

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М. В. ЛОМОНОСОВА

Физический факультет

На правах рукописи

МУРЧИКОВА ЕЛЕНА МИХАЙЛОВНА

ДИРАКОВСКОЕ НЕЙТРИНО В ПЛОТНОЙ СРЕДЕ
И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Специальность 01.04.02

Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2009

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук
в. н. с. А. Е. Лобанов.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
г. н. с. А. Е. Шабад, ФИАН,

кандидат физико-математических наук
н. с. А. В. Григорьев, НИИЯФ МГУ.

Ведущая организация:

Томский государственный университет.

Защита состоится «___» декабря 2009 г. в «_____» на заседании диссертационного совета Д501.002.10 при Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова по адресу: 119991 Москва, Ленинские горы, МГУ, физический факультет, аудитория «_____».

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Автореферат разослан «___» ноября 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д501.002.10
доктор физико-математических наук профессор

Ю. В. Грац

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Физика нейтрино — одна из самых быстро развивающихся областей современной физики частиц. Интерес к ней связан с тем, что фундаментальные свойства нейтрино еще не до конца изучены. Неизвестно, является ли нейтрино дираковской или майорановской частицей, какова абсолютная величина его массы, имеет ли оно магнитный момент или другие электромагнитные свойства.

В начале XXI века было экспериментально подтверждено замечательное свойство нейтрино — флейворные осцилляции. В рамках современной теории эти осцилляции возможны, только если масса нейтрино не равна нулю, что автоматически открывает возможность существования нетривиального магнитного момента и связанных с ним спиновых осцилляций. Обнаружение таких осцилляций или доказательство их отсутствия стало бы важным шагом не только в определении электромагнитных свойств нейтрино, но и сыграло бы существенную роль в определении дираковской или майорановской природы этой частицы.

Поскольку по современным представлениям спиновые осцилляции ненаблюдаемы в вакууме принципиально, исследование поведения нейтрино в присутствии внешних электромагнитных полей и вещества приобретает особую актуальность.

Цель диссертационной работы

Целью данной диссертационной работы является исследование поведения массивного дираковского нейтрино с аномальным магнитным моментом в плотной среде и электромагнитном поле, изучение условий возникновения спиновых осцилляций и разработка методов непротиворечивого их описания.

Научная новизна работы

В диссертационной работе впервые проведен одновременный учет влияния вещества и внешнего электромагнитного поля на поведение нейтрино.

Построена строгая квантовая теория поведения нейтральной частицы со спином $1/2$ под воздействием внешних условий. Показано, что для таких частиц существуют состояния, имеющие вид нерасплывающихся волновых пакетов, т. к. групповая скорость частиц не зависит от ориентации спина.

Научная и практическая значимость работы

Полученные в работе результаты могут быть использованы при интерпретации данных нейтринных экспериментов.

Найденные решения уравнений Дирака могут применяться при расчетах вероятностей различных нейтринных процессов в плотной среде и электромагнитном поле, а также вероятностей реакций с участием фермионов в теориях с нарушенной лоренц-инвариантностью.

Апробация работы

Содержание различных разделов диссертации докладывалось на научных сессиях-конференциях секции ЯФ ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (Москва, 2005, 2007); на международных Ломоносовских конференциях по физике элементарных частиц (Москва, 2005, 2007); на XXIII конференции по физике нейтрино и астрофизике «Нейтрино–2008» (Крайстчарч, Новая Зеландия, 2008); на международном семинаре «Кварки–2008» (Сергиев Посад, 2008); на международной школе по физике флейвора (Бенаске, Испания, 2008); на международной конференциях студентов, аспирантов, молодых ученых «Ломоносов–2006» и «Ломоносов–2007» (Москва, 2006, 2007); на научной конференции «Ломоносовские чтения» (Москва, 2008).

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 12 работах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав основного текста, заключения, списка основных обозначений и определений и двух приложений. Полный объем диссертации — 105 стр., рисунков — 2, список литературы включает 151 ссылку.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулированы цели исследования, описана структура диссертации и приведен список основных публикаций по теме работы.

В **Главе 1** дан краткий исторический обзор физики нейтрино с 1933 года до настоящего времени. Отмечены важнейшие этапы развития, основные экспериментальные результаты и теоретические идеи, сформировавшие фундамент данной области. Большое внимание уделяется обсуждению современного состояния теории смешивания и флейворных осцилляций нейтрино, теории спиновых осцилляций и ее возможных следствий. Приведены последние экспериментальные ограничения на абсолютную величину массы, магнитного момента и углов смешивания нейтрино.

В **Главе 2** исследуется распространение массивного дираковского нейтрино с аномальным магнитным моментом в постоянном и однородном электромагнитном поле и однородном плотном веществе, имеющем постоянные характеристики. Такая модель представляет собой первое приближение для реальных сред.

Поведение нейтрино, когда плотность вещества достаточно велика и взаимодействие с ним можно считать когерентным, описывается уравнением Дирака–Паули с эффективным потенциалом:

$$\left(i\gamma^\mu \partial_\mu - \frac{1}{2}\gamma^\mu f_\mu(1 + \gamma^5) - \frac{i}{2}\mu_0 F^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} - m \right) \Psi(x) = 0. \quad (1)$$

Здесь m — масса нейтрино, μ_0 — аномальный магнитный момент, $F^{\mu\nu}$ — тензор электромагнитного поля, 4-вектор f^μ — интегральная характеристика вещества, представляющая собой линейную комбинацию токов j_f^μ и поляризаций λ_f^μ фермионов среды

$$f^\mu = \sum_f (\rho_f^{(1)} j_f^\mu + \rho_f^{(2)} \lambda_f^\mu). \quad (2)$$

Суммирование в (2) производится по всем фермионам f среды. В стандартной модели выражения для коэффициентов $\rho_f^{(1,2)}$ определяются формулами

$$\rho_f^{(1)} = \sqrt{2}G_F \{ I_{ev} + T_3^{(f)} - 2Q^{(f)} \sin^2 \theta_W \}, \quad \rho_f^{(2)} = -\sqrt{2}G_F \{ I_{ev} + T_3^{(f)} \}. \quad (3)$$

Здесь $Q^{(f)}$ электрический заряд фермиона f ; $T_3^{(f)}$ третья компонента слабого изоспина; G_F и θ_W — константа Ферми и угол Вайнберга соответственно;

$I_{e\nu} = 1$ для взаимодействия электронного нейтрино с электронами, $I_{e\nu} = -1$ для взаимодействия с позитронами, в остальных случаях $I_{e\nu} = 0$.

Для исследования спиновых осцилляций в чистом виде, а именно это является основной задачей работы, необходимо, чтобы уравнение (1) описывало массовые состояния нейтрино. Однако в общем случае потенциал (2) зависит от типа флейвора. Это приводит к корреляциям между флейворными и спиновыми осцилляциями. Чтобы устранить указанные корреляции, необходимо предположить, что эффективные потенциалы для нейтрино различных флейворов равны. При выполнении этого условия флейворные состояния строятся как линейная комбинация решений уравнения (1) с коэффициентами, являющимися элементами вакуумной матрицы смешивания.

Для вещества привычного состава (без мюонов, тауонов и других экзотических частиц) в рамках стандартной модели требование равенства эффективных потенциалов аналогично условию малости концентрации электронов в веществе. Такое допущение не является абсолютно модельным: к примеру, концентрация электронов очень мала в нейтронных звездах.

Решения уравнения Дирака–Паули (1) получены при учете следующих соображений. В математическом аппарате квантовой теории поля частица отождествляется с неприводимым унитарным представлением группы Пуанкаре. Неприводимое представление группы определяется с точностью до преобразования эквивалентности. Если найти такую реализацию алгебры Ли группы Пуанкаре, для которой условие неприводимости представления приводит к волновому уравнению (1), описывающему частицу в заданном поле, то преобразованные при переходе к новому представлению операторы наблюдаемых по-прежнему будут иметь ясное физическое содержание, как и интегралы движения для свободной частицы:

$$p^\mu = i\partial^\mu, \quad m^{\mu\nu} = i(x^\mu\partial^\nu - x^\nu\partial^\mu) + \frac{i}{2}\sigma^{\mu\nu}, \quad w^\mu = \frac{i}{2}\gamma^5(\gamma^\mu\gamma^\nu\partial_\nu - \partial^\mu). \quad (4)$$

Унитарный оператор указанного преобразования переводит решения волнового уравнения для свободной частицы $\Psi_0(x)$ в решения уравнения для частицы во внешнем поле $\Psi(x)$:

$$U(x, x_0)\Psi_0(x) = \Psi(x), \quad (5)$$

т. е. $U(x, x_0)$ является сплетающим оператором в смысле Дарбу.

Преобразованные операторы

$$p^\mu = U(x, x_0)p^\mu U^{-1}(x, x_0), \quad m^{\mu\nu} = U(x, x_0)m^{\mu\nu}U^{-1}(x, x_0) \quad (6)$$

коммутируют с оператором волнового уравнения (1). Оператор p^μ может трактоваться как оператор кинетического импульса. Новый вектор Паули–Любаньского–Баргмана \mathfrak{W}^μ и компоненты трехмерного вектора спина \mathfrak{S}_i строятся так же, как для свободной частицы, только с заменой p^μ , $m^{\mu\nu}$ на p^μ , $m^{\mu\nu}$:

$$\mathfrak{W}^\mu = -\frac{1}{2} e^{\mu\nu\rho\lambda} m_{\nu\rho} p_\lambda, \quad \mathfrak{S}_i = -\frac{1}{m} \mathfrak{W}_\mu S_i^\mu(p), \quad (7)$$

где S_i^μ — произвольные пространственноподобные орты.

Выражение для сплетающего оператора $U(x, x_0)$ получено в приближении постоянства электромагнитных полей, токов и поляризаций вещества:

$$F^{\mu\nu} = \text{const}, \quad j_f^\mu = \text{const}, \quad \lambda_f^\mu = \text{const}. \quad (8)$$

С его помощью найден явный вид операторов кинетического импульса p^μ и проекции спина $\mathfrak{S}_{\text{тр}}$. Полная ортонормированная система стационарных волновых функций, которая характеризуется собственными значениями этих операторов q^μ , $q^2 = m^2$ и $\zeta = \pm 1$ соответственно, имеет вид (детали вычислений приведены в **Приложениях**):

$$\Psi_{q\zeta}(x) = e^{-i(P_\zeta x)} \sqrt{|J_\zeta(q)|} (1 - \zeta \gamma^5 \gamma_\mu S_{\text{тр}}^\mu(q)) (\gamma^\mu q_\mu + m) \psi_0. \quad (9)$$

где

$$P_\zeta^\mu = q^\mu \left(1 + \zeta \frac{(f\varphi)}{2 \sqrt{(\varphi q)^2 - m^2 \varphi^2}} \right) + \frac{1}{2} f^\mu \left(1 - \frac{\zeta \sqrt{(\varphi q)^2 - m^2 \varphi^2}}{(\varphi q)} \right) - \varphi^\mu \frac{\zeta (f\varphi) m^2}{2(\varphi q) \sqrt{(\varphi q)^2 - m^2 \varphi^2}}, \quad (10)$$

$$S_{\text{тр}}^\mu(q) = \frac{q^\mu(\varphi q)/m - \varphi^\mu m}{\sqrt{(\varphi q)^2 - \varphi^2 m^2}}. \quad (11)$$

Здесь $\varphi^\mu = f^\mu/2 + \mu_0 H^{\mu\nu} q_\nu/m$, $H^{\mu\nu} = -\frac{1}{2} e^{\mu\nu\rho\lambda} F_{\rho\lambda}$ — тензор, дуальный тензору электромагнитного поля; ψ_0 — постоянный нормированный спинор; $J_\zeta(q)$ — якобиан перехода от переменных P_ζ^μ к переменным q^μ

$$J_\zeta(q) = \left(1 + \zeta \frac{(f\varphi)}{2 \sqrt{(\varphi q)^2 - m^2 \varphi^2}} \right)^2 \left(1 + \zeta \frac{\mu_0 f_\mu H^{\mu\nu} q_\nu / (2m) - 2\mu_0^2 I_1}{\sqrt{(\varphi q)^2 - m^2 \varphi^2}} \right), \quad (12)$$

где $I_1 = \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ — первый инвариант тензора $F^{\mu\nu}$.

Из этих формул следует закон дисперсии нейтрино в веществе и электромагнитном поле:

$$\tilde{P}^2 = m^2 - f^2/4 - 2I_1 - 2\zeta\Delta\sqrt{(\tilde{P}\tilde{\Phi})^2 - \tilde{\Phi}^2m^2}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{P}^\mu &= P_\zeta^\mu - f^\mu/2, & \tilde{\Phi}^\mu &= f^\mu/2 + \mu_0 H^{\mu\nu} \tilde{P}_\nu/m, \\ \Delta &= \text{sign} \left(1 + \frac{\mu_0 f_\mu H^{\mu\nu} \tilde{P}_\nu/m - 4I_1}{\tilde{P}^2 - m^2 + f^2/4 + 2\mu_0^2 I_1 - (\tilde{\Phi}f)} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Он отличен от закона дисперсии свободной частицы, поэтому в реакциях с другими частицами могут открываться каналы, закрытые в свободном случае. При этом групповые скорости нейтрино в состояниях с различной поляризацией одинаковы:

$$\mathbf{v}_{\text{gr}} = \frac{\partial P_\zeta^0}{\partial \mathbf{P}_\zeta} = \frac{\mathbf{q}}{q^0}. \quad (15)$$

Свойство (15) обеспечивает возможность построения системы нестационарных решений уравнения (1) в виде нерасплывающихся волновых пакетов

$$\Psi_{q\zeta_0}(x) = \frac{1}{2} \sum_{\zeta=\pm 1} e^{-i(P_\zeta x)} (1 - \zeta\gamma^5 \gamma_\mu S_{\text{tp}}^\mu(q))(1 - \zeta_0\gamma^5 \gamma_\mu S_0^\mu(q))(\gamma^\mu q_\mu + m)\psi_0. \quad (16)$$

Эти волновые функции описывают спин-когерентные состояния нейтрино в веществе и электромагнитном поле, параметризованные 4-вектором $S_0^\mu(q)$, задающим начальную поляризацию частицы.

Квазиклассическая интерпретация решений (16) вполне очевидна: они описывают частицу с вращающимся спином. При этом все изменения в ориентации спина происходят в плоскости перпендикулярной вектору

$$\zeta_{\text{tp}} = \mathbf{S}_{\text{tp}} - \frac{\mathbf{q}S_{\text{tp}}^0}{q^0 + m}, \quad (17)$$

и решения стационарны только тогда, когда изначально частица поляризована вдоль данного вектора.

Обсуждение полученных результатов и их сравнение с результатами традиционного подхода к исследованию спиновых осцилляций нейтрино в электромагнитном поле проводится в конце главы. Рассмотрен именно этот частный случай, поскольку исследование поведения нейтрино одновременно в плотной среде и электромагнитном поле ранее не проводилось.

Традиционный подход подразумевает нахождение стационарных решений задачи $\Psi_{p\zeta}(x)$, являющихся собственными функциями оператора канонического импульса $p^\mu = i\partial^\mu$ и оператора проекции спина \mathfrak{S}_{sp} , а затем решение задачи Коши с такими начальными условиями, что среднее значение оператора спиральности $(\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{p})/|\mathbf{p}|$ в начальном состоянии равно ± 1 . При этом заранее предполагается, что решение задачи Коши может быть представлено как линейная комбинация волновых функций с определенным знаком энергии:

$$\Psi(x) = \sum_{\zeta=\pm 1} c_\zeta(p) \Psi_{p\zeta}(x). \quad (18)$$

Однако такой подход некорректен. Дело в том, что если в чистом квантовомеханическом состоянии среднее значение спинового оператора равно ± 1 , то это состояние описывается собственной функцией этого оператора, а сконструировать собственную функцию оператора спиральности в виде суперпозиции только двух собственных функций другого оператора проекции спина, имеющих фиксированный знак энергии, вообще говоря, невозможно. Это связано с тем, что оператор спиральности не является интегралом движения в рассмотренной задаче.

Таким образом, имеет место аналог парадокса Клейна: попытка ориентировать спин частицы вдоль заранее заданного произвольного направления вызывает появление в решении вкладов с отрицательным знаком энергии. Подход, предложенный в диссертации, позволяет в определенном смысле разрешить этот парадокс.

Используя полученные волновые функции ортогонального или когерентного базисов, можно вычислять вероятности различных процессов с участием нейтрино в рамках картины Фарри. Выбирая тот или иной тип базиса, необходимо учитывать, что стационарные состояния нейтрино могут формироваться только тогда, когда линейные размеры области, занятой материальными объектами, сравнимы с длиной формирования процесса, которая в нашем случае соответствует длине спиновых осцилляций нейтрино.

Глава 3 посвящена применению результатов, полученных в предыдущей главе, к исследованию процессов рождения электрон-позитронных пар фотоном и излучения фотона электроном в вакууме, индуцированных аксиально-векторным конденсатом b^μ , нарушающим лоренц-инвариантность, в рамках расширенной стандартной модели.

Уравнение Дирака, описывающее поведение электронов в данной задаче, является частным случаем уравнения (1) и получается из него заменой $F^{\mu\nu} = 0$, $f^\mu/2 = b^\mu$. На пространственные компоненты вектора b^μ есть жесткие экспериментальные ограничения $|\mathbf{b}| < 10^{-18} - 10^{-22}$ эВ, а на временную только $|b_0| < 10^{-2}$ эВ. Поэтому он выбран в виде $b^\mu = \{b, 0, 0, 0\}$. Вычисления вероятностей процессов проведены с использованием стандартных методов картины Фарри.

В реалистичном случае, когда $d = |b|/m \ll 1$, вероятность рождения пар

$$W_{\bar{g}\bar{\zeta}_e\bar{\zeta}_e} \approx \frac{e^2 m}{16\eta} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \eta_1/\eta}}{1 - \sqrt{1 - \eta_1/\eta}} (1 + \bar{\zeta}_e)(1 + \bar{\zeta}_e)(1 + \bar{g}). \quad (19)$$

Здесь m, e — заряд и масса электрона, $\eta = k^0/2m$, $\eta_1 = (1 + d^2)/(2d)$, $\bar{g} = g \operatorname{sign}(b)$, $\bar{\zeta}_e = \zeta_p \operatorname{sign}(b)$, $\bar{\zeta}_e = \zeta_q \operatorname{sign}(b)$, где k^0 — энергия исходного фотона, g, ζ_p, ζ_q — спиральности фотона, электрона и позитрона соответственно.

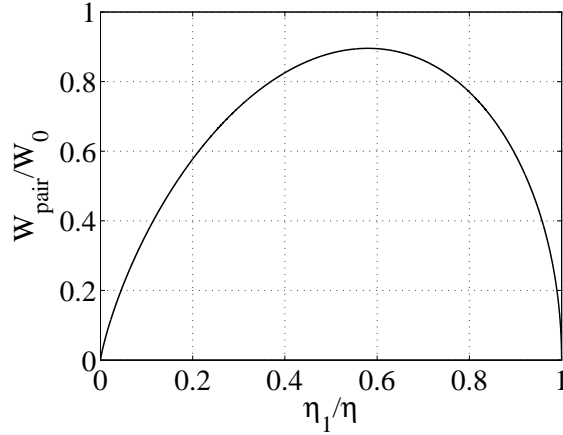


Рис. 1: Зависимость вероятности процесса образования электрон-позитронных пар от обратной энергии налетающего фотона. $W_0 = e^2 m/(2\eta_1) \approx 10^{13} (|b|/1\text{эВ}) c^{-1}$; $\eta_1/\eta \approx 2.5 \times 10^{11} (1\text{эВ})^2/(|b|k^0)$.

Вероятность излучения фотона электроном в релятивистском случае $\gamma = p^0/m \gg 1$ при $d \ll 1$ имеет вид

$$W_{\bar{g}\bar{\zeta}_i\bar{\zeta}_f} \approx \frac{e^2 m}{16\gamma} \left[\ln(1 + 4d\gamma) - \frac{4d\gamma(1 + 6d\gamma)}{(1 + 4d\gamma)^2} \right] (1 - \bar{\zeta}_i)(1 + \bar{\zeta}_f)(1 - \bar{g}). \quad (20)$$

Здесь $\bar{g} = g \operatorname{sign}(b)$, $\bar{\zeta}_i = \zeta_p \operatorname{sign}(b)$, $\bar{\zeta}_f = \zeta_q \operatorname{sign}(b)$, где p^0 — энергия начального электрона, g, ζ_i, ζ_f — спиральности фотона, начального и конечного электрона, соответственно.

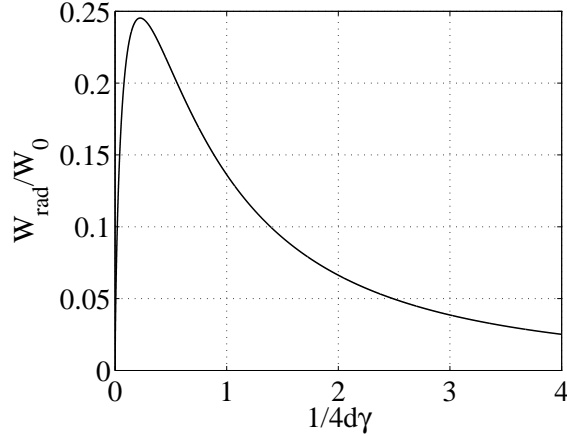


Рис. 2: Зависимость вероятности излучения фотона от обратной энергии налетающего электрона. $W_0 = e^2 m d \approx 10^{13} (|b|/1\text{эВ}) \text{с}^{-1}$; $1/4d\gamma \approx 0.6 \times 10^{11} (1\text{эВ})^2 / (|b|p^0)$.

Для полученных формул характерны жесткие ограничения на поляризационные свойства начальных и конечных частиц, участвующих в реакциях. Так, заряженные частицы могут рождаться фотоном только со знаком спиральности, совпадающим со знаком эффективного потенциала, причем в наиболее реалистичном случае, когда $d \ll 1$, преимущественно фотонами со знаком спиральности, совпадающим со знаком b .

Фотоны же могут испускаться только теми заряженными частицами, у которых знак спиральности противоположен знаку эффективного потенциала. В релятивистском случае процесс может идти только с переворотом спина, причем излученные фотоны будут иметь знак спиральности противоположный знаку эффективного потенциала.

Указанные свойства позволяют сделать вывод, что рассмотренные процессы не могут иметь каскадный характер. И, следовательно, не могут приводить к постепенной потере энергии ультрарелятивистскими частицами.

Если сравнивать выявленные закономерности с закономерностями, присущими хорошо известным радиационным процессам с участием нейтрино — рождением пары нейтрино-антинейтрино фотоном и спиновым светом нейтрино в веществе, то можно убедиться, что поляризационные характеристики фотонов, участвующих в данных реакциях, противоположны тем, которые имеют место в исследованной в диссертации задаче. Это принципиальное отличие объясняется тем, что электрон излучает за счет своего заряда, а нейтрино — за счет аномального магнитного момента. Поэтому при высоких энергиях для радиационных процессов с участием электронов реализуются разрешенные переходы, а для процессов с участием нейтри-

но — так называемые запрещенные переходы, когда орбитальный момент конечных частиц отличен от нуля.

Следствием этого обстоятельства, в частности, является то, что в ультррелятивистском пределе нейтрино может терять на излучение только $1/3$ своей энергии, энергия же электрона может уноситься фотоном практически полностью.

В **Заключении** сформулированы основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Исследовано поведение массивного дираковского нейтрино с аномальным магнитным моментом в плотной среде и электромагнитном поле. Найдены решения уравнения Дирака в случае, когда электромагнитное поле и вещество можно считать однородными и обладающими постоянными характеристиками.
2. Для нейтральной частицы со спином $1/2$ во внешнем электромагнитном поле и веществе введены операторы кинетического импульса и поляризации, по собственным значениям которых классифицируются эти решения.
3. Показано, что нейтрино с различными ориентациями спина имеют одинаковые групповые скорости, вследствие чего полученные решения представляют собой нерасплывающиеся пакеты, которые описывают нейтрино с вращающимся спином.
4. В расширенной стандартной модели, учитывающей возможное существование аксиально-векторного конденсата, нарушающего лоренц-инвариантность теории, в рамках картины Фарри исследованы процессы рождения электрон-позитронных пар фотоном и излучения фотона электроном в вакууме. Установлено, что вероятности этих процессов критически зависят от поляризационных состояний частиц, участвующих в реакциях.
5. Проведено сравнение вероятностей этих радиационных процессов с вероятностями аналогичных процессов с участием нейтрино в плотной среде. Показано, что при высоких энергиях в процессах с участием электронов имеют место разрешенные переходы, тогда как для нейтринных процессов основную роль играют так называемые запрещенные переходы, когда орбитальный момент конечных частиц отличен от нуля.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

- [1] Zhukovsky V. Ch., Lobanov A. E., Murchikova E. M. Radiative effects in the standard model extension. — *Phys. Rev. D.* — 2006. — Vol. 73, no. 6, 065016.
- [2] Жуковский В. Ч., Лобанов А. Е., Мурчигова Е. М. Образование электрон-позитронных пар и излучение фотона электроном в аксиально-векторном фоновом поле. — *ЯФ.* — 2007. — Т. 70, № 7. — С. 1289–1293.
- [3] Лобанов А. Е., Мурчигова Е. М. Динамика дираковской частицы в теории с нарушенной лоренц-инвариантностью. — *Вестник МГУ, Серия 3 "Физика и Астрономия"*. — 2008. — Т. 63, № 2. — С. 11–14.
- [4] Арбузова Е. В., Лобанов А. Е., Мурчигова Е. М. Динамика спина нейтрино в плотной среде и электромагнитном поле. — *ЯФ.* — 2009. — Т. 72, № 1. — С. 149–154.
- [5] Zhukovsky V. Ch., Lobanov A. E., Murchikova E. M. Radiative effects in theories with Lorentz symmetry violation. — *Proc. of 12th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics "Physics at the year of the 250 Anniversary of Moscow University"*, ed. by A. Studenikin. — World Scientific. — Singapore. — 2006. — Pp. 389–392.
- [6] Arbuzova E. V., Lobanov A. E., Murchikova E. M. Neutrino propagation in a dense magnetized matter. — *Proc. of the 13th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics "Particle Physics on the EVE of LHC"*, ed. by A. Studenikin. — World Scientific. — Singapore. — 2009. — Pp. 181–185.
- [7] Arbuzova E. V., Lobanov A. E., Murchikova E. M. Neutrino spin dynamics in dense matter and electromagnetic field. — *The XXIII Conference on Neutrino Physics and Astrophysics.* — *J. Phys.: Conf. Series.* — 2008. — Vol. 136, 042091.
- [8] Arbuzova E. V., Lobanov A. E., Murchikova E. M. Operators of observables for neutral particle in dense matter and electromagnetic field. — *Proc. of 15th International Seminar QUARKS-2008.* — (в печати). — <http://quarks.inr.ac.ru/2008>.

- [9] Мурчи́кова Е. М. Решение уравнения Дирака в расширенной стандартной модели. — “Ломоносов-2006” секция “Физика”. — 2006. — Т. 2. — С. 86.
- [10] Мурчи́кова Е. М. Дираковская частица в расширенной стандартной модели. — “Ломоносов-2007” секция “Физика”. — 2007. — С. 226.
- [11] Арбузова Е. В., Лобанов А. Е., Мурчи́кова Е. М., Павлова О. С., Интегралы движения для нейтрино в плотной среде и электромагнитном поле. — *Ломоносовские чтения*. — МГУ. — 2008. — С. 148–150.
- [12] Arbuzova E. V., Lobanov A. E., Murchikova E. M. Pure quantum states of neutrino with rotating spin in dense magnetized matter. — *arXiv: 0903.3358 [hep-ph]*. — 2009.