

На правах рукописи

Попова Елена Петровна

МЕРИДИОНАЛЬНАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ В ДИНАМО ПАРКЕРА

01.04.02 – «Теоретическая физика»

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва - 2011

Работа выполнена на кафедре математики физического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук
профессор
Соколов Дмитрий Дмитриевич

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор
Сомов Борис Всеволодович

доктор физико-математических наук
ведущий научный сотрудник
Лившиц Моисей Айзикович

Ведущая организация:

Учреждение Российской Академии Наук
Международный институт теории прогноза
землетрясений и математической геофизики
Российской Академии Наук

Защита состоится «22» декабря 2011 г. в ____ часов ____ минут на заседании диссертационного совета Д 501.002.10 при Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, физический факультет, северная физическая аудитория.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке физического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Автореферат разослан «__» _____ 2011 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 501.002.10,
доктор физико-математических наук,
профессор

Грац Ю. В.

Общая характеристика работы

Актуальность

Солнечная активность влияет на процессы, происходящие на Земле. Солнечным ритмам и пятнообразовательной деятельности подвержены изменения не только электромагнитного поля Земли (что влияет на технические устройства). Построение моделей, описывающих механизм солнечной активности, позволяет лучше понять процессы, происходящие на Солнце и делать прогнозы, относительно космической погоды.

Циклы магнитной активности Солнца принято связывать с действием механизма солнечного динамо, который основан на совместном действии дифференциального вращения и альфа-эффекта. Применение таких представлений позволяет получить осциллирующее решение в виде волны тороидального поля, распространяющегося от средних широт к экватору. Прямолинейное использование такой схемы дает длительность цикла на порядок меньше, чем реально наблюдаемый. Учет меридиональной циркуляции позволяет преодолеть эту трудность.

Модели, описывающие процессы, происходящие на Солнце сложны для аналитических исследований. Прямой численный анализ не может дать полной картины влияния тех или иных физических факторов, ввиду учета наличия сразу многих параметров в модели. Поэтому для исследования моделей динамо требуется развитие аналитических математических методов.

Таким образом, аналитическое исследование динамо Паркера с учетом меридиональной циркуляции является актуальной задачей математической физики.

Цель работы

Цель работы состоит в аналитическом исследовании влияния меридиональной циркуляции на эволюцию магнитного поля, генерируемого механизмом динамо, в рамках простейшего обобщения математической модели динамо Паркера.

Научная новизна работы

В диссертационной работе впервые исследовалась модель динамо Паркера с учетом меридиональной циркуляции. Метод исследования является развитием метода ВКБ для данной модели. Полученные результаты о влиянии меридиональной циркуляции на длительность цикла солнечной активности являются новыми.

Научная и практическая значимость работы

Способ построения решения системы уравнений динамо Паркера, может быть интересен и в других разделах теории динамо (например, галактическом динамо и геодинамо), где тоже приходится учитывать

влияние адвективных потоков, не сводящихся к дифференциальному вращению.

Достоверность полученных результатов

В диссертационной работе проводится сопоставление полученных теоретических результатов с наблюдательными данными и с результатами численного моделирования. Показано, что основные результаты работы подтверждаются наблюдениями.

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались и обсуждались:

- на Международной конференции "Natural Dynamos Старая Лесна, Словакия, 2009;
- на Nordita Winter School on "Dynamics: above, below, and in the laboratory" Стокгольм, Швеция, (2010);
- на XIV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов-2007 секция "Физика";
- на XI Пулковской международной конференции по физике Солнца "Физическая природа солнечной активности и прогнозирование ее геофизических проявлений ГАО РАН, Пулково, Санкт-Петербург (2007);
- на XVI Зимней школе по механике сплошных сред, "Механика сплошных сред как основа современных технологий Пермь, (2009);

- на VI Конференции молодых ученых, посвященной Дню космонавтики, "Фундаментальные и прикладные космические исследования ИКИ РАН, Москва, (2009);

Основные результаты диссертации опубликованы в 15 работах. Список публикаций приведен в конце автореферата.

Личный вклад автора

Все результаты, представленные в диссертации, были получены лично автором диссертации при поддержке научного руководителя и других соавторов публикаций.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы. Текст изложен на 102 страницах, диссертация содержит 23 рисунка. Список литературы составляет 71 наименований.

Благодарности

Пользуюсь возможностью выразить свою глубокую благодарность научному руководителю профессору Д. Д. Соколову. Автор признателен соавтору статьи М. Ю. Решетняку. Автор признателен также Э. Соварду, В. С. Прокудиной, Б. В. Сомову, А. Бранденбургу, А. Шукурову за полезные обсуждения полученных результатов.

Содержание диссертации

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, дается характеристика работы и краткое изложение содержания по главам. Также дается обзор основных теоретических результатов по космическому магнетизму.

В первой главе исследовано влияние меридиональных потоков вещества в конвективной зоне Солнца на длительность цикла активности в приближении Паркера асимптотическими методами. При этом предполагается, что меридиональная циркуляция не зависит от широты.

Уравнения динамо с меридиональной циркуляцией, не зависящей от широты, имеют вид:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial \theta} = \alpha B + \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + V \frac{\partial B}{\partial \theta} = D \cos \theta \frac{\partial A}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 B}{\partial \theta^2}. \quad (2)$$

Здесь B - тороидальное магнитное поле, A пропорционально тороидальной компоненте векторного потенциала, которая определяет полоидальное магнитное поле. θ - широта, которая отсчитывается от экватора. Множитель $\cos \theta$ отвечает уменьшению длины параллели вблизи полюса. Уравнения выписаны в безразмерных переменных, так что амплитуды альфа-эффекта, градиента угловой скорости и коэффициент турбулентной диффузии объединены в безразмерное динамо-число D . Во втором уравнении опущен малый вклад альфа-эффекта, т.е. используется т.н.

$\alpha\omega$ -приближение. В диффузионных членах опущены эффекты кривизны. Считается, что радиальный градиент угловой скорости не меняется с θ . По соображениям симметрии ($\alpha(-\theta) = -\alpha(\theta)$) уравнения (1, 2) можно рассматривать лишь для одного (северного) полушария с условиями антисимметрии (дипольная симметрия) или симметрии (квадрупольная симметрия) на экваторе. Поскольку магнитное поле Солнца имеет дипольную симметрию, такой случай рассмотрен в данной модели.

В уравнениях (1, 2) V - меридиональная циркуляция.

Будем искать решение в виде

$$\begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{B} \end{pmatrix} = \exp(i|D|^{1/3}S + \gamma t)(\mathbf{f}_0 + |D|^{-1/3}\mathbf{f}_1 + \dots), \quad (3)$$

где

$$\gamma = |D|^{2/3}\Gamma + |D|^{1/3}\Gamma_1 + \dots, \quad (4)$$

$$\mathbf{f}_0 = \begin{pmatrix} \mu \\ \nu \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1 = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \nu_1 \end{pmatrix}, \dots \quad (5)$$

S , μ и ν - гладкие функции и $|D| \gg 1$. Такой подход подобен известному методу ВКБ в квантовой механике, так что S аналог действия, а его производная $k = S'$ соответствует импульсу, или волновому вектору, который в данном случае является комплексным. Комплексное Γ определяет собственное значение, его действительная часть дает скорость роста, а мнимая дает длительность цикла активности.

Множители $|D|^{2/3}$ в комплексной скорости роста и $|D|^{1/3}$ в действии

выбраны так, чтобы дифференциальное вращение, α -эффект, собственное значение и диссипация оказались одного порядка и вошли в старший член асимптотического разложения. Меридиональная циркуляция включена в тот же старший член асимптотического решения, при

$$V = |D|^{1/3}v, \quad (6)$$

где v порядка единицы.

Для системы (1, 2) мы получили уравнение Гамильтона-Якоби, которое имеет вид

$$[\Gamma + ikv + k^2]^2 - i\hat{\alpha}k = 0, \quad (7)$$

где $\hat{\alpha} = \alpha \cos \theta$, а меридиональной циркуляции соответствует слагаемое ikv .

Мы исследовали, как на волновой вектор влияет меридиональная циркуляция. Отметим, что в данной задаче он оказался комплексным.

Исследуя уравнение 7, мы показали, что меридиональная циркуляция может существенно удлинить цикл активности, однако она в рамках рассматриваемого приближения не может обратить направление распространения динамо-волны. Если скорость циркуляции превышает определенное значение v_{crit} , динамо-волна переходит в стационарно растущую конфигурацию магнитного поля.

Во второй главе мы исследовали влияние различных видов меридиональной циркуляции на поведение динамо-волн. Мы рассматривали следующие случаи зависимости меридиональной циркуляции от широты.

Предположим, что движущееся к полюсам вещество уходит из слоя, в котором работает динамо. Тогда на полюсах меридиональная циркуляция спадает до нуля, а в средних широтах имеет максимальное значение. В качестве модели такой меридиональной циркуляции мы используем

$$v(\theta) = \tilde{v} \sin 2\theta. \quad (8)$$

Можно предположить, что, напротив, вещество в процессе движения к полюсам нигде не накапливается и не уходит из слоя вплоть до непосредственной окрестности полюсов. Тогда при приближении к полюсам скорость течения должна увеличиваться и, следовательно, меридиональную циркуляцию можно представить в виде

$$v(\theta) = \frac{\tilde{v}}{\sin 2\theta}. \quad (9)$$

Рассмотрим также комбинированный случай, когда

$$v(\theta) = \tilde{v}(a + b \sin 2\theta), \quad (10)$$

а так же случай, когда

$$v(\theta) = \tilde{v}\left(a + \frac{b}{\sin 2\theta}\right). \quad (11)$$

Методы исследования такой задачи аналогичны методам, описанным в предыдущей главе.

Мы показали, что небольшими изменениями профиля меридиональной циркуляции можно существенно изменить конфигурацию магнитного поля. Можно превращать растущую конфигурацию магнитного поля в бегущую

волну и наоборот. Подчеркнем, что для этого не нужно существенно менять ни дифференциальное вращение, ни α -эффект, ни амплитуду меридиональной циркуляции.

Периоду 11-летнего цикла активности в рассматриваемой модели соответствует значение $\tilde{v}_{11} \sim 1$. Т. к. $V = |D|^{1/3}v$, то для динамо чисел $10^3 \div 10^4$ значение $V_{11} \sim 0.02 \div 0.04$ град/сут, $V_{\text{crit}} \sim 0.03 \div 0.06$ град/сут. По данным наблюдений типичная величина меридиональной циркуляции составляет 0.03 град/сут. При этом в средних широтах она может достигать порядка 0.08 град/сут.

Отметим, что наблюдательные данные дают $v > v_{\text{crit}}$ в средних широтах, в тоже время данной главе было получено, что при достижении меридиональной циркуляцией критического значения возникает растущее без осцилляций магнитное поле. Возможно, такой рост магнитного поля может служить стимулом к появлению активных солнечных образований, возникновение которых, как показывают наблюдения, сопровождается значительным ростом магнитного поля.

Таким образом, если в нелинейном режиме динамо происходит ограничение роста магнитного поля достаточно быстро (короткая остановка волны), то это может приводить к появлению активных солнечных образований, а если рост происходит достаточно долгое время (достаточно длительная остановка волны), то это может служить причиной глобальной перестройки солнечной активности, в частности, привести к минимуму Маундера. Отметим, что в рамках таких результатов переход от

одного режима к другому может быть обусловлен изменением широтного профиля меридиональной циркуляции.

В третьей главе проведено исследование поведения решения вблизи v_{crit} .

Для установления существования решения уравнения Гамильтона-Якоби в случае $v > v_{\text{crit}}$, необходимо показать, что все ветви волнового вектора сшиваются гладко. Для этого нужно провести сшивку ветвей в точках $M_1^{2,3}$ и $M_{\hat{\alpha}}^{1,2}$. Для этого необходимо построить асимптотическое разложение более высокого порядка. Зная Γ и k , можно решить уравнения для μ и ν , тогда:

$$\begin{aligned}\mu^{(n)} &= (\Gamma^{(i)} + (k^{(n)})^2 + ik^{(n)}v(\theta))\sigma^{(n)}, \\ \nu^{(n)} &= ik^{(n)}\cos\theta\sigma^{(n)},\end{aligned}\tag{12}$$

где $n = 1, 2, 3, 6$ (ветви $k^{(4)}$ и $k^{(6)}$ не используются при построении решения). $\sigma = \sigma^{(n)}$ функция, которая может быть определена из асимптотического разложения более высокого порядка. Оставим второй порядок асимптотического разложения, который включает μ_1 и ν_1 . Условием разрешимости алгебраической системы относительно μ_1 и ν_1 является уравнение

$$\begin{aligned}&\left(2i(k^{(n)} + \frac{iv(\theta)}{2}) + \frac{\hat{\alpha}}{2(\Gamma^{(i)} + iv(\theta)k + k^2)}\right)(\ln \sigma^{(n)})' = \\&= (\Gamma_1 - i(k^{(n)})')(1 + \frac{2(k^{(n)} + \frac{iv(\theta)}{2})^2}{\Gamma^{(i)} + iv(\theta)k^{(n)} + (k^{(n)})^2}) + \\&+ kv(\theta)'(k^{(n)} + \frac{iv(\theta)}{2})\frac{1}{\Gamma^{(i)} + iv(\theta)k^{(n)} + (k^{(n)})^2} - i(k^{(n)} + \frac{iv(\theta)}{2})\text{ctg}\theta).\end{aligned}\tag{13}$$

Это уравнение можно переписать в виде разложения в ряды Тейлора:

$$(P_0 + P_1(\theta - \theta_*))(\theta - \theta_*)(\ln \sigma^{(n)})' = \Gamma_1 - (Q_0 + Q_1(\theta - \theta_*)), \quad (14)$$

где

$$P_0 = \frac{i(2k_0 k'(\theta_*) + ik_0)}{2k'(\theta_*)v(\theta_*)}, \quad (15)$$

$$Q_0 = \left(\frac{3}{2} + \frac{iv(\theta_*)}{4k_0}\right)ik' + i(k^{(n)} + \frac{iv(\theta_*)}{2}) \operatorname{ctg} \theta_*.$$

Решение уравнения (13) имеет следующий вид:

$$\sigma(\theta) = C \exp \left[\int \frac{\Gamma_1 - (Q_0 + Q_1(\theta - \theta_*))}{(P_0 + P_1(\theta - \theta_*))(\theta - \theta_*)} d\theta \right], \quad (16)$$

где C - константа. Т. к. функция $\sigma(\theta)$ гладкая, то ее можно записать в форме ряда Тейлора:

$$\sigma(\theta) = (\theta - \theta_*)^m (C_0 + C_1(\theta - \theta_*) + \dots), \quad (17)$$

где $C_0 \neq 0$. Целое число m может принимать значения $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Подставляя (17) в (14) и приравнивая слагаемые с одинаковыми степенями $(\theta - \theta_*)$ получаем

$$\Gamma_1 = P_0 m + Q_0. \quad (18)$$

Затем мы получим выражение для Γ_1 , которое является аналогом правила квантования Бора-Зоммерфельда в квантовой механике.

$$\Gamma_1 = (3 + \frac{iv(\theta_*)}{2k_0})ik'(m + \frac{1}{2}) + i(k_0 + \frac{iv(\theta_*)}{2}) \operatorname{ctg} \theta_*. \quad (19)$$

Для нас представляет интерес старшая собственная функция, для которой $m = 0$ и σ не обращается в ноль в окрестности точки θ_* .

Следовательно,

$$\Gamma_1 = \frac{1}{2}(3 + \frac{iv(\theta_*)}{2k_0})ik' + i(k_0 + \frac{iv(\theta_*)}{2}) \operatorname{ctg} \theta_*. \quad (20)$$

Таким образом, найдено Γ_1 .

Мы показали, что в точках $M_1^{2,3}$ и $M_{\alpha}^{1,2}$ возможна гладкая сшивка ветвей волнового вектора. Мы построили решение для такого случая.

С математической точки зрения мы получили свойства перехода между различными асимптотическими режимами. Полученное решение дополняет собой известные асимптотики и расширяет класс решений на более общий случай. Разработанный метод построения решения может быть интересен и в других разделах теории динамо (например, галактическом динамо и геодинамо), где тоже приходится учитывать влияние адвективных потоков, не сводящихся к дифференциальному вращению.

Положения, выносимые на защиту

1. Существует диапазон значений меридиональной циркуляции, укладывающиеся в диапазон, допустимый наблюдениями, при которых

длительность цикла солнечной активности, полученная в модели Паркера, имеет один порядок с наблюдаемой.

2. Существует величина меридиональной циркуляции, при превышении которой динамо-волны переходят в стационарно растущие конфигурации магнитного поля.

3. Меридиональная циркуляция не изменяет направление распространения динамо-волны на противоположное.

4. Конфигурация динамо-волн существенно зависит от широтной зависимости скорости движения вещества, что открывает принципиальную возможность восстановления профиля меридиональной циркуляции по данным о солнечной активности.

Список литературы

- [1] Е. П. Попова, М. Ю. Решетняк, Д. Д. Соколов, Меридиональная циркуляция и распространение динамо-волн, *Астрономический журнал*, 1, с. 183-190 (2008).
- [2] Н. Popova, D. Sokoloff, Meridional circulation and dynamo waves, *Astron.Nachr.*, **329**, 7, с. 766-768 (2008).
- [3] Е.П. Попова, Влияние различных видов меридиональной циркуляции в Солнце на распространение динамо-волн, *Астрономический журнал*, 9, с. 928-934 (2009).

- [4] Е. П. Попова, Поведение динамо-волны при интенсивной меридиональной циркуляции, Вестник МГУ, Серия 3, Физика, Астрономия, 6, с. 9-13 (2010).
- [5] Е. П. Попова, М. Ю. Решетняк, Д. Д. Соколов, Динамо-волны при учете меридиональной циркуляции, Зимняя школа по механике сплошных сред, Екатеринбург: УрО РАН, Сборник статей в 3-х частях, Часть 3, с. 113 -116 (2007).
- [6] Е. П. Попова, Влияние меридиональной циркуляции на распространение динамо-волн, Материалы XIV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов Москва СП "Мысль Т. 2, с. 133 (2007).
- [7] Е. П. Попова, Влияние меридиональной циркуляции на распространение динамо-волн, Сборник тезисов, "Ломоносов-2007 Физический Факультет МГУ, с. 72 (2007).
- [8] Е. П. Попова, Д. Д. Соколов, Влияние меридиональной циркуляции на солнечное динамо, Тезисы докладов, ГАО РАН, Пулково, Санкт-Петербург, с. 118 (2007).
- [9] Е. П. Попова, М. Ю. Решетняк, Д. Д. Соколов, Учет меридиональной циркуляции в модели Паркера, СПб, Труды XI Пулковской международной конференции по физике Солнца "Физическая природа солнечной активности и прогнозирование ее геофизических проявлений Пулково, с. 303-306 (2007).

- [10] Д. Д. Соколов, Е. П. Попова, М. Ю. Решетняк, Динамо с меридиональной циркуляцией, Труды Всероссийской астрономической конференции ВАК-2007, Казань, с. 168-169 (2007).
- [11] Попова Е.П., Меридиональная циркуляция в Солнечном динамо, Приложение к журналу "Физическое образование в вузах Т. 15, № 1, с. 177, (2009).
- [12] Попова Е. П., Соколов Д. Д., Зависимость поведения динамо-волн от вида меридиональной циркуляции, Механика сплошных сред как основа современных технологий, XVI Зимняя школа по механике сплошных сред, Тезисы докладов, Пермь, с. 282, (2009).
- [13] Попова Е. П., Соколов Д. Д., Зависимость поведения динамо волн от вида меридиональной циркуляции, Труды XVI Зимней школы по механике сплошных сред (механика сплошных сред как основа современных технологий (Электронный ресурс) - Пермь: ИМСС УрО РАН, - 1 электрон. оптич. диск (CD-ROM) - Содержание: инф. о конференции, инф. об институте, доклады - ISBN 5-7691-2026-6 (2009).
- [14] Попова Е. П. Меридиональная циркуляция и пятнообразовательная деятельность Солнца, VI Конференция молодых ученых, посвященная Дню космонавтики, Фундаментальные и прикладные космические исследования, Тезисы докладов, ИКИ РАН, Москва, с. 35-36, (2009).

- [15] Popova H, Sokoloff D, abstract of conference Natural Dynamos, Configurations of dynamo- waves affected by meridional circulation, book of Abstracts, Contributions to Geophysics and Geodesy, vol.39, Special Issue, p 55 (2009).