МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Савченко Александр Максимович

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ МОДЕЛЬНЫХ ГАМИЛЬТОНИАНОВ В ТЕОРИИ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2009

Работа выполнена на кафедре квантовой статистики и теории поля физического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук профессор член-корр. РАН
Боголюбов Николай Николаевич (МИРАН им. В.А. Стеклова)

доктор физико-математических наук профессор
Тареева Елена Евгеньевна (Институт физики высоких давлений РАН им. Л.Ф. Верещагина)

доктор физико-математических наук профессор
Кротов Сергей Сергеевич (МГУ имени М.В.Ломоносова)

Ведущая организация:

Башкирский государственный университет

Защита состоится «22» октября 2009 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 501.002.10 при Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Воробьевы горы, физический факультет, Северная физическая аудитория.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 501.002.10
профессор Ю.В. Грац

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Общий подход к изучению квантовых систем со спонтанно нарушенной симметрией был сформулирован Н.Н. Боголюбовым в связи с решением таких задач теории конденсированного состояния, как сверхпроводимость, сверхтекучесть, ферромагнетизм, кристаллическое упорядочение. Последние годы уделяется большое внимание исследованию спиновой динамики магнитных систем, обладающих сегнетоэлектрическими, антиферромагнитными и сверхпроводящими свойствами.

Актуальной задачей современной теоретической физики является исследование свойств квантовых упорядоченных систем большого числа частиц. Одной из важнейших характеристик таких систем, проявляющихся во всех взаимодействиях, являются спиновые флуктуации или неравновесные спиновые волны, в спектре которых обнаруживаются особенности взаимодействия других мод – фононов, электронов. Таким образом, спектр спиновых флуктуаций дает возможность находить особенности коллективных, сильно коррелированных взаимодействующих мод и определять свойства микроскопических параметров веществ.

Отдельным непреходящим интересом для исследования конденсированного состояния вещества является развитие и применение методов квантовой теории поля, ренорм-группового разложения, а также контурного функционального интегрирования.

Особенно актуальным является обобщение метода компенсаций опасных диаграмм Н.Н.Боголюбова для квазичастиц, представляющих собой кванты связанных колебаний ионов решетки со спиновыми флуктуациями, а также развитие и применение метода канонического «u-

v» преобразования Боголюбова в случае спин-электрон-фононного взаимодействия.

Широко известный метод компенсации «опасных» диаграмм, созданный Н.Н.Боголюбовым в 1957 г., позволил дать строгое математическое обоснование феноменологических предпосылок предшествующих теорий сверхпроводимости, а также привел к появлению важной концепции коллективных электронных возбуждений, описываемых посредством канонического преобразования электронных операторов. Каноническое преобразование в данном случае определяет коллективное фермионное возбуждение как квазичастицу.

Для получения характерных результатов теории сверхпроводимости оказалось достаточным компенсировать «опасные» диаграммы, соответствующие рождению из вакуума двух электронных возбуждений с противоположными импульсами и спинами, т.е. «опасные» электронные бивершины. При этом использовался модельный гамильтониан Фрёлиха, содержащий электрон-фононное взаимодействие второго порядка по фермионным операторам. Также Н.Н.Боголюбовым было показано, что представление о коллективных электронных возбуждениях как куперовских парах является концептуально важным первым приближением, но оно не может быть абсолютизировано, и, вообще говоря, мы имеем дело с коллективными возбуждениями всего электронного конденсата как целостной системы.

С математической точки зрения этот вывод приводит нас к обобщению канонического преобразования электронных операторов. А именно, обобщенное каноническое преобразование должно обеспечивать возможность совместной компенсации «опасных» электронных диаграмм, соответствующих рождению из вакуума не только двух (бивершины), но также и четырех (тетравершины), шести (гексавершины) и т.д.

фермионных возбуждений с попарно противоположными спинами и нулевым суммарным импульсом.

Дальнейшие исследования показывают наличие эффективного усиления входящей в гамильтониан Фрёлиха константы электрон-фононной связи и указывают на особую роль четырехфермионных процессов в магнитных системах.

Цель работы. Целью работы является:

- Обобщение метода компенсации опасных диаграмм Н.Н.Боголюбова для квазичастиц, представляющих собой кванты связанных колебаний ионов решетки со спиновыми флуктуациями.
- Обобщение метода канонического «u-v» преобразования Боголюбова в случае спин-электрон-фононного взаимодействия.
- Исследование возможности магнитоупругого, эффективного электрон-фононного взаимодействий в бозонных системах.
- Исследование усиления электрон-фононного, электрон-магнонного взаимодействий параметром обменного взаимодействия в магнитных системах с кристаллической структурой перовскита.
- Определение коэффициентов магнон-фононной связи и спектра нормальных мод магнонов.
- Исследование нелинейных явлений в ядерных системах во внешних магнитных полях.

Научная новизна. Новизна научных результатов, полученных автором и выносимых им на защиту, определяется тем, что

- впервые найдена константа спин-электрон-фононного взаимодействия и величина энергетической щели с учетом спиновых флуктуаций обменной природы на основе обобщенных уравнений компенсации Н.Н. Боголюбова, на основе обобщенного «u-v»

преобразования Боголюбова найден спектр и новая мода связанных колебаний электронной и ядерной систем в антиферромагнетике типа «легкая плоскость», найден динамический сдвиг частоты ядерного магнитного резонанса, связанный с этой модой;

- показано, что эффект обменного усиления существует не только в системах с антиферромагнитным дальним порядком, но и в системах, в которых антиферромагнитный дальний порядок подавлен или отсутствует;

- показано, что обменное взаимодействие между фермионами эффективно способствует их притяжению только в том случае, если спиновые флуктуации резонансным образом взаимодействуют с частицами, которые непосредственно обеспечивают притяжение фермионов, рассмотрен эффект обменного усиления эффективного электрон-фононного взаимодействия в магнитных системах и определена верхняя граница применимости квазилинейных уравнений, показано, что они применимы в случае, если резонансное значение волнового вектора $k_r = \max(k_{r1}, k_{r2}) \ll p_F / \hbar$ (p_F - импульс Ферми);

- впервые описано взаимодействие электронов проводимости с магнитными подрешетками кристалла, вычислены коэффициенты обменного усиления этого взаимодействия, рассмотрено влияние дефектов кристаллической структуры на магнитное упорядочение, вычислено неоднородное магнитное упорядочение при наличии статического поля деформаций, на основе модифицированного гамильтониана Гейзенберга исследована возможность возникновения состояний двух магнонов, локализованных на дефекте, найдены параметры, при которых происходит разделение локальных и квазилокальных магнонных состояний, получено дисперсионное уравнение, определяющее энергии нормальных фонон-магнонов,

сформулирована задача полной диагонализации бозонной части гамильтониана;

- впервые исследован эффект обменного усиления магнитоупругого взаимодействия в антиферромагнетике с четырьмя магнитными подрешетками, на основе модели с учетом квадрупольного взаимодействия найдены резонансные спектры, обусловленные обменным взаимодействием, для случая антиферромагнитных систем, состоящих из двух и четырех магнитных подрешеток;
- впервые в системах типа перовскита, находящихся во внешнем магнитном поле найдена новая ветвь спиновых колебаний, показано, что для парамагнитной фазы систем типа перовскитов величина z-компоненты плотности тока намагниченности, связанного со спиновыми колебаниями, в линейном режиме возбуждения спиновых поперечных мод имеет резонансный характер;
- впервые в антиферромагнетиках типа «легкая плоскость» исследованы равновесные конфигурации электронных и ядерных намагниченностей, найдена связь электронной и ядерной спиновых систем с упругими полями, создаваемыми дефектами в кристалле, показано, что для ядерных спиновых волн с волновым вектором $k \sim 10^5 см^{-1}$ основным является рассеяние на тепловых флуктуациях продольного компонента ядерных спинов;

Достоверность и практическая ценность. Достоверность результатов, полученных в диссертации, обеспечивается использованием современных математических методов расчета, ясной физической интерпретацией обнаруженных эффектов, возможностью экспериментальной проверки точных решений. Правильность результатов проверялась с помощью компьютерных программ аналитических

вычислений, выполнением предельных переходов к известным частным случаям и сравнением с экспериментальными данными.

Результаты диссертации имеют фундаментальный характер и дают ответ на ряд важных теоретических проблем. Особенно актуальным является исследование гамильтониана Фрелиха, дополненного электрон-бозонным взаимодействием четвертого порядка по фермионным операторам. Обусловленная четырехфермионными взаимодействиями модификация уравнения компенсации бивершин свидетельствует о потеницальной возможности эффективного усиления входящий в гамильтониан Фрелиха константы электрон-бозонной связи и увеличения энергетической щели. На основе выполненного численного исследования полученной системы уравнений обнаружено значительное увеличение энергетической щели по сравнению с аналогичным результатом в модели Фрёлиха.

В диссертации с помощью математического аппарата нелинейных дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии, ренормализационной группы и ε- разложения математически строго исследована спин-волновая динамика коллективных взаимодействий магнитных систем.

Личный вклад автора. В работах, выполненных с соавторами, вклад автора диссертации является определяющим как на этапах постановки задач, так и на этапах проведения аналитических и численных расчетов, а также интерпретации полученных результатов.

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались на Всероссийской конференции по нелинейным процессам, Москва, январь, 2001; XVII Международной научно-технической конференции «Нелинейная динамика квантового компьютера», Москва, май, 2002;

Второй всероссийской конференции «Необратимые процессы в природе и технике», Москва, январь, 2003, 2005, 2008; Восьмой Международной конференции «Физические явления в твердых телах», Харьков, 2007; The European Conference Physics of Magnetism, Poznan, 2008. Основные результаты работы также докладывались и обсуждались на научных семинарах в ОИЯИ в Дубне, в Математическом институте им. Стеклова РАН, на Боголюбовской конференции по проблемам теоретической и математической физики (Москва-Дубна, 2-6 сентября, 2004 г.), на научной конференции «Ломоносовские чтения» 2003, 2009, Международная Боголюбовская конференция «Проблемы теоретической и математической физики», Москва-Дубна, август, 2009.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в 41-ой статье, опубликованной в реферируемых российских и зарубежных журналах, патентах, депонированных рукописях, тезисах докладов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Она содержит 211 страниц машинописного текста, включая 9 рисунков и 3 таблицы. Приведенная библиография содержит 195 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан краткий обзор исследований спин-волновой динамики магнитных систем, обоснована актуальность работы, формулируются основные цели диссертации, схематично излагается содержание каждой главы.

В первой главе исследуется обменное взаимодействие полей электронной намагниченности, т.е. магнитных моментов электронов

проводимости. По своей природе такое взаимодействие является диполь-дипольным и существенно дополняет подробно изученное в моделях сверхпроводимости взаимодействие типа монополь-монополь, например, между электронами проводимости и ионами кристаллической решетки, последнее учитывает, в частности, модель Фрёлиха.

Плотность магнитных диполей – электронная намагниченность – пропорциональна плотности электронов с фиксированным равновесным направлением спина, поэтому обменное взаимодействие между полями электронной намагниченности в сочетании со спин-фононными (бозонными) возбуждениями порождает в сверхпроводящей системе электрон-бозонную связь четвертого порядка по фермионным операторам. Бозонный спектр системы составляют при этом нормальные моды связанных фонон-магнонных колебаний.

Таким образом, в первой главе обобщенный метод компенсации «опасных» диаграмм применяется для определения характеристик сверхпроводящей системы, описываемой гамильтонианом, содержащим как гамильтониан Фрёлиха, так и вышеупомянутое электрон-бозонное взаимодействие четвертого порядка по фермионным операторам. Это задача совместной компенсации «опасных» электронных диаграмм, соответствующих рождению из вакуума двух (бивершины) и четырех (тетравершины) фермионных возбуждений. В дальнейшем изложении будем для краткости говорить о совместной компенсации бивершин и тетравершин, подразумевая, что это «опасные» - приводящие к расходимостям в теории возмущений – квазичастичные электронные вершины.

Гамильтониан исследуемой модели следующий

$$H = H_0 + H_1 + H_2,$$

где $H_0 = V\int d^3k\left[\mathrm{E}(k)a_k^{\sigma+}a_k^{\sigma} + \omega_s(k)b_{k,s}^{+}b_{k,s}\right]$ задает спектр невзаимодействующих фермионных и бозонных возбуждений,

$$H_1 = V^2 \int d^9 k \delta\left(\sum_{i=1}^{3} \vec{k}_i\right) \sqrt{g\omega_0 \omega_s(k_3)} \tau_\sigma^s a_{k_1}^{\sigma+} a_{-k_2}^{\sigma} b_{k_3,s}^{+} + \text{э.с.},$$

$$H_2 = V^4 \int d^{15} k \delta\left(\sum_{i=1}^{5} \vec{k}_i\right) \sqrt{\varepsilon\omega_0 \omega_s(k_5)} a_{k_2}^{1+} a_{k_1}^{0+} a_{-k_3}^{0} a_{-k_4}^{1} \left(b_{k_5,s}^{+} + b_{-k_5,s}\right) + \text{э.с.}$$

задают электрон-бозонное взаимодействие соответственно второго и четвертого порядков по фермионным операторам.

Фермионные операторы $a_k^{\sigma+}, a_k^{\sigma}$ описывают электронные возбуждения, σ – спиновый индекс $(\sigma = 0,1)$, $\mathrm{E}(k) = \varepsilon(k) - \lambda$. Бозонные операторы $b_{k,s}^{+}, b_{k,s}$ – описывают нормальные моды связанных фонон-магнонных колебаний, s – номер дисперсионной ветви. Фактор τ_σ^s является комплексной величиной, удовлетворяющей условию $\left|\tau_\sigma^s\right| = 1$ и определяющей сигнатуру взаимодействия нормальной моды типа s со спином электрона. Так, для чистых фононов $\tau_0^s = \tau_1^s = 1$, а для чистых магнонов $\tau_0^s = -\tau_1^s = 1$. Параметр λ определяет уровень Ферми, $E(k)$ – энергия электрона, g, ε – константы связи, V – объем, ω_0 – масштабная энергетическая постоянная, $d^{3n}k = \prod_{i=1}^{n} d^3 k_i, n = 1,3,5.$

Ранее считалось, что взаимодействие H_2 мало по величине и не приводит к существенным эффектам. Однако, используемое обобщенное каноническое преобразование показывает, что в магнитных системах с взаимодействием H_2 фермионные квазичастицы представляют собой коллективные возбуждения всего электронного конденсата как целостной системы. Именно этот коллективный эффект обеспечивает существенное влияние даже небольшого по величине четырехфермионного взаимодействия на возможность сверхпроводимости в исследуемой системе.

В первой главе для решения поставленной задачи мы перешли к коллективным электронным возбуждениям (квазичастицам) с помощью канонического преобразования электронных операторов, исходя из общего определения: $A' = UAU^{-1}$, где $U^{-1} = U^{+}, A -$ преобразуемый оператор. Унитарный оператор U определим следующим образом: $U = U_1 U_2$, где $U_1 = \exp\{iS_1\}$ соответствует преобразованию Боголюбова и обеспечивает возможность компенсации бивершин, а оператор $U_2 = \exp\{iS_2\}$ обеспечивает возможность компенсации тетравершин. Эрмитовы операторы S_1 и S_2 имеют вид

$$S_1 = iV\int d^3k\gamma_k \left(a_k^{1+}a_{-k}^{0+} - a_{-k}^{0}a_k^{1}\right),$$
$$S_2 = \frac{i}{4}V^2\int d^3kd^3qX_{kq}\left(a_q^{1+}a_{-k}^{0+}a_{-q}^{1+}a_k^{0+} - a_k^{0}a_{-q}^{1}a_{-k}^{0}a_q^{1}\right).$$

Весовые функции γ_k, X_{kq} в силу изотропии импульсного пространства и антикоммутации фермионных операторов обладают следующими свойствами:

$$X_{kq} = -X_{k,-q}, X_{kq} = X_{-k,-q}, X_{kq} = X_{qk}, \gamma_k = \gamma_{-k}.$$

Условие совместной компенсации «опасных» электронных бивершин и тетравершин представляет собой систему связанных нелинейных интегральных уравнений. Условие компенсации «опасных» тетравершин показывает, что поведение фермионной пары может быть описано как квазибозон, то есть пара фермионов с согласованными спинами оказывается не эквивалентна настоящему бозону.

Линеаризация условия компенсации «опасных» тетравершин приводит к неоднородному уравнению Фредгольма 2-ого рода, для которого может не выполняться условие теоремы о существовании непрерывного спектра.

Последнее обстоятельство приводит в действие теоремы Фредгольма о неоднородных интегральных уравнениях, что с физической точки зрения указывает на возможность резонансных явлений в исследуемой системе. Возможность резонанса очень важна, так как увеличение амплитуды решения уравнения компенсации тетравершин непосредственно связано с эффективным усилением в гамильтониане Фрёлиха константы электрон-бозонной связи.

Постановка задачи совместной компенсации «опасных» электронных бивершин и тетравершин приводит к возникновению нового класса нелинейных интегральных уравнений и конкретной реализации обобщенного канонического преобразования Боголюбова. Решение полученной системы уравнений позволяет сделать вывод о значимости обменных диполь-дипольных взаимодействий для магнитных сверхпроводящих систем.

Проведенное же численное исследование полученной системы уравнений показывает, что учет тетравершин приводит к повышению точности асимптотического решения уравнения компенсации бивершин и вызывает эффективное усиление входящей в гамильтониан Фрёлиха константы электрон-бозонной связи. При этом возрастает энергетическая (сверхпроводящая) щель, а, следовательно, и критическая температура T_c.

Во второй главе диссертации рассматривается модель, описывающая динамическую систему многих частиц, находящуюся во внешнем постоянном поле векторного (электромагнитного) потенциала. Гамильтониан исследуемой динамической системы моделирует сверхпроводящий антиферромагнетик и содержит электрон-бозонные взаимодействия второго (гамильтониан Фрёлиха) и четвертого (обменное взаимодействие) порядков по электронным операторам. Предложенный гамильтониан учитывает взаимодействие магнитных моментов электронов

проводимости. Бозонный спектр системы составляют нормальные моды связанных фонон-магнонных колебаний.

Неоднократно проводились исследования с целью выявления каких-либо возможностей того, что влияние магнонов способствует образованию сверхпроводимости. Интерес к проблеме усиливался в связи с открытием широкого класса кристаллических соединений, обладающих магнитной подсистемой.

Для того чтобы выяснить, какова действительная роль магнонного спектра в образовании конденсата и при каких условиях эта роль будет положительна, во второй главе на основе метода Боголюбова в теории сверхпроводимости исследуется фермион-бозонная система многих частиц.

Модельный гамильтониан Фрёлиха, лежащий в основе предложенного подхода, содержит электрон-фононное взаимодействие второго порядка по фермионным операторам. Если в исследуемой фермион-бозонной системе преобладает магнонный спектр, то в гамильтониане Фрёлиха мы будем иметь не сумму, как это имело место для фононного спектра, а разность электронных плотностей с различными равновесными направлениями спинов.

Гамильтониан Фрёлиха учитывает только взаимодействие бозонных возбуждений с суммарной плотностью электронов проводимости. Таким образом, из двух фундаментальных свойств электрона (заряда и связанного со спином магнитного момента) модель Фрёлиха учитывает только одно свойство – наличие заряда. Магнитная система при этом из рассмотрения исключается.

Для того чтобы учесть магнитный момент электрона, необходимо дополнить модель Фрёлиха электрон-бозонным взаимодействием четвертого порядка по фермионным операторам, что будет соответствовать взаимодействию полей электронной намагниченности.

Плотность магнитных моментов – электронная намагниченность – пропорциональна плотности электронов с фиксированным равновесным направлением спина. Поэтому обменное взаимодействие между полями электронной намагниченности в сочетании с фонон-магнонными (бозонными) возбуждениями порождает в сверхпроводящей системе электрон-бозонную связь четвертого порядка по фермионным операторам. Бозонный спектр системы составляют нормальные моды связанных фонон-магнонных колебаний.

При этом, как указывалось ранее в главе 1, необходимо компенсировать «опасные» диаграммы, описывающие рождение из вакуума не только двух, но также и четырех электронных квазичастиц. В результате мы будем иметь систему из двух уравнений. Второе уравнение системы – уравнение компенсации тетравершин – связано, с одной стороны, со взаимодействием магнитных моментов электронов проводимости, а с другой стороны, с наличием калибровочного поля вектор-потенциала.

В свое время Боголюбов указал на необходимость учета взаимодействия между электронными парами с рассогласованными импульсами и спинами, а также рассмотрения сверхпроводящей системы во внешнем постоянном поле вектор-потенциала $\vec{A}$. Этот вывод подтверждается тем, что каноническое $(u-v)-$преобразование, обеспечивающее компенсацию опасных бивершин, в общем случае не может обеспечить необходимой положительной определенности энергии электронных квазичастиц при всех значениях импульса.

Далее во второй главе диссертации на основе обобщенных уравнений компенсации Боголюбова получена (с учетом спиновых флуктуаций обменной природы) константа спин-электрон-фононного взаимодействия и величина энергетической щели, которая увеличивается при учете спин-

электрон-фононного взаимодействия, что в конечном счете ведет к последующему увеличению критической температуры T_c.

Также во второй главе на основе спин-фононного механизма спаривания электронов в куперовских парах с помощью $(u-v)$ – унитарного преобразования Боголюбова строится ядро интегрального уравнения для энергетической щели. Решение этого интегрального уравнения ищется методом прямоугольных ям.

Из решения системы уравнений для энергетической щели получен эффективный параметр электрон-фононного взаимодействия, учитывающий фононный механизм спаривания, спин-фононное взаимодействие и кулоновское отталкивание электронов.

В третьей главе исходя из эффективного спин-фононного гамильтониана с учетом эффекта обменного усиления электрон-фононного взаимодействия анализируется спин-волновая динамика магнитных систем в случае двух и четырех магнитных подрешеток. Эффект обменного усиления электрон-фононного взаимодействия является аналогом эффекта обменного усиления спин-фононного взаимодействия в магнитоупорядоченных системах, обладающих определенным типом симметрии. Суть его состоит в том, что динамическая магнитоупругая связь, имеющая релятивистскую природу при определенном типе симметрии системы для некоторых спиновых и упругих колебательных мод может быть усилена за счет учета обменного взаимодействия между магнитными моментами подрешеток, что ведет к её увеличению на несколько порядков.

Общий вид гамильтониана системы, характеризующейся четырьмя магнитными подрешетками с учетом обменного взаимодействия между ними, имеет вид

$$H = H_M + H_U + H_{MU},$$

где $H_M = \frac{1}{2}\int d^3\vec{x}\left\{\tilde{J}_{ij}^{\alpha\beta} M_i^{\alpha} M_j^{\beta} + L_{imjn}^{\alpha\beta} M_{im}^{\alpha} M_{jn}^{\beta} - 2\sum_{\alpha=1}^{4}\left(\vec{H}_0, \vec{M}^{\alpha}\right)\right\}$

- гамильтониан магнитной подсистемы,

$$H_U = \frac{1}{2}\int d^3\vec{x}\left\{\rho\dot{\vec{u}}^2 + \lambda_{iklm} u_{ik} u_{lm}\right\}$$

- гамильтониан упругой подсистемы,

$$H_{MU} = \int d^3\vec{x}\left\{\tilde{b}_{ijmn}^{\alpha\beta} M_i^{\alpha} M_j^{\beta} u_{mn}\right\}$$

- гамильтониан магнитоупругого взаимодействия. Греческие индексы обозначают номер подрешетки и принимают значения от 1 до 4. Тензор $\tilde{J}_{ij}^{\alpha\beta} = \Gamma_{ij}^{\alpha\beta} + Q_{ij}^{\alpha\beta}$ содержит тензор обменного взаимодействия $\Gamma_{ij}^{\alpha\beta}$ и тензор релятивистского взаимодействия $Q_{ij}^{\alpha\beta}$, которое обусловлено спин-орбитальным (определяющим магнитную анизотропию) и магнитоэлектрическим взаимодействиями. Для диагонализации гамильтониана необходимо сделать каноническое преобразование Боголюбова, причем коэффициенты этого преобразования, в силу значительного преобладания энергии обменного взаимодействия над энергией релятивистских взаимодействий, окажутся достаточно большими, что приведет к существенному увеличению коэффициентов связи между магнонными и фононными возбуждениями, т.е. к усилению магнитоупругого взаимодействия. Таким образом, в данной системе существуют магноны, сильно связанные с фононами. Большая величина этой связи обусловлена именно нерелятивистским обменным взаимодействием между магнитными подрешетками.

Магнитную структуру системы в случае четырех подрешеток также можно описать с помощью векторов:

$$\vec{m} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \vec{M}_4,$$
$$\vec{l}_1 = \vec{M}_1 - \vec{M}_2 + \vec{M}_3 - \vec{M}_4,$$
$$\vec{l}_2 = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 - \vec{M}_3 - \vec{M}_4,$$
$$\vec{l}_3 = \vec{M}_1 - \vec{M}_2 - \vec{M}_3 + \vec{M}_4.$$

где $\vec{M}_\alpha$ – плотности магнитных моментов подрешеток. Если затем записать эффективный гамильтониан системы в представлении данных векторов и использовать уравнения движения, то можно показать, что в полученном спектре имеют место две двукратно вырожденные ветви.

Их спектр имеет следующий вид:

$$\omega_1^2 = \left(\frac{M_s V_0}{\mu}\right)^2 (2\beta - \beta')(2\delta + 2\sigma + 2\beta - \beta'),$$
$$\omega_2^2 = \left(\frac{M_s V_0}{\mu}\right)^2 (2\beta - \beta')(2\delta - 2\sigma + 2\beta - \beta').$$

где β, β' – постоянные анизотропии, δ, σ – константы обменного взаимодействия.

Так как частота колебаний ω_1 превосходит частоту ω_2, то динамическая линейная связь колебаний с частотой ω_1 и фононных колебаний будет наиболее сильной, хотя и мода с частотой ω_2 также оказывается обменно усиленной.

Наличие двух магнитных плоскостей приводит к усилению в $\sqrt{2}$ раз эффективного параметра спин-фононной связи ς, что является существенным для увеличения эффективного параметра электрон-фононного взаимодействия и, в конечном счете, для возрастания критической температуры T_c.

Также в третьей главе рассмотрен эффект обменного усиления эффективного электрон-фононного взаимодействия в магнитных системах и определена верхняя граница применимости квазилинейных уравнений. Показано, что они применимы в случае, если резонансное значение волнового вектора $k_r = \max(k_{r1}, k_{r2}) \ll p_F / \hbar$ (p_F - импульс Ферми).

В четвертой главе в рамках модели обменного взаимодействия вычислены параметры квадрупольного обменного и электрон-фононного взаимодействий. Показано, что магнитная неупорядоченная подсистема играет определяющую роль в формировании эффективного обменного взаимодействия между электронами.

В этой главе рассматривается магнитная система, в которой магнитные моменты не являются локализованными и распределены в пространстве хаотично. Такая магнитная система формируется спинами нормальных электронов, находящихся в делокализованных (d, f) состояниях и взаимодействует с электронами, находящимися в $s-$состояниях, которые определяют высокочастотные и кинетические свойства упорядоченной системы. Таким образом, мы будем рассматривать модель, в которой взаимодействующие $s-$электроны обтекают кристаллическую решетку и неупорядоченную систему спинов. Также мы рассмотрим всевозможные виды взаимодействия электронов с коллективными возбуждениями в таком кристалле.

Взаимодействие электронной подсистемы с неупорядоченной магнитной подсистемой обычно описывается гамильтонианом типа $s-d(f)$ обменной модели:

$$H_{s-d(f)} = -\sum_{R_e, r} J(R_e, r) S_{R_e} \sigma_r$$

где $S_{R_e}, \sigma_r -$ операторы спина $d(f), s-$электронов соответственно.

Обменный интеграл $J(R_e, r)$ является случайной функцией координат узлов решетки R_e. Однако основной недостаток такого подхода состоит еще и в том, что спины $d(f)-$электронов предполагаются локализованными на узлах. Кроме того, гамильтониан $H_{s-d(f)}$ не учитывает реальной группы симметрии упорядоченной системы.

Гамильтониан рассматриваемой модели можно представить в следующем виде:

$$H = H_{ee} + H_{ph} + H_{aa} + H_{e-ph},$$

где $H_{ee} = \frac{1}{2}\int d\vec{x}\psi_\alpha^+(\vec{x})\hat{D}_{\alpha\nu k}\hat{D}_{\beta\nu k}\psi_\beta(\vec{x}) + \frac{1}{2}\int d\vec{x}d\vec{x}'\psi_\alpha^+(\vec{x})\psi_\beta^+(\vec{x}')V(\vec{x}-\vec{x}')\psi_\beta(\vec{x}')\psi_\alpha(\vec{x}) -$

гамильтониан электронной подсистемы,

$$H_{ph} = \frac{1}{2}\int d\vec{x}\left[\sum_\kappa \frac{p_\kappa^2}{\rho_\kappa} + \sum_{\alpha,\beta,\nu,\nu',\kappa,\kappa'}(\lambda_{\alpha\beta\nu\nu'\kappa\kappa'}u_{\alpha\nu\kappa}u_{\beta\nu'\kappa'} + \mu_{\alpha\beta\nu\nu'\kappa\kappa'}\Omega_{\alpha\nu\kappa}\Omega_{\beta\nu'\kappa'})\right] -$$

фононный гамильтониан,

$$H_{aa} = \frac{1}{2}\int d\vec{x}\left[\left(E_\nu^\alpha\right)^2 + \left(C_\nu^\alpha\right)^2\right] -$$

гамильтониан неупорядоченной системы спинов,

$$H_{e-ph} = \int d\vec{x}g_{ph}(\vec{x})\varphi(\vec{x})\psi_\alpha^+(\vec{x})\psi_\alpha(\vec{x}) -$$

гамильтониан взаимодействия электронной подсистемы с кристаллической решеткой. Здесь $\psi_\alpha(\vec{x}), \psi_\alpha^+(\vec{x})$ – электронные операторы, $\hat{D}_\nu = \nabla_\nu - \frac{i}{2}g_1\hat{\tau}^\gamma\hat{A}_\nu^\gamma, \hat{A}_\nu^\gamma = A_\nu^\gamma + \frac{g_2}{g_1}\Omega_{\gamma\nu}, V(\vec{x}-\vec{x}')$ – кулоновский потенциал, $\lambda_{\alpha\beta\nu\nu'\kappa\kappa'}, \mu_{\alpha\beta\nu\nu'\kappa\kappa'}$ – тензоры упругих констант, $u_{\alpha\nu\kappa} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_{\alpha\kappa}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial u_{\nu\kappa}}{\partial x_\alpha}\right), \Omega_{\alpha\nu\kappa} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_{\alpha\kappa}}{\partial x_\nu} - \frac{\partial u_{\nu\kappa}}{\partial x_\alpha}\right)$ – симметричная и антисимметричная части тензора деформаций, $g_{ph}(\vec{x})\varphi(\vec{x})$ – потенциал решетки. Далее можно выписать уравнения для электронной и фононной функции Грина, а также для оператора $\hat{A}_\nu = \left(\hat{\tau}^\gamma\hat{A}_\nu^\gamma\right)$. Однако поскольку система является сильно неоднородной, то анализ этих уравнений оказывается весьма затруднительным и из них можно получить решения только в пределе слабой связи. Если же рассматривать взаимодействие электронной подсистемы с магнитной подсистемой и кристаллической

решеткой в приближении сильной связи, то вышеупомянутый подход оказывается неэффективным, так как малый параметр в данном случае отсутствует.

Поэтому для описания взаимодействий в приближении сильной связи мы воспользуемся контурным представлением операторов, то есть будем рассматривать нашу систему как систему «взаимодействующих» контуров, на которых определены операторы $\hat{A}_{\nu}, \hat{\psi}^{\alpha}(\vec{x}), \hat{U}_{\alpha\nu\kappa}, \hat{\Omega}_{\gamma\kappa}$.

На основе такого представления далее в четвертой главе найден потенциал обменного взаимодействия, показано, что эффективное обменное взаимодействие уже не определяется только парными корреляциями, а формируется более сложным образом с учетом четырехчастичного взаимодействия, при котором электроны взаимодействуют внутри ячеек и между ячейками.

Наряду с обменным взаимодействием в магнетиках существует еще и квадрупольное обменное взаимодействие, которое необходимо учитывать для объяснения свойств магнитных систем, например, для расчета магнитной анизотропии. Далее в четвертой главе в рамках рассматриваемой модели рассчитан средний потенциал потенциал такого взаимодействия. Показано, что квадрупольное обменное взаимодействие может быть усилено параметром обменного взаимодействия. Это оказывается возможным из-за того, что наличие неупорядоченной спиновой подсистемы приводит к возникновению в системе эффективного электромагнитного поля, которое способствует преобразованию нормальных $s-$электронов в связанные пары, взаимодействующие между собой с помощью обмена виртуальной квазичастицей. Также в четвертой главе на основе контурного представления операторов показано, что электрон-фононное взаимодействие может быть усилено обменным взаимодействием между электронами, что в конечном счете приводит к повышению критической температуры T_c.

Таким образом, в четвертой главе для неупорядоченной магнитной системы вычислены параметры квадрупольного обменного и электрон-фононного взаимодействий, показано, что магнитная неупорядоченная подсистема играет определяющую роль в формировании эффективного обменного взаимодействия между электронами, которое способно усиливать взаимодействия релятивистской природы.

В пятой главе рассматривается обменная спин-волновая динамика магнитных систем. Экспериментально было найдено, что в таких системах спиновые возбуждения при $T > T_N$ высокоэнергетичны, а также скорость спиновых возбуждений оказалась на порядок выше скорости звука в этом веществе. Таким образом, можно допустить, что высокоэнергетичные спиновые флуктуации обменной природы могли бы активно участвовать в механизмах, объясняющих высокие критические температуры. Следовательно, представляет определенный интерес рассмотреть их взаимодействие с фононной системой для анализа возможных способов повышения критической температуры.

Гамильтониан спин-фононной системы может быть представлен в виде:

$$H_{s-ph} = \int d\vec{x} \left[\frac{m^2}{2\chi} + \frac{1}{2k_c^2} J_0 s A_\nu^2 - \frac{1}{2} J_0 s \Omega^2 - \mu(\vec{H}, \vec{m} + \vec{\Omega}) + \frac{p_\nu^2}{2M} + \frac{1}{2} \lambda u_{\nu\nu'}^2 + \right.$$
$$\left. + g \frac{p_\nu}{2M} \left[(\vec{A}_\nu, \vec{m}) + (\vec{m}, \vec{A}_\nu) \right] + g^2 \chi \frac{p_\nu p_{\nu'}}{2M^2} (\vec{A}_\nu, \vec{A}_{\nu'}) - g\chi \frac{p_\nu}{M} \mu(\vec{H}, \vec{A}_\nu) \right].$$

В этом выражении $\vec{\Omega}$ – намагниченность, соответствующая парамагнитной спиновой степени свободы, $\vec{m}$ – парамагнитный момент, $\vec{A}_\nu = \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial x_\nu}, \nu = 1,2,3; \vec{H}$ – постоянное внешнее магнитное поле, $J_0 = \int d\vec{x} J(\vec{x})$ – потенциал обменного взаимодействия, $s = \frac{1}{2}$ – спин электрона,

эффективная парамагнитная восприимчивость, $k_c = \frac{2\pi}{\langle r_c \rangle}, \langle r_c \rangle^2 = \left(\int d\vec{x} x^2 J(\vec{x}) / \int d\vec{x} J(\vec{x}) \right)$ – обменный радиус корреляции в системе электронных спинов, $\mu = 2\mu_B, \mu_B$ – магнетон Бора, $g = \frac{U}{J_0}, U$ – электрон-ионный потенциал, p_ν – импульс фонона, λ – модуль упругости.

Чтобы рассмотреть спин-волновую динамику, необходимо записать уравнения движения для векторов $\vec{m}, \vec{A}_\nu, \vec{\Omega}, \vec{p}_\nu, \vec{u}_\nu$, которые в общем случае имеют вид

$$\dot{\vec{m}} = \left\{ H_{s-ph}, \vec{m} \right\}, \vec{A}_\nu = \left\{ H_{s-ph}, \vec{A}_\nu \right\},$$
$$\dot{\vec{\Omega}} = \left\{ H_{s-ph}, \vec{\Omega} \right\}, \vec{p}_\nu = \left\{ H_{s-ph}, \vec{p}_\nu \right\},$$
$$\dot{\vec{u}}_\nu = \left\{ H_{s-ph}, \vec{u}_\nu \right\}.$$

Чтобы записать эти уравнения в явном виде, необходимо вычислить скобки Пуассона, стоящие в правой части. Если рассматривать спин-волновую динамику в квазилинейном приближении, то удобно ввести функции $\vec{A}_\nu = \vec{A}_{\nu 0} + \delta \vec{A}_\nu, \vec{m} = \vec{m}_0 + \delta \vec{m}, \vec{\Omega} = \vec{\Omega}_0 + \delta \vec{\Omega},$ где $\delta \vec{A}_\nu, \delta \vec{m}, \delta \vec{\Omega}$ - малые отклонения от равновесных значений. Анализ спиновых волн, то есть анализ на основе только спиновой части гамильтониана, показывает, что в спектре спиновых волн имеется три моды колебаний: одна продольная и две поперечные - $\omega_{\| sk}, \omega_{1 \perp sk}, \omega_{2 \perp sk}$. Уравнения для поперечных мод удается решить только в случае $k \gg k_c$ или же в случае малых градиентов спектральной плотности поперечных компонент парамагнитного момента $(k_c \nabla_k \delta m_k^{x,y}) \ll 1$. В результате спектр спиновых волн (спиновых флуктуаций) без учета наличия внешнего магнитного поля выглядит следующим образом:

$$\omega_{\|sk} = \sqrt{\frac{J_0 s}{\chi}\left[\left(\frac{k}{k_c}\right)^2 - 1\right]},$$

$$\omega_{1\perp sk} = \sqrt{\frac{J_0 s}{\chi}\left[\left(\frac{k}{k_c}\right)^2 - \left(\frac{k}{k_c}\right)\left(\vec{n},\vec{n}_k\right) - 1\right]},$$

$$\omega_{2\perp sk} = \sqrt{\frac{J_0 s}{\chi}\left[\left(\frac{k}{k_c}\right)^2 + \left(\frac{k}{k_c}\right)\left(\vec{n},\vec{n}_k\right) - 1\right]}.$$

Частоты спектра спиновых волн реальны только в области значений волнового вектора для продольной моды $\left(k/k_c\right) > 1$ и для поперечных $(k/k_c) > \pm\frac{1}{2}\left(n,n_k\right) + \sqrt{\frac{1}{4}\left(n,n_k\right)^2 + 1}.$ При всех остальных значениях k частоты мнимые, то есть имеют диффузионную природу, что является следствием отсутствия равновесного дальнего магнитного порядка.

Спектр спиновых флуктуаций интересен, к примеру, с точки зрения их вклада в низкотемпературную электронную теплоемкость. Рассмотрим два наиболее интересных, на наш взгляд, случая.

1. Волновой вектор спиновых флуктуаций $\vec{k}$ ориентирован относительно волнового вектора $k_c = 2\pi / \langle r_c \rangle$ произвольным образом. Этот случай наиболее интересен тогда, когда система приближается к фазовому переходу в состояние с антиферромагнитным дальним порядком. При этом происходит резкое уменьшение плотности носителей электрического тока и соответственно плотности состояний на уровне Ферми. Парциальные вклады в флуктуационную теплоемкость от продольной и поперечных спиновых мод для парамагнитной и антиферромагнитной компонент будут выглядеть следующим образом:

$$1) T / J_0 s \ll q_i, q_i = \sqrt{\delta_{1i} + \delta_{2i}\left(1 - k_s^2 / k_c^2\right)},$$

$$C_{V\|i}^{fluct} = \frac{v_0 k_c^d}{\pi^{d-1}} 3\varsigma(3)(J_0 s \chi_i) q_i^{d-2} \left(\frac{T}{J_0 s}\right)^2,$$

$$C_{V1,2\perp i}^{fluct} = \frac{v_0 k_c^d}{\pi^{d-1}} 3\varsigma(3)\left(\delta_{2d} + \delta_{3d}\frac{\sqrt{5}}{2}\right) q_i^{d-2} (J_0 s \chi_i)\left(\frac{T}{J_0 s}\right)^2,$$

$$2) T / J_0 s \gg q_i,$$

$$C_{V\|i}^{fluct} = C_{V1,2\perp i}^{fluct} = \frac{v_0 k_c^d}{2\pi^{d-1}} (d+1)\Gamma(d+1)\varsigma(d+1)(J_0 s)^d \left(\frac{\chi_i}{J_0 s}\right)^{d/2} \left(\frac{T}{J_0 s}\right)^d.$$

Где $d = 2,3$ - размерность пространства. Откуда следует, что чем ближе мы приближаемся к точке фазового перехода в антиферромагнитную фазу, тем ближе зависимость низкотемпературной спиновой теплоемкости к кубической, как для фононов.

2. Волновой вектор спиновых флуктуаций $\vec{k}$ ориентирован вдоль волнового вектора $\vec{k}_c$. Этот случай реализуется вдали от точки антиферромагнитного фазового перехода, когда вектор $\vec{k}_c$ произвольно ориентирован, т.е. в области высоких значений плотности носителей тока. При этом роль спиновых флуктуаций обменной природы наиболее эффективна. В этом случае вычисление парциальных вкладов в спиновую флуктуационную теплоемкость приводит к следующему результату.

$$1)\left(\frac{\chi_i}{J_0 s}\right)\frac{1}{\beta^2 q_i^2} \ll 1,$$

$$C_{V\|i}^{fluct} = \frac{v_0^{1/d} k_c}{\pi} 6\varsigma(3)\left(\frac{J_0 s \chi_i}{q_i}\right)\left(\frac{T}{J_0 s}\right)^2,$$

$$C_{V1,2\perp i}^{fluct} = \frac{v_0^{1/d} k_c}{\pi} 4\sqrt{3}\varsigma(3)\left(\frac{J_0 s \chi_i}{q_i}\right)\left(\frac{T}{J_0 s}\right)^2,$$

$$2)\left(\frac{\chi_i}{J_0 s}\right)\frac{1}{\beta^2 q_i^2} \gg 1,$$

$$C_{V\|i}^{fluct} = C_{V1,2\perp i}^{fluct} = \frac{v_0^{1/d} k_c}{\pi} 2\varsigma(2)(J_0 s \chi_i)^{1/2}\left(\frac{T}{J_0 s}\right).$$

Следовательно, линейная зависимость теплоемкости от температуры в области низких температур является характерной для магнитных систем, в которых имеет место тенденция к установлению антиферромагнитного дальнего порядка.

В заключение заметим, что если записать в статическом случае линеаризованные уравнения движения, то в уравнении для фононной компоненты мы получаем параметр спин-фононной связи $\varsigma = \frac{g\hbar k_c}{\sqrt{J_0 sM}}$.

Проанализируем последнюю формулу. Из неё следует, что параметр спин-фононной связи будет тем больше, чем больше относительный электрон-ионный потенциал g, меньше обменный радиус корреляции r_c, меньше масса ионов M, составляющих кристаллическую решетку. Высоким g обладают элементы с низким потенциалом ионизации и большой валентностью, в частности, редкоземельные элементы. Малый r_c возможен, когда обменное взаимодействие между электронами проводимости является достаточно сильным, а следовательно, атомы, поставляющие электроны для зоны проводимости, участвуют в образовании ковалентной связи.

Отметим, что малый r_c может быть достигнут, если для синтезирования выбираются элементы, участвующие в образовании ковалентной связи и имеющие малый атомный радиус. Подчеркнем, к примеру, что атомный радиус кислорода – один из наименьших во всей периодической системе элементов; кроме того, кислород участвует в образовании ковалентной связи (типа $Cu-O$), т.е. в формировании обменного взаимодействия между электронами проводимости. Данный факт может помочь в понимании, почему новые высокотемпературные сверхпроводящие системы оказываются столь чувствительными к содержанию в них кислорода.

Кроме того, в пятой главе на основе анализа спин-волновой динамики магнитных систем, находящихся во внешнем магнитном поле $\vec{H}$, найдена новая спиновая ветвь колебаний с частотой $\hbar\omega = \mu H\left(k / k_c\right)^2$. Заметим, что данная ветвь спиновых колебаний (спиновых флуктуаций) существует только в отличном от нуля внешнем магнитном поле.

В заключении формулируются основные результаты, полученные в диссертации. Они сводятся к следующим.

- в диссертации впервые предложено и развито обобщение метода компенсации опасных диаграмм Н.Н. Боголюбова для случая квазичастиц, представляющих собой кванты связанных колебаний ионов решетки со спиновыми флуктуациями; впервые найдена константа спин-электрон-фононного взаимодействия и величина энергетической щели с учетом спиновых флуктуаций обменной природы на основе обобщенных уравнений компенсации Н.Н. Боголюбова, на основе обобщенного «u-v» преобразования Боголюбова найден спектр и новая мода связанных колебаний электронной и ядерной систем в антиферромагнетике типа «легкая плоскость», найден динамический сдвиг частоты ядерного магнитного резонанса, связанный с этой модой;
- в диссертации предложено новое направление в исследовании модельных гамильтонианов на основе концепции эффекта обменного усиления с учетом спиновых флуктуаций обменной природы. В частности, в диссертации впервые показано, что эффект обменного усиления существует не только в системах с антиферромагнитным дальним порядком, но и в системах, в которых антиферромагнитный дальний порядок подавлен или отсутствует;

- впервые показано, что обменное взаимодействие между фермионами эффективно способствует их притяжению только в том случае, если спиновые флуктуации резонансным образом взаимодействуют с частицами, которые непосредственно обеспечивают притяжение фермионов, рассмотрен эффект обменного усиления эффективного электрон-фононного взаимодействия в магнитных системах и определена верхняя граница применимости квазилинейных уравнений, показано, что они применимы в случае, если резонансное значение волнового вектора $k_r = \max(k_{r1}, k_{r2}) \ll p_F / \hbar$ (p_F - импульс Ферми);
- описано взаимодействие электронов проводимости с магнитными подрешетками кристалла, вычислены коэффициенты обменного усиления этого взаимодействия, рассмотрено влияние дефектов кристаллической структуры на магнитное упорядочение, вычислено неоднородное магнитное упорядочение при наличии статического поля деформаций, на основе модифицированного гамильтониана Гейзенберга исследована возможность возникновения состояний двух магнонов, локализованных на дефекте, найдены параметры, при которых происходит разделение локальных и квазилокальных магнонных состояний, получено дисперсионное уравнение, определяющее энергии нормальных фонон-магнонов, сформулирована задача полной диагонализации бозонной части гамильтониана;
- впервые исследован эффект обменного усиления магнитоупругого взаимодействия в антиферромагнетике с четырьмя магнитными подрешетками, на основе модели с учетом квадрупольного взаимодействия найдены резонансные спектры, обусловленные обменным взаимодействием, для случая

антиферромагнитных систем, состоящих из двух и четырех магнитных подрешеток;

- впервые в системах типа перовскита, находящихся во внешнем магнитном поле найдена новая ветвь спиновых колебаний, показано, что для парамагнитной фазы систем типа перовскитов величина z-компоненты плотности тока намагниченности, связанного со спиновыми колебаниями, в линейном режиме возбуждения спиновых поперечных мод имеет резонансный характер;
- в антиферромагнетиках типа «легкая плоскость» исследованы равновесные конфигурации электронных и ядерных намагниченностей, найдена связь электронной и ядерной спиновых систем с упругими полями, создаваемыми дефектами в кристалле.

Список опубликованных работ

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Алабердин Е.Р., Вихорев А.А., Савченко А.М., Садовников Б.И. К методу Н.Н.Боголюбова в теории сверхпроводимости // ТМФ, **107** (1996) 129-141.
2. Ведяев А.В., Савченко А.М., Николаев М.Ю. К теории эффекта обменного усиления в высокотемпературных сверхпроводящих системах // Вестник МГУ, сер. 3, Физика-Астрономия, № 4 (1996) 69-73.
3. Ведяев А.В., Савченко А.М. К теории сверхпроводимости ВТСП-систем // Вестник МГУ, сер. 3, Физика-Астрономия, № 3 (1997) 39-44.
4. Ведяев А.В., Савченко А.М. К теории изотоп-эффекта в ВТСП-системах // Вестник МГУ, сер. 3, Физика-Астрономия, № 6 (1998) 33-35.
5. Савченко А.М. Эффект обменного усиления релятивистских взаимодействий в магнитных кристаллах // Прикладная физика, № 3 (1998) 114-121.
6. Савченко А.М., Креопалов Д.В. Обменное взаимодействие в магнитных системах // Прикладная физика, вып.3-4 (1998) 115-126.
7. Алабердин Е.Р., Савченко А.М., Садовникова М.Б. Резонансные колебания в магнитоупорядоченных кристаллах типа “легкая плоскость” // Вестник МГУ, сер. 3, Физика-Астрономия, № 6 (1999) 32-34.
8. Алабердин Е.Р., Вихорев А.А., Савченко А.М., Садовникова М.Б. Применение метода компенсации “опасных” диаграмм Н.Н.Боголюбова для исследования магнитных сверхпроводников // ТМФ, **120** (1999) 144-167.

9. Sadovnikov B.I., Savchenko A.M. To the theory of collective electron excitations in spin systems // Physica A, **271** (1999) 411-417.
10. Sadovnikova M.B., Savchenko A.M., Scarpetta G. Spin dynamics of collective electron interactions // Phisics Letters A, **274** (2000) 236-238.
11. Савченко А.М., Савченко М.А., Креопалов Д.В. Изотопический эффект в ВТСП-соединениях // Прикладная физика, вып.3 (2000) 102-107.
12. Савченко А.М. // Нелинейная динамика квантового компьютера, Тезисы Всероссийской конференции по нелинейным процессам, Москва, январь 2001, МВТУ им.Н.Э.Баумана, стр. 285.
13. Савченко А.М., Садовников Б.И., Жуковская Л.В. К теории нелинейных спиновых колебаний в системах с неоднородным обменным взаимодействием // Вестник МГУ, сер. 3, Физика-Астрономия, №2 (2002) 71-72.
14. Савченко А.М. //Нелинейная динамика квантового компьютера, Тезисы XVII Международной научно-технической конференции, 27-31 мая, Москва, 2002, стр.122.
15. Савченко А.М. //Коллективные электронные колебания в керамических системах, Тезисы XVII Международной научно-технической конференции, 27-31 мая, 2002, Москва, стр.134.
16. Эл.издание “Introduction to the Theory of Superconductivity“, Депозитарий электронных изданий ФГУП НТЦ «Информрегистр», №0320200905, 2002.
17. Савченко А.М., Савченко М.А., Стефанович А.В. Низкочастотные спиновые колебания в металлической фазе высокотемпературных сверхпроводников в квантовых компьютерах // Вестник МГТУ им.Н.Э.Баумана, **1(50)** (2003) 78-84.
18. Савченко А.М., Савченко М.А., Креопалов Д.В. // Нелинейная динамика квантового компьютера, Тезисы второй всероссийской

конференции «Необратимые процессы в природе и технике», 22-24 января, 2003, Москва, стр.167.

19. Савченко А.М., Креопалов Д.В. // Proceedings of SPIE, **5025** (2003) 172-175.

20. Жуковская Л.В., Савченко А.М., Садовникова М.Б. Низкочастотная спиновая ветвь колебаний в системах с обменным взаимодействием // ТМФ, **138** (2004) 139-143.

21. Савченко А.М., Садовников Б.И., Марченко В.Л. Взаимодействие электронной и ядерной спиновых систем в магнитном поле // Вестник МГУ, сер.3, Физика-Астрономия, №6 (2003) 68-70.

22. Савченко А.М., Садовников Б.И., Марченко В.Л. К теории связанных колебаний электронной и ядерной систем // Вестник МГУ, сер.3, Физика-Астрономия, №6 (2004) 44-46.

23. Manko O.V., Sadovnikov B.I., Savchenko A.M. Local states in crystals with defects // Physica A, **343** (2004) 393-400.

24. Савченко А.М., Савченко М.А. Коллективные электронные колебания в квантовых компьютерах на основе модели Фрелиха // Вестник МГТУ им. Баумана, №2 (2004) 115-117.

25. Савченко А.М., Савченко М.А., Креопалов Д.В. Коллективные электронные колебания в керамических системах // Прикладная физика, №3 (2004) 12-15.

26. A.M.Savchenko, D.V. Kreopalov Collective electron oscillations in ceramic systems // Proceedings of SPIE, **5398** (2004) 194-195.

27. Савченко А.М., Савченко М.А., Креопалов Д.В. Нелинейная динамика квантового компьютера // Прикладная физика, №5 (2004) 48-50.

28. Савченко А.М., Креопалов Д.В., Савченко М.А. //Обменное взаимодействие в электронных системах, Необратимые процессы в природе и технике, 24-26 января 2005, Москва, Тезисы докладов,стр.59.

29.Марченко В.Л., Савченко А.М., Садовников Б.И. Релаксация спиновых волн в «спин-флип» фазе антиферромагнитных систем // Вестник МГУ, сер.3, Физика-Астрономия, №3 (2005) 61-62.

30.Савченко А.М., Савченко М.А. // Патент №2004115720 от 26.05.04.

31.Савченко А.М. // Тезисы XIX Международной научно-технической конференции, 23-26 мая, Москва, 2006, стр.125

32. Савченко А.М. // Тепловой приемник ИК-излучения на сегнетомагнитных и сверхпроводящих кристаллах, Тезисы XIX Международной научно-технической конференции, 23-26 мая, Москва, 2006, стр.183.

33.Савченко А.М. // Материалы 8-ой международной конференции «Физические явления в твердых телах», Флуктуационная сверхпроводимость керамических систем, Харьков, стр.63, 2007.

34.Савченко А.М., Садовникова М.Б. Спин-фононные взаимодействия в купратах, Вестник МГУ, сер.3, Физика-Астрономия, №6 (2008) 51-52.

35.Савченко А.М., Креопалов Д.В. // Теория спин-фононного механизма электронных взаимодействий, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Необратимые процессы в природе и технике, Сборник научных трудов, стр.224-244. 2008.

36.Савченко А.М., Креопалов Д.В. // Флуктуационная сверхпроводимость керамических систем, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Необратимые процессы в природе и технике, Сборник научных трудов, стр.244-249. 2008.

37.Креопалов Д.В., Савченко А.М., Савченко Е.М. //Фототоника-2008, Новосибирск, 19-23 августа, тезисы докладов, Критическая температура магнитных сверхпроводников, стр.55, 2008.

38.Kreopalov D.V., Savchenko A.M. // A susceptibility of complex magnetic systems, The European Conference PHYSICS OF MAGNETISM 2008, Poznan, 2008.

39. Креопалов Д.В., Савченко А.М., Савченко М.А. // К теории магнитных сверхпроводников, XX международная научно-техническая конференция по фотоэлектронике, 27-30 мая, 2008, Москва, Тезисы докладов, стр. 227, 2008.
40. Савченко А.М., Садовникова М.Б. Резонансное усиление электрон-фононного взаимодействия // Вестник МГУ, сер.3, Физика-Астрономия, №1 (2009) 85-86.
41. Савченко А.М., Сорокина Е.М. Вычисление парамагнитной восприимчивости редкоземельных соединений на основе контурного интегрирования и метода функций Грина // Вестник МГУ, сер.3, Физика-Астрономия, №3 (2009) 12-13.