

заметно влияет на значение  $\tau$ , при котором будет достигнута максимальная амплитуда: при большей протяженности для формирования волны с максимальной амплитудой требуется более продолжительное время действия источника.

Рассматриваемый нелинейный эффект можно кратко представить следующим образом. При колебаниях дна бассейна жидкость «выталкивается» из области наиболее интенсивных движений (из очага), что и служит причиной формирования гравитационной волны. Амплитуда такой волны не зависит от пространственного закона изменения амплитуды колебаний дна (при условии достаточной плавности этого закона), но определяется амплитудой скорости колебаний  $\eta_0\omega$ , их продолжительностью  $\tau$  и горизонтальным размером колеблющейся области.

Данные, представленные на рис. 3, позволяют оценить амплитуду волны цунами, сформированной рассматриваемым нелинейным механизмом. Так, например, при глубине океана 1 км колебания участка дна с характерным размером 20 км (пространственное распределение  $\eta_1$ ,  $a = 10$ ), амплитудой колебательной скорости 10 м/с, которые происходят в течение 60 с, образуют волну с амплитудой 0.8 м.

Отметим, что при частотах колебаний дна, превышающих величину  $c_s H^{-1}$ , где  $c_s$  — скорость звука в воде, заметную роль начинает играть сжимаемость воды. Это накладывает определенные ограничения на применение полученных выше результатов. Здесь будет уместно упомянуть одну из работ, авторы которой применяли аналогичный нашему подход для оценки возможности генерации цунами при детектировании в водном слое акустических возмущений [4]. В работе [4] рассматривается задача в более общей постановке, т.е. учитываются нелинейные эффекты, связанные со сжимаемостью воды. Но при этом для

определения параметров волны цунами используется некоторое гипотетическое звуковое поле, локализованное строго над источником и имеющее только горизонтальные фронты, т.е. излучение акустических волн из очага считается пренебрежимо малым и не учитывается достаточно сложная связь между движениями дна и поведением сжимаемой жидкости со свободной верхней границей. В нашей же работе устанавливается непосредственная связь между возбуждаемой длинной волной и параметрами, определяющими колебания дна.

В последующих исследованиях мы планируем учесть сжимаемость воды, при этом будут использованы необходимые линейные модели, описывающие поведение сжимаемой тяжелой жидкости на подвижном дне, которые нами уже рассматривались в работах [5–7].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 98-05-64522).

#### Литература

1. Носов М.А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. № 1. С. 109 (Moscow University Phys. Bull. 1992. No. 1. P. 110).
2. Носов М.А., Шелковников Н.К. // Изв. АН СССР, ФАО. 1992. 28, № 10–11. С. 1117.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999.
4. Новикова Л.Е., Островский Л.А. // Океанология. 1982. 22, № 5. С. 693.
5. Носов М.А., Саммер К. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1998. № 6. С. 55 (Moscow University Phys. Bull. 1998. No. 6. P. 67).
6. Nosov M.A. // Phys. Chem. Earth (B). 1999. 24, No. 5. P. 437.
7. Носов М.А. // Изв. РАН, ФАО. 2000. 36, № 5. С. 718.

Поступила в редакцию  
30.10.00

## АСТРОНОМИЯ

УДК 521.13

### ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЗВЕЗДНОЙ СИСТЕМЫ AS ЖИРАФА

Е. А. Колосова

(ГАИШ)

E-mail: solov@sai.msu.ru

Исследована динамическая устойчивость затменной переменной звездной системы AS Жирафа в предположении, что двойная система имеет третий удаленный компонент. Исследование проводилось на основе аналитической теории для случая, когда два компонента образуют тесную пару, а третий находится на значительном расстоянии от них. При этом полагалось, что звезды взаимодействуют по закону всемирного тяготения Ньютона.

#### Введение

Звездная система AS Жирафа является тесной двойной системой (ТДС), блеск которой меняется с

периодом, равным периоду обращения по орбите, а размеры компонентов сравнимы с их взаимными расстояниями. Анализ кривой блеска и спектральных данных позволяет найти параметры рассматриваемой

мой системы, которые достаточно полно характеризуют как физические, так и геометрические свойства. Из кривой блеска можно получить также скорость движения линии апсид.

Существует несколько факторов, которые влияют на скорость движения линии апсид.

1. Компоненты ТДС находятся достаточно близко друг от друга и являются не материальными точками, а телами конечных размеров, испытывающими взаимные приливные деформации, величина которых зависит от распределения плотности внутри компонентов ТДС и орбитальных параметров. Дополнительные гравитационные взаимодействия, отличные от взаимодействия точечных тел, приводят к движению линии апсид.

2. Компоненты ТДС имеют большие массы, и это в соответствии с общей теорией относительности должно вызывать медленное вращение орбиты одной звезды относительно другой.

3. При наличии удаленного третьего тела в системе под действием его гравитационной силы возникают возмущения в элементах орбиты двойной системы, что и приводит к наличию векового движения линии апсид.

Для учета двух первых факторов существуют хорошо развитые теории, позволяющие достаточно точно предсказать числовые значения. Как было показано в работе [1], несовпадение предсказанных и наблюдаемых значений может быть объяснено присутствием в системе третьего удаленного компонента. Величину массы третьего тела и элементы его орбиты невозможно получить однозначно из наблюдений. Цель настоящей работы — определение параметров орбиты и массы третьего тела, соответствующих динамической устойчивости ТДС. Под динамической устойчивостью системы мы будем понимать такую конфигурацию звезд, при которой в процессе эволюции на достаточно больших временных интервалах эксцентриситет внутренней орбиты остается меньше единицы, угол взаимного наклона орбит изменяется в небольших пределах и невозможны сближения, приводящие к физическому контакту тесной пары.

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим систему трех материальных точек  $S_0, S_1, S_2$ , движущихся под действием сил взаимного притяжения. Массы точек  $m_0, m_1, m_2$  могут иметь произвольные значения. Пусть  $S_0$  и  $S_1$  образуют тесную пару, а  $S_2$  находится на значительном удалении от них. Для определенности пусть  $m_0 > m_1$ . Движение тройной системы будем рассматривать в якобиевой системе координат [2]. Тогда дифференциальные уравнения движения точек  $S_1$  и  $S_2$  будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \mu_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= \frac{\partial U}{\partial x_1}, & \mu_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} &= \frac{\partial U}{\partial y_1}, & \mu_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= \frac{\partial U}{\partial z_1}, \\ \mu_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= \frac{\partial U}{\partial x_2}, & \mu_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} &= \frac{\partial U}{\partial y_2}, & \mu_2 \frac{d^2 z_2}{dt^2} &= \frac{\partial U}{\partial z_2}, \end{aligned}$$

$$\text{где } \mu_1 = \frac{m_0 m_1}{m_0 + m_1}, \quad \mu_2 = \frac{(m_0 + m_1) m_2}{m_0 + m_1 + m_2},$$

$$U = f \left( \frac{m_0 m_1}{r_1} + \frac{m_0 m_2}{r_{02}} + \frac{m_1 m_2}{r_{12}} \right),$$

$f$  — постоянная тяготения,  $r_1$  — расстояние между точками  $S_0$  и  $S_1$ ,  $r_{12}$  — между  $S_1$  и  $S_2$ ,  $r_{02}$  — между  $S_2$  и  $S_0$ .

Всем параметрам, характеризующим движение и орбиту звезды  $S_1$ , будем присваивать индекс 1, а параметрам звезды  $S_2$  — индекс 2.

Движение системы определяется массами ее компонентов и шестью параметрами кеплеровских элементов оскулирующих орбит  $S_1$  и  $S_2$ . Будем использовать следующие обозначения кеплеровских элементов, определяющих орбиту звезды  $S_i$  ( $i = 1, 2$ ):  $a_i$  — большая полуось;  $e_i$  — эксцентриситет;  $i_i$  — наклонность;  $\omega_i$  — аргумент периастра;  $\Omega_i$  — долгота восходящего узла орбиты;  $M_i$  — средняя аномалия.

Для удобства перейдем к элементам Делоне, которые связаны с кеплеровскими элементами следующими соотношениями [3]:

$$L_i = \beta_i \sqrt{a_i}, \quad G_i = L_i \sqrt{1 - e_i^2}, \quad H_i = G_i \cos i_i, \quad (1)$$

$$l_i = M_i, \quad g_i = \omega_i, \quad h_i = \Omega_i \quad (i = 1, 2),$$

$$\beta_1^2 = f \frac{(m_0 m_1)^2}{m_0 + m_1}, \quad \beta_2^2 = f \frac{(m_0 + m_1)^2 m_2^2}{m_0 + m_1 + m_2}.$$

В качестве основной плоскости возьмем плоскость Лапласа, которая перпендикулярна вектору момента количества движения системы материальных точек, что позволяет использовать интегралы площадей для понижения порядка системы дифференциальных уравнений. Двукратное приложение метода Цейпеля дает возможность исключить из гамильтониана задачи две угловые переменные  $l_i$  — средние аномалии звезд и получить гамильтониан, который зависит от двух угловых переменных — аргументов периастров обеих орбит  $g_i$ .

В общем случае система с таким гамильтонианом неразрешима в квадратурах. Однако, если в полученном гамильтониане сохранить только первые три члена его разложения по степеням больших полуосей внутренней и внешней орбит, он будет зависеть от одной угловой переменной  $g_1$  — аргумента периастра тесной пары.

Гамильтониан тогда имеет вид [4]

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \frac{\gamma_1}{2L_1^2} + \frac{\gamma_2}{2L_2^2} - \frac{1}{16} \gamma^3 \frac{L_1^4}{L_2^3 G_2^3} \times \\ &\times [(1 - 3q^2)(5 - 3\eta^2) - 15(1 - q^2)(1 - \eta^2) \cos(2g_1)], \end{aligned}$$

где  $q = (C^2 - G_1^2 - G_2^2)/(2G_1 G_2) = \cos(i_1 + i_2)$ ,  $\eta = \sqrt{1 - e_1^2}$ ,  $C$  — величина вектора момента количества движения.

Строгое решение уравнений с таким гамильтонианом было получено в работе [4] в гиперэллиптических интегралах. Возьмем это решение в качестве промежуточного.

Для нашего исследования устойчивости важно, что в знаменатель подынтегральной функции входит полином пятой степени. Он имеет два действительных корня меньших единицы. Обозначим эти корни  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , причем  $\xi_1 < \xi_2$ . Они связаны с эксцентриситетом тесной пары зависимостью  $\xi = 1 - e_1^2$ . Эксцентриситет орбиты может изменяться в пределах  $0 < e_1 < 1$ . В таком случае наибольшее и наименьшее значения эксцентриситета определяются равенствами [5]

$$e_{1\max} = \sqrt{1 - \xi_1}, \quad e_{1\min} = \sqrt{1 - \xi_2}.$$

## 2. Исходные данные

В настоящей работе использовались следующие кеплеровские элементы системы AS Жирафа, полученные из кривой блеска [6]:

$$m_0 = 3.3 \pm 0.1 M_\odot, \quad m_1 = 2.5 \pm 0.1 M_\odot,$$

$$i_1 = 88.78 \pm 0.05^\circ, \quad \omega_1 = 57.1 \pm 0.3^\circ,$$

$$P_1 = 3.43096^d, \quad a_1 = 0.08 \pm 0.003 \text{ а. е.},$$

$$e_1 = 0.1705 \pm 0.0015$$

( $P_1$  — орбитальный период тесной пары) и радиусы компонентов тесной пары

$$r_1 = 2.53 R_\odot, \quad r_2 = 1.90 R_\odot,$$

где  $M_\odot$  и  $R_\odot$  — масса и радиус Солнца.

В этом наборе величин отсутствует долгота восходящего узла внутренней орбиты, которая необходима для наших вычислений. Ее значение только изменит положение системы в пространстве, но никак не повлияет на результат вычислений. Не нарушая общности, положим  $\Omega_1 = 0^\circ$ .

Как показано в работе [7], движение линии апсид можно объяснить существованием удаленного компонента. Используем данные [7], характеризующие этот компонент: световое уравнение

$$\frac{a_2 \sin i_2}{c} = 4.18 \text{ мин},$$

где  $c$  — скорость света;  $e_2 = 0.5$ ,  $P_2 = 805^d$  — орбитальный период.

Не существует полного набора элементов орбиты третьего тела, необходимого для применения изложенной теории. Поэтому поступим следующим образом.

Для вычисления большой полуоси  $a_2$  воспользуемся третьим законом Кеплера. Зная  $a_2$ , можно получить из светового уравнения для третьего тела наклон его орбиты  $i_2$  к картинной плоскости.

Поскольку неизвестна радиальная скорость компонента на участке, близком к узлу, будем рассматривать два варианта:  $i_2 < 90^\circ$  и  $90^\circ < i_2 < 180^\circ$ .

Предположим, что для данного периода  $P_2$  удаленный компонент имеет массы  $m_2 = 1.0 M_\odot$  или  $m_2 = 1.5 M_\odot$ . Тогда большие полуоси и углы наклонов для первого варианта будут иметь следующие значения:

$$\text{для } m_2 = 1.0 M_\odot: a_2 = 3.21 \text{ а. е.}, \quad i_2 = 9.0^\circ,$$

$$\text{для } m_2 = 1.5 M_\odot: a_2 = 3.28 \text{ а. е.}, \quad i_2 = 8.8^\circ.$$

Для второго варианта соответствующие углы

$$i_2 = 171.1^\circ; \quad i_2 = 171.2^\circ.$$

Как видно, угол  $i_2$  мало зависит от величин взятых нами масс третьего тела. Помимо этой массы неизвестной величиной является долгота узла  $\Omega_2$ , которая может принимать все возможные значения, от 0 до  $360^\circ$ . При выбранных элементах третьего тела были проведены вычисления эксцентриситета тесной пары.

Исследование показало, что внутренняя орбита циркулярная (т. е. периастр имеет вековое движение). Результаты вычислений приведены на рисунке. Здесь показана зависимость угла взаимного наклона орбит и эксцентриситета от  $\Omega_2$  при прямом (*a*) и обратном (*b*) движении для различных масс третьего тела (использовались максимальные значения эксцентриситета). Каждая точка соответствует определенному значению  $\Omega_2$ : для соседних точек  $\Omega_2$  различается на  $5^\circ$ . В таблице приведены максимальные значения эксцентриситета и соответствующие ему углы взаимного наклона  $\varepsilon$ .

$m_2$	Прямое движение		Обратное движение	
	$e_{1\max}$	$\varepsilon^\circ$	$e_{1\max}$	$\varepsilon^\circ$
1.0	0.61	40.0	0.77	142.5
1.5	0.64	39.5	0.81	142.9

Период изменения эксцентриситета при различных параметрах масс и долготы восходящего узла внешней орбиты лежит в пределах от 900 до 1400 лет.

Исследуем качественные характеристики сближения компонентов тесной пары в периастре. Значение радиус-вектора в периастре рассматриваемой внутренней орбиты дается формулой

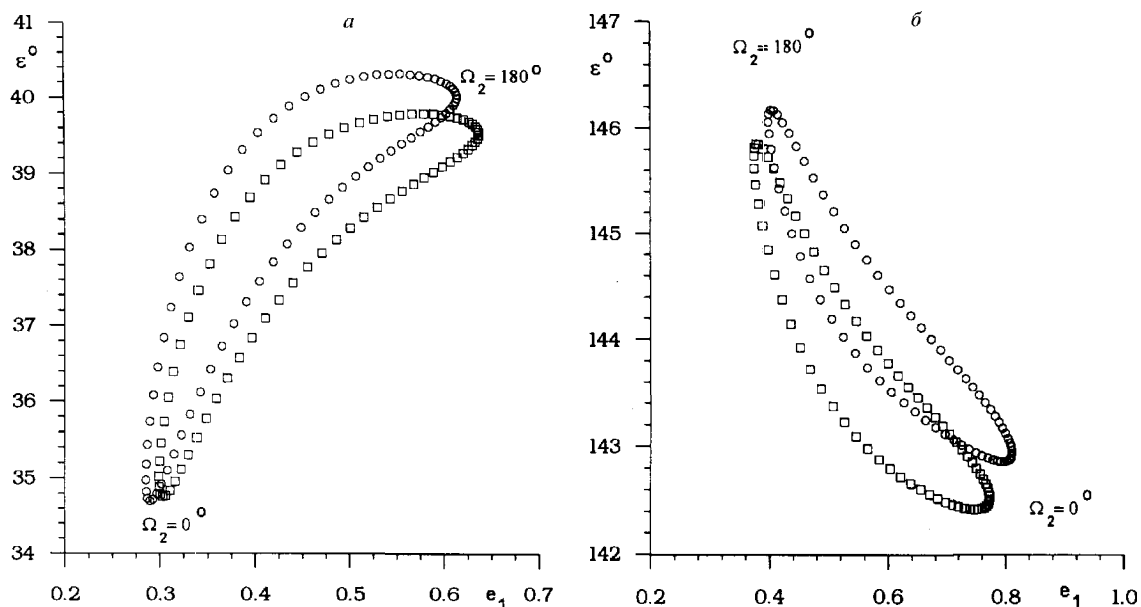
$$r_\pi = a_1(1 - e_1).$$

Условие устойчивости системы имеет вид

$$r_\pi > r_1 + r_2.$$

Из этого условия, зная радиусы ТДС  $r_1, r_2$  и большую полуось  $a_1$ , определяем критическое значение эксцентриситета:  $e_{\text{crit}} = 0.74$ .

Этому условию удовлетворяют все полученные значения эксцентриситета для выбранных значений



Связь между углом взаимного наклона  $\varepsilon$  и эксцентриситетом внутренней орбиты  $e_1$  при прямом (а) и обратном (б) движении третьего компонента с массой  $1 M_{\odot}$  (кружки) и  $1.5 M_{\odot}$  (квадраты) для различных его долгот восходящего узла

масс при прямом движении третьего тела. Однако при обратном его движении максимальное значение эксцентриситета становится больше этого критического значения при долготе восходящего узла, близкой к  $0^\circ$ . Можно заключить, что при обратном движении удаленной компоненты система будет динамически неустойчивой.

### Заключение

Исследование динамической устойчивости затменной переменной AS Жирафа в предположении, что двойная система имеет третий удаленный компонент, и при условии, что движение происходит по закону Ньютона для точечных масс, привело к следующим результатам.

1. Если удаленный компонент имеет прямое движение, т.е.  $0^\circ < i_2 < 90^\circ$ , то при выбранных массах и элементах орбиты тесная двойная система всегда устойчива, т.е. эксцентриситет никогда не достигает критического значения, при котором возможно тесное сближение компонентов.

2. Если удаленный компонент имеет обратное движение, т.е.  $90^\circ < i_2 < 180^\circ$ , эксцентриситет может достигать критического значения и система окажется неустойчивой.

### Литература

1. Khaliullin Kh.F., Khodykin S.A., Zakharov A.I. // *Astrophys. J.* 1991. **375**. P. 314.
2. Шарлье К. Небесная механика. М.: Наука, 1966.
3. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1963.
4. Соловая Н.А. // *Тр. ГАИШ.* 1974. **45**. С. 119.
5. Соловая Н.А. // *Тр. ГАИШ.* 1980. **49**. С. 69.
6. Khaliullin Kh.F., Kozyreva V.S. // *Astrophys. Space Sci.* 1983. **94**, No. 1. P. 113.
7. Козырева В.С., Халиуллин Х.Ф. // *Астрон. журн.* 1999. **76**, №10. С. 775.

Поступила в редакцию  
12.04.00