

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.385.6

## К ТЕОРИИ КАСКАДНОГО ЭНЕРГООБМЕНА МЕЖДУ ЭЛЕКТРОНОМ И ПОЛЕМ ОТКРЫТОГО РЕЗОНАТОРА

Ю. К. Алексеев, И. Ю. Красовская, А. П. Сухоруков

(кафедра радиофизики)

Рассмотрен каскадный энергообмен продольного переменного электрического поля открытого резонатора и электронного потока, пролетающего через последовательность тонких диафрагм с малыми отверстиями, расположенную в поле резонатора. Получены выражения для выходной скорости и электронного кпд тонкого сгустка, построена математическая и численная модель взаимодействия в кинематическом приближении с учетом объемного заряда электронов. На ее основе проведены оценки эффективности взаимодействия, допустимых разбросов фазы и скорости, показана возможность существенного снижения величины напряженности поля, необходимой для эффективного торможения электронов потока.

Присутствие сильного переменного электрического поля в выходной секции мощного электронного прибора создает опасность высокочастотного пробоя и разрушения поверхности электродинамической системы, выхода генератора или усилителя из строя. Для борьбы с этим явлением в клистронных приборах используют многосекционный выходной резонатор, позволяющий снизить напряженность поля в нем за счет увеличения количества этапов отбора энергии электронов [1]. Аналогичным образом можно попытаться осуществить распределенный отбор энергии электронного потока в квазиоптических приборах клистронного типа, использующих открытые резонансные системы [2, 3]. В настоящем сообщении коротко рассматривается кинематика поэтапного энергообмена между электроном и полем открытого резонатора (ОР) типа Фабри–Перо, проводится оценка величины напряженности поля, электронного кпд и других характеристик взаимодействия.

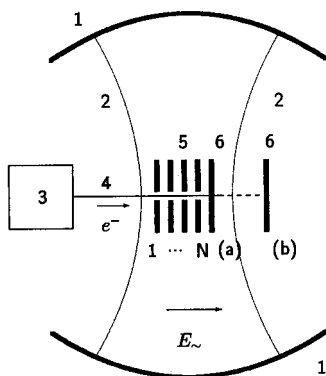


Рис. 1. Каскадный отбор энергии электронов в поле открытого резонатора: 1 — зеркала резонатора, 2 — каустическая поверхность резонансного поля, 3 — источник (сгруппированного) потока 4 электронов, 5 — диафрагмы с отверстиями, 6 — коллектор отработанных электронов, (a) — коллектор находится в резонансном поле, (b) — коллектор вне резонатора

Схема резонатора с распределенным отбором энергии электронного потока изображена на рис. 1. Резонатор состоит из двух сферических зеркал 1; в пространстве между ними возбуждена резонансная стоя-

чая электромагнитная волна, поле которой ограничено каустической поверхностью 2. Электронный поток 4, сформированный и предварительно сгруппированный в устройстве 3, влетает в поле ОР параллельно вектору напряженности электрического переменного поля и проходит через последовательность диафрагм 5 с отверстиями. Отработанные электроны попадают в коллектор 6, который может быть расположен как в поле резонатора (a), так и вне его (b).

Рассмотрим такую конфигурацию диафрагм и такое взаимное их расположение, при которых происходит наиболее эффективный отбор энергии электрона. Пусть в резонатор периодически влетают достаточно узкие сгустки или отдельные электроны с фазовым интервалом в  $2\pi$ . Электроны, влетая в адиабатически слабо нарастающее поле ОР, движутся с уменьшающейся средней скоростью [4], при этом амплитуда продольных осцилляций скорости возрастает.

Расположим первую диафрагму в поле ОР так, чтобы частица попала в отверстие в ней в момент своей наименьшей скорости. Полагая зависимость поля от времени и координаты в виде  $\varepsilon(\chi)\sin\varphi$ , где  $\varepsilon = e_0 E / (m_0 \omega v_0)$  — нормированная амплитуда напряженности поля,  $e_0$ ,  $m_0$ ,  $v_0$  — заряд, масса и скорость влета электрона,  $\omega$  — круговая частота поля,  $\chi = \omega x / v_0$  — нормированная продольная координата,  $\varphi = \omega t$  — фаза поля,  $t$  — текущее время, нетрудно получить, что фаза влета в первую диафрагму есть  $\varphi_1^- = 0$ , а скорость влета равна  $\psi_1^- = \sqrt{1 - \varepsilon^2/2} - \varepsilon$ , где  $\psi = v/v_0$  — нормированная скорость частицы, причем в данном случае  $\varepsilon$  обозначает поле слева от первой диафрагмы. Здесь и далее нижний индекс у переменных соответствует номеру диафрагмы, а верхний («+» или «-») — ее правой или левой окрестности. Для упрощения оценок положим также, что амплитуды полей  $\varepsilon$  вблизи всех диафрагм одинаковы.

Вначале рассмотрим приближение, в котором поле в отверстиях диафрагм отсутствует. Толщину  $n$ -й диафрагмы выберем из тех соображений, чтобы было полностью «заэкранировано» действие на электрон поля в течение нечетного числа полупериодов:  $\varphi_n^- = 0$ ,

$\varphi_n^+ = (2k_n + 1)$ ,  $k_n = 0, 1, \dots$  Тогда соответствующая геометрическая толщина диафрагмы в рассматриваемом кинематическом приближении определяется выражением  $\Delta\chi_n = (2k_n + 1)\pi\psi_n^-$ .

Расстояние между  $n$ -й и  $(n+1)$ -й диафрагмами определим из условия наибольшего замедления скорости электрона:  $\varphi_{n+1}^- = \varphi_n^+ + (2m_n + 1)\pi$ ,  $m_n = 0, 1, \dots$  Для расчета геометрического расстояния между диафрагмами проинтегрируем дважды уравнение движения электрона в зазоре при начальных условиях  $\psi(\pi) = \psi_n^+ = \psi_n^-$ ,  $\chi(\pi) = \chi_n^+$ :

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_n^+ - \varepsilon(1 + \cos \varphi), \\ \chi &= \chi_n^+ + (\psi_n^+ - \varepsilon)(\varphi - \pi) - \varepsilon \sin \varphi. \end{aligned}$$

Полагая в этих выражениях  $\varphi = \varphi_{n+1}^-$ , находим, что толщина междиафрагменного зазора есть  $\Delta\chi_{n,n+1} = (2m_n + 1)\pi(\psi_n^+ - \varepsilon)$ , а изменение скорости электрона на одном каскаде равно  $-2\varepsilon$ .

В частном случае минимальных размеров диафрагменной структуры  $k_n = m_n = 0$  получаем, что с ростом  $n$  скорость электрона, толщины диафрагм и зазоров убывают в арифметической прогрессии:

$$\begin{aligned} \psi_n^+ &= \sqrt{1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2 - (2n - 1)\varepsilon}, \\ \Delta\chi_n &= \pi\psi_n^+, \quad \Delta\chi_{n,n+1} = \Delta\chi_n - \pi\varepsilon. \end{aligned}$$

Рассмотрим энергетические характеристики взаимодействия. Если коллектор отработанных электронов расположен в поле ОР на оптимальном расстоянии от последней,  $N$ -й диафрагмы, то скорость вылета  $\psi_{\text{out}}$  электрона есть  $\psi_{\text{out}} = \sqrt{1 - \varepsilon^2/2} - (2N + 1)\varepsilon$ , а кпд отбора энергии равен

$$\eta = 2\varepsilon(2N + 1) \left( \sqrt{1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2} - (N + \frac{1}{2})\varepsilon - \frac{\varepsilon}{4(2N + 1)} \right).$$

Полагая  $\psi_{\text{out}} = 0$ , находим напряженность поля  $\varepsilon^*(N)$ , при которой происходит полный отбор энергии электрона в ОР с  $N$  диафрагмами:

$$\varepsilon^*(N) = \frac{1}{\sqrt{(2N + 1)^2 + 1/2}}.$$

Поскольку для ОР без диафрагм  $\varepsilon^*(0) = \sqrt{2/3}$  [2,3], то мы получаем, что напряженность поля уменьшается в  $\frac{\varepsilon^*(0)}{\varepsilon^*(N)} = \sqrt{\frac{2(2N+1)^2+1}{3}}$  раз. Для большого числа диафрагм,  $N \gg 1$ , это отношение примерно равно  $1,6N$ .

Для коллектора, расположенного вне ОР, ситуация несколько хуже, поскольку полностью остановить электрон не удастся ввиду того, что во время вылета из резонатора он набирает некоторую кинетическую энергию за счет ускоряющей квазипотенциальной силы Гапонова-Миллера [4]. В этом случае

$$\begin{aligned} \psi_{\text{out}} &= \sqrt{4N^2\varepsilon^2 - 4N\varepsilon\sqrt{1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2} + 1}, \\ \eta &= 4N\varepsilon \left( \sqrt{1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2} - N\varepsilon \right). \end{aligned}$$

Для большого числа каскадов и малой напряженности поля ( $N \gg 1, \varepsilon \ll 1$ ), когда можно пренебречь квадратичными кинематическими эффектами, различия между обоими случаями положения коллектора исчезают и предыдущие выражения принимают вид

$$\psi_{\text{out}} = 1 - 2N\varepsilon, \quad \eta = 4N\varepsilon(1 - N\varepsilon), \quad \varepsilon^*(N) = \frac{1}{2N}.$$

Учет проникновения переменного поля в отверстия диафрагм проведем в прямоугольной аппроксимации пространственного распределения амплитуды, т.е. будем считать, что в  $n$ -м отверстии поле изменяется по закону  $\alpha_n\varepsilon \sin \varphi$ , где  $0 \leq \alpha_n \leq 1$  — некоторый постоянный коэффициент. Из анализа движения заряженных частиц в этом случае следует, что оптимальная толщина диафрагм увеличивается:  $\Delta\chi_n = (2k_n + 1)\pi(\psi_n^- + \alpha_n\varepsilon)$ , поскольку средняя скорость частицы в отверстии больше, чем в предыдущем случае. Кроме того, уменьшается величина погашения скорости электрона на одном каскаде:  $\psi_{n+1}^- - \psi_n^- = -2(1 - \alpha_n)\varepsilon$ . Эти эффекты в свою очередь приводят к уменьшению кпд энергообмена и к росту числа диафрагм  $N^*(\varepsilon)$ , необходимых для остановки электрона при заданной величине поля:

$$\eta = 4N\varepsilon(1 - \alpha)(1 - N\varepsilon(1 - \alpha)), \quad N^*(\varepsilon) = \frac{1}{2\varepsilon(1 - \alpha)}.$$

В последних двух выражениях мы ограничились случаем малой амплитуды поля ( $N^* \gg 1$ ) и одинаковых отверстий в диафрагмах:  $\alpha_1 = \dots = \alpha_{N^*} \equiv \alpha$ .

Численное моделирование каскадного отбора энергии в кинематическом приближении в отсутствие отраженных электронов также показывает, что введение дополнительных этапов отбора энергии приводит к снижению напряженности поля в ОР, при которой происходит полный отбор энергии электронов. Однако при этом более жесткими становятся требования к фазовой ширине электронного пучка и разбросу скоростей электронов в потоке.

На рис. 2 показаны графики зависимости кпд отдельного электрона, влетающего в устройство каскадного отбора энергии, от фазы влета и начальной скорости при различном числе дополнительных диафрагм. Длина волны равна 10 мкм, потенциал потока 10 кВ. Видно, что интервалы фаз влета и скорости для электронов, отдающих свою энергию с кпд более 50%, резко сужаются с ростом числа диафрагм. Однако при этом следует заметить, что полный фазовый интервал, в котором электроны отдают свою энергию полю, в целом изменяется мало с ростом числа диафрагм и составляет примерно 180°.

На рис. 3 показана зависимость кпд отбора энергии электрона в 100-слойной диафрагменной структуре от амплитуды напряженности поля для нескольких значений фаз влета. Как следует из графика, эффективность монотонно растет с ростом поля до максимального значения, не переходя в область отрицательных кпд. При больших полях электрон выходит из оптимального режима и кпд энергоотбора падает. Поскольку  $\eta(\varepsilon) > 0$

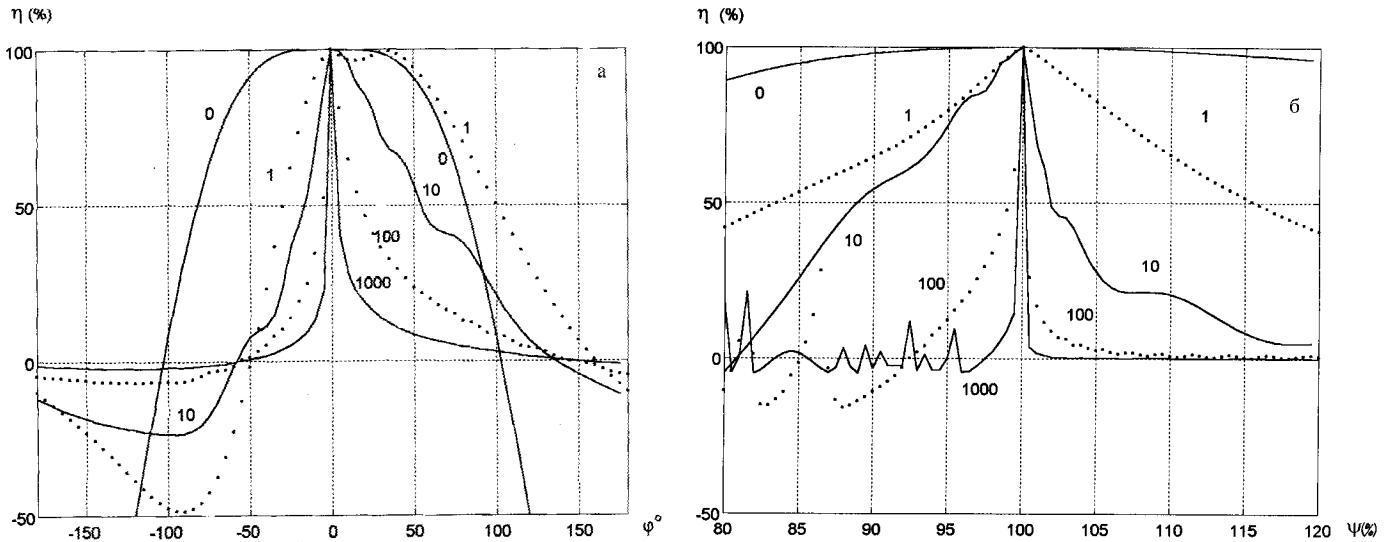


Рис. 2. Зависимость кпд электрона от фазы влета (а) и от начальной скорости (б) при различном числе дополнительных диафрагм (цифры при кривых)

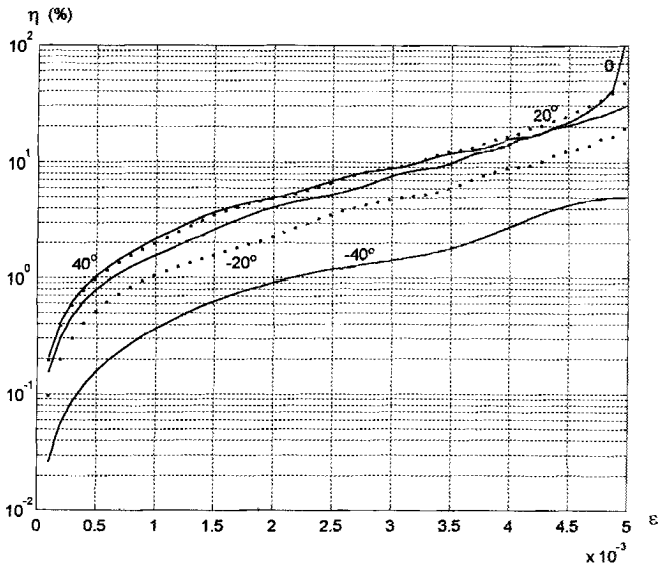


Рис. 3. Зависимость энергоотбора от величины поля в структуре при различных фазах влета электрона

при  $\epsilon \in (0, \epsilon_{opt})$ , то каскадный отбор энергии электронного сгустка может быть использован в электронных генераторах с мягким возбуждением колебаний.

Для оценки влияния кулоновских сил объемного заряда используем дифференциальное уравнение второго порядка для средней скорости  $\bar{\psi}$  электрона [5], полученное на основе метода полного тока Гринберга:

$$\frac{d^2 \bar{\psi}}{d\varphi^2} + (\bar{\omega}_e^2 + \bar{\omega}_f^2) \bar{\psi} = \bar{\omega}_e^2, \quad (1)$$

где

$$\bar{\omega}_e^2 = \frac{e_0 \rho_0}{m_0 \epsilon_0 \omega^2}, \quad \bar{\omega}_f^2 = \frac{1}{4} \frac{d^2 \epsilon^2(\bar{\chi})}{d\bar{\chi}^2},$$

$\rho$  — плотность объемного заряда в потоке,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума,  $\bar{\omega}_e^2$  — нормированная плазменная частота колебаний электронов, а  $\bar{\omega}_f^2$  отражает влияние квазипотенциальной силы Гапонова–Миллера на «медленное» движение частицы.

Далее предполагаем, что пространственное распределение амплитуды поля в  $i$ -м междиафрагменном зазоре достаточно хорошо аппроксимируется линейной функцией и поэтому можно считать  ${}^i \bar{\omega}_f^2 \approx \text{const}$  для любого  $i$ .

Решение уравнения (1) в этой аппроксимации имеет вид

$${}^i \bar{\psi}(\varphi) = \frac{d^i \bar{\chi}(\varphi)}{d\varphi},$$

$${}^i \bar{\chi}(\varphi) = {}^i C + \frac{\bar{\omega}_e^2}{\bar{\omega}_{ef}^2} \varphi - \frac{{}^i A}{\bar{\omega}_{ef}} \cos(\bar{\omega}_{ef} \varphi) + \frac{{}^i B}{\bar{\omega}_{ef}} \sin(\bar{\omega}_{ef} \varphi),$$

где  $\bar{\omega}_{ef} = \sqrt{\bar{\omega}_e^2 + {}^i \bar{\omega}_f^2}$ ,  ${}^i A$ ,  ${}^i B$ ,  ${}^i C$  находятся из начальных условий на левой границе  $i$ -го зазора:

$${}^i \bar{\chi}(\varphi_i) = {}^i \bar{\chi}_i, \quad {}^i \bar{\psi}(\varphi_i) = {}^i \bar{\psi}_i, \quad \frac{d^i \bar{\psi}}{d\varphi} \Big|_{\varphi_i} = {}^i \bar{\psi}'_i.$$

Здесь верхний левый индекс  $i$  переменных означает их текущее значение в  $i$ -м зазоре, а правый нижний указывает на значение этой переменной на  $i$ -й ступеньке поля, т.е. на входе в этот зазор.  ${}^i A$ ,  ${}^i B$ ,  ${}^i C$  в явном виде определяются соотношениями

$${}^i A = {}^i \bar{\psi}'_i \frac{\cos(\varphi_i \bar{\omega}_{ef})}{\bar{\omega}_{ef}} + {}^i \bar{\psi}_i \sin(\varphi_i \bar{\omega}_{ef}) - \frac{\bar{\omega}_e^2}{\bar{\omega}_{ef}} \sin(\varphi_i \bar{\omega}_{ef}),$$

$${}^i B = -{}^i \bar{\psi}'_i \frac{\sin(\varphi_i \bar{\omega}_{ef})}{\bar{\omega}_{ef}} + {}^i \bar{\psi}_i \cos(\varphi_i \bar{\omega}_{ef}) - \frac{\bar{\omega}_e^2}{\bar{\omega}_{ef}} \cos(\varphi_i \bar{\omega}_{ef}),$$

$${}^i C = {}^i \bar{\chi}_i - \frac{\bar{\omega}_e^2}{\bar{\omega}_{ef}^2} \varphi_i + {}^i A \frac{\cos(\varphi_i \bar{\omega}_{ef})}{\bar{\omega}_{ef}} - {}^i B \frac{\sin(\varphi_i \bar{\omega}_{ef})}{\bar{\omega}_{ef}}.$$

В  $i$ -м зазоре связь средних и мгновенных переменных выглядит следующим образом:

$${}^i \psi = {}^i \bar{\psi}(\varphi) - \epsilon ({}^i \bar{\chi}(\varphi)) \cos \varphi,$$

$${}^i \chi = {}^i \bar{\chi}(\varphi) - \epsilon ({}^i \bar{\chi}(\varphi)) \sin \varphi.$$

Используя непрерывность координаты и скорости при пролете электрона через  $i$ -ю ступеньку поля, разделяющую  $i$ -й и  $(i-1)$ -й зазоры,  ${}^i\psi_i = {}^{i-1}\psi_i$ ,  ${}^i\chi_i = {}^{i-1}\chi_i$ , а также предполагая  $i$ -ю ступеньку поля прозрачной для волн объемного заряда электронов, т.е.  ${}^i\bar{\psi}'_i = {}^{i-1}\bar{\psi}'_i$ , получаем выражения, связывающие среднюю скорость и координату на правой и левой границе  $i$ -й ступеньки поля:

$$\begin{aligned} {}^i\bar{\psi}_i &= {}^{i-1}\bar{\psi}_i + {}^i\varepsilon_i \cos \varphi_i - {}^{i-1}\varepsilon_i \cos \varphi_i, \\ {}^i\bar{\chi}_i &= {}^{i-1}\bar{\chi}_i + {}^i\varepsilon_i \sin \varphi_i - {}^{i-1}\varepsilon_i \sin \varphi_i. \end{aligned}$$

Эти соотношения были в дальнейшем использованы для построения компьютерной модели каскадного отбора энергии потока с учетом объемного заряда электронов.

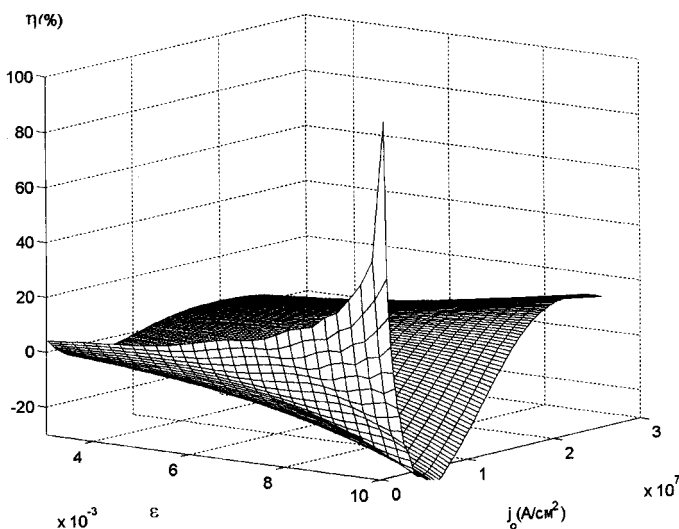


Рис. 4. Влияние сил объемного заряда на эффективность взаимодействия электронов и поля

На рис. 4 показано влияние кулоновских сил на энергообмен в структуре, состоящей из 49 периодов общей толщиной 48,5 мкм; длина волны равна 10 мкм; расстояние от группирователя 3 до первой диафрагмы равно 30 мкм; потенциал потока 10 кВ, чему соответствует электронная длина волны 2 мкм; максимальное поле  $\varepsilon_{\max} = 1 \cdot 10^{-2}$ , нормированная плазменная частота  $\bar{\omega}_e^2|_{\max} = 4,7 \cdot 10^{-4}$ . В расчетах предполагалось постоянство амплитуды поля в междиафрагменных зазорах ( $\bar{\omega}_f^2 = 0$ ) и адиабатически медленное нарастание по линейному закону – перед структурой:  $\varepsilon = 10^{-4}\chi$ , т.е.  $\bar{\omega}_f^2 = 0,5 \cdot 10^{-8} \ll \bar{\omega}_e^2$ .

Из графика (рис. 4) видно, что повышение плотности тока в потоке приводит сначала к падению электронного КПД, а затем к его росту. Причина этого заключается в том, что движение частиц потока формируется при одновременном воздействии внешнего переменного поля и кулоновских сил объемного заряда электронов. Плотность тока, при которой влияние объемного заряда становится существенным, определяется нормированной плазменной частотой для электронов в потоке и зависит от частоты сигнала: для рассматриваемого примера это  $10^6 - 10^7$  А/см<sup>2</sup>. Заметим, что такие плотности тока вполне реализуемы при использовании в электронном приборе матричных катодов с автоэлектронной эмиссией.

Проведенный анализ каскадного отбора энергии электрона полем ОР показывает, что возможно существенно снизить напряженность поля в выходном резонаторе электронного усилителя или генератора. Однако увеличение числа этапов отбора энергии требует выполнения правильных фазовых условий движения электронов во многих точках их траектории, что в свою очередь приводит к дополнительным ограничениям на разброс скоростей в потоке, на степень фазовой компрессии приготовляемого электронного сгустка и может обусловить снижение плотности объемного заряда в пучке и сужение допустимых пределов поперечной неоднородности переменного поля и электронного потока. Все эти вопросы требуют детального исследования в каждом конкретном случае с привлечением более полных моделей взаимодействия.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-16197).

#### Литература

1. Статранс А., Маккьюн Е. В., Рютц Ж. А. // Мощные электровакуумные приборы СВЧ / Под ред. А. Клэмпигта. М., 1974. С.33.
2. Алексеев Ю. К., Костиенко А. И. // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ. 1987. № 6. С. 3.
3. Алексеев Ю. К., Сухоруков А. П. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 4. С. 15 (Moscow University Phys. Bull. 1994. № 4. P. 10).
4. Гапонов А. В., Миллер М. А. // ЖЭТФ. 1958. 34, № 16. С. 242.
5. Алексеев Ю. К. // ЖТФ. 1991. 61, № 10. С. 19.

Поступила в редакцию  
20.12.96