

пределения π^- -мезонов в квазидвухчастичной реакции $\gamma_{r,v}p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$, которые используются в настоящей работе при вычислении амплитуды реакции $\gamma_{r,v}p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$, обнаруживают хорошее соответствие с данными [21]. Возможными причинами расхождения рассчитанных и измеренных величин интегральных сечений $\gamma_{r,v}p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ реакции могут быть неоднозначности в разделении вкладов резонансов и фона при определении сечений в этом парциальном канале. Подобная ситуация свидетельствует о необходимости развития модельно-независимых методов разделения сечения реакции $\gamma_{r,v}p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ между вкладами каналов $\pi^- \Delta^{++}$, $\rho\rho$ и вкладом прямого формирования $\pi^+ \pi^- p$ системы.

Заключение

Наши результаты показывают, что резонансные модели могут служить основой феноменологического описания двухпионного фоторождения при энергиях вплоть до 2,1–2,5 ГэВ. Мы полагаем, они же дадут возможность по данным предстоящих экспериментов на СЕБАФ по двухпионному электророждению на протонах рассчитать электромагнитные формфакторы резонансов N^* с массой более 1,5 ГэВ. Имеющееся расхождение с опытом расчетного полного сечения реакции $\gamma_{r,v}p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ указывает на необходимость развития модельно-независимых методов разделения сечения реакции $\gamma_{r,v}p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ между каналами $\pi^- \Delta^{++}$, $\rho\rho$ и вкладом прямого образования $\pi^+ \pi^- p$ системы. Ожидаемая точность эксперимента Е-93-006 может позволить осуществить модельно-независимое разделение сечения между вкладами различных каналов реакции.

Литература

1. *Walecka J.D.* // AIP Conf. Proc. No. 269. (Newport News, Virginia, 1992). N.Y., 1993. P. 87.
2. *Domingo J.D., Carlini R.D., Mecking B.A., Mougey J.Y.* // Ibid. P. 25.
3. *Burkert V.* Preprint CEBAF-PR-94-005.
4. *Stoler P.* // Phys. Reports. 1993. **266**. P. 103.
5. *Burkert V.* Preprint CEBAF-PR-92-001.
6. *Capstic S., Roberts W.* // Phys. Rev. 1994. **D49**. P. 4570.
7. *Koniuk R., Isgur N.* // Phys. Rev. 1980. **D21**. P. 1868.
8. *Koniuk R.* // Nucl. Phys. 1982. **B195**. P. 452.
9. *Nozawa S., Blankleider B., Lee T.S.M.* // Nucl. Phys. 1990. **A513**. P. 459.
10. *Surya Y., Gross F.* Preprint CEBAF-TH-95-04.
11. *Burkert V., Ripani M.* // Report at the Meeting of the CEBAF Program Advisory Committee PAC8 (June 13-17 1994).
12. *Struczinski S., Dittman P., Eckardt V.* et al. // Nucl. Phys. 1976. **B108**. P. 45.
13. *Ballam J., Chadwick G.B., Gearhart R.* et al. // Phys. Rev. 1972. **D5**. P. 545.
14. *Биленький С.М.* Лекции по физике нейтринных и лептон-нуклонных процессов. М., 1981.
15. *Herndon D.J., Söding P.* // Phys. Rev. 1975. **D11**. P. 3162.
16. *Головач Е.Н., Замиралов В.С., Ишханов Б.С.* и др. Препринт НИИЯФ МГУ 97-27/478. М., 1997.
17. *Lüke D., Söding P.* // Springer Tracts in Modern Physics. 1971. **59**. P. 39.
18. *Manley D.M., Salesky E.M.* // Phys. Rev. 1992. **D45**. P. 4002.
19. *Particle Data Group* // Phys. Rev. 1996. **D54**. P. 2950.
20. *Геуен Ван Хьеу.* Лекции по теории унитарной симметрии элементарных частиц. М., 1967.
21. *АВВНМ-Collaboration* // Phys. Rev. 1968. **175**. P. 1669.
22. *Sofair A.* // Nucl. Phys. 1972. **B42**. P. 369.

Поступила в редакцию
10.10.97

РАДИОФИЗИКА

УДК 519.246, 524

ОБНАРУЖЕНИЕ И РАСПОЗНАВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ ПРИ НАЛИЧИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

М. П. Виноградов, А. В. Гусев

(ГАИШ)

Предложен оптимальный алгоритм обнаружения векторного стохастического гравитационного сигнала, представляющего собой профильтрованный пуассоновский процесс с неизвестными амплитудами и случайными моментами возникновения отдельных «вспышек», при наличии хаотических импульсных помех с высокой скважностью.

Проблеме оценки пороговой чувствительности твердотельных гравитационных антенн при моноимпульсном возмущении фона, определяемом естественными гауссовскими шумами в системе, посвящена обширная литература (см. обзор в [1]). Так как отношение «сигнал/шум» при обнаружении одиночного гравитационного импульса в соответствии с реалистичными астрофизическими сценариями много

меньше единицы, возникает необходимость синтеза некогерентного накопителя импульсных сигналов с неизвестными (но не случайными) амплитудами. Синтез подобного накопителя в условиях реального гравитационно-волнового эксперимента усложняется из-за импульсных негауссовских помех, которые всегда присутствуют в экспериментальных данных.

Твердотельная гравитационная антенна представляет собой сложный измерительный комплекс, в состав которого входят: 1) гравитационный детектор — высокочастотный механический резонатор, 2) электромеханический преобразователь, 3) система регистрации — малощумящий предусилитель, 4) гауссовский приемник.

Стандартная методика обработки информации, полученной в процессе длительной квазинепрерывной эксплуатации подобных установок, основывается на выделении совпадающих во времени выбросов выходных сигналов пространственно разнесенных гравитационных антенн. С другой стороны, в статистической радиотехнике разработаны оптимальные алгоритмы обнаружения (и распознавания) стохастического сигнала при наличии произвольных (негауссовских) помех — так называемые оценочно-корреляционно-компенсационные алгоритмы [2]. Для специалистов, работающих в области гравитационно-волнового эксперимента, подобная методика обработки информации остается практически неизвестной, несмотря на ее несомненные преимущества по сравнению с традиционной, основанной на схеме совпадений. В состав оптимального обнаружителя стохастического сигнала входит блок оценки этого сигнала по критерию минимума среднеквадратичной ошибки. Так как в настоящее время известны лишь приближенные методы анализа нелинейных оптимальных фильтров, то для синтеза оптимального обнаружителя стохастического сигнала при наличии негауссовских помех приходится использовать определенные упрощенные модели сигнала и шума. Например, в монографии [3] рассматривается проблема обнаружения детерминированного сигнала на фоне аддитивной смеси белого гауссовского шума и хаотических импульсных помех (ХИП) пуассоновского типа при следующих ограничениях: а) вероятностью взаимного перекрытия отдельных ХИП можно пренебречь, б) амплитуды отдельных импульсов ХИП либо одинаковы, либо представляют собой случайные статистически независимые величины, распределенные по закону Рэлея.

В гравитационно-волновом эксперименте ситуация заметно усложняется, так как последовательность гравитационных импульсов (ГИ) должна рассматриваться как некогерентная пачка со случайными моментами возникновения отдельных импульсов и неизвестными, но не случайными амплитудами (здесь и дальше под ГИ понимается аномальное поведение выходного сигнала детектора по сравнению со средним фоном, определяемым гауссовскими шумами в системе).

Целью работы является синтез квазиоптимальных алгоритмов обнаружения и распознавания (различения) стохастической последовательности ГИ при наличии ХИП. При этом предполагается, что вероятностью взаимного перекрытия отдельных импульсов можно пренебречь.

Пусть

$$\mathbf{Y}(t) = \{y_1(t|\theta), y_2(t|\theta), \dots, y_M(t|\theta)\}$$

— выходной сигнал антенной решетки (АР), образованной M пространственно разнесенными твердотельными гравитационными антеннами. Отдельная компонента $y_i(t|\theta)$ зависит от неизвестного параметра θ :

$$y_i(t|\theta) = \begin{cases} F_i(t) + \xi_i(t), & \theta = 1, \\ S_i(t) + \xi_i(t), & \theta = 2, \\ S_i(t) + F_i(t) + \xi_i(t), & \theta = 3, \end{cases}$$

где $S_i(t)$ и $F_i(t)$ — стохастические последовательности ГИ и ХИП соответственно,

$$S_i(t) = \sum_k A_{ik,s} g_i(t - \tau_{ik,s}) \cos(\omega_i t + \varphi_{ik,s}), \quad (1)$$

$$F_i(t) = \sum_k A_{ik,f} g_i(t - \tau_{ik,f}) \cos(\omega_i t + \varphi_{ik,f}),$$

$\xi_i(t)$ — статистически независимые гауссовские шумовые импульсы, дисперсия σ_i^2 которых предполагается известной.

В выражении (1) $G_i(t) = g_i(t) \cos \omega_i t$ — импульсная характеристика линейного тракта в i -м канале АР, $A_{ik,s}$, $\tau_{ik,s}$, $\varphi_{ik,s}$ — соответственно неизвестная амплитуда, случайный момент возникновения и начальная фаза k -го ГИ, $A_{ik,f}$, $\tau_{ik,f}$, $\varphi_{ik,f}$ — те же параметры для ХИП.

При дальнейшем анализе предполагается, что начальные фазы $\varphi_{ik,s}$ и $\varphi_{ik,f}$ отдельных импульсов представляют собой случайные взаимно независимые величины, равномерно распределенные на интервале $(0, \pi)$. «Глобальный» характер гравитационного излучения приводит к коррелированному возмущению элементов АР:

$$\tau_{ik,s} = \tau_{k,s}, \quad i = \overline{1, M}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Для ХИП моменты $\tau_{ik,f}$ возникновения отдельных импульсов являются статистически независимыми случайными величинами.

Пусть $\delta[\mathbf{Y}(t|\theta)]$ — решающее правило, d_j — решение, состоящее в том, что $\theta = j$, $j = 1, 2, 3$. Решение

$$\delta[\mathbf{Y}(t|\theta)] = d_k$$

принимается, если выполняется условие

$$\Lambda[\mathbf{Y}(t|k)] \geq \Lambda_j[\mathbf{Y}(t)|j], \quad j = 1, 2, 3, \quad j \neq k, \quad (3)$$

где $\Lambda_k[\mathbf{Y}(t|\theta)]$ — функционал отношения правдоподобия при фиксированном значении параметра θ .

Принимая во внимание, что гауссовские шумовые

$\xi_i(t)$ на выходе отдельных элементов АР статистически независимы, имеем

$$\Lambda_j[\mathbf{Y}(t|\theta)] = M_1 \left\{ \prod_{i=1}^M l[y_i(t)|\theta] \right\}, \quad (4)$$

где $M_1\{\dots\}$ — оператор статистического усреднения, $l[y_i(t)|\theta]$ — условный функционал отношения правдоподобия для отдельной компоненты $y_i(t|\theta)$ случайного векторного процесса $\mathbf{Y}(t|\theta)$.

Для большей наглядности в дальнейшем анализе ограничимся простейшей конфигурацией АР из $M = 2$ элементов и будем предполагать, что случайные импульсные функции $S_i(t)$ и $F_i(t)$ можно рассматривать как стационарные профильтрованные пуассоновские процессы [3].

Пусть n_1 и n_2 — число импульсов помехи на интервале наблюдений $(0, T)$ для каждого канала АР, n — число ГИ.

Предполагая, что вероятностью взаимного перекрытия импульсов можно пренебречь, имеем

$$\begin{aligned} \Lambda[\mathbf{Y}(t|1)|n_1, n_2] &= \prod_{k=1}^{n_1} \frac{1}{T} \int_0^T z_1(\tau|A_{1k,f}) d\tau \times \\ &\times \prod_{m=1}^{n_2} \frac{1}{T} \int_0^T z_2(\tau|A_{2m,f}) d\tau, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Lambda[\mathbf{Y}(t|2)|n] = \prod_{k=1}^n \frac{1}{T} \int_0^T z_1(\tau|A_{1k,s}) z_2(\tau|A_{2,s}) d\tau. \quad (6)$$

Здесь

$$z_i(\tau|A_{ik}) = \exp \left\{ -\frac{A_{ik}^2}{2\sigma_i^2} \right\} I_0 \left[\frac{R_i(\tau) A_{ik}}{\sigma_i^2} \right], \quad (7)$$

где $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка, $R_i(t)$ — огибающая узкополосного процесса $y_i(t)$.

Амплитуды $A_{ik,s}$ ГИ и амплитуды $A_{ik,f}$ импульсов помехи будем рассматривать как неизвестные, но не случайные параметры, что является априорным ограничением рассматриваемой задачи. Для его преодоления воспользуемся обобщенным критерием максимального правдоподобия. В соответствии с этим критерием неизвестные параметры $A_{ik,s}$ и $A_{ik,f}$ при синтезе квазиоптимального обнаружителя заменяются их максимально-правдоподобными оценками $\hat{A}_{ik,s}$ и $\hat{A}_{ik,f}$. Определяющие эти оценки уравнения находим, принимая во внимание выражения (5) и (6):

$$\int_0^T \left[\frac{\partial z_i(\tau|A_{ik})}{\partial A_{ik}} \right]_{A_{ik}=\hat{A}_{ik,f}} d\tau = 0, \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

$$\int_0^T \left[\frac{\partial z_1(\tau|A_{1k}) z_2(\tau|A_{2k})}{\partial A_{ik}} \right]_{A_{ik}=\hat{A}_{ik,s}} d\tau = 0, \quad i = 1, 2. \quad (9)$$

В явном виде уравнения (8) и (9) приведены в Приложении.

Необходимо отметить, что максимально-правдоподобные оценки неизвестных амплитуд отдельных импульсов при случайном моменте возникновения являются интегральными оценками, а не локальными, как это имеет место при неизвестных, но не случайных моментах возникновения [4].

Так как для выбранных моделей сигнала и шума как пуассоновских процессов моменты отдельных импульсов для обоих значений параметра $\theta = 1, 2$ статистически независимы и равномерно распределены на интервале наблюдения $(0, T)$, то

$$\hat{A}_{ik,s} = \hat{A}_{i,s}, \quad \hat{A}_{ik,f} = \hat{A}_{i,f}, \quad i = 1, 2. \quad (10)$$

Принимая во внимание выражения (5),(6) и (10), после усреднения по случайному числу импульсов получим

$$\Lambda[\mathbf{Y}(t|1)] = \exp \left\{ -T \sum_{i=1}^2 N_i (\hat{G}_i - 1) \right\}, \quad (11)$$

$$\Lambda[\mathbf{Y}(t|2)] = \exp \left\{ -N_s T (1 - \hat{G}) \right\}, \quad (12)$$

где N_i и N_s — средние частоты появления импульсов ХИП и ГИ соответственно,

$$\hat{G}_i = \frac{1}{T} \int_0^T z_i(\tau|\hat{A}_{i,f}) d\tau,$$

$$\hat{G} = \frac{1}{T} \int_0^T z_1(\tau|\hat{A}_{1,s}) z_2(\tau|\hat{A}_{2,s}) d\tau. \quad (13)$$

Отметим, что выражение для функционала отношения правдоподобия пуассоновского шума с одинаковыми амплитудами отдельных импульсов является частным случаем формулы (11) при $\hat{A}_i = A_i$. Выражение (12) учитывает «глобальный» характер гравитационного излучения, раздельную оценку неизвестных амплитуд ГИ и, по-видимому, в литературе ранее не встречалось.

При бинарном обнаружении стохастической последовательности ГИ при наличии ХИП ($\theta = 3$) с неизвестными амплитудами отдельных импульсов возникает необходимость вычисления функционала отношения правдоподобия случайного векторного процесса

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{S}(t) + \mathbf{F}(t), \quad (14)$$

где $\mathbf{S}(t) = \{S_1(t), S_2(t)\}$, $\mathbf{F}(t) = \{F_1(t), F_2(t)\}$.

Из курса статистической радиотехники известно [2], что сумма независимых пуассоновских процессов представляет собой пуассоновский процесс. Поэтому векторный процесс $\mathbf{X}(t)$, определяемый выражением (14), можно рассматривать как стохастическую пуассоновскую последовательность импульсов с неизвестными амплитудами. Пренебрегая вероятностью перекрытия отдельных импульсов для каждой компоненты X_i этого векторного процесса, имеем

$$\Lambda[\mathbf{Y}(t|3)] \approx \Lambda[\mathbf{Y}(t|1)]\Lambda[\mathbf{Y}(t|2)]. \quad (15)$$

Правило распознавания (различения) стохастической последовательности ГИ с неизвестными амплитудами отдельных импульсов, соответствующее критерию максимального правдоподобия, может быть представлено в виде

$$N_s(\hat{G} - 1) \geq \sum_{i=1}^2 N_i(\hat{G}_i - 1). \quad (16)$$

Формулы (11)–(13) и (16) легко обобщаются на случай АР с произвольным числом каналов M .

Вероятности ошибочных решений β_{kj} , определяемые выражением

$$\beta_{kj} = P\{\delta[\mathbf{Y}(t|\theta)] = d_k | \theta = j\}, \quad (17)$$

$$h, j = 1, 2, 3, \quad k \neq j,$$

можно получить, используя методы статистического анализа типа Монте-Карло.

Оптимальный алгоритм обнаружения и распознавания (16) стохастической последовательности ГИ при наличии ХИП легко обобщается на случай комплексной системы обработки информации, в состав которой входят дополнительные астрофизические измерители [3]. На рисунке *a* приведена реализация огибающей $R(t)$ выходного сигнала твердотельной гравитационной антенны ($M = 1$), $(\tau_a)_k$ — моменты возникновения космических гамма-вспышек по каталогу 3В BATSE. В силу стационарности шумов отдельные реализации (τ_p — время разрешения)

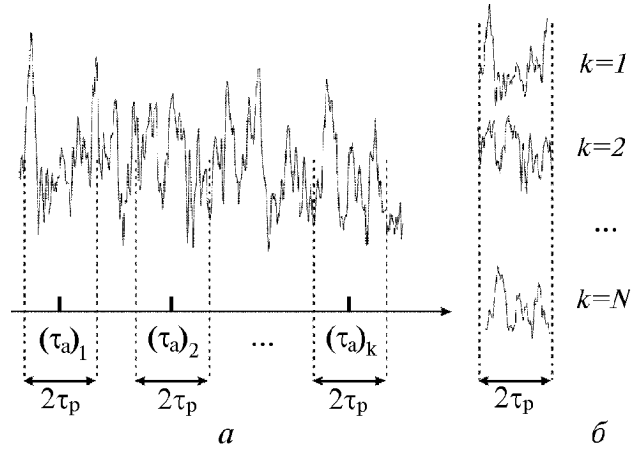
$$R_k(t) = R(|t - (\tau_a)_k| \leq \tau_p) \quad (18)$$

можно расположить не во времени, а в пространстве [4], как показано на рисунке *б*. Подобная пространственно-временная дискретизация позволяет сформировать из непрерывного аналогового сигнала $R(t)$ N -мерный случайный вектор

$$\mathbf{R}_a(t) = \{R_1(t), \dots, R_N(t)\}, \quad (19)$$

где N — число астрофизических событий на интервале наблюдения $(0, T)$.

Применение рассматриваемого квазиоптимального алгоритма обнаружения и распознавания к векторному процессу (14) позволяет исследовать наличие



взаимной корреляции между моментами возникновения астрофизических и «гравитационных» событий при случайном сдвиге «гребенки» ГИ (число n ГИ в «гребенке» случайно) относительно выбранного репера $\{(\tau_a)_k\}$. Интервалы, не содержащие моментов возникновения астрофизических событий, используются для генерации выборочных оценок $\hat{\beta}_{kj}$ статистических ошибок β_{kj} (17).

В заключение следует отметить, что применение известных в теории оптимального приема алгоритмов обнаружения стохастического сигнала при наличии ХИП непосредственно не сводится к традиционным в гравитационных экспериментах алгоритмам, основанным на схеме совпадений.

Квазиоптимальный обнаружитель стохастической последовательности гравитационных импульсов при наличии хаотических импульсных помех представляет собой многоканальный коррелятор, структура которого определяется выражениями (П2)–(П5). При этом существенное усложнение алгоритма обработки по сравнению со схемой совпадений окупается возможностью обнаружения слабых ГИ в режиме некогерентного накопления, когда эффективность схемы совпадения близка к нулю.

Приложение

Огибающая $R(t)$ линейной суперпозиции узкополосного гауссовского шума с дисперсией σ^2 и квазидетерминированного сигнала с огибающей $A(t)$ распределена по закону Райса:

$$W_1[R|A] = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{R^2 + A^2}{2\sigma^2}\right\} I_0\left[\frac{RA}{\sigma^2}\right].$$

Отношение правдоподобия определяется следующим образом:

$$\frac{W_1[R|A]}{W_1[R|0]} = \exp\left\{-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right\} I_0\left[\frac{RA}{\sigma^2}\right]. \quad (\text{П1})$$

Уравнения максимального правдоподобия (8) и (9), задающие максимально правдоподобные оценки неизвестных амплитуд отдельных импульсов в явном виде, определяются

выражениями

$$\hat{A}_{ik,f} = \hat{A}_{i,f} = \frac{\int_0^T R_i(\tau) [I_1 R_i(\tau) \hat{A}_{i,f} / \sigma_i^2] d\tau}{\int_0^T I_0 [R_i(\tau) \hat{A}_{i,f} / \sigma_i^2] d\tau}, \quad i = 1, 2. \quad (\text{П2})$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_{1k,s} &= \hat{A}_{1,s} = \\ &= \left\{ \int_0^T R_1(\tau) \exp \left[-\hat{A}_{2,s}^2 / 2\sigma_2^2 \right] I_0 \left[R_2(\tau) \hat{A}_{2,s} / \sigma_2^2 \right] \times \right. \\ &\times I_1 \left[R_1(\tau) \hat{A}_{1,s} / \sigma_1^2 \right] d\tau \left. \right\} / \left\{ \int_0^T \exp \left[-\hat{A}_{2,s}^2 / 2\sigma_2^2 \right] \times \right. \\ &\times I_0 \left[R_2(\tau) \hat{A}_{2,s} / \sigma_2^2 \right] I_0 \left[R_1(\tau) \hat{A}_{1,s} / \sigma_1^2 \right] d\tau \left. \right\}, \end{aligned} \quad (\text{П3})$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_{2k,s} &= \hat{A}_{2,s} = \\ &= \left\{ \int_0^T R_2(\tau) \exp \left[-\hat{A}_{1,s}^2 / 2\sigma_1^2 \right] I_0 \left[R_1(\tau) \hat{A}_{1,s} / \sigma_1^2 \right] \times \right. \\ &\times I_1 \left[R_2(\tau) \hat{A}_{2,s} / \sigma_2^2 \right] d\tau \left. \right\} / \left\{ \int_0^T \exp \left[-\hat{A}_{1,s}^2 / 2\sigma_1^2 \right] \times \right. \\ &\times I_0 \left[R_1(\tau) \hat{A}_{1,s} / \sigma_1^2 \right] I_0 \left[R_2(\tau) \hat{A}_{2,s} / \sigma_2^2 \right] d\tau \left. \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П4})$$

Если допустить, как это часто бывает при анализе чувствительности гравитационных антенн, работающих по схеме совпадений, что

$$A_{ik,s} = A_{k,s}, \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2,$$

т. е. ГИ в разных каналах АР отличаются только начальными фазами $\varphi_{ik,s}$, то оценка максимального правдоподобия неизвестной амплитуды отдельного ГИ определяется выражением

$$\begin{aligned} \hat{A}_{k,s} = \hat{A}_s &= \left(\int_0^T \left\{ I_1 \left[\frac{R_1(\tau) \hat{A}_s}{\sigma^2} \right] I_0 \left[\frac{R_2(\tau) \hat{A}_s}{\sigma_2^2} \right] R_1(\tau) + \right. \right. \\ &+ I_0 \left[\frac{R_1(\tau) \hat{A}_s}{\sigma^2} \right] I_1 \left[\frac{R_2(\tau) \hat{A}_s}{\sigma_2^2} \right] R_2(\tau) \left. \right\} d\tau \left. \right) \times \\ &\times \left(2 \int_0^T I_0 \left[\frac{R_1(\tau) \hat{A}_s}{\sigma^2} \right] I_0 \left[\frac{R_2(\tau) \hat{A}_s}{\sigma^2} \right] d\tau \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{П5})$$

В отличие от оценок максимального правдоподобия неизвестной амплитуды моноимпульса со случайной начальной фазой и неизвестным, но не случайным моментом возникновения, которые связаны с огибающими $R_1(t)$ и $R_2(t)$ нелинейным безынерционным преобразованием, максимально правдоподобные оценки (П2)–(П5) представляют собой сложные выражения, содержащие интегралы от этих функций.

Литература

1. Бичак И., Руденко В.Н. Гравитационные волны в ОТО и проблема их обнаружения. М., 1989.
2. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М., 1992.
3. Тихонов В.И. Оптимальный прием. М., 1983.
4. Виноградов М.П., Гусев А.В., Милуков В.К. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 5. С. 37 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 5. P. 44).

Поступила в редакцию
10.11.97