

В дипольном поле граница, определяемая перекрытием резонансов между ларморовским вращением и продольными колебаниями частицы и разделяющая области устойчивого (адиабатического) и стохастического движения частиц, является достаточно узкой и находится на  $\chi = 0.0954$  при питч-угле  $\alpha = 12^\circ$  и  $\chi = 0.11$  при  $\alpha = 18^\circ$ . В геомагнитном поле перекрытие резонансов на разных долготах происходит при разных значениях  $\chi$  при фиксированном  $\alpha$  (или наоборот). При этом существует минимальное значение  $\chi_{\min}$ , ниже которого движение устойчиво на любой долготе, и максимальное  $\chi_{\max}$ , выше которого движение всегда стохастично. При промежуточных значениях  $\chi$  стохастичность возникает в различных долготных интервалах в процессе азимутального дрейфа частицы вокруг Земли, причем длина этих интервалов тем больше, чем  $\chi$  ближе к  $\chi_{\max}$ . В поле IGRF при  $\alpha = 12^\circ$   $\chi_{\min} = 0.0692$  и соответствует долготе  $90^\circ$ , а  $\chi_{\max} = 0.101$  — долготе  $170^\circ$ , при этом зависимости для Северного и Южного полушариев оказались практически одинаковыми. Угол рассеяния частиц с  $\chi = 0.101$  на долготе  $170^\circ$  при каждом прохождении экватора составлял  $0.0051^\circ$ , что близко к дипольному значению.

Вероятность стохастического рассеяния при каждом пересечении экватора в совокупности со сред-

ним углом рассеяния  $\delta$ , экспоненциально зависящим от  $\chi$ , и периодом азимутального дрейфа определяет время жизни частицы в геомагнитной ловушке. Это время в промежуточной зоне между  $\chi_{\min}$  и  $\chi_{\max}$  существенно (в десятки и сотни раз) превышает величину, характерную для области стохастического движения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 00-02-16404).

#### Литература

1. Ильин В.Д., Ильин И.В., Кузнецов С.Н. // Космич. исслед. 1986. **24**. С. 88.
2. Чириков Б.В. // Вопросы теории плазмы. Вып. 13. М., 1984.
3. Ильин В.Д., Ильина А.Н. // ЖЭТФ. 1978. **75**. С. 518.
4. Амирханов И.В., Ильин В.Д., Ильин И.В., Ильина А.Н., Кузнецов С.Н., Юшков Б.Ю. // ЖЭТФ. 1993. **104**, № 2(8). С. 2721.
5. Кузнецов С.Н., Юшков Б.Ю. // Физ. плазмы. 2002. **28**, № 4. С. 375.
6. Кузнецов С.Н., Рыбаков А.Ю. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2000. № 5. С. 47.

Поступила в редакцию  
13.01.03

## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 530.12:514.743

### НЕЛИНЕЙНО-ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. И. Денисов, Н. В. Кравцов, В. В. Гришачев, А. А. Зубрило,  
И. В. Кривченков, В. Б. Пинчук

(НИИЯФ)

E-mail: denisov@srd.sinp.msu.ru

Найдено уравнение луча для слабой электромагнитной волны, распространяющейся в поле интенсивного лазерного излучения. Показано, что в результате нелинейно-электродинамического взаимодействия лучи рассеиваются: смещаются вдоль направления распространения лазерного излучения и искривляются в перпендикулярной плоскости.

Электродинамика в вакууме является нелинейной теорией [1, 2]. Как показывает анализ [3–5], из-за нелинейности электродинамики вакуума распространение слабой электромагнитной волны в интенсивном внешнем электромагнитном поле происходит аналогично ее распространению в некотором эффективном псевдоримановом пространстве-времени, метрический тензор которого зависит от внешнего поля и от состояния поляризации слабой электромагнитной волны. Поэтому при прохождении этой волны через поле интенсивного лазерного излучения

должны проявляться нелинейно-электродинамические эффекты искривления ее лучей, а также изменения фазы и состояния поляризации.

Проведем расчет этих эффектов. Предположим, что вдоль оси  $z$  распространяется циркулярно поляризованное интенсивное лазерное излучение частоты  $\Omega$ , сосредоточенное в цилиндре радиуса  $R$ :

$$\mathbf{E} = E_0 \left\{ \mathbf{e}_x \cos \Omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \mathbf{e}_y \sin \Omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \right\} \theta(R-r),$$

где  $\theta(R-r)$  — тэта-функция.

Пусть, кроме того, под углом  $\psi$  к положительному направлению оси  $z$  распространяется слабая электромагнитная волна частоты  $\omega$ .

Вне цилиндра радиуса  $R$  уравнение эйконала для этой волны имеет вид

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - (\nabla S)^2 = 0. \quad (1)$$

Внутри цилиндра из-за нелинейно-электродинамического взаимодействия система уравнений эйконала для двух нормальных мод слабой электромагнитной волны, как показано в работе [5], в параметризованном постмаксвелловском приближении принимает вид

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - (\nabla S)^2 + 4\eta_1 \xi \mathbf{E}_0^2 \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial z} \right]^2 = 0, \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - (\nabla S)^2 + 4\eta_2 \xi \{ \mathbf{E}_0^2 \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial z} \right]^2 = 0,$$

где  $\xi = 1/B_q^2$ ,  $B_q = m^2 c^3 / e \hbar = 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс — характерное квантово-электродинамическое значение, а величина безразмерных постмаксвелловских параметров  $\eta_1$  и  $\eta_2$  зависит от выбора модели нелинейной электродинамики вакуума.

В частности, в нелинейной электродинамике Гейзенберга–Эйлера параметры  $\eta_1$  и  $\eta_2$  имеют вполне конкретные значения  $\eta_1 = \alpha / (45\pi) = 5.1 \cdot 10^{-5}$ ,  $\eta_2 = 7\alpha / (180\pi) = 9.0 \cdot 10^{-5}$ , в то время как в теории Борна–Инфельда они выражаются  $\eta_1 = \eta_2 = a^2 B_q^2 / 4$  через постоянную  $a^2$ , для которой известна лишь оценка снизу:  $a^2 > 1.2 \cdot 10^{-32}$  Гс<sup>-2</sup>.

Решая уравнения (1) и (2) в цилиндрических координатах методом Гамильтона–Якоби, получим

$$S = -\mathcal{E}_0 t + \alpha \varphi + k_3 z \pm \int \sqrt{\frac{\mathcal{E}_0^2}{c^2} - k_3^2 - \frac{\alpha^2}{r^2}} dr + S_0, \quad (3)$$

$$S = -\mathcal{E}_{1,2} t + \alpha_{1,2} \varphi + k_{1,2} z \pm \int \sqrt{\frac{\mathcal{E}_{1,2}^2}{c^2} - k_{1,2}^2 + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 \left[ \frac{\mathcal{E}_{1,2}}{c} - k_{1,2} \right]^2 - \frac{\alpha_{1,2}^2}{r^2}} dr,$$

где  $\mathcal{E}_0$ ,  $\alpha$ ,  $k_3$ ,  $\mathcal{E}_{1,2}$ ,  $\alpha_{1,2}$ ,  $k_{1,2}$ ,  $S_0$  — постоянные интегрирования и знак плюс соответствует движению фотонов к точке  $r = r_{\min}$ , а минус — движению от этой точки.

Используя соотношения

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = \varphi_0, \quad \frac{\partial S}{\partial k_3} = z_0, \quad \frac{\partial S}{\partial \alpha_{1,2}} = \varphi_{1,2}, \quad \frac{\partial S}{\partial k_{1,2}} = z_{1,2}, \quad (4)$$

из выражений (3) несложно получить уравнения траекторий фотонов (уравнения лучей).

Рассмотрим луч слабой электромагнитной волны, начинающийся на пространственной бесконечности под углом  $\pi > \psi > 0$  к положительному направлению оси  $z$  и имеющий прицельное расстояние до этой оси  $b < R$ . Используя выражения (3), (4) и стандартные граничные условия на поверхности цилиндра  $r = R$ ,

несложно убедиться, что уравнение этого луча будет состоять из четырех частей. Первая часть луча представляет собой прямую, проведенную из источника слабой электромагнитной волны к цилиндру  $r = R$ :

$$\varphi = \frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{b}{r}\right), \quad z = z_0 - \frac{\cos \psi}{\sin \psi} \sqrt{r^2 - b^2},$$

где  $z_0$  — аддитивная постоянная.

Вторая часть луча — это прямая, заключенная между цилиндрами  $r = R$  и  $r = r_{\min} = b \sin \psi / \sqrt{\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2}$ :

$$\varphi = \varphi_{1,2} + \arccos \left[ \frac{b \sin \psi}{r \sqrt{\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2}} \right],$$

$$z = z_{1,2} - \frac{[\cos \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)]}{[\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2]} \times \sqrt{[\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2] r^2 - b^2 \sin^2 \psi},$$

где

$$\varphi_{1,2} = \frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{b}{R}\right) - \arccos \left[ \frac{b \sin \psi}{R \sqrt{\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2}} \right],$$

$$z_{1,2} = z_0 - \frac{\cos \psi}{\sin \psi} \sqrt{R^2 - b^2} + \frac{[\cos \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)]}{[\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2]} \times \sqrt{[\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2] R^2 - b^2 \sin^2 \psi}.$$

Третья часть луча заключена между цилиндрами  $r = r_{\min}$  и  $r = R$ :

$$\varphi = \varphi_{1,2} - \arccos \left[ \frac{b \sin \psi}{r \sqrt{\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2}} \right],$$

$$z = z_{1,2} + \frac{[\cos \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)]}{[\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2]} \times \sqrt{[\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2] r^2 - b^2 \sin^2 \psi}.$$

И наконец, четвертая часть луча находится вне цилиндра  $r = R$ :

$$\varphi = \varphi_{3,4} - \arccos\left(\frac{b}{r}\right), \quad z = z_{3,4} + \frac{\cos \psi}{\sin \psi} \sqrt{r^2 - b^2},$$

где

$$\varphi_{3,4} = \frac{\pi}{2} + 2 \arccos\left(\frac{b}{R}\right) - 2 \arccos \left[ \frac{b \sin \psi}{R \sqrt{\sin^2 \psi + 4\eta \xi_{1,2} E_0^2 (1 - \cos \psi)^2}} \right],$$

$$z_{3,4} = z_0 - \frac{2 \cos \psi}{\sin \psi} \sqrt{R^2 - b^2} + \\ + \frac{2[\cos \psi + 4\eta\xi_{1,2}E_0^2(1 - \cos \psi)]}{[\sin^2 \psi + 4\eta\xi_{1,2}E_0^2(1 - \cos \psi)^2]} \times \\ \times \sqrt{[\sin^2 \psi + 4\eta\xi_{1,2}E_0^2(1 - \cos \psi)^2]R^2 - b^2 \sin^2 \psi}.$$

Таким образом, две нормальные моды слабой электромагнитной волны в результате нелинейно-электродинамического взаимодействия с полем интенсивного лазерного излучения претерпевают искривление лучей и их смещение (увлечение) вдоль оси  $z$ . Величина этих эффектов при  $\eta_1 \neq \eta_2$  различна для этих мод и зависит от численных значений величин  $R$ ,  $b$ ,  $\psi$ ,  $E_0$ ,  $\eta_1$  и  $\eta_2$ . Как следует из уравнений луча, смещение  $\delta z$  вдоль оси  $z$  после прохождения области, занятой интенсивным лазерным излучением, составляет

$$\delta z = z_{3,4} - z_0 = -\frac{2 \cos \psi}{\sin \psi} \sqrt{R^2 - b^2} + \\ + \frac{[\cos \psi + 4\eta\xi_{1,2}E_0^2(1 - \cos \psi)]}{[\sin^2 \psi + 4\eta\xi_{1,2}E_0^2(1 - \cos \psi)^2]} \times \\ \times \sqrt{[\sin^2 \psi + 4\eta\xi_{1,2}E_0^2(1 - \cos \psi)^2]R^2 - b^2 \sin^2 \psi},$$

а угол искривления луча  $\delta\varphi$  вокруг оси  $z$  равен

$$\delta\varphi = \varphi_{3,4} - \frac{\pi}{2} = 2 \arccos \left( \frac{b}{R} \right) - \\ - 2 \arccos \left[ \frac{b \sin \psi}{R \sqrt{\sin^2 \psi + 4\eta\xi_{1,2}E_0^2(1 - \cos \psi)^2}} \right].$$

Как показывает детальный анализ,  $\delta z$  и  $\delta\varphi$  могут достигать измеримых величин, если в качестве источника интенсивного лазерного излучения использовать современные лазеры на хром-форстерите.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 02-02-16598).

#### Литература

1. Халилов В.Р. Электроны в сильном поле. М., 1988.
2. Burke D.L., Feld R.C., Horton-Smith G. et al. // *Rhys. Rev. Lett.* 1997. **79**. P. 1626.
3. Денисов В.И., Денисова И.П., Кривченков И.В. // *ЖЭТФ*. 2002. **122**, № 8. С. 227.
4. Денисов В.И. // *ТМФ*. 2002. **132**, № 2. С. 211.
5. Денисов В.И., Денисова И.П. // *Докл. РАН*. 2001. **378**, № 4. С. 463.

Поступила в редакцию  
20.11.02