более детально исследовать поведение частиц на границе устойчивого движения [4, 5]. В реальном геомагнитном поле необходимо учитывать изменение условий резонансного взаимодействия в процессе дрейфа частицы вокруг Земли из-за асимметрии поля. Во внешних областях магнитосферы основным источником асимметрии является воздействие солнечного ветра. Нарушения адиабатичности движения на границе области захвата в рамках модели магнитосферы Цыганенко-89 рассмотрены в работе [6]. Настоящая работа посвящена изучению этого явления во внутренних областях магнитосферы, где необходимо учитывать недипольные члены поля внутренних источников.

Основным методом исследования динамики отдельной частицы в магнитном поле является численное интегрирование уравнения движения (уравнения Лоренца) и анализ получаемых траекторий. Мы использовали стандартную для данной задачи процедуру — метод Рунге–Кутта 4-го порядка с автоматическим выбором шага интегрирования. Магнитное поле Земли описывалось моделью IGRF, представляющей собой гауссово разложение поля внутренних источников. Эта модель адекватно описывает геомагнитное поле вплоть до  $L = 4 \div 5$ . Отметим, что численное интегрирование уравнения движения в данном поле является весьма трудоемкой задачей, требующей больших затрат машинного времени. Поэтому основные вычисления были ограничены значением  $L = 2.9$ , для которого в дипольном поле ранее получены большие массивы данных.

В случае дипольного поля траектория ведущего центра наилучшим образом описывается не силовой

линией, а центральной траекторией (ЦТ) — траекторией частицы, проходящей через центр диполя [4, 5]. В системе координат, связанной с ЦТ, сохраняется аналог магнитного момента частицы — квазимомент  $\mu^* = \frac{mV^2 \sin^2 \alpha^*}{2B}$ , где  $m$  и  $V$  — масса и скорость частицы,  $\alpha^*$  — угол между  $\mathbf{V}$  и проведенной на той же широте касательной к ЦТ с тем же значением  $\chi$ , соответствующей направлению движения частицы (к диполю или от него). Величина  $B$  вычисляется в точке нахождения частицы. Значение  $\mu^*$  практически постоянно при движении частицы от экватора до точки отражения и обратно до экватора и скачкообразно изменяется при пересечении экваториальной плоскости. Средняя величина скачка  $\Delta\mu^*$  для ансамбля частиц с одинаковыми  $\chi$  и  $\mu^*$  определяется измеренным на экваторе углом  $\delta$  между ЦТ с тем же значением  $\chi$ , направленными к диполю и от него. Именно последнее обстоятельство позволяет свести задачу о рассеянии ансамбля частиц в геомагнитном поле при продольных колебаниях между точками отражения к исследованию зависимости  $\delta$  от  $\chi$  и — в случае аксиально-несимметричного поля — от долготы.

Значения  $\delta$  рассчитывались двумя способами. В обоих случаях пробная частица инжектировалась из области вблизи центра Земли вдоль силовой линии с питч-углом  $\alpha = 0$ , т. е. в режиме ЦТ, и ее движение прослеживалось до точки с минимальным значением магнитного поля  $B_e$ , рассматриваемой как геомагнитный экватор. В первом случае интегрирование продолжалось до точки отражения с  $\alpha = 90^\circ$  и полем  $B_m$ . Угол  $\delta$  определялся из соотношения  $\sin^2 \delta = B_e/B_m$ . На рис. 1 приведены рассчитанные таким способом долготные зависимости  $\delta$  для четырех значений  $\chi = 0.188, 0.234, 0.273$  и  $0.343$ .

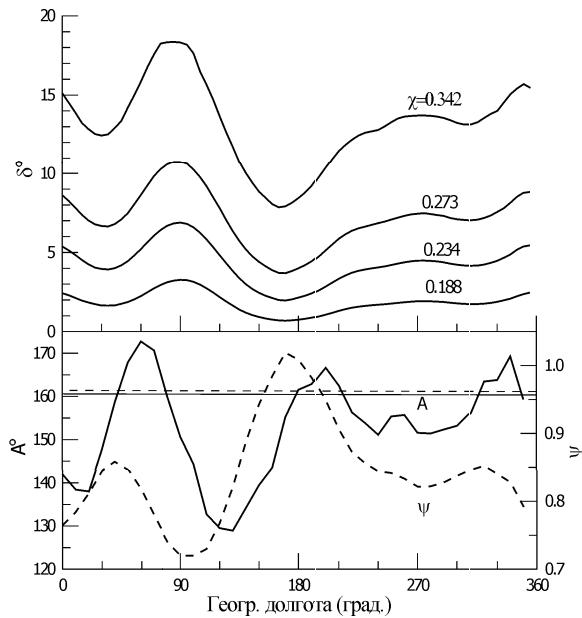


Рис. 1. Вверху: угол  $\delta$  между ЦТ, направленными к центру Земли и от него, для  $L = 2.9$ . Внизу: аппроксимационные коэффициенты для  $\delta$ . Горизонтальные линии соответствуют дипольному полю

Во втором случае угол  $\delta$  определялся путем сравнения экваториальных параметров ( pitch-угла и фазы) ЦТ, инжектированных навстречу друг другу с севера и с юга. Подбор пар ЦТ по долготе осуществлялся с определенной погрешностью, что может служить одной из причин различия (до 10%) кривых, полученных разными способами. Следует отметить, что как в первом, так и во втором случае значения  $\delta$  для инжекции с севера и с юга практически совпадают. По данным, приведенным на рис. 1, была построена зависимость  $\delta$  от  $\chi$ , которая искалась в виде

$$\delta = A \exp(-\psi/\chi), \quad (1)$$

что соответствует полученной ранее зависимости  $\delta$  от  $\chi$  для дипольного поля [4, 5]. Для дипольного поля  $A = 160.44$  (в градусах),  $\psi = 0.96$ . Полученные долготные зависимости  $A$  и  $\psi$  также приведены на рис. 1.

В адиабатическом приближении накрутка фазы  $\Delta\varphi$  лармировского вращения частицы, движущейся вдоль силовой линии, за интервал времени  $(t_1, t_2)$  есть

$$\Delta\varphi = \frac{e}{pc} \int_{t_1}^{t_2} \frac{B dl}{\sqrt{1 - B/B_m}},$$

где  $e$  — заряд частицы,  $c$  — скорость света,  $B$  — текущая напряженность магнитного поля,  $B_m$  — напряженность магнитного поля в точке отражения,  $dl$  — элемент длины силовой линии. Отметим, что подынтегральное выражение не зависит от параметров частицы и определяется исключительно топологией магнитного поля. Численное интегрирование уравнения силовой линии на  $L = 2.9$  от экватора до точки отражения и сопутствующее вычисление  $\Delta\varphi$  проводилось для семи значений  $B_m$ , соответствующих экваториальным питч-углам от  $11.9$  до  $19^\circ$ . Полученные долготные зависимости числа оборотов  $n = \Delta\varphi/2\pi$  при  $\chi = 0.1$  приведены на рис. 2. Зависимость  $n$  от питч-угла  $\alpha$  может быть аппроксимирована как

$$n = \frac{K}{\chi} \sin^{-\gamma} \alpha. \quad (2)$$

Долготные зависимости  $K$  и  $\gamma$  также приведены на рис. 2. Для дипольного поля в том же интервале питч-углов  $K = 0.84$ ,  $\gamma = 1.41$ .

Согласно [2], резонансное взаимодействие между лармировским вращением и продольными колебаниями частицы возникает при целочисленных значениях  $n$ . Если флуктуации питч-угла, вызванные этим взаимодействием, меньше половины углового расстояния между двумя соседними резонансами, то наблюдаются устойчивые колебания частицы около среднего положения с ограниченной амплитудой, не приводящие к долговременному изменению питч-угла. В случае перекрытия соседних резонансов возможен переход частицы с одного резонанса на другой, возникает питч-угловая диффузия, сопровождаю-

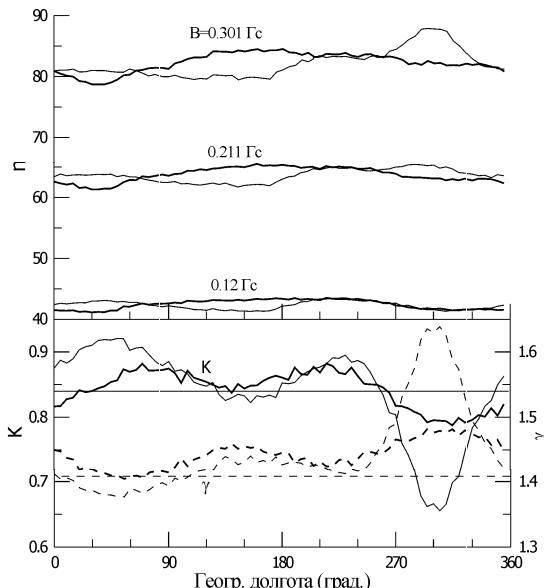


Рис. 2. Вверху: число  $n$  лармировских оборотов частицы за полупериод продольных колебаний. Толстые линии — Северное полушарие, тонкие — Южное. Внизу: аппроксимационные коэффициенты для  $n$ . Горизонтальные линии соответствуют дипольному полю

щаяся стохастическими изменениями магнитного момента частицы.

Полученные зависимости (1) и (2) позволяют определить условия перекрытия резонансов в поле IGRF. Продифференцировав (2), получаем

$$\Delta n = -\frac{K \gamma \cos \alpha}{\chi \sin^{\gamma+1} \alpha} \Delta \alpha.$$

Для дипольного поля  $\Delta \alpha = A \exp(-\psi/\chi \cos \alpha)$  [5]. Полагая  $\Delta n = 0.5$ , окончательно получим

$$\chi = \frac{\psi}{\cos \alpha} \left( \ln \frac{2AK \gamma \cos \alpha}{\sin^{\gamma+1} \alpha} - \ln \chi \right)^{-1}.$$

Это уравнение решается численно.

Рассчитанная таким способом зависимость критического  $\chi$ , соответствующего границе перекрытия резонансов, от географической долготы для  $\alpha = 12$  и  $18^\circ$  представлена на рис. 3.

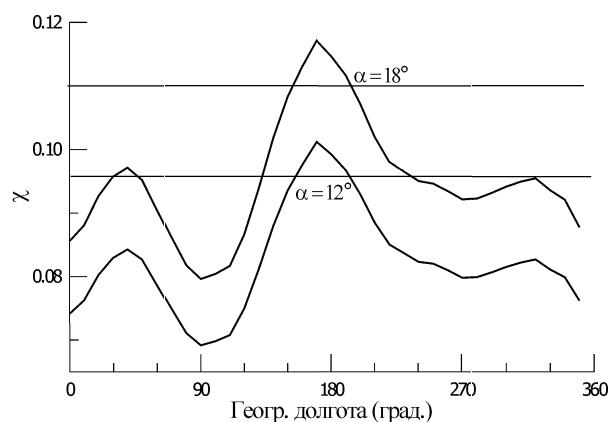


Рис. 3. Долготная зависимость параметра адиабатичности  $\chi$ , соответствующего границе перекрытия резонансов

В дипольном поле граница, определяемая перекрытием резонансов между ларморовским вращением и продольными колебаниями частицы и разделяющая области устойчивого (адиабатического) и стохастического движения частиц, является достаточно узкой и находится на  $\chi = 0.0954$  при питч-угле  $\alpha = 12^\circ$  и  $\chi = 0.11$  при  $\alpha = 18^\circ$ . В геомагнитном поле перекрытие резонансов на разных долготах происходит при разных значениях  $\chi$  при фиксированном  $\alpha$  (или наоборот). При этом существует минимальное значение  $\chi_{\min}$ , ниже которого движение устойчиво на любой долготе, и максимальное  $\chi_{\max}$ , выше которого движение всегда стохастично. При промежуточных значениях  $\chi$  стохастичность возникает в различных долготных интервалах в процессе азимутального дрейфа частицы вокруг Земли, причем длина этих интервалов тем больше, чем  $\chi$  ближе к  $\chi_{\max}$ . В поле IGRF при  $\alpha = 12^\circ$   $\chi_{\min} = 0.0692$  и соответствует долготе  $90^\circ$ , а  $\chi_{\max} = 0.101$  — долготе  $170^\circ$ , при этом зависимости для Северного и Южного полушарий оказались практически одинаковыми. Угол рассеяния частиц с  $\chi = 0.101$  на долготе  $170^\circ$  при каждом прохождении экватора составлял  $0.0051^\circ$ , что близко к дипольному значению.

Вероятность стохастического рассеяния при каждом пересечении экватора в совокупности со сред-

ним углом рассеяния  $\delta$ , экспоненциально зависящим от  $\chi$ , и периодом азимутального дрейфа определяет время жизни частицы в геомагнитной ловушке. Это время в промежуточной зоне между  $\chi_{\min}$  и  $\chi_{\max}$  существенно (в десятки и сотни раз) превышает величину, характерную для области стохастического движения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 00-02-16404).

### Литература

1. Ильин В.Д., Ильин И.В., Кузнецов С.Н. // Космич. исслед. 1986. **24**. С. 88.
2. Чириков Б.В. // Вопросы теории плазмы. Вып. 13. М., 1984.
3. Ильин В.Д., Ильина А.Н. // ЖЭТФ. 1978. **75**. С. 518.
4. Амирханов И.В., Ильин В.Д., Ильин И.В., Ильина А.Н., Кузнецов С.Н., Юшков Б.Ю. // ЖЭТФ. 1993. **104**, № 2(8). С. 2721.
5. Кузнецов С.Н., Юшков Б.Ю. // Физ. плазмы. 2002. **28**, № 4. С. 375.
6. Кузнецов С.Н., Рыбаков А.Ю. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2000. № 5. С. 47.

Поступила в редакцию  
13.01.03

## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 530.12:514.743

### НЕЛИНЕЙНО-ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

**В. И. Денисов, Н. В. Кравцов, В. В. Гришаев, А. А. Зубрило,  
И. В. Кривченков, В. Б. Пинчук**

(НИИЯФ)

E-mail: denisov@srd.sinp.msu.ru

Найдено уравнение луча для слабой электромагнитной волны, распространяющейся в поле интенсивного лазерного излучения. Показано, что в результате нелинейно-электродинамического взаимодействия лучи рассеиваются: смещаются вдоль направления распространения лазерного излучения и искривляются в перпендикулярной плоскости.

Электродинамика в вакууме является нелинейной теорией [1, 2]. Как показывает анализ [3–5], из-за нелинейности электродинамики вакуума распространение слабой электромагнитной волны в интенсивном внешнем электромагнитном поле происходит аналогично ее распространению в некотором эффективном псевдоримановом пространстве-времени, метрический тензор которого зависит от внешнего поля и от состояния поляризации слабой электромагнитной волны. Поэтому при прохождении этой волны через поле интенсивного лазерного излучения

должны проявляться нелинейно-электродинамические эффекты искривления ее лучей, а также изменения фазы и состояния поляризации.

Проведем расчет этих эффектов. Предположим, что вдоль оси  $z$  распространяется циркулярно поляризованное интенсивное лазерное излучение частоты  $\Omega$ , сосредоточенное в цилиндре радиуса  $R$ :

$$\mathbf{E} = E_0 \left\{ \mathbf{e}_x \cos \Omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \mathbf{e}_y \sin \Omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \right\} \theta(R-r),$$

где  $\theta(R-r)$  — тэта-функция.