

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 538.975:621.382.13:535

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СПЕКТРАЛЬНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ПРОСВЕТЛЯЮЩИХ ПОКРЫТИЙ

Т. В. Амочкина

(Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ)

E-mail: tatiana@srcc.msu.ru

Исследуются аналитические свойства спектральных коэффициентов многослойных просветляющих оптических покрытий. Полученные свойства могут быть использованы в дальнейших исследованиях при нахождении нижнего предела остаточного отражения.

Введение

Просветляющие покрытия (ПП) относятся к наиболее широко используемым оптическим покрытиям, так как составляют более 50% всех производимых в мире покрытий [1]. Неудивительно, что существует более тысячи публикаций по темам, связанным с ПП [1]. Интерес к новым методам синтеза и изучению основных свойств ПП вызван постоянно увеличивающимися требованиями к спектральным свойствам ПП и совершенствованием технологий производства, позволяющих напылять сложные покрытия с большим числом слоев. Наиболее поздний обзор методов синтеза ПП можно найти в [2].

Рассмотрим задачу синтеза ПП в спектральном диапазоне длин волн $\lambda \in [\lambda_l; \lambda_u]$. Пусть заданы материалы с высоким и низким показателями преломления n_H и n_L , показатели преломления подложки и окружающей среды — n_s и n_a . Обозначим профиль показателя преломления $n(z)$ ($n_L \leq n(z) \leq n_H$), полную оптическую толщину покрытия TOT (total optical thickness), энергетический коэффициент отражения покрытия $R(\lambda, n(z))$. Для оценки близости коэффициента отражения к нулю в заданном спектральном диапазоне введем оценочную функцию

$$MF(n(z)) = \int_{\lambda_l}^{\lambda_u} (R(\lambda, n(z)))^2 d\lambda. \quad (1)$$

Оптимальным ПП с оптической толщиной, равной TOT, будем считать покрытие с профилем показателя преломления $n(z)$ таким, что он доставляет минимум оценочной функции MF , причем оптическая толщина покрытия максимально близка к TOT. В работе [3] показано, что задача оптимизации ПП близка к выпуклой задаче оптимизации, и ее оптимальное решение существует и единственно. В работе [4] доказано, что среди

всех кусочно-непрерывных профилей показателей преломления $n_L \leq n(z) \leq n_H$ оптимальным является двухкомпонентный профиль, т.е. покрытие с чередующимися слоями с высоким n_H и низким n_L показателями преломления.

Вычислительные эксперименты по синтезу ПП, проведенные разными авторами [1, 2, 5, 6], показывают, что зависимость коэффициента отражения ПП в области просветления $[\lambda_l; \lambda_u]$ представляет собой специфическую «квазичебышевскую» кривую, осциллирующую около среднего значения остаточного отражения R_{av} (рис. 1, б). Как и коэффициент отражения любого покрытия, R_{av} зависит от отношений показателей преломления n_H/n_L , n_L/n_a , n_s/n_a [7]. В работе [8] исследовалась зависимость

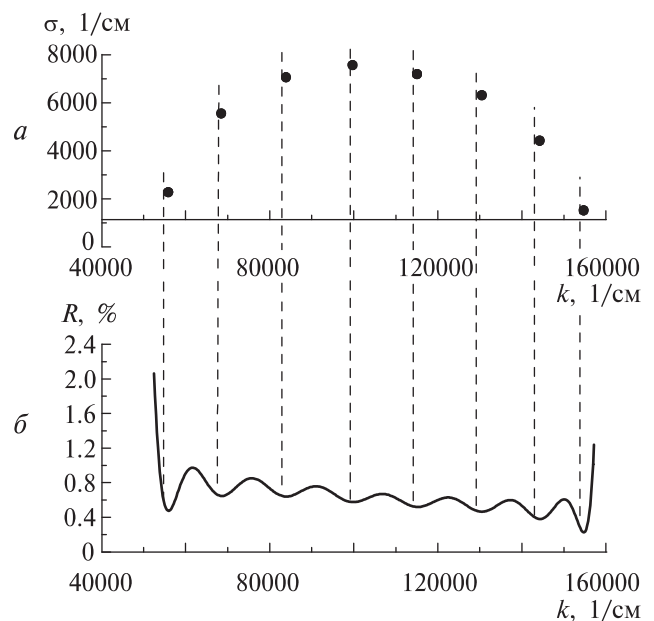


Рис. 1. Комплексные нули амплитудного коэффициента отражения 18-слойного просветляющего покрытия (а) и коэффициент отражения этого покрытия (б)

спектральных характеристик покрытий от угла падения. Вычислительные эксперименты по синтезу ПП показывают, что R_{av} зависит также от ширины спектрального диапазона λ_u/λ_l и от оптической толщины покрытия ТОТ. Насколько нам известно, на настоящий момент не получена аналитическая спектральная зависимость остаточного отражения ПП от перечисленных пяти параметров. Задача получения такой зависимости крайне сложна, так как все перечисленные параметры взаимосвязаны. Неизвестно даже, существует ли нижний предел R_{av} при неограниченном возрастании оптической толщины. Знание этого предела очень важно с практической точки зрения.

В работе [6] была получена эмпирическая формула для спектральной зависимости остаточного отражения для некоторых спектральных областей, из которой видно, что R_{av} стремится к нулю при возрастании ТОТ. Современные методы синтеза оптических покрытий [9] и современное программное обеспечение [10] позволяют получать покрытия, содержащие много слоев (десятки и даже сотни) за короткое время. Таким образом, можно синтезировать последовательности ПП с возрастающей оптической толщиной для различных наборов показателей преломления и диапазонов просветления. Вычислительные эксперименты, связанные с синтезом таких последовательностей [1], показывают существование отличного от нуля нижнего предела остаточного коэффициента отражения. Нужно заметить, что эти результаты противоречат выводам, сделанным в [6].

В настоящей работе исследуются некоторые аналитические свойства спектральных коэффициентов ПП. Эти свойства могут быть полезны при дальнейшем исследовании и нахождении аналитической спектральной зависимости остаточного отражения от параметров задачи синтеза ПП.

Восстановление коэффициента отражения просветляющего покрытия по конечному числу нулей

Спектральный диапазон длин волн $\lambda \in [\lambda_l; \lambda_u]$ соответствует диапазону волновых чисел $k \in [k_l; k_u]$, длина волны и волновое число связаны соотношением $k = 2\pi/\lambda$. В работе [11] рассмотрена комплексная плоскость волновых чисел $\mu = k + i\sigma$ и показано, что отношение коэффициентов отражения и пропускания может быть выражено через комплексные нули $k_j + i\sigma_j$ амплитудного коэффициента отражения $r(k)$:

$$\frac{R(k)}{T(k)} = |r(k)|^2 = \frac{1}{4} \frac{(n_a - n_s)^2}{n_a n_s} \prod_{j=1}^{\infty} \frac{(k - k_j)^2 + \sigma_j^2}{k_j^2 + \sigma_j^2}. \quad (2)$$

Заметим, что для просветляющих покрытий $T(k)$ близко к единице.

Вычислительные эксперименты по синтезу ПП показывают, что число минимумов коэффициента отражения в области просветления $[k_l; k_u]$ совпадает с числом комплексных нулей амплитудного коэффициента отражения в той же области. Вещественные части комплексных нулей амплитудного коэффициента отражения k_j и волновые числа, соответствующие минимумам коэффициента отражения, совпадают (рис. 1, а, б).

Проверим, можно ли восстановить коэффициент отражения ПП $R(k)$ в области просветления по конечному числу M комплексных нулей. Другими словами, можно ли приблизить функцию $R(k)$ многочленом $P_M(k)$:

$$R(k) \approx P_M(k) = \frac{1}{4} \frac{(n_a - n_s)^2}{n_a n_s} C \prod_{j=1}^M \frac{(k - k_j)^2 + \sigma_j^2}{k_j^2 + \sigma_j^2}, \quad (3)$$

где C — некоторая константа. Разобьем ось волновых чисел на пять областей: $Z1 = [k_l; k_u]$ — область просветления, $Z1' = [-k_u; -k_l]$ — область, симметричную $Z1$, а также области $Z2 = [k_u; +\infty]$, $Z2' = [-\infty; -k_u]$ и $Z3 = (-k_l; k_l)$, лежащие вне зоны просветления.

Рассмотрим несколько примеров ПП, коэффициенты отражения которых имеют небольшое число минимумов. Для этих примеров найдем комплексные нули из областей $Z1$, $Z2$, $Z3$, $Z1'$, $Z2'$ и подставим их в формулу (3). Сравним теперь точные значения функции $R(k)$ со значениями, рассчитанными по формуле (3), с некоторыми специально подобранными значениями верхнего предела M

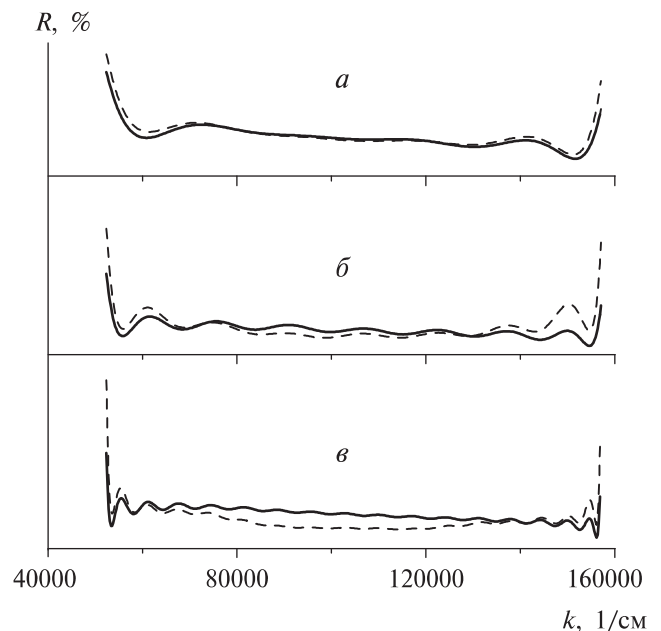


Рис. 2. Сравнение приближенных (пунктирные кривые) и точных (сплошные кривые) коэффициентов отражения $R(k)$ для 10- (а), 18- (б) и 42-слойных (в) ПП в области длин волн 400–1200 нм. Показатели преломления материалов $n_L = 1.45$, $n_H = 2.35$, $n_s = 1.52$, $n_a = 1$

и константы C . На рис. 2 приведены точные спектральные зависимости $R(k)$ для 10-, 18- и 42-слойных ПП и значения приближающих многочленов $P_M(k)$, рассчитанных по формуле (3). Для расчета по формуле (3) взято 14, 35 и 137 комплексных нулей соответственно. Значения подобранных констант C равно 0.25, 16 и 40. Из рис. 2 видно, что многочлены $P_M(k)$ достаточно хорошо приближают коэффициенты отражения. Эти и многие другие примеры восстановления $R(k)$ по конечному числу нулей, рассмотренные автором, показывают, что коэффициенты отражения ПП с довольно хорошей точностью можно приблизить многочленами. Конечно, данное приближение тем лучше, чем больше комплексных нулей k_j, σ_j взято в формуле (3).

Построим теперь ПП с примерно одинаковыми оптическими толщинами для различных показателей преломления n_H, n_L, n_s, n_a и сравним коэффициенты отражения этих покрытий. В [11] показано, что среднее расстояние между комплексными нулями k_j равно $\pi/\text{ТОТ}$. Из этого следует, что коэффициенты отражения ПП, имеющих примерно одинаковые оптические толщины ТОТ, имеют одинаковое число минимумов M . На рис. 3 сравниваются коэффициенты отражения, имеющие 14 минимумов в области просветления. ПП, соответствующие этим коэффициентам отражения, построены для трех наборов показателей преломления, содержат 34 слоя и имеют оптические толщины, близкие к 3000 нм.

На рис. 3 продемонстрирована типичная ситуация: минимумы коэффициентов отражения расположены один под другим, т.е. положение минимумов

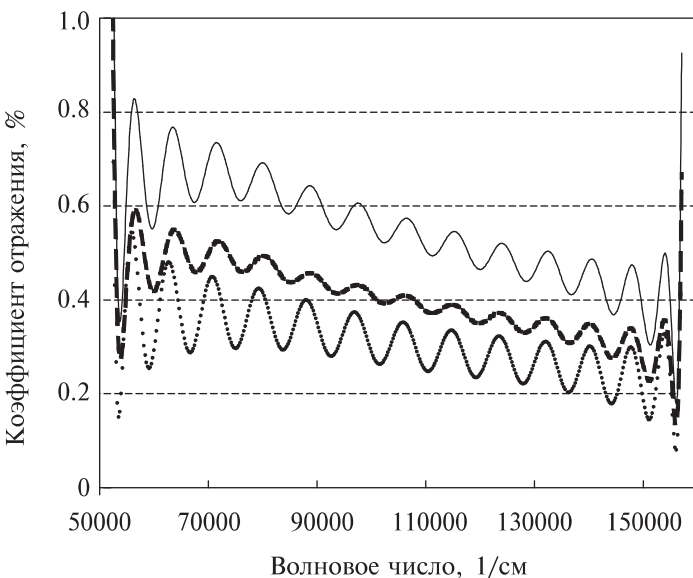


Рис. 3. Сравнение коэффициентов отражения 34-слойных ПП, построенных для разных наборов показателей преломления: $n_H = 2.35, n_L = 1.45$ (сплошная кривая), $n_H = 2.35, n_L = 1.38$ (точечная кривая), $n_H = 2.1, n_L = 1.38$ (пунктир). Коэффициенты отражения имеют 14 минимумов в области просветления

k_j практически не зависит от параметров n_H, n_L, n_s . Положение минимумов существенно зависит от границ области просветления k_l, k_u и от оптической толщины покрытия ТОТ.

Запишем произведение в правой части (2) следующим образом:

$$R(k) = \frac{1}{4} \frac{(n_a - n_s)^2}{n_a n_s} P_M(k) \Pi_r, \quad (4)$$

$$\Pi_r = \prod_{j: k > k_{br}, k < k_{bl}} \frac{(k - k_j)^2 + \sigma_j^2}{k_j^2 + \sigma_j^2},$$

где k_{br}, k_{bl} — значения k , такие, что нули $k_j > k_{br}$ и $k_j < k_{bl}$ не входят в приближающий многочлен $P_M(k)$. Так как расположение нулей k_j почти не зависит от параметров n_H, n_L, n_s, n_a , а мнимые части нулей $\sigma_j \ll k_j$ в областях $k < k_{bl}, k > k_{br}$, то можно сказать, что произведение Π_r близко к константе, приблизительно одинаковой для всех ПП, коэффициенты отражения которых имеют одинаковое число минимумов. Следовательно, коэффициенты $R(k)$, имеющие одинаковое число минимумов в зоне просветления, можно представить в виде (3), где константа C не зависит от параметров n_H, n_L, n_s, n_a . Из (3) тогда видно, что на величину остаточного отражения $R(k)$ влияют лишь мнимые части нулей $\sigma_j, j = 1, \dots, M$, расположенных в области $k_{bl} \leq k \leq k_{br}$. Основываясь на приближенной формуле (3), можно заключить, что коэффициент отражения ПП, оптимального для любых значений показателей преломления, может быть найден с помощью комплексных нулей $k_j^*, \sigma_j^*, j = 1, \dots, M$, полученных как решение задачи

$$\int_{k_l}^{k_u} P_M(k, k_1, \dots, k_M, \sigma_1, \dots, \sigma_M) dk \rightarrow \min. \quad (5)$$

Задача (5) была решена аналитически для случая одного и двух нулей, т.е. значения $k_1^*, k_2^*, \sigma_1^*, \sigma_2^*$ были найдены в явном виде. Для случая произвольного числа нулей задача аналитического нахождения k_1^*, \dots, k_M^* представляется слишком громоздкой, однако было получено, что интеграл в (5) достигает минимума, когда все мнимые части нулей $\sigma_j^*, j = 1, \dots, M$ обращаются в нуль. Таким образом, оптимальным ПП с оптической толщиной ТОТ будет покрытие, нули амплитудного коэффициента отражения которого лежат на вещественной оси. Определив число минимумов M и спектральную область просветления, можно экспериментальным путем определить положение минимумов $k_j^*, j = 1, \dots, M$. Подставив в (3) значения $k_j = k_j^*$ и $\sigma_j = 0$, можно получить коэффициент отражения оптимального покрытия $R_{opt}(k)$. Такой коэффициент отражения, имеющий в области просветления три минимума, представлен на рис. 4.

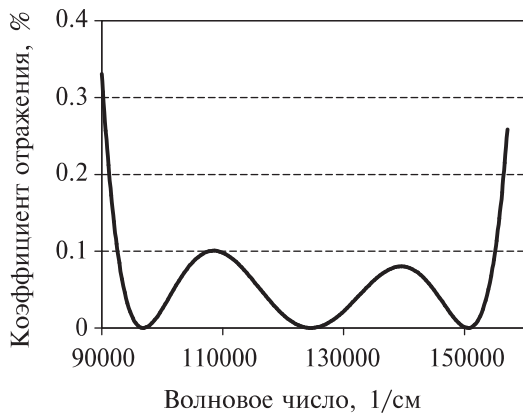


Рис. 4. Коэффициент отражения оптимального покрытия в спектральной области 400–700 нм

Согласно [12], для любой целевой спектральной характеристики существует профиль показателя преломления $n(z)$, такой, что эта целевая характеристика аппроксимируется соответствующим данному профилю коэффициентом отражения с любой наперед заданной точностью. При этом, однако, функция $n(z)$ может принимать произвольные положительные значения. Данный факт подтверждается экспериментально. Действительно, можно получить кусочно-постоянные профили показателей преломления, спектральные характеристики которых совпадают с оптимальными целевыми характеристиками. Значения мнимых частей комплексных нулей амплитудных коэффициентов отражения будут равны нулю. Эти профили, однако, содержат слои с нереализуемыми показателями преломления, например $n(z) < 1$.

Выводы

Показано, что величина остаточного отражения ПП зависит от мнимых частей комплексных нулей амплитудного коэффициента отражения, которые в свою очередь зависят от отношений показателей

преломления, спектрального диапазона и оптической толщины ПП. Для двухкомпонентных ПП эти мнимые части отличны от нуля, поэтому коэффициент отражения также будет отличен от нуля во всей спектральной области. Данный вывод подтверждает предположение о существовании нижнего предела остаточного отражения, сделанный в работе [1].

Автор выражает глубокую благодарность проф. А. В. Тихонравову и д.ф.-м.н. М. К. Трубетскову за ценные советы и поддержку при написании статьи.

Работы выполнены при финансовой поддержке РФФИ (грант 07-07-0140-а).

Литература

1. *Amotchkina T. V., Tikhonravov A. V., Trubetskov M. K., Yanshin S. A.* // Optical Interference Coatings, Optical Society of America, Washington DC, 2007, Tucson, USA, OSA Technical Digest Series. WB5.
2. *Shallenberg U. B.* // Appl. Opt. 2006. **45**. P. 1507.
3. *Tikhonravov A. V., Dobrowolski J. A.* // Appl. Opt. 1993. **32**. P. 265.
4. *Tikhonravov A. V.* // Appl. Opt. 1993. **32**. P. 5417.
5. *Dobrowolski J. A., Tikhonravov A. V., Trubetskov M. K. et al.* // Appl. Opt. 1996. **35**. P. 644.
6. *Willey R.* // Appl. Opt. 1993. **32**. P. 5447.
7. *Thelem A.* Design of optical interference coatings. N. Y., 1988.
8. *Козарь А. В., Путрина Е. В., Фионова О. В.* // Препринт. Физический факультет МГУ. 1995. № 21. С. 1.
9. *Furman S., Tikhonravov A. V.* Basics of Optics of Multilayer Systems. Gif-sur-Yvette, 1992.
10. *Tikhonravov A. V., Trubetskov M. K.*, OptiLayer thin film software // <http://www.optilayer.com>.
11. *Tikhonravov A. V., Baumeister P. W., Popov K. V.* // Appl. Opt. 1997. **36**. P. 4382.
12. *Тихонравов А. В.* // ЖВМ и МФ. 1982. **22**, № 6. С. 1421.

Поступила в редакцию
29.06.07