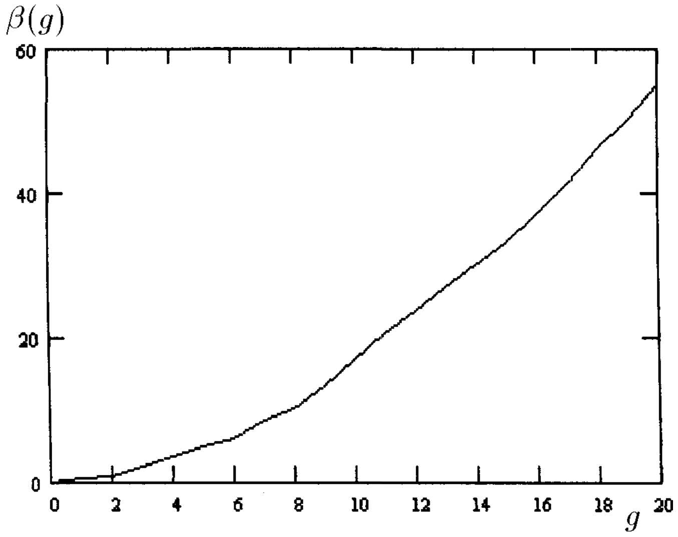


*Рис. 3*

кривая, представленная на рис. 3, есть кривая, которая могла бы быть получена суммированием ряда (8) с учетом всех его коэффициентов.

**Литература**


1. *Belokurov V.V., Shavgulidze E.T., Solovyev Yu.P.* // Mod. Phys. Lett. 1995. **A10**, No. 39. P. 3033.
2. *Belokurov V.V., Kamchatny V.V., Shavgulidze E.T., Solovyev Yu.P.* // Mod. Phys. Lett. 1997. **A12**, No. 10. P. 661.
3. *Белокуров В.В., Соловьев Ю.П., Шавгулидзе Е.Т.* // ТМФ. 1996. **109**. С. 51.
4. *Белокуров В.В., Соловьев Ю.П., Шавгулидзе Е.Т.* // Фундамент. и прикл. матем. 1997. **3**, № 3. С. 693.
5. *Белокуров В.В., Соловьев Ю.П., Шавгулидзе Е.Т.* // Фундамент. и прикл. матем. 1999. **5**, № 2. С. 363.
6. *Белокуров В.В., Соловьев Ю.П., Шавгулидзе Е.Т.* // Успехи матем. наук. 1997. **52**, № 2. С. 153.
7. *Белокуров В.В., Соловьев Ю.П., Шавгулидзе Е.Т.* // Успехи матем. наук. 1999. **53**, № 3. С. 153.
8. *Kazakov D.I.* // Phys. Lett. 1983. **B133**. P. 406.
9. *Chetyrkin K.G., Gorishny S.G., Larin S.A., Tkachev F.V.* // Phys. Lett. 1983. **B132**. P. 351.


Поступила в редакцию
14.06.00

УДК 538.9

# КОЛЛЕКТИВНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В СПИНОВЫХ СИСТЕМАХ

**Е. Р. Алабердин**

(*кафедра квантовой статистики и теории поля*)

E-mail: zhreal@imail.ru

**Исследуются спиновые возбуждения в системе многих частиц (электронов) с сильным короткодействующим обменным взаимодействием между ними. Для решения задачи предлагается перейти от операторов спиновой плотности электронов к новым операторам, описывающим рождение и уничтожение спиновых возбуждений. Диагонализация полученного при этом приближенного гамильтониана сводится к решению секулярного уравнения, характеризующего спектр спиновых возбуждений в системе. Получено решение этого уравнения для малых значений импульса.**

Особенностью ВТСП-материалов является наличие сильного (короткодействующего) обменного взаимодействия между электронами проводимости. Известно [1], что электрон-фононное взаимодействие может эффективно усиливаться при наличии флуктуаций электронных спинов.

Начальным этапом может быть исследование коллективных возбуждений в спиновых системах. Характерной моделью спиновых систем может служить система многих частиц (электронов) с сильным короткодействующим обменным взаимодействием между ними.

Для исследования этой модели в настоящей работе предлагается перейти от операторов спиновой плотности электронов к новым операторам, описывающим рождение и уничтожение спиновых возбуждений. Такое преобразование позволяет при определенном «повороте» операторов спиновой плотности приближенно считать новые операторы бозе-операторами. «Поворот» спиновых операторов осуществляется при помощи обобщенного канонического преобразования. Угол «поворота» выбирается таким образом, чтобы при усреднении по квантовым состояниям функционал свободной энергии достигал минимума. В этом случае задача получения спектра спиновых возбуждений упрощается и сводится к диагонализации квадратичной по новым операторам части гамильтониана спиновой системы в первом порядке теории возмущений.

Гамильтониан исследуемой модели:

$$H = \int d\mathbf{r}\, \psi_\alpha^+(\mathbf{r}) \left( \frac{p^2}{2m_e} - \mu \right) \psi_\alpha(\mathbf{r}) - \\ - \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}'\, J(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \times \\ \times \psi_\alpha^+(\mathbf{r}) \tau^\nu_{\alpha\gamma} \psi_\gamma(\mathbf{r})\, \psi^+_{\alpha'}(\mathbf{r}')\, \tau^\nu_{\alpha'\gamma'} \psi_{\gamma'}(\mathbf{r}') . \quad (1)$$

Здесь $\mu$ — химический потенциал системы; $\psi_\alpha^+(\mathbf{r})$, $\psi_\alpha(\mathbf{r})$ — операторы рождения и уничтожения электронов; $\tau^\nu$ — матрицы Паули, $\nu = 1, 2, 3$ (крестиком обозначен комплексно сопряженный оператор).

Введем операторы спиновой плотности электронов:

$$2\hat{S}^{\nu}(r) = \psi_{\alpha}^{+}(\mathbf{r})\,\tau_{\alpha\gamma}^{\nu}\psi_{\gamma}(\mathbf{r})\,. \qquad (2)$$

Получим теперь формулы преобразования операторов спиновой плотности электронов, используя определение обобщенного канонического преобразования:

$$\tilde{A} = UAU^{-1}; \quad U = \exp(i\mathbf{S})\,,$$

где $A$ — произвольный оператор, $\mathbf{S}$ — генератор обобщенного канонического преобразования. Представим его в виде

$$\mathbf{S} = i\int d\mathbf{x}\left\{\gamma(\mathbf{x})\,\hat{S}^{-}(\mathbf{x}) - \gamma^{*}(\mathbf{x})\,\hat{S}^{+}(\mathbf{x})\right\},$$

где $\hat{S}^{\pm}(\mathbf{x}) = \hat{S}^{1}(\mathbf{x}) \pm \hat{S}^{2}(\mathbf{x})$.

Выпишем коммутаторы генератора $\mathbf{S}$ обобщенного канонического преобразования и операторов спиновой плотности электронов:

$$\left[\mathbf{S}, \hat{S}^{+}(\mathbf{r})\right] = -2i\gamma(\mathbf{r})\,\hat{S}^{z}(\mathbf{r})\,,$$

$$\left[\mathbf{S}, \hat{S}^{-}(\mathbf{r})\right] = -2i\gamma^{*}(\mathbf{r})\,\hat{S}^{z}(\mathbf{r})\,,$$

$$\left[\mathbf{S}, \hat{S}^{z}(\mathbf{r})\right] = i\gamma(\mathbf{r})\,\hat{S}^{-}(\mathbf{r}) + i\gamma^{*}(\mathbf{r})\,\hat{S}^{+}(\mathbf{r})\,,$$

где $\hat{S}^{z}(\mathbf{r}) = \hat{S}^{3}(\mathbf{r})$ (звездочка обозначает комплексное сопряжение).

Используя разложение Хаусдорфа, для преобразованных операторов спиновой плотности получим следующие выражения (в случае $\gamma^{*}(\mathbf{r}) = \gamma(\mathbf{r})$):

$$\hat{\Omega}_{\tau}^{z}(\mathbf{r}) = \cos(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\,\hat{S}^{z}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}\sin(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\left[\hat{S}^{-}(\mathbf{r}) + \hat{S}^{+}(\mathbf{r})\right],$$

$$\hat{\Omega}_{\tau}^{\pm}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\Big(1 + \cos(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\Big)\hat{S}^{\pm}(\mathbf{r}) - \frac{1}{2}\Big(1 - \cos(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\Big)\hat{S}^{\mp}(\mathbf{r}) - \sin(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\,\hat{S}^{z}(\mathbf{r})$$

или

$$\hat{\Omega}_{\tau}^{1}(\mathbf{r}) = \cos(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\,\hat{S}^{1}(\mathbf{r}) - \sin(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\,\hat{S}^{3}(\mathbf{r})\,,$$

$$\hat{\Omega}_{\tau}^{2}(\mathbf{r}) = \hat{S}^{2}(\mathbf{r})\,, \qquad (3)$$

$$\hat{\Omega}_{\tau}^{3}(r) = \cos(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\,\hat{S}^{3}(\mathbf{r}) + \sin(2\tau\gamma(\mathbf{r}))\,\hat{S}^{1}(\mathbf{r})\,,$$

где $\tau$ — вспомогательный параметр, который далее полагается равным единице и опускается.

В работе [1] было показано, что обменное усиление электрон-фононного взаимодействия тем эффективнее, чем меньше обменный радиус корреляции $\langle r_c\rangle$, определяемый выражением

$$\langle r_c\rangle = \left(\frac{\int d\mathbf{r}\,\mathbf{r}^{2}J(\mathbf{r})}{\int d\mathbf{r}\,J(\mathbf{r})}\right)^{1/2}.$$

Следовательно, обменное взаимодействие между электронами должно иметь близкодействующий характер. Разложим операторы электронной намагниченности в ряд по разности $(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$, сохранив члены второго порядка:

$$\hat{S}^{\nu}(\mathbf{r}') = \hat{S}^{\nu}(\mathbf{r}) + \frac{\partial\hat{S}^{\nu}}{\partial r_k}(\mathbf{r}'-\mathbf{r})_k + \frac{1}{2}\frac{\partial^{2}\hat{S}^{\nu}}{\partial r_k\partial r_l}(\mathbf{r}'-\mathbf{r})_k(\mathbf{r}'-\mathbf{r})_l + \ldots\,.$$

Производя интегрирование по $\mathbf{r}'$ во втором слагаемом выражения (1), учитывающем обменное взаимодействие электронов, обменный гамильтониан можно записать в виде

$$H_{\text{exch}} = -2\int d\mathbf{r}\left(J_0\left(\hat{S}^{\nu}(\mathbf{r})\right)^{2} - \alpha\left(\frac{\partial\hat{S}^{\nu}(\mathbf{r})}{\partial r_k}\right)^{2}\right),$$

где $\alpha = J_0\langle r_c\rangle$, $J_0 = \int d\mathbf{r}J(\mathbf{r})$.

Если в этом выражении произвести усреднение по квантовым состояниям, то можно получить выражение для обменной свободной энергии. Минимизируя функционал свободной энергии, получаем уравнение для вектора электронной намагниченности $S$:

$$J_0S^{\nu} + \alpha\frac{\partial^{2}S^{\nu}}{\partial r_k^{2}} = 0.$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$S^{\nu}(\mathbf{r}) = A^{\nu}\cos(\mathbf{k}_c\mathbf{r}) + B^{\nu}\sin(\mathbf{k}_c\mathbf{r})\,, \qquad (4)$$

где $\mathbf{k}_c = \sqrt{3}\mathbf{n}\frac{2\pi}{\langle r_c\rangle}$, $\mathbf{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Сравнивая выражения для вектора электронной намагниченности (4) и для преобразованных операторов (3), выбираем весовую функцию $\gamma(\mathbf{r})$ в виде $\gamma(\mathbf{r}) = (\mathbf{k}_c\cdot\mathbf{r})$.

После подстановки выражений (3) в гамильтониан обменного взаимодействия (1) получим

$$H_{\text{exch}} = -2\int d\mathbf{r}\,d\mathbf{r}'\,J(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\times\Big\{\cos(\mathbf{k}_c(\mathbf{r}-\mathbf{r}'))\,\hat{\Omega}^{1}(\mathbf{r})\hat{\Omega}^{1}(\mathbf{r}') + \hat{\Omega}^{2}(\mathbf{r})\hat{\Omega}^{2}(\mathbf{r}') + \cos(\mathbf{k}_c(\mathbf{r}-\mathbf{r}'))\hat{\Omega}^{3}(\mathbf{r})\hat{\Omega}^{3}(\mathbf{r}')\Big\} - 4\int d\mathbf{r}\,d\mathbf{r}'\,J(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\sin(\mathbf{k}_c(\mathbf{r}-\mathbf{r}'))\hat{\Omega}^{1}(\mathbf{r})\hat{\Omega}^{3}(\mathbf{r}').$$

В дальнейшем для исследования коллективных возбуждений в системе будет удобнее перейти к импульсному представлению:

$$\psi_{\sigma}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{k}\varphi_{k\sigma}(\mathbf{r})\,a_k^{\sigma}, \qquad (5)$$

где $\varphi_{k\sigma}(\mathbf{r})$ — одноэлектронная волновая функция, в простейшем случае $\varphi_{k\sigma}(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{kr})$, операторы $a_k^{\sigma+}$, $a_k^{\sigma}$ описывают электронные возбуждения, $V$ — объем системы.

Операторы спиновой плотности исходя из (2) и (5) равны

$$\hat{\Omega}^+(\mathbf{r}) = \frac{1}{V}\sum_p \mathrm{e}^{i\mathbf{pr}} \sum_k a_{k+p}^{0+} a_k^1,$$

$$\hat{\Omega}^-(\mathbf{r}) = \frac{1}{V}\sum_p \mathrm{e}^{i\mathbf{pr}} \sum_k a_k^{1+} a_{k+p}^0,$$

$$\hat{\Omega}^z(\mathbf{r}) = \frac{1}{2V}\sum_p \mathrm{e}^{i\mathbf{pr}} \sum_k \left(a_k^{0+} a_{k+p}^0 - a_k^{1+} a_{k+p}^1\right).$$

Фурье-компоненты спиновых операторов $\hat{\Omega}^+(\mathbf{r})$, $\hat{\Omega}^-(\mathbf{r})$, $\hat{\Omega}^z(\mathbf{r})$ имеют вид

$$\hat{S}_p^+ = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_k a_{k+p}^{0+} a_k^1, \quad \hat{S}_p^- = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_k a_k^{1+} a_{k+p}^0,$$
$$\hat{S}_p^z = \frac{1}{2\sqrt{V}}\sum_k \left(a_k^{0+} a_{k+p}^0 - a_k^{1+} a_{k+p}^{0+}\right). \tag{6}$$

Перестановочные соотношения для фурье-компонент операторов:

$$\left[\hat{S}_p^+, \hat{S}_{p'}^-\right] = \frac{2}{\sqrt{V}}\hat{S}_{p-p'}^z, \quad \left[\hat{S}_p^\pm, \hat{S}_{p'}^z\right] = \mp\frac{1}{\sqrt{V}}\hat{S}_{p\mp p'}^\pm.$$

Перейдем в гамильтониане обменного взаимодействия к спиновым операторам в импульсном представлении:

$$H_{\text{exch}} = -\frac{1}{2V}\sum_p (\varphi(p) + \psi(p))\left(\hat{S}_p^- \hat{S}_p^+ + \hat{S}_{-p}^+ \hat{S}_{-p}^-\right) -$$
$$-\frac{1}{2V}\sum_p (\varphi(p) - \psi(p))\left(\hat{S}_p^- \hat{S}_{-p}^- + \hat{S}_{-p}^+ \hat{S}_p^+\right) -$$
$$-\frac{2}{V}\sum_p \varphi(p)\hat{S}_p^z \hat{S}_{-p}^z - 2\sum_p \xi(p)\left(\hat{S}_{-p}^+ + \hat{S}_p^-\right)\hat{S}_{-p}^z,$$

где

$$\varphi(p) = \int d\mathbf{x}\, J(\mathbf{x}) \cos(\mathbf{k}_c \mathbf{x})\, \mathrm{e}^{i\mathbf{px}},$$

$$\psi(p) = \int d\mathbf{x}\, J(\mathbf{x})\, \mathrm{e}^{i\mathbf{px}},$$

$$\xi(p) = \int d\mathbf{x}\, J(\mathbf{x}) \sin(\mathbf{k}_c \mathbf{x})\, \mathrm{e}^{i\mathbf{px}}.$$

Введем теперь новые операторы, характеризующие рождение и уничтожение спиновых возбуждений в исследуемой системе посредством преобразования спиновых операторов, аналогичного преобразованию Паули, которое применяется в теории сильномагнитных систем со спином в узлах решетки, равным 1/2. Воспользуемся следующим представлением:

$$\hat{S}_p^+ = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_k \beta_p(k), \quad \hat{S}_p^- = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_k \beta_p^+(k),$$

$$\hat{S}_p^z = \sqrt{V}\left(\frac{1}{2}\delta(p) - \frac{1}{V}\sum_{k,l}\beta_{l+p}^+(k)\beta_l(k)\right).$$

При этом положим

$$\beta_p(k)\beta_{p'}(k) = \beta_{p'}^+(k)\beta_p^+(k) = 0.$$

Предположим, что введенные таким образом операторы удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$\left[\beta_p(k), \beta_{p'}^+(k')\right] =$$
$$= \delta_{kk'}\delta_{pp'} - 2\delta_{kk'}\sum_l \beta_{l-(p-p')}^+(k)\beta_l(k).$$

В этом случае перестановочные соотношения между спиновыми операторами в импульсном представлении остаются прежними.

После приведения слагаемых гамильтониана обменного взаимодействия к нормальному виду и выделения в нем членов третьего и четвертого порядков по операторам $\beta_p^+(k), \beta_p(k)$ получим

$$H_{\text{exch}} = -\frac{1}{2}\varphi_0 + \frac{2}{V}\sum_{kp}\varphi_0\beta_p^+(k)\beta_p(k) -$$
$$-\frac{1}{V^2}\sum_{kk'p}(\varphi_p + \psi_p)\beta_p^+(k)\beta_p(k') -$$
$$-\frac{1}{2V^2}\sum_{kk'p}(\varphi_p - \psi_p) \times$$
$$\times\left\{\beta_p^+(k)\beta_{-p}^+(k') + \beta_{-p}(k')\beta_p(k)\right\} + H', \tag{7}$$

где

$$H' = -\frac{2}{V^2}\sum_p \varphi_p \sum_{kk'll'}\beta_{l'-p}^+(k')\beta_{l+p}^+(k)\beta_l(k)\beta_{l'}(k') +$$
$$+\frac{2}{V^2}\sum_p \xi_p \sum_{kk'l}\left\{\beta_p^+(k) + \beta_{-p}(k)\right\}\beta_{l-p}^+(k')\beta_l(k').$$

Исследуем теперь ветвь спектра, соответствующую коллективным возбуждениям фермионов. В нашем случае такими возбуждениями являются спиновые флуктуации.

Гамильтониан $H'$ в (7) учитывается только во втором порядке теории возмущений. Поэтому в нашем приближении можно исключить этот член из рассмотрения. Положим, что $\beta_p^+(k), \beta_p(k)$ — бозе-операторы.

Перепишем упрощенный гамильтониан в виде

$$\Gamma' = -\sum_{\substack{k,k',p\\k\neq k'}} A_p(k,k')\beta_p^+(k)\beta_p(k') -$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{\substack{k,k',p\\k\neq k'}} B_p(k,k')\left\{\beta_{-p}^+(k')\beta_p^+(k) + \beta_p(k)\beta_{-p}(k')\right\}, \tag{8}$$

где

$$A_p\left(k,k'\right)=\frac{1}{V^2}\left(\varphi_p+\psi_p\right), \quad B_p\left(k,k'\right)=\frac{1}{V^2}\left(\varphi_p-\psi_p\right).$$

Добавив в (8) собственную энергию спиновых возбуждений, получим полный гамильтониан упрощенной модели:

$$\Gamma=\sum_{k,p}\mathcal{E}_p(k)\beta_p^+(k)\beta_p(k)+\Gamma',$$

где

$$\mathcal{E}_p(k)=\mathcal{E}\left(k+p\right)-\mathcal{E}\left(k\right)+2\varphi_0.$$

Как известно [2], диагонализация такой квадратичной формы сводится к решению в $C$-числах системы однородных линейных уравнений относительно функций $\varphi,\chi$:

$$\begin{gathered}\left\{\mathcal{E}_p(k)-E\right\}\varphi_p\left(k\right)=\\ =\frac{1}{V}\sum_{k'}\left(\varphi_p+\psi_p\right)\varphi_p\left(k'\right)+\frac{1}{V}\sum_{k'}\left(\varphi_p-\psi_p\right)\chi_p\left(k'\right),\\ \left\{\mathcal{E}_{-p}\left(k\right)+E\right\}\chi_p\left(k\right)=\\ =\frac{1}{V}\sum_{k'}\left(\varphi_p-\psi_p\right)\varphi_p\left(k'\right)+\frac{1}{V}\sum_{k'}\left(\varphi_p+\psi_p\right)\chi_p\left(k'\right)\end{gathered} \tag{9}$$

с условием нормировки

$$\sum_{k,p}\left\{\varphi_p^2\left(k\right)-\chi_p^2\left(k\right)\right\}=1.$$

Энергия коллективных возбуждений $E=E_p$ для данного фиксированного импульса $p$ определяется изолированным корнем секулярного уравнения, соответствующего системе уравнений (9):

$$\begin{gathered}1=\left(\varphi_p+\psi_p\right)\frac{1}{V}\sum_{k'}\left\{\frac{1}{\mathcal{E}_p\left(k'\right)-E}+\frac{1}{\mathcal{E}_{-p}(k')+E}\right\}-\\ -4\varphi_p\psi_p\frac{1}{V^2}\sum_{k'}\frac{1}{\mathcal{E}_p\left(k'\right)-E}\sum_{k''}\frac{1}{\mathcal{E}_{-p}\left(k''\right)+E}.\end{gathered} \tag{10}$$

Это уравнение является основным результатом, оно характеризует спиновые возбуждения в электронной системе с обменным взаимодействием. Разрешая это уравнение относительно $E_p$, можно получить спектр этих возбуждений.

Для простоты рассмотрим случай малых $p$. Тогда секулярное уравнение (10) приближенно перепишется так:

$$\begin{gathered}1=\left(\varphi_p+\psi_p\right)\left\{\frac{1}{2\varphi_0-E}+\frac{1}{2\varphi_0+E}\right\}-\\ -4\varphi_p\psi_p\frac{1}{2\varphi_0-E}\cdot\frac{1}{2\varphi_0+E}.\end{gathered}$$

Решая это уравнение относительно $E$, получим

$$E^2=4\left(\varphi_0-\varphi_p\right)\left(\varphi_0-\psi_p\right).$$

При малых $p$ приближенно получаем

$$E_p=J_0\frac{p}{k_c}\sqrt{\left(\frac{p}{k_c}\right)^2-1}. \tag{11}$$

Из выражения (11) следует, что энергия спиновых возбуждений при значениях импульса $p\leqslant k_c$ оказывается чисто мнимой, и, следовательно, эта спиновая мода неустойчива. Это является следствием того, что в спиновой системе невозможно установление дальнего магнитного порядка на расстояниях $r\geqslant\langle r_c\rangle$, но на расстояниях $r\leqslant\langle r_c\rangle$ возможно установление неравновесного дальнего порядка [1].

В отличие от классической теории сверхпроводимости [3], согласно которой электроны обмениваются виртуальными фононами, электроны в керамических ВТСП, как было показано в работе [4], обмениваются квазичастицами, представляющими собой кванты связанных колебаний ионов кристаллической решетки со спиновыми флуктуациями электронов проводимости. Спиновая мода, описываемая секулярным уравнением (10), связана с фононами, и она может привести к резонансному усилению эффективного параметра электрон-фононного взаимодействия и как результат — к повышению критической температуры сверхпроводящего перехода [4].

Предложенный в настоящей работе метод является попыткой микроскопического исследования свойств некоторых керамических ВТСП-соединений. В отличие от предыдущих работ [5, 6], в которых приходилось привлекать модельные приближенные гамильтонианы, такой метод исследования позволяет учитывать обменное взаимодействие электронов проводимости в явном виде. Кроме того, введение операторов рождения и уничтожения спиновых возбуждений позволит избавиться от решения сложного нелинейного интегрального уравнения компенсации «опасных» четырехчастичных вершин, являющегося основным результатом работ [5, 6], и ограничиться первым порядком теории возмущений при диагонализации гамильтониана.

**Литература**

1. *Ильичев В.И., Савченко М.А., Стефанович А.В.* Высокотемпературная сверхпроводимость керамических систем. М.: Наука, 1992.
2. *Боголюбов Н.Н.* Избранные труды: В 3 т. Киев: Наукова думка, 1971.
3. *Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В.* Новый метод в теории сверхпроводимости. М., 1958.
4. *Sadovnikov B.I., Savchenko A.M.* // Physica A. 1999. **271**. P. 411.
5. *Алабердин Е.Р., Вихорев А.А., Савченко А.М., Садовников Б.И.* // ТМФ. 1996. **107**, № 1. С. 129.
6. *Алабердин Е.Р., Вихорев А.А., Савченко А.М., Садовникова М.Б.* // ТМФ. 1999. **129**, № 1. С. 144.

Поступила в редакцию
17.04.00