

На правах рукописи

МОНИН АЛЕКСАНДР КОНСТАНТИНОВИЧ

**СПОНТАННЫЕ И ИНДУЦИРОВАННЫЕ
НЕПЕРТУРБАТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ ВО ВНЕШНИХ
ПОЛЯХ**

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

МОСКВА – 2008

Работа выполнена на кафедре квантовой статистики и теории поля
физического факультета Московского Государственного Университета
имени М.В.Ломоносова

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
Борис Иосифович Садовников

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
Никита Ованесович Агасян

доктор физико-математических наук,
Владимир Чеславович Жуковский

Ведущая организация: Математический Институт
имени В.А. Стеклова

Защита состоится 18 декабря 2008 года в 15 часов 30 минут на
заседании диссертационного совета Д 501.002.10 при Московском
Государственном Университете им. М. В. Ломоносова по адресу 119991,
г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д.1, стр.2, МГУ, физический
факультет, ауд. СФА

Автореферат разослан 12 ноября 2008 года

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 501.002.10
доктор физико-математических наук

Ю.В. Грац

Общая характеристика работы

Актуальность темы

В квантовой теории поля возможны несколько подходов. Один из них - вычисление фейнмановских диаграмм, что представляет собой не что иное, как разложение в ряд по константе связи, так называемое, пертурбативное вычисление. Но не исключена ситуация, когда подобное вычисление неприменимо, либо оно не до конца описывает явление. В большинстве случаев именно так и происходит в КХД, где константа связи при росте энергии достаточно долго остаётся большой. Примеры неприменимости пертурбативного разложения возникают не только в квантовой теории поля, ведь даже уже в квантовой механике можно наблюдать ситуации, в которых разложение по малому параметру не дает полного ответа. Поэтому необходимо применять, так называемые, нептурбативные методы. Такие методы позволяют вычислять величины, заведомо недоступные с точки зрения теории возмущений. Примерами того, как нептурбативные методы дают результат, являются туннельные процессы и их обобщения. Туннельные нептурбативные процессы, являются очень интересными физическими явлениями. Они встречаются уже в квантовой механике, где обуславливают расщепление уровней энергии. В квантовой теории поля также существуют примеры туннельных процессов, например, рождение пар во внешних полях, распад ложного вакуума. Ответы для вероятностей подобных процессов носят существенно неаналитический характер по константе связи, т.е. невозможность их получения по теории возмущения очевидна.

Процесс спонтанного распада ложного вакуума начал обсуждаться очень давно, но, не смотря на это, до сих пор периодически возникают всё новые и новые задачи, связанные напрямую или косвенно с этим

явлением. Впервые задача об определении вероятности распада ложного (метастабильного) вакуума была сформулирована и решена с точностью до экспоненциальной зависимости Волошиным, Кобзарёвым и Окунем в 1974 году. В дальнейшем подобные задачи возникали во многих областях, как в контексте термодинамических, так и чисто квантовых флуктуаций, в космологии, при изучении свойств и поведения ранней Вселенной, в физике конденсированного состояния, в физике частиц при изучении стабильности вакуума, как инструмент, при рассмотрении непертурбативных явлений в динамике квантовых полей. Наряду со спонтанным процессом, когда начальным состоянием является чистый ложный вакуум, можно рассматривать, так называемые, индуцированные процессы, когда исходное состояние возбуждено над вакуумом. Например, в исходном состоянии может присутствовать одна или несколько частиц. Аналог индуцированного распада в квантовой механике - это подбарьерное туннелирование при ненулевой энергии. Очевидно, что вероятность такого процесса больше. На языке полей можно сказать, что энергия частиц передаётся степеням свободы, соответствующим рождению пузыря, таким образом, процесс распада может быть ускорен. Многие способы катализа могут быть рассмотрены, например, ускорение распада из-за присутствия в начальном состоянии возбуждения (частицы), или распад ложного вакуума при конечной температуре.

Другим классом непертурбативных процессов являются индуцированные и спонтанные процессы во внешних полях: такие как рождение электрически (магнитно) заряженных частиц во внешнем электрическом (магнитном) поле, рождение струн, распад связанных состояний во внешнем поле и т.д. Швингером в рамках КЭД ещё в 1951 году был получен ответ для вероятности рождения электрон-позитронной пары во внешнем электрическом поле. Поэтому все подобные процессы назы-

ваются швингеровскими. Существует тесная связь между спонтанным распадом ложного вакуума и швингеровским рождением пар во внешнем поле. Формально эти два явления эквивалентны в $1 + 1$ -мерии. Действие S_{cl} для классической конфигурации e^+e^- в Евклидовом времени выглядит как $const_1(\text{volume}) - const_2(\text{surface})$. Аналогичное поведение типично для действия на классическом пузыре в приближении тонкой стенки, которое описывает распад ложного вакуума. Это утверждение является следствием фермион – бозонной дуальности в $1 + 1$ -мерии и может служить подсказкой к лучшему пониманию двух видов процессов. Вычисление Эйлера и Гезенберга было проведено для постоянного поля. Для гармонической плоской волны вычисление было впервые сделано Швингером. Можно убедиться, что тоже самое выражение справедливо и для адиабатически меняющихся полей. Нарожный и Никишов вычислили точно эффективный лагранжиан в электрическом поле, зависящем от времени, как $E(t) \sim \frac{1}{\cosh^2(\Omega t)}$. Квазиклассические методы были развиты далее на основе ВКБ приближения, а также на основе, так называемых, инстантонов. Некоторые авторы также рассматривали хокинговское излучение, как процесс, подобный швингеровскому.

Естественным продолжением в данной области является изучение процессов распада БПС состояний во внешних полях. Конфигурации полей с магнитным зарядом возникают во многих спонтанно нарушенных неабелевых калибровочных теориях. Такие конфигурации называются магнитными монополями. Масса M монополя велика в режиме слабой связи, а размер пропорционален $\sim \frac{1}{\alpha M}$. Тем самым магнитный монополь является существенно классическим объектом. Изучение всевозможных характеристик подобных объектов очень важно для понимания свойств теорий, в которых они присутствуют.

Было предположено, что также как электрон-позитронные па-

ры могут рождаться во внешнем электрическом поле, монополь-антимонопольные пары могут рождаться во внешнем магнитном поле. Соответственно, интересен вопрос о распаде магнитного монополя во внешнем электрическом поле на дион и электрически заряженную частицу.

Нарушение закона сохранения барионного числа в присутствии магнитного монополя, квантование заряда - лишь не многие примеры богатой физики монополей.

Одна из проблем, связанных с магнитными монополями, - это оценка концентрации монополей во Вселенной. Оценочные результаты на несколько порядков больше экспериментальных. Было показано, что наша Вселенная должна содержать относительно большое число монополей 'т Хоофта – Полякова массой $M \sim M_W/\alpha \sim 10^4$ ГэВ (на 10 порядков больше, чем экспериментальное ограничение), если только они не связаны в мезоноподобных состояниях или не существует другого способа распада монополя.

Генерация ТВО монополей ($M \sim 10^{17}$ ФэВ) сразу после нарушения калибровочной симметрии ТВО группы была большой проблемой для стандартной космологической модели, пока не была решена в терминах инфляционной космологии.

“Феноменология” монополей накладывает некоторые ограничения на их количество. Наблюдаемый поток J на Земле ограничен сверху $J < 1.4 \times 10^{-16} \frac{1}{\text{см}^2 \text{с срад}}$. Так называемое ограничение Паркера происходит из предела на поток монополей $J < 1 \times 10^{-15} \frac{1}{\text{см}^2 \text{с срад}}$. Ожидаемые скорости монополей лежат в области $10^{-4} < v/c < 1$, ожидаемые массы ТВО монополей по порядку величины равны 10^{17} ГэВ или выше, монополи с массами $10^7 \dots 10^{15}$ ГэВ могли образоваться в течение последующих фазовых переходов (после нарушения ТВО симметрии). Наименьшая

масса монополя t' Хоофта достигается в БПС пределе $M \sim M_W/\alpha$. Предел на концентрацию монополей зависит от их скорости и потока, и может быть оценен $n_M < 10^{-26} \dots 10^{-22} \text{ см}^{-3}$.

Таким образом концентрация монополей во Вселенной является очень важной величиной, т.к. имеются экспериментальные ограничения на неё. Следовательно, очень важно знать возможные каналы распада магнитных монополей. В частности, очень интересен процесс распада монополя во внешнем поле.

Во-первых, не возможно полностью избежать сценария распада монополя в звёздной материи, предложенного Зельдовичем и Хлоповым. Необходимо уделять особое внимание таким процессам в чёрных дырах, т.к. эти объекты могут создавать поля, близкие к критическим (верхний предел на электрическое поле чёрных дыр имеет значение $2 \times 10^{12} \text{ Гс}$), когда распад монополя не подавлен экспоненциальным фактором $e^{-S} \sim 10^{-4.3}$.

Во-вторых, в начале инфляционной стадии, когда монополи только образовались, не исключена возможность существования электрического поля, которое ускоряет распад монополя.

В-третьих, можно рассмотреть распад монополя в межзвёздной среде, т.к. показано, что магнитные поля порядка величины 10^{-2} Гс должны существовать в плотных скоплениях молекул и туманностях.

Реалистический порядок параметра Келдыша

$$\gamma = \frac{10^{-19} \text{ с } E_{cr}}{\tau E} \quad (1)$$

для возможных применения техники, описанной в работе, где τ - характерное время, E - характерное значение поля, а E_{cr} - критическое значение поля для электрона ($4 \cdot 10^{13} \text{ Гс}$). Наиболее быстрые процессы, наблюдаемые в современной Вселенной наблюдаются в пульсарах

и могут иметь характерное время порядка $\tau \sim 10^{-3}$ с. С другой стороны, характерное магнитное поле пульсара по порядку величины равно $10^{-1}E_{cr}$. То есть γ очень мала, и можно использовать предел постоянного поля.

В земных условиях, лазеры с характерным временем $\tau \sim 10^{-15} \dots 10^{-16}$ с, и напряжённостью поля $E \sim 10^{-3} \dots 10^{-5}$ Гс могут быть доступны экспериментаторам. Характерное значение действия в этом случае $S \sim 10^3$, при этом распад всё ещё подавлен. Если гамма-лазеры могут создавать достаточно короткие импульсы, можно надеяться на уменьшение τ на 2 – 3 порядка и достигнуть значения действия $S \sim 1$. Однако, такие параметры не достижимы в настоящее время. Более того, квазиклассическое приближение не применимо при таких значениях действия S . Размышляя далее, можно предположить, что монополи могут рождаться на неких высокоэнергетических установках, а затем направлены в устройство, где созданы обсуждаемые поля. Тогда распад монополя на дион и электрон может быть обнаружен. Однако, понятны как технологические, так и теоретические сложности связанные с осуществлением этого проекта. Все попытки обнаружить монополь на ускорителях не увенчались успехом до сих пор (были произведены попытки обнаружить монополь Дирака на Тэватроне). По данным с существующих установок были получены ограничения на массу монополя и сечение рассеяния $M > 300$ ГэВ, $\sigma < 10^{-37}$ см². Это накладывает ограничения на рождение монополя на ЛНС. Если его светимость порядка $\sim 10^{34}$ см⁻²с⁻¹, верхний предел рождения монополя будет 10^4 событий в год, если использовать верхнее значение предела на сечение рассеяния.

Цель работы

Целью данной диссертационной работы является исследование различных процессов распада состояний во внешних полях, в особенности распада магнитного монополя во внешнем электрическом поле. Необходимо было определить вплоть до однопетлевых (предэкспоненциальных) поправок ширину распада магнитного монополя на электрически заряженную частицу и дион. Исследовать зависимость полученного ответа от различных значений параметров задачи. Вычислить вероятность (ширину) распада W -бозона во внешнем магнитном поле. Обобщить результаты на случай распада нейтральной частицы (связанное состояние) на две заряженные во внешнем электрическом поле в 2-мерии (модель Тирринга). Вычислить для подобной модели температурные поправки к ширине распада.

Научная новизна и практическая значимость

В работе впервые была вычислена ширина распада магнитного монополя во внешнем постоянном электрическом поле квазиклассическим методом, с применением инстантонного подхода в формализме первичного квантования. Определены рамки применимости данного подхода, из-за нелокальности монопольного и дионного решения. Найдено ограничение на величину внешнего электрического поля, позволяющее работать в данном приближении. Определено соотношение между массами частиц, участвующих в процессе, при котором возможен распад монополя. Показано, что лидирующая экспоненциальная зависимость определяется, как и ожидалось, Евклидовым действием (действием в Евклидовом времени), вычисленном на решениях классических уравнений движения. Использование дуальности электрического и магнитного

полей дало возможность получить вероятность распада W -бозона во внешнем постоянном магнитном поле, на основе результатов, полученных для распада магнитного монополя. Приведено качественное исследование однопетлевых поправок, связанных с детерминантом оператора второй вариации. Явно найдена часть спектра оператора с определёнными граничными условиями. Дана интерпретация нулевой моды. Показано существование отрицательной моды, гарантирующее возможность данного процесса.

Развитый подход, с использованием континуального интеграла, обобщен на случай внешнего зависящего от времени электромагнитного поля. Для определённого класса полей найдена ширина распада магнитного монополя на дион и электрон с экспоненциальной точностью. Исследована зависимость полученного ответа от параметра Келдыша, связанного со скоростью изменения электромагнитного поля. Используя дуальность, ответ был обобщен на случай пространственно неоднородного электрического поля. Также изучена зависимость ширины распада в этом случае от параметра, характеризующего неоднородность поля.

Используя формализм вторичного квантования, а также существование вершины взаимодействия (p, q) струн, сформулирована эффективная теория взаимодействия магнитного монополя, электрически заряженной частицы и диона. В рамках данной теории впервые получен ответ для вероятности распада магнитного монополя во внешнем постоянном электрическом поле с точностью до предэкспоненциального фактора. Экспоненциальная зависимость ответа согласуется с полученным выражением, при использовании формализма первичного квантования и интеграла по траекториям. Разработан и исследован способ вычисления неодномерных интегралов по швингеровским параметрам методом перевала. Даны обоснования выбора контура интегрирования.

С помощью разработанной техники найдена вероятность распада связанного состояния в 2-мерной модели Тирринга. Сравнение с результатами, полученными ранее, дало возможность определить эффективную константу взаимодействия связанного состояния и фундаментальных фермионов.

Обобщена задача распада нейтральной частицы (мезонного состояния) на две электрически заряженные частицы во внешнем поле при ненулевой температуре. Найдена в общем виде однопетлевая поправка к функции Грина нейтральной частицы во внешнем постоянном электрическом поле. Отмечены сложности интерпретации ответа в терминах вероятности (ширины) распада при высоких температурах. Найдены температурные поправки к вероятности распада мезона при малых температурах с точностью до предэкспоненциального фактора.

Аппробация диссертации и публикации

Основные результаты диссертации докладывались на регулярных семинарах ИТЭФ, регулярных студенческих семинарах ИТЭФ, на семинаре отделения теоретической физики Университета Уппсалы, на семинаре Института Теоретической Физики Университета Миннесоты. А также на международных школах и конференциях: международная школа Saalburg Summer School for Graduate Students - Doktorandenschule Saalburg - "Grundlagen und neue Methoden der theoretischen Physik (Германия Волферсдорф, 2006), Зимняя школа ИТЭФ (Москва 2005), "Ломоносов 2005" (Москва 2005)

По теме диссертации опубликовано 4 работы.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Общий объём диссертации 98 страниц. Список литературы содержит 91 наименование.

Краткое содержание диссертации

Введение

Во введении обосновывается актуальность и значимость решаемых вопросов, формулируется цель и задача работы. Также кратко излагается обзор основных результатов и методов в рассматриваемой области. Обсуждаются подходы, используемые в диссертации.

Глава 2

Во второй главе изучается формализм первичного квантования при вычислении вероятности распада БПС состояний во внешнем постоянном электрическом поле. Вершина (DeM) естественным образом возникает в теории струн. Чтобы найти вероятность, необходимо вычислить поправки к функции Грина монополя в присутствии электрон-дионной петли. Функция Грина свободного массивного монополя во внешнем электромагнитном поле может быть записана в виде (Евклидово время)

$$G(T, 0; 0, 0) = \int \mathcal{D}y_\mu e^{-M_m \int \sqrt{\dot{y}_\mu^2} dt} \sim e^{-M_m T} \quad (2)$$

Учитывая только однобаунсовую (однопетлевую) поправку, получим

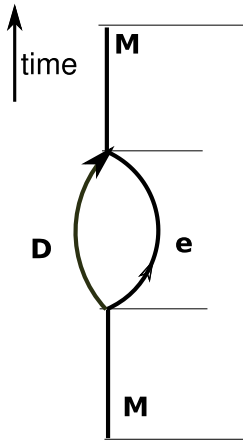


Рис. 1: классические траектории частиц в Евклидовом времени

$$\begin{aligned}
G(T, 0; 0, 0)_{bounce} &\sim \int \mathcal{D}x \mathcal{D}z \exp(-m \int \sqrt{\dot{x}^2} dt - M_d \int \sqrt{\dot{z}^2} dt - M_m(T - h) \\
&- ie \int (A_\mu(x) + A_\mu^{ext}(x)) dx_\mu + ie \int (A_\mu(z) + A_\mu^{ext}(z)) dz_\mu \\
&- \int \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 d^4x),
\end{aligned} \tag{3}$$

с действием

$$S = ml + M_d L - eEQ - M_m h, \tag{4}$$

где l, L - длины траекторий, а Q - площадь ограниченная этой петлёй.

Минимизация действия даёт

$$\begin{aligned}
S_{cl} &= \frac{m^2}{eE} \arccos \frac{M_m^2 + m^2 - M_d^2}{2mM_m} + \frac{M_d^2}{eE} \arccos \frac{M_m^2 - m^2 + M_d^2}{2M_d M_m} - \\
&- \frac{mM_m}{eE} \sqrt{1 - \left(\frac{M_m^2 + m^2 - M_d^2}{2mM_m} \right)^2}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Тем самым найдена вероятность распада монополя

$$\Gamma_m \sim e^{-S_{cl}}. \tag{6}$$

Аналогично получается ответ для вероятности распада W-бозона

$$\Gamma_w \sim e^{\frac{M_m^2}{gB} \arccos \frac{M_w^2 + M_m^2 - M_d^2}{2M_w M_m} + \frac{M_d^2}{gB} \arccos \frac{M_w^2 - M_m^2 + M_d^2}{2M_d M_w} - \frac{M_w M_m}{gB} \sqrt{1 - \left(\frac{M_w^2 + M_m^2 - M_d^2}{2M_w M_m} \right)^2}}, \quad (7)$$

где M_w , M_m , M_d - массы W-бозона, монополя и диона соответственно, B - внешнее магнитное поле, g - магнитный заряд монополя.

Для исследования детерминанта, находится оператор второй вариации. Соответствующие уравнения

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{4\theta_1} f_0'' + \frac{1}{4\theta_1} \cos 2a f_0'' - \sin 2a f_0' + \frac{1}{4\theta_1} \sin 2a f_1'' + \cos 2a f_1' - f_1' = \frac{\lambda}{eE} f_0, \\ \frac{1}{4\theta_1} \sin 2a f_0'' + \cos 2a f_0' + f_0' - \frac{1}{4\theta_1} f_1'' - \frac{1}{4\theta_1} \cos 2a f_1'' + \sin 2a f_1' = \frac{\lambda}{eE} f_1, \\ -\frac{1}{2\theta_1} f_2'' = \frac{\lambda}{eE} f_2, \\ -\frac{1}{2\theta_1} f_3'' = \frac{\lambda}{eE} f_3. \end{array} \right. \quad (8)$$

Решением этих уравнений с определёнными граничными условиями являются

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0^{e,d}(t) = B_{1,2} \sin \pi n t \sin(2\theta_{1,2} t - \theta_{1,2}), \\ f_1^{e,d}(t) = \mp B_{1,2} \sin \pi n t \cos(2\theta_{1,2} t - \theta_{1,2}), \end{array} \right. \quad (9)$$

с собственными значениями

$$\lambda_n^{e,d} = eE \left(\frac{(\pi n)^2}{2\theta_i} - 2\theta_i \right). \quad (10)$$

Также в этой главе вычислены кулоновские поправки к вероятности распада монополя, за счёт взаимодействия частиц в петле (электрон и дион)

$$\Gamma_m \sim \exp \left(\frac{m^2}{eE} \arccos \frac{M_m^2 + m^2 - M_d^2}{2mM_m} + \frac{M_d^2}{eE} \arccos \frac{M_m^2 - m^2 + M_d^2}{2M_d M_m} - \frac{mM_m}{eE} \sqrt{1 - \left(\frac{M_m^2 + m^2 - M_d^2}{2mM_m} \right)^2} + \frac{3e^2}{16} \right), \quad (11)$$

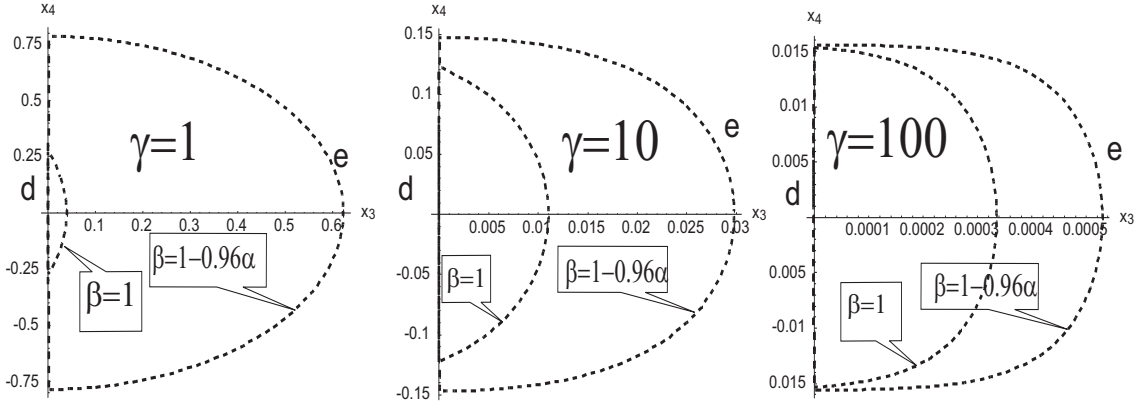


Рис. 2: Траектории в Евклидовом времени в плоскости (x_3, x_4) для различных значений параметров β, γ ; $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ в единицах $\frac{m}{eE}$.

Глава 3

В третьей главе рассматривается обобщение техники, используемой ранее, на случай распада магнитного монополя во внешнем неоднородном электрическом поле. Описана общая техника Евклидового времени, при вычислении континуального интеграла. Для определения экспоненциального фактор вероятности распада магнитного монополя, нужно решить классические уравнения движения для диона и электрона во внешнем поле, найти замкнутую конфигурацию Евклидовых траекторий и минимизировать действие по параметрам траекторий.

Одноимпульсное электрическое поле, направленное вдоль оси Ox_3 имеет вид

$$E_3 = E_0 \frac{1}{\text{ch}^2(\omega t)}. \quad (12)$$

Решение уравнений движения

$$x_3(u) = \frac{m}{eE} \frac{1}{\gamma \sqrt{1 + \gamma^2}} \text{Arcsh}(\gamma \cos(2\pi u)) - a \quad (13)$$

$$x_4(u) = \frac{m}{eE} \frac{1}{\gamma} \arcsin \left(\frac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}} \sin(2\pi u) \right), u \in [-u_0, u_0].$$

Если вычислить действие на таких траекториях, можно получить 4-х параметрическое выражение, зависящее от a , b , u_0 и v_0 . Необходимо найти значения этих параметров, которые минимизируют действие. Можно минимизировать действие, используя стандартный метод с производными и принимая во внимание, что получающаяся петля должна быть замкнутой, т.е. $x_4(u_0) = z_4(v_0)$. Граничные условия в этом случае войдут в действие, как дополнительное слагаемое с множителем Лагранжа. Однако, вместо этого мы можем использовать механическую аналогию, когда m , M_d и M_m рассматриваются, как силы, действующие в вершине. Минимум же действия соответствует значениям параметров, при которых наблюдается равновесие в вершине. В итоге получено

$$S_e(\gamma) = \frac{1}{\gamma^2} \frac{2\pi m^2}{eE} \left(2u_0 \sqrt{1+\gamma^2} - \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} 2\pi u_0}{\sqrt{1+\gamma^2}} \right) - [2u_0 + \frac{1}{2}] \right) \quad (14)$$

$$S_d(\gamma) = \frac{1}{\gamma^2} \frac{2\pi m^2}{eE} \left(2v_0 \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{\alpha^2}} - \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} 2\pi v_0}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{\alpha^2}}} \right) - [2v_0 + \frac{1}{2}] \right),$$

а квадратные скобки $[x]$ в последнем выражении обозначают минимальную целую часть числа x . Для $\sin \alpha_{e,d} > 0$ или $\operatorname{tg} 2\pi u_0 > 0$ и $\operatorname{tg} 2\pi v_0 > 0$, т.е. $M_d^2 < m^2 + M_m^2$ и следует, что

$$u_0 = \frac{1}{2\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{(1+\gamma^2) \frac{((M_m+m)^2 - M_d^2)(M_d^2 - (M_m-m)^2)}{(m^2 + M_m^2 - M_d^2)^2}} < \frac{1}{4},$$

$$v_0 = \frac{1}{2\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(1 + \frac{\gamma^2}{\alpha^2}\right) \frac{((M_m+m)^2 - M_d^2)(M_d^2 - (M_m-m)^2)}{(M_m^2 + M_d^2 - m^2)^2}} < \frac{1}{4},$$

Было использовано, что в пространственно неоднородных полях вероятность распада может быть получена аналитическим продолжением

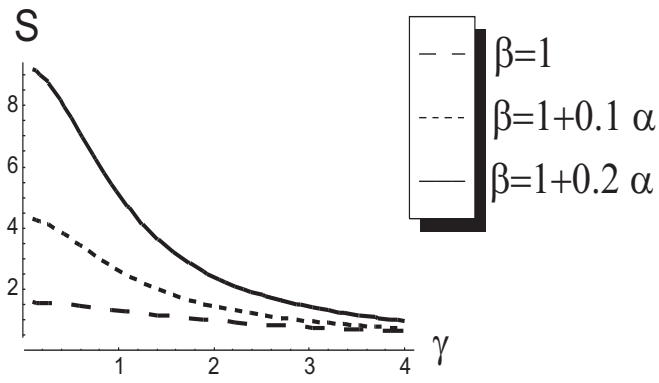


Рис. 3: Зависимость действия S для электрон-дионной петли в единицах $\frac{m^2}{eE}$ от параметра Келдыша γ для неоднородных полей

результата для полей, зависящих от времени

$$\gamma \rightarrow i\gamma. \tag{15}$$

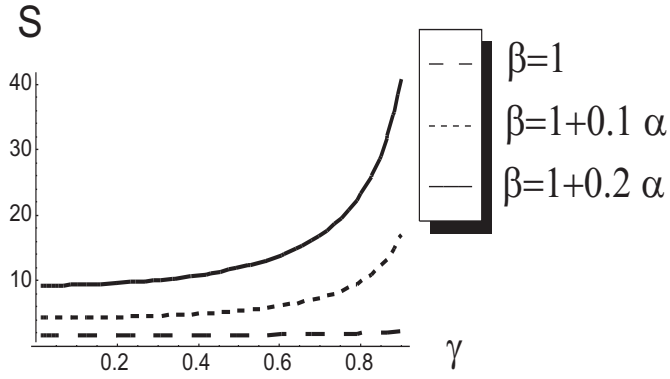


Рис. 4: Зависимость действия S в единицах $\frac{m^2}{eE}$ от параметра Келдыша γ для пространственно неоднородных полей

Глава 4

В четвёртой главе вычисляется ширина распада магнитного монополя на дион и электрически заряженную частицу во внешнем постоянном

электрическом поле в рамках вторичного квантования. Функция Грина монополя существует только в квазиклассическом смысле в описанном подходе. Это означает, что петля (классическое решение) должна быть много больше размеров монополя т'Хоофта – Полякова. В то же время метод перевала даёт ответ для искомой мнимой части, избегая перенормировок.

Ковариантная производная для частицы с обоими, электрическим и магнитным зарядами e и g во внешнем поле имеет вид

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu + ig\tilde{A}_\mu, \quad (16)$$

тензор дуального электромагнитного поля равен $\tilde{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\tilde{A}_\nu - \partial_\nu\tilde{A}_\mu$. Рассматривается поле $\mathbf{E} = (0, 0, E)$. Фермионный пропагатор даётся выражением

$$G_F(y, x) = -\frac{i}{2}(m + i\hat{D}_y) \int_0^\infty ds e^{i(\frac{m^2}{2} + i\epsilon)s - \frac{1}{2}eEs\gamma^0\gamma^3 - \frac{1}{2}gEs\gamma^1\gamma^2} \langle y | e^{i\frac{s}{2}D^2} | x \rangle. \quad (17)$$

Поправки к функции Грина частицы распространяющейся из $(0, 0, 0, 0)$ в $T = (0, 0, 0, T)$ в этом случае могут быть выражены в терминах континуального интеграла Фейнмана, и сводятся к свёртке функций Грина (здесь предполагается, что вершина взаимодействия монополя, диона и электрически заряженной частицы имеет вид $\lambda\phi\bar{\psi}\psi$)

$$\delta G_m(T, 0) = \lambda^2 \int d^4x d^4y G_m(z, 0) \text{tr}[G_e(w, z)G_d(w, z)]G_m(T, w) \quad (18)$$

Производя вычисления получим

$$\text{Im } \delta M_m = -\frac{\lambda^2}{4\sqrt{2}\pi} \frac{eE}{M_m} e^{-S_0} \frac{\cos^2(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2})}{\sin(\theta_1 + \theta_2) (\frac{e}{\theta_1} + g \text{ctg}(\frac{g}{e}\theta_2) + g)} \frac{g}{\theta_1 \text{tg}(\frac{g}{e}\theta_2)}, \quad (19)$$

с соответствующим значением S_0

$$S_0 = \frac{m_e^2}{eE}\theta_1 + \frac{M_d^2}{eE}\theta_2 - \frac{m_e M_d}{eE} \sin(\theta_1 + \theta_2), \quad (20)$$

которое в точности равно полученному в главе 2 выражению.

Аналогично вычислена ширина распада связанного состояния во внешнем постоянном электрическом поле в 2-мерной модели Тирринга

$$\text{Im } \delta m = -\frac{\lambda^2 e^{-S_0}}{4m \sin 2\theta} \left(2 - \frac{eE}{\mu^2} \frac{1}{\sin 2\theta} \right), \quad (21)$$

где

$$\theta = \cos^{-1} \frac{m}{2\mu}. \quad (22)$$

Сравнивая с известным результатом для ширины распада, восстановлена константа взаимодействия в терминах параметров модели Тирринга

$$\lambda = \mu \sqrt{\frac{\pi}{g}}. \quad (23)$$

Глава 5

В пятой главе рассматривается обобщение разработанной техники при вычислении вероятности распада мезона во внешнем электрическом поле в 2-мерной теории при ненулевой температуре. Рассмотрена функция Грина при конечной температуре и вычислены поправки к функции Грина мезона, получен точный результат в виде интеграла по швингеровскому параметру, справедливый при любом значении параметра $\beta \equiv \frac{1}{T}$. Затем изучена асимптотика данного выражения в пределе малых температур $\beta \rightarrow \infty$, а также обсуждается обратный предел. Рассматривается простое кубическое взаимодействие заряженного и нейтрального скаляров ϕ , χ соответственно

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} |D_\mu \phi|^2 - \frac{1}{2} \mu^2 |\phi|^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \chi^2 + \lambda \phi \phi^* \chi. \quad (24)$$

При температуре не равной нулю функция Грина является периодической во времени с периодом $\beta \equiv \frac{1}{T}$, и обобщение выглядит как

$$G_\phi(x, y) = \sum_n \int_0^\infty \frac{\epsilon d\alpha}{(4\pi)^2 \text{sh}(\epsilon\alpha)} e^{im^2\alpha} \times \quad (25)$$

$$\times e^{-\frac{i\epsilon}{4}[(y_0-x_0+n\beta)^2+(y_1-x_1)^2] \text{cth}(\epsilon\alpha) - \frac{i\epsilon}{4}(y_1-x_1)(y_0+x_0+n\beta)}.$$

Сумма по n возникает естественным образом, т.к. нужно учесть все эквивалентные положения, разнесённые по Евклидовому времени на β . Рассматривается однопетлевая пертурбативная поправка к функции Грина из-за кубического взаимодействия склярсов, упомянутого выше. В итоге мнимая часть поправки к массе выглядит как

$$\Gamma = \text{Im} \frac{\lambda^2}{m\beta \epsilon^{3/2}} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d\alpha_1 d\alpha_2 e^{\frac{i\mu^2}{\epsilon}(\alpha_1+\alpha_2)}}{\sqrt{\text{sh}(\alpha_1 + \alpha_2) \text{ch}(\alpha_1 - \alpha_2)}} \quad (26)$$

$$\times e^{-\frac{im^2}{\epsilon} \frac{1}{\text{cth}(\alpha_1)+\text{cth}(\alpha_2)} + \frac{4i\pi^2 A}{\epsilon\beta^2} (s-s_0)^2}$$

и

$$\Gamma = \text{Im} \frac{\lambda^2}{m\epsilon} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d\alpha_1 d\alpha_2 e^{\frac{i\mu^2}{\epsilon}(\alpha_1+\alpha_2)}}{\text{sh}(\alpha_1 + \alpha_2)} \quad (27)$$

$$\times e^{-\frac{im^2}{\epsilon} \frac{1}{\text{cth}(\alpha_1)+\text{cth}(\alpha_2)} - \frac{i\epsilon\beta^2 s^2}{4A} - 2\pi i s s_0},$$

где

$$A = \frac{\text{sh}(\alpha_1 + \alpha_2)}{\text{ch}(\alpha_1 - \alpha_2)},$$

$$s_0 = \frac{m\beta}{2\pi} \frac{1}{\text{th}(\alpha_2)\text{cth}(\alpha_1) + 1}.$$

Выражение (27) кажется подходящим представлением для Γ в случае $\beta \rightarrow \infty$, т.к. даже наивный критерий для применения метода перевала не выполняется для (26), а именно, фактор в экспоненте $\frac{1}{\epsilon\beta^2}$ становится малым. Итак, рассмотрим выражение (27). Убедимся, что оно действительно соответствует малой температуре. Предположим, что для седловой точки есть симметрия $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Это возможно, если массы

частиц в петле одинаковые. Поскольку перевальные значения соответствуют углам на классической траектории, и классическая конфигурация симметрична, то можно ожидать только одинаковые значения для параметров при равных массах частиц в петле. В пределе $\beta \rightarrow \infty$ полная ширина распада даётся суммой по мацубаровским модам

$$\Gamma = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Gamma_n.$$

Вычисления дают значения для первых мод

$$\Gamma_0 \sim \frac{\lambda^2}{m^2 \mu} e^{-\frac{\pi \mu^2}{\epsilon}}, \quad (28)$$

в соответствии со случаем нулевой температуры, а также

$$\Gamma_{\pm 1} \sim \frac{\lambda^2}{m \epsilon^2 \beta^2} e^{-\frac{\epsilon \beta^2}{4}}. \quad (29)$$

Можно видеть, что зависимость от температуры существенно непертурбативная.

Основные результаты диссертации

В диссертации исследован процесс распада магнитного монополя во внешнем постоянном электрическом поле. Была найдена вероятность для распада монополя и W -бозона с экспоненциальной точностью. Было показано, что результат согласуется с ответом для вероятности рождения пары во внешнем поле. Были вычислены кулоновские поправки для процесса распада монополя во внешнем поле. Определитель был исследован качественно. Было показано, что лидирующий квазиклассический результат обращается в нуль, при определённом условии на массы частиц. Но этот результат не означает, что нет распада монополя, например, струнные поправки к вероятности могут быть ненулевыми. Очевидно, что вероятность подобных процессов экспоненциально

подавлена, но, возможно, они могут наблюдаться в космологических процессах.

Описание распада магнитного монополя было обобщено на случай переменного поля. Сравнивая с процессом в постоянном поле, можно заключить, что распад монополя усиливается во внешнем неоднородном во времени поле и замедляется в пространственно неоднородном поле. Показано, что несмотря на непертурбативную подавленность процесса, он может наблюдаться при некоторых экзотических условиях в чёрных дырах и в импульсе гамма лазеров. Нестационарность является ключевым фактором в случае лазеров, позволяя классическому Евклидовому действию быть достаточно малым, и тем самым перестать подавлять вероятность распада монополя. С другой стороны, показано, что даже для самых быстрых процессов в космологии можно пользоваться приближением постоянного поля.

Получен предэкспоненциальный фактор вероятности непертурбативного распада монополя на электрически заряженную частицу и дион в 3+1-мерии. Наряду с этим была вычислена вероятность распада связанного состояния на фермион-антифермионную пару в модели Тирринга (1+1-мерие). В 2-мерном случае была восстановлена эффективная вершина $\lambda \sim \frac{\mu}{\sqrt{g}}$.

Рассмотрен пример вычисления однопетлевых поправок к пропагатору скалярной незаряженной частицы во внешнем электрическом поле, при ненулевой температуре. Было найдено лидирующие термальные поправки вплоть до предэкспоненциального фактора к ширине распада частицы в пределе $\beta \rightarrow \infty$, в случае почти сферического пузыря, т.е. $\frac{m}{\mu} \ll 1$, далеко от швингеровского предела $\frac{m^2}{\epsilon} \gg 1$

$$\delta\Gamma \sim \frac{\lambda^2}{m\epsilon^2\beta^2} e^{-\frac{\epsilon\beta^2}{4}}. \quad (30)$$

Тем самым результаты, полученные ранее были обобщены на случай ненулевой температуры и пространств с компактным измерением.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах

- [1] Monin A.K. // Monopole decay in the external electric field. JHEP 2005, 0510:109.
- [2] Monin A.K., Zayakin A.V. // Monopole Decay in a Variable External Field. JETP Lett.84:5-10,2006
- [3] Monin A.K., Zayakin A.V. // Nonperturbative decay of a monopole: The Semiclassical preexponential factor. Physical Review D. 2007 V.75:065029
- [4] Monin A.K., Zayakin A.V. // Semiclassical Treatment of Induced Schwinger Processes at Finite Temperature. JETP Lett.87:709-714,2008