

На правах рукописи

Козлов Игорь Евгеньевич

НЕКОТОРЫЕ НЕПЕРТУРБАТИВНЫЕ АСПЕКТЫ
ТЕОРИИ ЯНГА–МИЛЛСА

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва
2008

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета Московского Государственного Университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
академик РАН, профессор А.А. Славнов

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
В.Г. Борняков,
кандидат физико-математических наук
Д.Г. Левков

Ведущая организация: Объединенный Институт Ядерных Исследований,
г.Дубна

Защита состоится 23 октября 2008 г. в 15 часов 30 минут на заседании Диссертационного Совета Д 501.002.10 при Московском Государственном Университете им. М.В. Ломоносова (119991, г. Москва, Ленинские горы, физический факультет МГУ, ауд. СФА).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ.

Автореферат разослан __ сентября 2008 г.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета Д 501.002.10
доктор физико-математических наук

Ю.В. Грац

1 Общая характеристика работы

1.1 Актуальность темы

Квантовая хромодинамика (КХД) занимается описанием сильных взаимодействий. Её модель, основанная на теории Янга–Миллса, хорошо предсказывает экспериментальные данные и является примером внутренне согласованной полевой теории. Для описания процессов с участием сильного взаимодействия чаще всего используются пертурбативные методы, такие, как диаграммная техника. Их применение базируется на использовании характерного свойства КХД, известного как асимптотическая свобода, и заключающегося в уменьшении значения бегущей константы связи КХД с ростом энергии. Однако, в инфракрасном диапазоне энергий возможности пертурбативных методов, основанных на разложении по константе связи, как по малому параметру, сталкиваются с существенными ограничениями, вызванными ростом бегущей константы связи при уменьшении энергии. Между тем, такие интересные КХД эффекты, как, например, конфайнмент, нарушение киральной симметрии, а также свойства КХД вакуума имеют инфракрасную природу, а потому требуют принципиально иных, нептурбативных методов исследования. Целью диссертационной работы является изучение различных явлений КХД в инфракрасной области с использованием эффективных моделей, метода вакуумных корреляторов и подходов, основанных на компьютерном моделировании.

1.2 Цели и задачи исследования

1. Изучить калибровочно-инвариантные конструкции ежеобразных петель Вильсона. В частности, исследовать поведения данных объектов при различных температурах в фазе конфайнмента, деконфайнмента.
2. Теоретически исследовать топологические свойства вакуума глюодинамики в рамках метода вакуумных корреляторов.
3. Применить метод вакуумных корреляторов для исследования распределений локальных конденсатов в окрестности удерживающей КХД струны.
4. Описать явления нарушения киральной симметрии и конфайнмента цвета в рамках одной эффективной модели КХД, показав таким образом возможный механизм связи между рассматриваемыми нептурбативными эффектами.

1.3 Научная новизна

1. В результате проведенного аналитического и численного исследования было показано, что нелокальные калибровочно-инвариантные конструкции ежеобразных петель Вильсона действительно являются физически интересными степенями свободы в теории Янга—Миллса и связаны с удержанием цвета. Ежеобразные линии должны естественным образом возникать в эффективных моделях, призванных качественно описать свойства конечно-температурной КХД плазмы, и использующих значение линии Полякова как основную переменную.
2. При помощи метода вакуумных корреляторов в предположении гауссовой доминантности получены аналитические выражения для величин коррелятора квадрата плотности топологического заряда и топологической восприимчивости. Теоретическая оценка величины топологической восприимчивости хорошо согласуется с результатом компьютерного эксперимента.
3. Были введены определения “пробников” – величин, измеряющих значение локальных конденсатов вблизи струны, которые позволили исследовать влияние удерживающей струны на распределения величин плотности глюонного конденсата и квадрата плотности топологического заряда. Было показано, что обе указанные величины подавляются в непосредственной близости от оси струны, что качественно согласуется с результатами численных экспериментов.
4. Использование идеи выделения эффективных степеней свободы (абелевых монолей) в рамках эффективной модели дуального сверхпроводника КХД позволило связать явления конфайнмента цвета и нарушения киральной симметрии.

1.4 Положения, выносимые на защиту

1. При помощи компьютерного моделирования показано, что для модели глюодинамики, описываемой в рамках теории Янга—Миллса с калибровочной группой $SU(2)$, в фазе деконфайнмента существенно увеличивается плотность термальных ежеобразных линий с центральным зарядом, близким к значению линии Полякова в вакууме.
2. Получена теоретическая оценка коррелятора квадрата топологической плотности и величины топологической восприимчивости при помощи метода вакуумных корреляторов.

3. Показано, что глюонный конденсат и локальная топологическая восприимчивость подавляются в непосредственной близости от оси хромоматрической струны, которая удерживает (анти)кварки в барионах и мезонах.
4. В рамках модели дуального сверхпроводника для КХД при нулевой температуре показано, что конденсация монополей, обуславливающая дуальный эффект Мейсснера, необходимый для реализации эффекта удержания цвета, приводит к образованию кваркового конденсата, нарушающего киральную симметрию в пределе безмассовых кварков.

1.5 Апробация работы и публикации

По материалам диссертации опубликовано 4 научные работы в ведущих российских и зарубежных научных журналах, включенных в перечень ВАК.

Основные результаты диссертации докладывались на научной сессии-конференции секции ЯФ ОФН РАН “Физика фундаментальных взаимодействий”, Москва, 2007.

1.6 Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения. Список литературы включает в себя 116 наименований. Общий объем диссертации составляет 133 страницы. В диссертации содержится 14 рисунков.

2 Содержание работы

Введение посвящено обоснованию актуальности выбора и описанию предмета исследования диссертационной работы. Последующие главы строятся по следующему принципу: они начинаются с более подробного обсуждения контекста, в котором возникла идея проведения исследования, далее следует постановка задачи, краткое описание применяемых методов, хода работы, а в заключении приводятся полученные в разделе результаты.

Вторая глава начинается с обсуждения важной роли, которую играют так называемые “дефекты” при объяснении смены режимов динамики поведения полевых систем. В качестве иллюстрации данного утверждения коротко рассматриваются свойства эффективной модели Гинзбурга—Ландау, в которой “дефектами” являются вихри Абрикосова, так как в местах их локализации (в сверхпроводнике второго рода) происходит восстановление состояния вещества из сверхпроводящего в нормальное. Модель Гинзбурга—

Ландау интересна также и потому, что на ее основе была предложена эффективная модель дуального сверхпроводника, качественно описывающая поведение кварков в фазе конфайнмента цвета. Эта эффективная модель КХД базируется на выделении полевых дефектов (абелевых монополей) для объяснения перехода конфайнмент–деконфайнмент. Для полноты изложения также был коротко описан метод абелевых монополей ('t Hooft// Nucl. Phys. B – 1981. – 190. – с. 455.) и было показано, какие свойства являются общими для абелевых монополей и монополей 'т Хофта–Полякова из модели Джорджи–Глешоу. Оказалось, что для всех перечисленных выше дефектов характерно особенное “ежеобразное” поведение полей в местах их дислокации, которое обуславливает нетривиальную топологию всех рассматриваемых полевых объектов.

Далее приводится краткая справка о теории Янга–Миллса, как общепризнанной модели глюодинамики, вводятся используемые обозначения. Обсуждается эквивалентность формализмов полевых переменных A_μ и петель Вильсона $W_C(x_0)$. Выдвигается предположение о том, что формализм калибровочно-инвариантных петель Вильсона может оказаться более удобным для описания калибровочно-инвариантного эффекта конфайнмента цвета, а потому ставится вопрос о существовании особенностей в петлях Вильсона аналогичных уже известным полевым дефектам. Ответом на него служит приведенное далее определение ежеобразной петли Вильсона в случае теории Янга–Миллса с калибровочной группой $SU(2)$, для чего в соответствие произвольной петле Вильсона $W_C(x_0)$ ставится объект $\hat{\Gamma}_C(x_0)$:

$$\hat{\Gamma}_C(x_0) \equiv \Gamma_C^a(x_0) \frac{\sigma^a}{2} = W_C(x_0) - \frac{1}{2} \text{Tr} W_C(x_0), \quad (1)$$

где σ^a – матрицы Паули.

Петля Вильсона $W_C(x_0)$ называется ежеобразной, если:

1. $\hat{\Gamma}_C(x_0) = 0$, $\iff W_C(x_0) = z \cdot \mathbb{1} \in \mathbb{Z}_2$, где заряд $z = \pm 1$, (2)
2. в некоторой окрестности x точки x_0 справедливо:

$$\hat{\Gamma}_C(x) = \frac{\sigma^a}{2} Y^{ai}(x_0) \cdot (x - x_0)^i + O((x - x_0)^2), \text{ где } \det Y \neq 0. \quad (3)$$

Затем приводятся примеры петель Вильсона, удовлетворяющих и не удовлетворяющих условиям определения: петля Вильсона с контуром, проходящим через точку локализации монополя Богомольного–Прасада–Зоммерфельда, является ежеобразной, а в вакуумной конфигурации ежеобразных петель нет.

Заметим, что замена в условиях определения ежеобразной петли Вильсона (2) и (3) Γ_C^i на Φ^i (компоненты триплета хиггсовских полей модели Джорджи–Глешоу) позволяет в точности описать свойства полевой конфигурации вблизи монополя 'т Хофта–Полякова. Наряду с этим приводится

детальная сравнительная характеристика ежеобразных петель Вильсона, вихрей Абрикосова и монополей 'т Хофта–Полякова на основе их топологических свойств, свойств цветовых полей дефектов, корреляционных функций, пространственного расположения, а затем констатируется установленное между ними сходство. На этой основе выдвигается предположение о возможной важной роли ежеобразных петель Вильсона при рассмотрении фазового перехода в глюодинамике.

Дальнейшее рассмотрение ведется в евклидовой метрике для того, чтобы можно было использовать в исследовании возможности компьютерного моделирования на решетке. Параметром перехода конфайнмент-деконфайнмент является частный случай петли Вильсона – линия Полякова:

$$\hat{L}(\vec{x}) = P \exp \left(ie \int_0^{\frac{1}{T}} A_4(\vec{x}, x_4) dx_4 \right), \quad L \equiv \frac{1}{2} \text{Tr} \hat{L}, \quad (4)$$

- в фазе конфайнмента $\langle L \rangle = 0$,
- в фазе деконфайнмента: $\langle L \rangle \neq 0$.

Функционал \hat{L} является основной переменной эффективной теории поля (*R. D. Pisarski*// *Phys. Rev. D* – 2000, – 62. – с. 111501), позволяющей качественно описать фазовый переход конфайнмент-деконфайнмент и согласовать следствия данной модели с известным поведением петли (линии) Полякова в случае КХД. Так предполагается, что в области низких температур ($T < T_c$) имеется глобальная \mathbb{Z}_2 симметрия:

$$L(x) \rightarrow zL(x), \quad z = \pm 1 \in \mathbb{Z}_2, \quad (5)$$

а наиболее вероятное значение $L(x) = 0$. При повышении температуры выше критической ($T > T_c$) вакуум системы расщепляется на два $L = \pm L_{\min}$, один из которых и будет предпочтен. С дальнейшим ростом температуры вакуумное состояние приближается к одному из центральных значений:

$$L_{\min} \rightarrow L_{\pm} = \pm 1, \quad (6)$$

поэтому при повышении температуры следует ожидать увеличения плотности статических ежеобразных линий, характеризуемых центральным зарядом z , близким к предпочтенному системой одному из двух вакуумных состояний $\langle L \rangle$. При этом, плотность статических ежеобразных линий с наибольшими значением $|\langle L \rangle - z|$, то есть далеких от состояния ставшего вакуумом системы в фазе деконфайнмента (при $T > T_c$), должна стать меньше по сравнению с их плотностью в фазе конфайнмента (при $T < T_c$). Кроме того, при высокой температуре наиболее вероятно наблюдать именно

статическую ежеобразную линию. Действительно, рассмотрение динамики полевой системы при конечной температуре происходит в евклидовом пространстве-времени, в котором время компактифицировано в окружность с длиной, равной обратной температуре. С увеличением температуры уменьшается длина компактифицированного направления, и бозонные калибровочные поля с ненулевыми матсубаровскими частотами несут все большее действие, а потому подавляются. Следовательно, с ростом температуры увеличивается вероятность наблюдения именно статических ежеобразных петель Вильсона, соответствующих нулевой матсубаровской частоте, с контурами, направленными строго вдоль компактифицированного направления времени, то есть линий Полякова.

Далее приводится вывод формулы плотности ежеобразных линий Полякова в непрерывном пределе:

$$\rho[L(\vec{x})] = \frac{1}{16} \frac{1}{\sqrt{2(1 - L^2(\vec{x}))}} \sqrt{\det \left\| \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^j} L^2(\vec{x}) \right\|_{i,j}} \delta(1 - L^2(\vec{x})). \quad (7)$$

после чего это определение переносится на язык дискретного решеточного формализма. Решеточный вариант плотности (7) может быть выражен в следующей форме:

$$\rho[L] = \rho_+[L] + \rho_-[L], \quad (8)$$

где выделены вклады петель с положительными и отрицательными вкладами в общую плотность.

Для численного изучения статических ежеобразных линий была смоделирована $SU(2)$ калибровочная теория с стандартным действием Вильсона на асимметричной решетке $L_s^3 \times L_t = 20^3 \times 4$ с периодическими граничными условиями для полей по всем направлениям. Было использовано 100 независимых конфигураций для каждого значения константы связи из интервала от $\beta = 2.2$ до $\beta = 2.5$. Калибровочная $SU(2)$ теория для такой решеточной геометрии имеет фазовый переход второго рода при $\beta \approx 2.30$.

Измеряемое в компьютерном эксперименте значение линии Полякова, проходящей через точку \vec{x} , обозначается $P_{\vec{x}}[U]$. Формула плотности вероятности распределения значений линии Полякова дается формулой:

$$D(L) = \langle \delta(P_{\vec{x}}[U] - L) \rangle. \quad (9)$$

Приведенные на рис. 1 данные подтверждают предположения эффективной теории: в фазе конфайнмента наблюдается \mathbb{Z}_2 симметрия относительно преобразований $L \leftrightarrow -L$, а в фазе деконфайнмента она нарушается, вакуум расщепляется на два возможных, в один из которых и переходит система (в представленном на рис. 1(б) случае вакуум отрицательный,

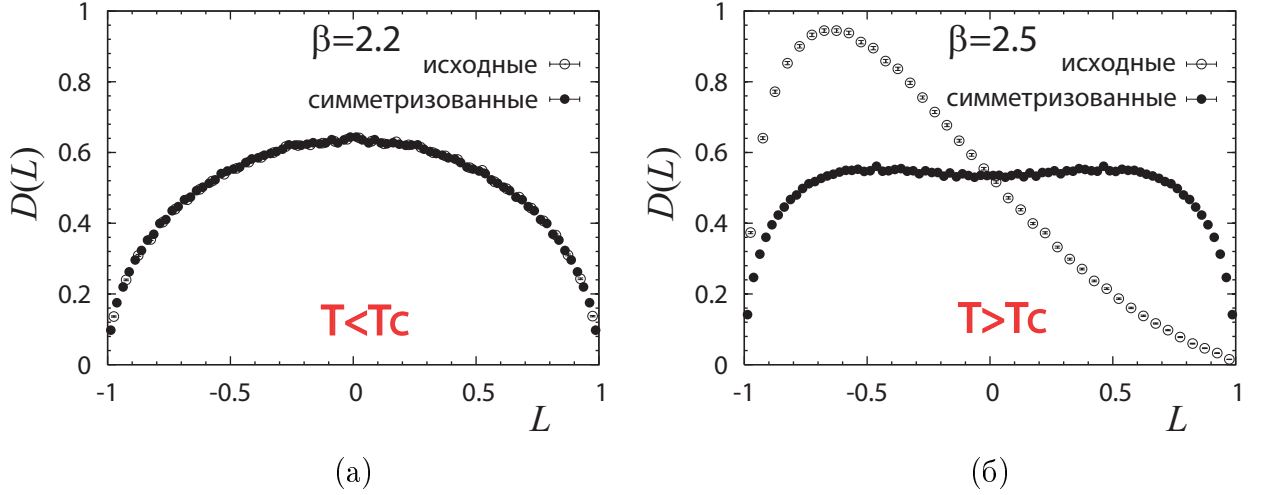


Рис. 1: Примеры распределений линий Полякова (9) в фазе конфайнмента (а) и деконфайнмента (б) показаны полыми кружочками. Закрашенные кружочки соответствуют симметризованным распределениям.

то есть наиболее вероятное значение линии Полякова отрицательное). Так как в компьютерном эксперименте используются решетки конечного объема, то система может совершать переходы из отрицательного вакуума в положительный и обратно. Поэтому, за счет большого числа таких переходов, распределения (9) станут симметричными относительно замены $L \leftrightarrow -L$. Симметризованные распределения также представлены на рис. 1. На рис. 1(б) можно заметить два максимума, они соответствуют значениям $L = \pm L_{min}$. В соответствии с данными, приведенными на рис. 2, наблюдается резкое увеличение плотности ежеобразных линий с зарядом $z = -1$ ($\rho_-[L]$), соответствующих значению ближайшему к нарушенному вакуумному состоянию. Ежеобразные линии со значением центрального заряда равным $z = +1$ ($\rho_+[L]$) удалены от значения нарушенного вакуумного состояния, и поэтому подавлены в пределе бесконечно высоких температур. Симметризованная плотность ($\rho_0[L] = \frac{1}{2}(\rho_-[L] + \rho_+[L])$) также демонстрирует менее выраженный, но все же заметный рост при увеличении температуры и переходе в фазу деконфайнмента. В фазе конфайнмента все вышеперечисленные плотности принимают одно и то же значение $\rho_{conf} \approx const$ и не зависят от температуры (β) в пределах ошибок. Таким образом, термальная плотность ежеобразных петель:

$$\delta\rho_z(T) = \rho_z(T) - \rho_z(T = 0), \quad z = \pm 1, \quad (10)$$

наряду с симметризованной величиной изменения плотности $\delta\rho_0$, является параметром порядка при конечно температурном фазовом переходе конфайнмент - деконфайнмент. Для сравнения на рис. 2 (а) представлено поведение общепризнанного параметра порядка – линии Полякова.

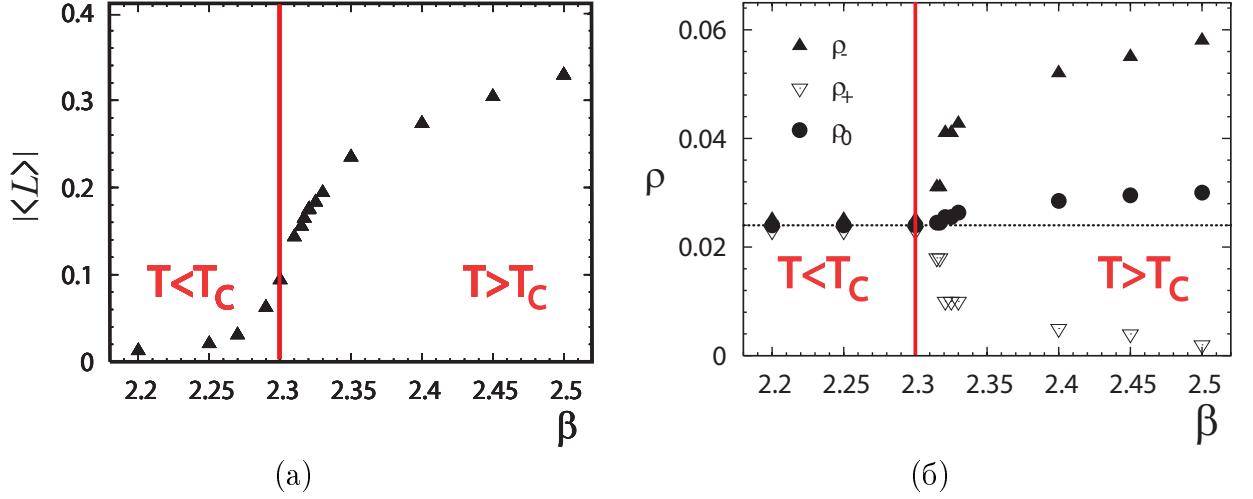


Рис. 2: Представлены среднее значение линии Полякова (а), плотность ρ_z статических ежеобразных дефектов, соответствующих положительным и отрицательным центральным зарядам ($z = +1$ и $z = -1$), их усредненная величина ρ_0 (б) как функции температуры (β).

Третья глава посвящена изучению топологических свойств вакуума глюодинамики, представляющего собой нетривиальную физическую среду в смысле структуры и наблюдаемых свойств. Наиболее известной топологической характеристикой полевой конфигурации является величина топологического заряда Q . Однако, в теории Янга–Миллса среднее значение топологического заряда тривиально, поэтому в качестве основной глобальной топологической характеристики рассматривается величина топологической восприимчивости χ . Актуальность исследования топологических свойств КХД вакуума, в частности величины χ , для адронной феноменологии подтверждается исследованиями Э. Виттена (Nucl. Phys. B – 1979. – 156. – с. 269) и Г. Венециано (Nucl. Phys. B – 1979. – 159. – с. 213). Кроме того, определение точного значения величины топологической восприимчивости χ представляет собой предмет интенсивных численных исследований, основанных на моделировании калибровочных теорий на решетке (например, A. Hart and M. Teper // Phys. Lett. B – 2001. – 523. – с. 280). Величины χ и Q связаны следующим образом:

$$\chi = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \langle (Q - \langle Q \rangle)^2 \rangle = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{\langle Q^2 \rangle}{V} = \int \langle q(0)q(x) \rangle d^4x, \quad (11)$$

где $q(x)$ – объемная плотность топологического заряда,

$$q(x) = \frac{e^2}{32\pi^2} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \text{Tr}(F_{\alpha\beta}(x)F_{\mu\nu}(x)). \quad (12)$$

Исследование проводилось в евклидовом пространстве-времени, что позволило сравнить полученные теоретические расчеты величины χ с ее зна-

чениями, вычисленными в ходе последних решеточных симуляций теории “чистого” Янга–Миллса с калибровочной группой $SU(3)$ (*S. Durr, Z. Fodor, C. Hoelbling and T. Kurth*// JHEP – 2007. – 0704. – с. 055).

Все результаты главы были получены в рамках метода вакуумных корреляторов (например, *A. Di Giacomo, H. G. Dosch, V. I. Shevchenko and Yu. A. Simonov*// Phys. Rept. – 2002. – 372. – с. 319.), центральным объектом которого является элемент алгебры $su(N)$

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}(x, x_0) = \Phi(x_0, x) F_{\mu\nu}(x) \Phi(x, x_0). \quad (13)$$

В соответствии с формулой (13) величина $\mathcal{F}_{\mu\nu}(x, x_0)$ тождественно равна величине тензора поля $F_{\mu\nu}(x)$, вычисленной в точке x , и соединенной с точкой x_0 при помощи линии Швингера. Линия Швингера определяется при помощи нелокальных величин фазовых факторов $\Phi(x_0, x)$ и $\Phi(x, x_0) \equiv \Phi^\dagger(x_0, x)$, представляющих собой фрагменты петли Вильсона,

$$\Phi(x, x_0) = P \exp \left(ie \int_x^{x_0} A_\mu(z) dz_\mu \right). \quad (14)$$

Из произведений $\mathcal{F}_{\mu\nu}(x, x_0)$ можно составить различные калибровочно-инвариантные объекты. Вакуумные ожидания таких объектов называются корреляторами. Простейшим является двухточечный коррелятор

$$D_{\mu\nu\alpha\beta}(x_1, x_2; x_0) \equiv D_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2)}(x_1, x_2; x_0) = \frac{e^2}{N} \text{Tr} \langle \mathcal{F}_{\mu\nu}(x_1, x_0) \mathcal{F}_{\alpha\beta}(x_2, x_0) \rangle. \quad (15)$$

Множество корреляторов $D^{(n)}$ содержит всю информацию о динамике полевой системы. Важную практическую роль играет подтвержденное косвенным образом предположение гауссовой доминантности утверждающее, что вклады во все физические наблюдаемые, идущие от корреляторов высших порядков $n > 2$, могут рассматриваться как поправки к лидирующему вкладу от двухточечного коррелятора. В соответствии с решеточными вычислениями двухточечный коррелятор может быть представлен в виде:

$$D_{\mu\nu\alpha\beta}(z) = \left(\delta_{\mu\alpha} \delta_{\nu\beta} - \delta_{\mu\beta} \delta_{\nu\alpha} \right) D(z^2) + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial z_\mu} (z_\alpha \delta_{\nu\beta} - z_\beta \delta_{\nu\alpha}) - \frac{\partial}{\partial z_\nu} (z_\alpha \delta_{\mu\beta} - z_\beta \delta_{\mu\alpha}) \right] D_1(z^2), \quad (16)$$

$$D(z^2) = A_0 \exp \left(-\frac{|z|}{T_g} \right) + \frac{b_0}{|z|^4} \exp \left(-\frac{|z|}{\lambda} \right), \\ D_1(z^2) = A_1 \exp \left(-\frac{|z|}{T_g} \right) + \frac{b_1}{|z|^4} \exp \left(-\frac{|z|}{\lambda} \right), \quad (17)$$

где корреляционные длины T_g и λ также, как и префакторы A_i и b_i , $i = 0, 1$, могут быть определены исходя из решеточных данных. В выражениях (17) слагаемые с множителями b_0 и b_1 обусловлены непертурбативной составляющей, а слагаемые с множителями A_0 и A_1 – пертурбативной. Изучение корреляторов в компьютерных экспериментах с использованием процедуры охлаждения, позволяющей избавиться от ультрафиолетовых расходимостей, показало, что с формулами (16), (17) корректнее работать на больших расстояниях ($z \geq 1.5$ фм), в инфракрасном пределе. По этой причине полученная методом вакуумных корреляторов формула

$$\langle q(0)q(z) \rangle = \frac{3}{16\pi^4} \frac{N^2}{N^2 - 1} \left[D(z) + D_1(z) \right] \cdot \left(\left[D(z) + D_1(z) \right] + z^2 D_1'(z^2) \right) \quad (18)$$

описывает скорее непертурбативную часть коррелятора квадрата плотности топологического заряда. Но, так как топологическая восприимчивость является сугубо непертурбативной величиной, можно рассчитывать на получение корректной оценки ее значения на основе формулы (18). Подставляя (18) в (11) и учитывая только непертурбативную часть корреляторов (17), имеем:

$$\chi = \frac{9}{64\pi^2} \frac{N^2}{N^2 - 1} D(0) \left[D(0) + D_1(0) \right] T_g^4. \quad (19)$$

Для численных расчетов использовались данные из работы Е. Мегиоларо (Phys. Lett. B – 1999. – 451. – с. 414), в которых часть, отвечающая большим расстояниям ($z \geq 1.5$ фм), не изменяющаяся при осуществлении процедуры охлаждения, была профитирована только непертурбативными членами (17). То есть константы b_0 и b_1 , отвечающие пертурбативной части коррелятора, были сразу положены равными нулю:

$$b_0 = 0, \quad b_1 = 0. \quad (20)$$

Наконец, прямое вычисление восприимчивости (19) при помощи непертурбативной части полевых корреляторов дает следующий результат:

$$\chi_{\text{theor}}^{1/4} = 196(7) \text{ МэВ}. \quad (21)$$

Примечательно, что полученный в данной главе результат (21) с учетом небольших ошибок, совпадает с численным значением

$$\chi_{\text{lattice}}^{1/4} = 193(9) \text{ МэВ}, \quad (22)$$

полученным в ходе решеточных симуляций.

Четвертая глава посвящена дальнейшему применению метода вакуумных корреляторов для исследования непертурбативных свойств КХД. Предметом рассмотрения стало распределение локальных конденсатов в окрестности удерживающей КХД струны. Согласно общепринятой гипотезе удержание кварков и антикварков внутри бесцветных адронов происходит из-за образования хромoeлектрической струны КХД. Хромoeлектрические потоки между кварками и антикварками, внешне напоминающие струны, действительно были обнаружены в ходе численных исследований теории Янга–Миллса на решетке (например, *G. S. Bali* // Phys. Rept. – 2001. – 343. – с. 1). В этих исследованиях было обнаружено, что хромoeлектрическая струна сжимается в тонкую трубку, причем плотность энергии хромoeлектрического поля на её оси возрастает по отношению к вакуумному среднему. Плотность глюонного действия (или, что то же самое, глюонного конденсата), напротив, подавляется в непосредственной близости от оси струны. В общем случае логично предположить, что присутствие хромoeлектрических струн должно оказывать влияние и на распределение плотности топологического заряда. Результаты численных вычислений, проводившиеся сначала с использованием процедуры охлаждения, а потом и в неохлажденном вакууме показали, что величина топологической восприимчивости на оси струны действительно подавляется. Также было обнаружено, что увеличение длины струны приводит к расширению области подавления величины топологической восприимчивости в направлении, ортогональном к оси струны. Таким образом, структура струны и, в частности, её форма (ширина) может быть изучена на основе анализа информации о поведении различных локальных величин вблизи её оси. Роль таких переменных в данной главе играли величины плотности топологического заряда и глюонного конденсата, для измерения которых в непосредственной близости от струны были введены соответствующие “пробники”.

Формирование удерживающей хромoeлектрической струны может быть хорошо описано в рамках метода полевых корреляторов (*D. S. Kuzmenko and Yu. A. Simonov* // Phys. Lett. B – 2000. – 494. – с. 81). Для этого вводится калибровочно-инвариантный “пробник”

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^{\mathcal{C}}(x) \equiv \langle F_{\mu\nu}(x) \rangle_{\mathcal{C}} \equiv \frac{\langle \text{Tr } \mathcal{F}_{\mu\nu}(x, x_0) W(\mathcal{C}) \rangle}{\langle \text{Tr } W(\mathcal{C}) \rangle} - 1, \quad (23)$$

определяющий в точке x $\mu\nu$ -компоненты глюонного потока, наведенного кварком q и антикварком \bar{q} , перемещающихся вдоль замкнутого контура \mathcal{C} , точка $x_0 \in \mathcal{C}$. В целях удобства далее рассматривается случай нераспадающегося статического мезона $T \rightarrow \infty$. В гауссовом приближении:

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^{\mathcal{C}}(x) = - \int_S d\sigma_{\alpha\beta}(y) D_{\mu\nu\alpha\beta}(x - y). \quad (24)$$

Здесь и далее опущены поправки, выходящие за рамки лидирующего порядка. На основе аналитической формулы (24), с учетом анзаца (16) и параметризации (17) можно показать, что хромoeлектрический поток между кварками действительно сжимается в трубку (струну) конечной ширины. Значение вакуумного ожидания хромoeлектрического поля вне границ статичной струны равно нулю.

Обобщая указанный подход, вводится “пробник”

$$\mathcal{G}_2^{\mathcal{C}}(x) = \frac{e^2 N}{2\pi^2} \frac{\langle \text{Tr } \mathcal{F}_{\mu\nu}(x, x_0) \mathcal{F}_{\mu\nu}(x, x_0) W(\mathcal{C}) \rangle}{\langle \text{Tr } W(\mathcal{C}) \rangle} \quad (25)$$

плотности глюонного конденсата,

$$G_2(x) = \frac{e^2}{4\pi^2} F_{\mu\nu}^a(x) F_{\mu\nu}^a(x), \quad (26)$$

а также “пробник”

$$\chi^{\mathcal{C}}(x, y) = \frac{e^4}{64\pi^4} \frac{\langle \text{Tr } \mathcal{F}_{\mu\nu}(x, x_0) \tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}(x, x_0) \mathcal{F}_{\alpha\beta}(y, x_0) \tilde{\mathcal{F}}_{\alpha\beta}(y, x_0) W(\mathcal{C}) \rangle}{\langle \text{Tr } W(\mathcal{C}) \rangle} \quad (27)$$

локальной топологической восприимчивости (квадрата плотности топологического заряда (12)),

$$\chi_q(x) \equiv q^2(x), \quad (28)$$

в присутствии в вакууме внешнего источника – мезона. В (27) применяется стандартное обозначение $\tilde{\mathcal{F}}_{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta\zeta\xi} \mathcal{F}_{\zeta\xi}$.

В случае рассмотрения группы $SU(2)$ пробники (25), (27) обладают наглядным физическим смыслом:

$$\mathcal{G}_2^{\mathcal{C}}(x) = \frac{\langle G_2(x) \text{Tr } W(\mathcal{C}) \rangle}{\langle \text{Tr } W(\mathcal{C}) \rangle}, \quad (29)$$

$$\chi^{\mathcal{C}}(x_1, x_2) = \frac{\langle q(x_1) q(x_2) \text{Tr } W(\mathcal{C}) \rangle}{\langle \text{Tr } W(\mathcal{C}) \rangle}. \quad (30)$$

Проводя вычисления в рамках подхода полевых корреляторов, имеем:

$$\delta\mathcal{G}_2^{\mathcal{C}}(x) \equiv \mathcal{G}_2^{\mathcal{C}}(x) - G_2 = -\frac{1}{3\pi^2} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{\mathcal{C}}(x) \mathcal{F}_{\mu\nu}^{\mathcal{C}}(x), \quad (31)$$

$$\delta\chi^{\mathcal{C}}(x) \equiv \chi^{\mathcal{C}}(x, x) - \chi_q = -\frac{1}{72\pi^4} (D + D_1)(0) \mathcal{F}_{\mu\nu}^{\mathcal{C}}(x) \mathcal{F}_{\mu\nu}^{\mathcal{C}}(x). \quad (32)$$

Выражение (31) ((32)) показывает, что глюонный конденсат (локальная топологическая восприимчивость) имеет большее значение в непосредственной близости от струны по сравнению с вакуумным значением

$G_2 \equiv \langle G_2(x) \rangle$ ($\chi_q \equiv \langle q(x)q(x) \rangle$), то есть вдали от струны. Так как указанная разность (31) ((32)) является неположительной в любой точке пространства, то это означает, что струна подавляет значение этой наблюдаемой. Сделанное утверждение наглядно иллюстрирует типичное распределение следующей величины:

$$R_G(x) = \frac{\delta \mathcal{G}_2^c(x)}{G_2} \quad \left(R_\chi(x) = \frac{\delta \chi^c(x)}{\chi} \right). \quad (33)$$

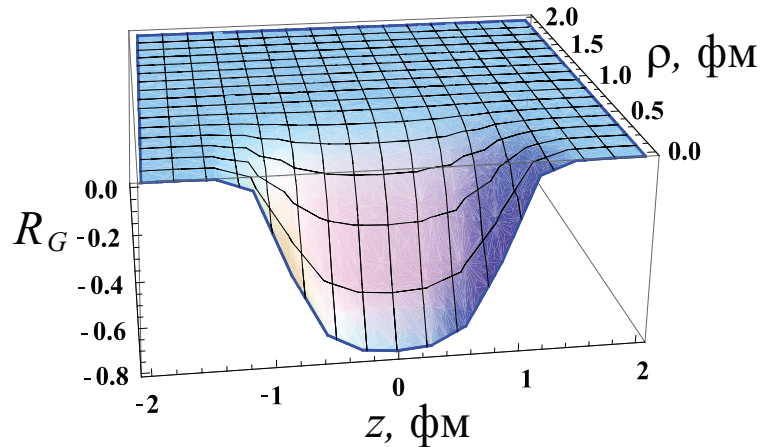


Рис. 3: Влияние струны на величину глюонного конденсата (плотности топологического заряда) (33), вычисленное при помощи метода полевых корреляторов. Струна направлена вдоль координатной оси z , а ее центр совпадает с началом координат. Расстояние по продольной z и поперечной ρ осям отложено в фм. Вертикальная ось соответствует глюонному конденсату (31) в единицах значения вакуумного ожидания G_2 . Подавление восприимчивости топологического заряда определяется формулой $R_\chi = 2 R_G$. Расстояние между кварком и антикварком составляет 2фм.

Струна оказывает влияние на поведение флуктуаций топологического заряда (32), по сути, такое же, как и на глюонный конденсат (31), рис. 3. В частности, ширина поперечного сечения струны, вычисленная при помощи рассматриваемых величин, одинакова и равна

$$\lambda_{\text{string}} = \frac{T_g}{2}. \quad (34)$$

Представленное на рис. 3 распределение качественно напоминает результаты, полученные в ходе численных вычислений плотности глюонного конденсата (A. M. Green, C. Michael and P. S. Spencer// Phys. Rev. D – 1997. – 55. – с. 1216) и топологического заряда (M. N. Chernodub and F. V. Gubarev// Phys. Rev. D – 2007. – 76. – с. 016003) в окрестности струны. Количественное сравнение в данном случае неуместно, так как результаты численных вычислений учитывают поперечные квантовые

флуктуации струны, не принимаемые во внимание в данной главе.

Пятая глава начинается с обсуждения указаний на тесную связь нарушения киральной симметрии и конфайнмента цвета. Так как описание указанных эффектов из первых принципов теории КХД представляет пока еще не решенную задачу, предлагается, для начала, попытаться объединить упомянутые явления в рамках эффективной модели. В качестве подходящей рассматривается модель дуального сверхпроводника, хорошо описывающая конфайнмент кварков. Одним из важнейших свойств дуального сверхпроводника является факторизация глюонных степеней свободы на пертурбативные (“фотонные”) и непертурбативные (“монопольные”), и доминантность монопольного вклада в различных непертурбативных наблюдаемых и, в частности, в формировании КХД струны. Также существуют численные указания на доминантность вклада монополей в киральный конденсат в различных теориях (например, *R. J. Wensley*// *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* – 1997. – 53. – с. 538). Краткое введение заканчивается с анонсирования результата главы: в рамках модели дуального сверхпроводника будет показано, что наличие монопольного конденсата, обуславливающего конфайнмент цвета, ведет к образованию кирального конденсата.

Построение эффективной теории КХД со сконденсированными абелевыми монополями стартует с реальной модели КХД. Ключевыми моментами феноменологического обоснования используемой далее инфракрасной модели дуального сверхпроводника для КХД (35) являются применение метода абелевых проекций и подхода, предложенного Званзигером (*Phys. Rev. D* – 1971. – 3. – с. 880). Использование метода абелевых проекций позволяет выделить в остаточных калибровочных полях, наряду с фотонными, монопольные компоненты, а также помогает объяснить конденсацию последних, гарантировав тем самым невылетание цвета. Метод Званзигера позволяет, путем введения дополнительного регулярного дуального калибровочного поля, избавиться от сингулярностей, вызванных присутствием абелевых монополей, что удобно для вычислений.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{DGL} = & -\frac{1}{2} [n \cdot (\partial \wedge \vec{A})]^\nu [n \cdot *(\partial \wedge \vec{B})]_\nu + \frac{1}{2} [n \cdot (\partial \wedge \vec{B})]^\nu [n \cdot *(\partial \wedge \vec{A})]_\nu - \\ & -\frac{1}{2} [n \cdot (\partial \wedge \vec{A})]^2 - \frac{1}{2} [n \cdot (\partial \wedge \vec{B})]^2 + \bar{\psi} (i \not{\partial} - e(\vec{A} \cdot \vec{H}) - m) \psi + \\ & + \sum_{\alpha=1}^3 \left[\left| (i\partial_\mu - g(\vec{\epsilon}_\alpha \cdot \vec{B}_\mu)) \chi_\alpha \right|^2 - \lambda (|\chi_\alpha|^2 - v^2)^2 \right], \end{aligned} \quad (35)$$

где три монопольных поля, χ_α с $\alpha = 1, 2, 3$, взаимодействуют с двумя дуальными полями, $\vec{B} = (B_\mu^3, B_\mu^8)$, посредством длинной производной, в которой $\vec{\epsilon}_1 = (1, 0)$, $\vec{\epsilon}_2 = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\vec{\epsilon}_3 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ – корневые вектора

группы $SU(3)$. Дуальное калибровочное поле \vec{B} взаимодействует с оставшимся после применения метода абелевых проекций калибровочным полем $\vec{A} = (A_\mu^3, A_\mu^8)$, что описывается посредством обобщенного лагранжиана Званзигера. Поля \vec{A} взаимодействует с полем фермионов ψ . Физические наблюдаемые (то есть квантовые средние от калибровочно-инвариантных операторов) не зависят от направления произвольного 4-вектора n_μ , если заряд монополя подчиняется правилу квантования Дирака,

$$eg = 2\pi. \quad (36)$$

Здесь e, g – электрический и магнитные заряды, λ, v – параметры модели, также используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} [a \cdot (b \wedge c)]^\nu &\equiv a_\mu (b^\mu c^\nu - b^\nu c^\mu), & [a \cdot *(b \wedge c)]^\nu &\equiv a_\mu \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} b_\alpha c_\beta, \\ (a \cdot b) &\equiv a_\mu b^\mu, & (\vec{a} \cdot \vec{b}) &\equiv a^i b^i, & n^2 &\equiv n_\mu n^\mu, & \vec{a}^2 &\equiv a^i a^i. \end{aligned}$$

Теперь задача главы может быть сформулирована математически строго: монополярный конденсат, $|\langle \chi_\alpha \rangle| = v$, приводит к появлению фермионного конденсата, $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$. Для простоты изложения используется приближение среднего поля, то есть отбрасываются флуктуации $\delta\chi_\alpha$ монополярного поля, $\chi_\alpha = v + \delta\chi_\alpha$, полагается $\chi_\alpha = v$. В производящем функционале производится интегрирование сначала по дуальному \vec{B} , затем по \vec{A} калибровочному полю для чего предварительно добавляется ξ -член, фиксирующий лоренцеву калибровку. После чего обсуждаются симметричные свойства полученного лагранжиана: фермионное поле ψ является триплетом по цвету ($\psi \equiv (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$), а лагранжиан симметричен относительно перестановок компонент триплета ($\psi_i \rightarrow \psi_j$). Аналогичной перестановочной симметрией обладает и нарушающий киральную симметрию фермионный конденсат

$$\langle \bar{\psi}_i \psi_j \rangle = \langle \bar{\psi} \psi \rangle \cdot \frac{\delta_{ij}}{3}. \quad (37)$$

Исходя из соображений упрощения формул, далее рассматривается только одна компонента фермионного поля. Соответствие между упрощенной однокомпонентной и исходной триплетной моделями достигается переопределением электрического заряда:

$$e_{1\text{-comp}}^2 = e^2 \vec{H}^2 \equiv \frac{e^2}{3}. \quad (38)$$

Далее $e_{1\text{-comp}}^2$ обозначается как e^2 , а подразумевается переопределение (38).

Полученное интегрированием калибровочных полей упрощенное однокомпонентное действие в пределе нулевой фермионной массы имеет вид:

$$\begin{aligned} S[\bar{\psi}, \psi] &= \int d^4x d^4y \left[\bar{\psi}(\gamma \cdot \partial) \delta^{(4)}(x - y) \psi \right. \\ &\quad \left. + \frac{e^2}{2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)(x) D_{\mu\nu}(x - y; \xi) (\bar{\psi} \gamma_\nu \psi)(y) \right], \end{aligned} \quad (39)$$

где

$$D_{\mu\nu}(x; \xi) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left(\frac{1}{k^2} \left(\delta_{\mu\nu} + (\xi - 1) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) + \frac{1}{k^2} \frac{M_B^2}{k^2 + M_B^2} \frac{n^2}{(n \cdot k)^2} X_{\mu\nu} \right) \exp\{i(k \cdot x)\}, \quad (40)$$

$$X_{\mu\nu} = \frac{1}{n^2} \left[(n^2 k^2 - (n \cdot k)^2) \delta_{\mu\nu} - k^2 n_\mu n_\nu + (n \cdot k)(n_\mu k_\nu + n_\nu k_\mu) - n^2 k_\mu k_\nu \right]. \quad (41)$$

Рассмотрение модели происходит в евклидовом пространстве.

Исследование фермионного конденсата в модели (39) удобно проводить при помощи производящего функционального интеграла:

$$\mathcal{Z}[\bar{\eta}, \eta] = \frac{\int \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \exp(-S[\bar{\psi}, \psi] + \int d^4x (\bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta))}{\int \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \exp(-S[\bar{\psi}, \psi])}, \quad (42)$$

где η и $\bar{\eta}$ – внешние фермионные поля. Фермионный конденсат определяется функциональной производной:

$$\langle \bar{\psi}(x)\psi(x) \rangle = \left(\frac{\delta}{\delta\eta(x)} \frac{\delta}{\delta\bar{\eta}(x)} \log \mathcal{Z}[\bar{\eta}, \eta] \right) \Big|_{\bar{\eta}=\eta=0}. \quad (43)$$

Для интегрирования по фермионным полям в уравнении (42) используется метод, предложенный К. Робертсом и Р. Кахиллом (Phys. Rev. D – 1986. – 33. – с. 1755), основанный на методе перевала и введении вспомогательных билокальных эрмитовых переменных (β).

$$\langle \bar{\psi}(x)\psi(y) \rangle = \frac{\int \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi G(x, y; [\beta]) \exp\{-S[\bar{\psi}, \psi]\}}{\int \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \exp\{-S[\bar{\psi}, \psi]\}}, \quad (44)$$

где нелокальное выражение $G(x, y; [\beta])$ соответствует функции Грина:

$$(G^{-1})(x, y; [\beta]) = (\gamma \cdot \partial) \delta^{(4)}(x - y) + \Sigma(x, y; [\beta]). \quad (45)$$

Положение стационарной точки по переменным β дается вариационными уравнениями Эйлера–Лагранжа, которые в импульсном пространстве принимают следующий вид:

$$\Sigma(p, [\beta]) = e^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(p - q) \gamma_\mu \frac{1}{i(\gamma \cdot q) + \Sigma(q, [\beta])} \gamma_\nu. \quad (46)$$

Решение $\Sigma(p, [\beta])$ уравнения (46) ищем в виде:

$$\Sigma(p, [\beta]) = i[A(p) - 1](\gamma \cdot p) + iC(p)(\gamma \cdot n) + \exp(i\gamma_5 \theta) B(p). \quad (47)$$

Параметризация решения (47) имеет следующий простой смысл: первые два члена в правой части соответствуют кирально ненарушенному вакууму, в то время как последний член ассоциирован с нарушением киральной симметрии. Действительно, как показано ниже, величина действия не зависит от угла θ , и существует нетривиальное решение (47) с $B \neq 0$, причем B не зависит от угла θ ,

$$\frac{\partial B}{\partial \theta} \equiv 0. \quad (48)$$

Таким образом, существует бесконечное множество вырожденных конфигураций с одинаковым действием, связанных друг с другом глобальными абелевыми преобразованиями:

$$B \rightarrow B' = \exp(i\gamma^5 \varphi) B. \quad (49)$$

То есть эффективный функционал действия теории инвариантен относительно этих преобразований, в то время как конкретный вид решения таковым не является, что соответствует спонтанному нарушению киральной симметрии.

Глава завершается вычислением разницы действий ΔS вакуумных решений с кирально невырожденным ($B = 0$) и кирально вырожденным ($B \neq 0$) вакуумами. Устанавливается, что в лидирующем порядке по $M_B^2 = v^2 g^2$:

$$\Delta S > 0 \quad (50)$$

из-за наличия монополярного конденсата $v \neq 0$. Следовательно, присутствие монополярного конденсата делает вакуум, вырожденный по киральному углу θ , более предпочтительным по сравнению с невырожденным, что означает нарушение киральной инвариантности.

Более того, в случае отсутствия монополярного конденсата ($v = 0$):

$$\Delta S = 0, \quad (51)$$

то есть нарушение киральной симметрии отсутствует, что согласуется с известным результатом квантовой электродинамики (КЭД).

Заключение, в котором кратко перечисляются наиболее значимые результаты каждой из предшествующих глав, завершает текст диссертации.

Приложения. В приложения были вынесены наиболее трудоемкие вычисления и громоздкие формулы.

3 Основные результаты работы

1. Изучено поведение ежеобразных петель Вильсона. Показано, что термальная плотность является параметром порядка фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент.

2. В рамках метода вакуумных корреляторов рассмотрены топологические свойства вакуума глюодинамики: получены аналитические выражения для таких характеристик, как топологическая восприимчивость и коррелятор квадрата плотности топологического заряда.
3. В рамках метода вакуумных корреляторов введены определения величин (“пробников”), измеряющих плотность топологического заряда и глюонного конденсата. С их помощью исследованы распределения указанных локальных конденсатов в окрестности удерживающей КХД струны.
4. Использование монопольных степеней свободы в рамках модели дуального сверхпроводника позволило одновременно описать явления конфайнмента и нарушения киральной симметрии, что помогло лучше понять взаимосвязь этих непертурбативных эффектов.

Список литературы

- [1] *V. A. Belavin, M. N. Chernodub and I. E. Kozlov*, Hedgehogs in Wilson loops and phase transition in SU(2) Yang–Mills theory. // Nucl. Phys. B – 2006. – 748. – с. 524.
- [2] *M. N. Chernodub and I. E. Kozlov*, Topological susceptibility in Yang–Mills theory in the vacuum correlator method. // JETP Lett. – 2007. – 86. – с. 1.
- [3] *M. N. Chernodub and I. E. Kozlov*, Topological density fluctuations and gluon condensate around confining string in Yang–Mills theory. // Phys. Lett. B – 2008. – 661. – с. 220.
- [4] *M. N. Chernodub and I. E. Kozlov*, Chiral symmetry breaking and monopole condensation in QCD. // JETP Lett. – 2005. – 81. – с. 245.