

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 535.12.01

**УСЛОЖНЕНИЕ СПЕКТРА РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЗАРЯЖЕННЫХ НАНОЧАСТИЦАХ ПРИ УЧЕТЕ РАДИАЦИОННОЙ ОТДАЧИ****А. А. Власов***(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)*

**Выявлены особенности рассеяния электромагнитных волн на заряженных наночастицах с учетом корректного выражения для силы радиационной отдачи. Эти особенности (изменение максимальной величины интенсивности, появление дополнительных пиков в спектре и другие) могут быть использованы в частности в физике околоземной плазмы и в физике заряженных наночастиц.**

Проблема учета влияния собственного электромагнитного поля излучающего заряженного тела малых размеров (микро- или наночастицы) на траекторию движения самого тела в рамках классической электродинамики Максвелла является актуальной и по сей день. Известно, что при попытке учета такого самодействия уравнения Максвелла из линейных становятся нелинейными, что существенно усложняет их анализ. В традиционном к этой проблеме подходе, восходящем к классическим работам Абрагама, Лоренца и Дирака, излучающее тело полагается точечным (дельта-образным), а получаемые на этом пути уравнения движения тела с учетом радиационной отдачи, после процедуры перенормировки расходящихся членов, имеют вид [1]:

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = (2Q^2/3c^3)d^2\mathbf{v}/dt^2 \quad (1)$$

(здесь  $Q$  — заряд пылинки,  $\mathbf{v}$  — скорость ее движения).

Уравнения Абрагама–Лоренца–Дирака (1), если их рассматривать как точные, имеют много нефизических решений (среди которых обычно отмечаются саморазгон и предускорение), из-за чего в литературе они часто подвергаются критике и предлагаются другие способы решения проблемы самодействия. Эти способы можно условно разделить на квантовые (рассматривая на квантово-полевом уровне взаимодействие излучающей электрически заряженной элементарной частицы с квантами собственного электромагнитного поля) и неквантовые (вводя тем или иным способом ненулевой размер источника поля).

В работах [2–5] автор последовательно развивает неквантовый подход к проблеме радиационной отдачи. В этом подходе для изучения явлений, связанных с радиационной отдачей движущихся заряженных классических (не квантовых) частиц малой протяженности, предлагается отказаться от традиционной модели «точечности» Абрагама–Ло-

ренца–Дирака (и соответственно от вытекающего из нее традиционного уравнения движения «точной» излучающей частицы с учетом радиационной отдачи) и рассматривать заряженные частицы малых, но конечных размеров (например, пылевую плазму, заряженные броуновские частицы, заряженные микро- и наночастицы околоземной плазмы и т. п.), получая для них каждый раз свои (в общем виде зависящие от конкретного вида распределения заряда) уравнения движения с радиационной отдачей. Понятие малости размера микрочастицы устанавливается для каждой конкретной задачи свое исходя из характерных длин такой задачи. Тем не менее на этом пути, как показано в [2–5], расширяя область применимости известного в литературе метода Джексона [6] разложения силы самодействия в ряд по обратным степеням скорости света и оставляя только линейные члены по скорости и ее производным, можно вывести некоторые достаточно общие соотношения, которые приводят к новым уравнениям движения с учетом силы радиационной отдачи, из которых следует, что модели микрочастиц с конечными размерами оказываются свободными от недостатков традиционного подхода Лоренца и дают новые интересные результаты.

В результате для силы радиационной отдачи движущегося по траектории  $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t)$  заряженного с плотностью  $\rho = \rho(t, \mathbf{r})$  тела получается простое выражение (в рамках линейного или квазирелятивистского приближения):

$$\mathbf{F}_{\text{rad}}(t) = \iint d^3r d^3r' \rho(t, \mathbf{r}) \rho(t, \mathbf{r}') \times \left[ \partial(\partial, (\mathbf{R}(t') - \mathbf{R}(t))/\Delta) - (d^2\mathbf{R}(t')/dt^2)/(\Delta c^2) \right], \quad (2)$$

$$\Delta = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \quad t' = t - \Delta/c.$$

В частности, для равномерно заряженной по поверхности сферически симметричной диэлектрической пылинки, когда

$$\rho = \rho(t, \mathbf{r}) = Q/(4\pi a^2) \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{R}| - a)$$

приведенное выражение сильно упрощается:

$$\mathbf{F}_{\text{rad}}(t) = (Q^2/3ca^2)[\mathbf{v}(t - 2a/c) - \mathbf{v}(t)] \quad (3)$$

(здесь  $a$  — радиус пылинки) и уравнение движения такой пылинки под действием внешней силы  $\mathbf{F}(t)$  в рассматриваемом приближении принимает вид

$$m d\mathbf{v}(t)/dt = \mathbf{F}(t) + \mathbf{F}_{\text{rad}}(t) = \mathbf{F}(t) + (Q^2/3ca^2)[\mathbf{v}(t - 2a/c) - \mathbf{v}(t)]. \quad (4)$$

Следствиями уравнения (4) являются [2–5]:

1) наличие эффекта классического (не квантового) туннелирования, т. е. эффективного понижения потенциального барьера взаимодействия и проникновения микрочастицы в «запретную» область;

2) уменьшение коэффициента диффузии движущейся под воздействием случайной внешней силы заряженной пылинки (т. е. броуновской частицы).

Эти эффекты, имеющие порядок малости  $(Q^2/mc^2)/a$ , возможно, сыграют свою роль в теории пылевой плазмы и теории возникновения пылевых структур, разрабатываемых, например, в [7].

В настоящей работе мы рассмотрим еще одну задачу для уравнения (4) — задачу о рассеянии плоской монохроматической электромагнитной волны  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$  на линейном гармоническом осцилляторе с массой  $m$ , зарядом  $Q$ , коэффициентом «внешнего» трения  $\gamma$  и собственной частотой  $\omega_0$  с учетом радиационной отдачи в нерелятивистском (квазирелятивистском) приближении.

Такое рассеяние для точечной гармонически колеблющейся частицы с силой радиационной отдачи в форме Абрагама–Лоренца (1) давно известно и приведено во всех учебниках по классической электродинамике (см., напр., [1, 6]). Частное решение  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 \exp(i\omega t)$  уравнения (при  $\mathbf{k}\mathbf{R} \ll 1$ )

$$m d^2\mathbf{R}(t)/dt^2 + m\gamma d\mathbf{R}(t)/dt + m\omega_0^2\mathbf{R}(t) = \mathbf{F}(t) + \mathbf{F}_{\text{rad}}(t) = Q\mathbf{E}_0 \exp(i\omega t) + (2Q^2/3c^3) d^3\mathbf{R}(t)/dt^3 \quad (5)$$

дает для величины  $\mathbf{R}_0$  значение

$$\mathbf{R}_0 = Q\mathbf{E}_0/m \cdot \left\{ \omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma + \omega^3 i(2Q^2/3mc^3) \right\}^{-1/2}, \quad (6)$$

которое в итоге для усредненной по времени величины интенсивности рассеянного света в дипольном приближении  $\langle I \rangle = \langle (2Q^2/3c^3) (\text{Re}\{d^2\mathbf{R}(t)/dt^2\})^2 \rangle$  дает

$$\langle I \rangle = \left( Q^4 \mathbf{E}_0^2 / 3m^2 c^3 \right) \cdot f(\omega), \quad (7)$$

$$f(\omega) = \omega^4 / \left\{ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 (\gamma + \gamma')^2 \right\},$$

$$\gamma' = \omega^2 2Q^2 / 3mc^3.$$

Функция  $f(\omega)$  — это известная кривая Лоренца с единственным максимумом  $\approx \omega_0^2 / (\gamma + \gamma')^2$  (при  $\omega_0^2 \gg (\gamma + \gamma')^2$ ) в районе  $\omega \approx \omega_0$  и шириной  $\approx (\gamma + \gamma')$  на полувысоте пика.

В случае заряженной диэлектрической наночастицы силу радиационной отдачи Абрагама–Лоренца (1) следует в уравнении (5) заменить на выражение (3). Соответственно при этом изменяется и ответ для усредненной интенсивности излучения. Несложные выкладки, аналогичные приведенным выше, дают для  $\langle I \rangle$  следующее выражение:

$$\langle I \rangle = (Q^2 \mathbf{E}_0 \sin(x/2) / (x/2))^2 / 3m^2 c^3 \cdot f(x), \quad (8)$$

$$f(x) = x^4 / \left\{ (x_0^2 - x^2)^2 + x^2 (\Gamma'^2 + (\Gamma + \Gamma')^2) - 2\Gamma'(\Gamma + \Gamma')x^2 \cos x - 2\Gamma'x(x_0^2 - x^2) \sin x \right\},$$

$$x = (2a/c)\omega, \quad \Gamma = (2a/c)\gamma, \quad \Gamma' = 2Q^2/3amc^2.$$

(При выводе (8) для подсчета силы  $\mathbf{F}(t) = \int d^3r \rho(t, \mathbf{r}) \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$  со стороны падающей волны мы воспользовались соответствующим выражением для плотности заряда  $\rho(t, \mathbf{r})$  на поверхности сферической диэлектрической пылинки и условием  $\mathbf{k}\mathbf{R} \ll 1$ , что привело к следующему ответу для силы:  $Q\mathbf{E}_0 \exp(i\omega t) \sin(x/2)/(x/2)$ . Это выражение для  $\mathbf{F}(t)$  отличается от  $\mathbf{F}(t)$  в (5) появлением форм-фактора  $\sin(x/2)/(x/2)$ .)

Кривая  $f(x)$  при  $\Gamma' = 0$  повторяет кривую Лоренца при  $\gamma' = 0$ , но в остальном от нее сильно отличается, соответственно отличаются и интенсивности рассеянного излучения, рассчитанные либо по (7), либо по (8).

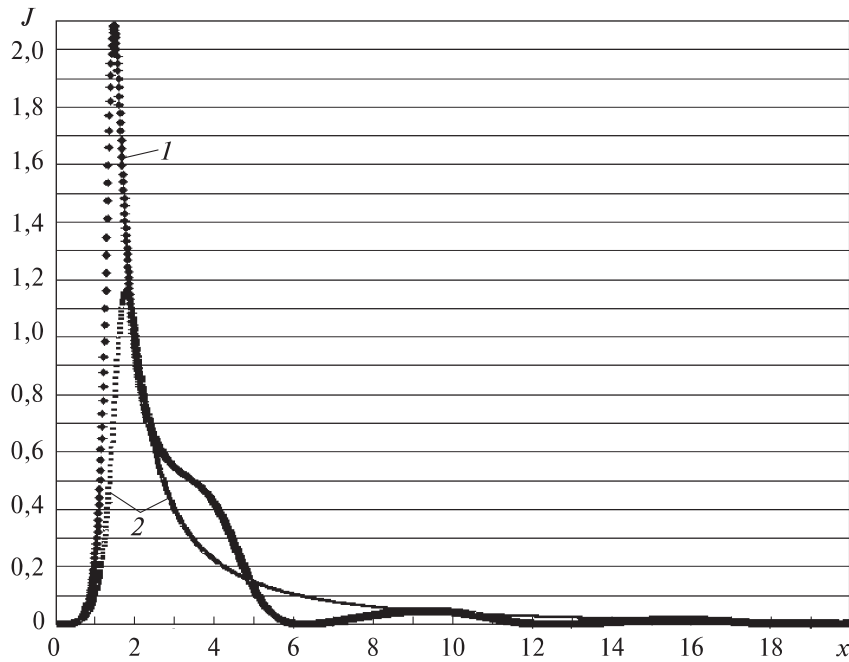
Так, в окрестности лоренцева пика  $x \approx x_0$  при  $\gamma = 0$  и малом  $\Gamma'$  (т. е. в отсутствие «внешнего» трения в случае разреженного «пылевого газа») выражение для  $f(x)$  упрощается:  $f(x) \approx (\sin(x/2)/(x/2))^{-2} (\Gamma')^{-2}$ , и в итоге интенсивность рассеянного света  $\langle I \rangle$  (8) обратно пропорциональна «электромагнитному» трению  $\Gamma'$  и может быть (при указанных условиях) очень большой величиной в силу малости  $\Gamma'$ :

$$\langle I \rangle = (Q^2 \mathbf{E}_0)^2 / 3m^2 c^3 \cdot (\Gamma')^{-2}. \quad (9)$$

(Хотя формально при  $a \rightarrow 0$  величина «собственного электромагнитного трения» и расходится:  $\Gamma' \rightarrow \infty$ , но для типичных заряженных наночастиц околосредней пыли с плотностью порядка нескольких г/см<sup>3</sup> справедливо  $\Gamma' \approx 10^{-12}$ .)

Выражение (9) не зависит от частоты в отличие от максимума интенсивности в формуле (7).

Значение максимума интенсивности (9) отличается от максимума, рассчитанного по формуле (7) при  $\gamma = 0$  и малом  $\gamma'$ , когда  $\langle I \rangle = (Q^2 \mathbf{E}_0)^2 / 3m^2 c^3 \times \omega_0^2 (\gamma')^{-2}$  и отношение первого к последнему по порядку величин равно  $(a/c\omega_0)^2 = x_0^2$ .



Далее, из (8) видно, что при  $x = x_n = 2\pi n$  (что для частиц размера нанометров соответствует частотам порядка  $10^{17} \text{ с}^{-1}$  или в энергетических единицах порядка 100 эВ) слагаемые в  $f(x)$ , связанные с  $\Gamma'$ , пропадают, т. е. пропадает вклад в интенсивность от собственной силы радиационной отдачи в силу эффекта интерференции. Заметим, что на таких частотах вследствие зануления форм-фактора  $\sin(x/2)/(x/2)$  исчезает и полная интенсивность рассеянного света.

Кроме того, из-за осциллирующих функций в знаменателе  $f(x)$  в спектре рассеяния появляются помимо основного, лоренцева пика, еще и другие дискретные пики. Положения этих дополнительных пиков определяются такими параметрами системы, как  $\Gamma$ ,  $\Gamma'$  и  $w_0$ . Численный анализ показывает, что при  $\Gamma = 0$  положение дополнительных пиков близко (но не равно) положению максимумов форм-фактора  $(\sin(x/2)/(x/2))^2$ . Это можно понять, так как при выполнении неравенств  $x^2 \gg x_0^2$ ,  $x \gg \Gamma'$  справедливо ( $\Gamma = 0$ ):  $f(x) \approx 1 - 2\Gamma'(\sin x/x)$ .

Для сравнительного численного анализа интенсивностей, рассчитанных по формулам (8) ( $J_1$ ) и (7) ( $J_2$ ), их удобно представить как функции от безразмерной частоты  $x$ , введенной выше, соответственно:

$$J_1 = J_0 4(x \sin(x/2))^2 / \left\{ (x_0^2 - x^2)^2 + x^2 (\Gamma'^2 + (\Gamma + \Gamma')^2) - 2\Gamma'(\Gamma + \Gamma')x^2 \cos x - 2\Gamma'x(x_0^2 - x^2) \sin x \right\}, \quad (10)$$

$$J_2 = J_0 x^4 / \left\{ (x_0^2 - x^2)^2 + x^2 (\Gamma^2 + (\Gamma'')^2) \right\}, \quad (11)$$

где  $J_0 = (Q^2 \mathbf{E}_0)^2 / 3m^2 c^3$ ,  $\Gamma'' = \Gamma' x^2 / 2$ ,  $x = (2a/c)\omega$ ,  $\Gamma = (2a/c)\gamma$ ,  $\Gamma' = 2Q^2 / 3amc^2$ .

Сравнительные графики функций (10) и (11) при  $\Gamma = 0$ ,  $\Gamma' = 1.0$ ,  $x_0 = 2.0$  приведены на рисунке соответственно под номерами 1 и 2. Из рисунка видно увеличение интенсивности излучения и появление дополнительных пиков. Эти дополнительные пики, как и горб справа от лоренцева максимума, обязаны своим существованием осциллирующим функциям в  $J_1$ .

Таким образом, экспериментальное исследование рассеяния электромагнитных волн позволит, во-первых, подтвердить изложенные выше соотношения, а во-вторых, по особенностям спектра рассеяния исследовать состав и структуру (распределение по зарядам и размерам) частиц заряженной пыли.

Работа выполнена при частичной поддержке программы «Ведущие научные школы России» (грант НШ-4476.2006.2).

### Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., 1973.
2. Власов А.А. Дополнительные главы классической электродинамики. Проблемы радиационной отдачи. М., 2002.
3. Власов А.А. // Теор. и матем. физ. 2003. **134**, № 2. С. 254.
4. Власов А.А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2003. № 2. С. 6.
5. Власов А.А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2004. № 2. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 2004. N 2. P. 1).
6. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М., 1965.
7. Фортвов В.Е., Храпак А.Г., Якубов И.Т. Физика неидеальной плазмы. М., 2004.

Поступила в редакцию  
15.02.06