АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 533.6.011.72

ГОФРИРОВОЧНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНОМ ГАЗЕ

Ф. В. Шугаев, А. П. Калинченко

(*кафедра квантовой статистики и теории поля*)

E-mail: shugaev@phys.msu.su

Получен критерий устойчивости первоначально плоской ударной волны, распространяющейся по покоящемуся газу с экспоненциальным распределением плотности. Показано, что ударная волна может быть неустойчивой и в газе с постоянным значением показателя адиабаты.

Условия устойчивости плоской ударной волны по отношению к малым возмущениям фронта исследованы в работах [1–3]. В однородном газе неустойчивость может возникнуть только вследствие немонотонности ударной адиабаты.

Рассмотрим случай, когда плоская ударная волна распространяется по покоящемуся газу, плотность которого ρ_1 перед волной меняется вдоль оси x, перпендикулярной невозмущенному фронту, и величина $\frac{1}{\rho_1}\frac{d\rho_1}{dx}$ постоянна. Пусть на фронте волны имеется малое возмущение. Будем исходить из уравнений, описывающих изменение скорости распространения ударной волны вдоль луча [4, 5]:

$$\frac{dG}{dt} = A_1\left(\frac{\partial v_2^n}{\partial\nu} + \frac{1}{\rho_2 c_2}\frac{\partial p_2}{\partial\nu}\right) - A_2\frac{c_1^2}{\rho_1}\frac{\partial\rho_1}{\partial\nu} + A_3 H c_1^2, \tag{1}$$

где

$$A_1 = -(\gamma+1)^2 M^3 (M^2-1) c_1/(2K_1),$$
$$A_2 = M^2 K_2/K_1,$$
$$A_3 = 2(M^2-1)wq(1+K_3)\Big/\Big((\gamma+1)K_1\Big),$$
$$K_1 = \Big(2(2\gamma-1)M^4 + (\gamma+5)M^2 - (\gamma-1)\Big)K_3 + w(3M^2+1),$$
$$K_2 = \Big((\gamma-1)M^4 + 2(\gamma+1)M^2 - (\gamma-1)\Big)K_3 + w(M^2+1),$$
$$K_3 = \sqrt{w/q},$$
$$w = (\gamma-1)M^2 + 2,\quad q = 2\gamma M^2 - (\gamma-1).$$

Здесь G — скорость ударной волны, v — скорость газа, p — давление, c — скорость звука, H — средняя кривизна фронта ударной волны, $\partial/\partial\nu$ — производная вдоль внешней нормали к фронту, d/dt — производная вдоль луча. Нижний индекс «2» относится к величинам за ударной волной. Предположим, что первое слагаемое в правой части (1) равно нулю. Это означает, что в начальный момент возмущения распространяются за волной в направлении от фронта, а не к нему. Найдем разность между значениями dG/dt в двух точках, одна из которых лежит на вершине возмущенного фронта (точка 2, $x = x_1 + l$), а другая находится на невозмущенной части фронта ударной волны (точка 1, $x = x_1$). Будем считать, что ударная волна неустойчива, если $d > 0$ при $H < 0$ и если $d < 0$ при $H > 0$, где $d = (dG/dt)_2 - (dG/dt)_1$. При этих условиях амплитуда возмущения возрастает со временем.

Были исследованы два случая: скорость ударной волны 1) постоянна вдоль фронта в начальный момент и 2) меняется вдоль фронта таким образом, как если бы имел место распад волны на соответствующем скачке плотности.

Результаты оказались аналогичными, в частности, в первом случае

$$d = \left(\frac{1}{\rho_1}\frac{d\rho_1}{dx}\right)^2 (A_2 - M^2F)lc_1^2 + A_3 H c_1^2,$$

где

$$F = K_2/K_1 + M^2 F_1/K_1^2,$$
$$F_1 = (\gamma+1)^3 M^2 K_3 (M^2-1)^2/q +$$
$$+K_3^2\Big(-(7\gamma^2+1)M^4 + (\gamma-1)\Big(2(3\gamma-1)M^2 + 3 - \gamma\Big)\Big) +$$
$$+2K_3\Big(-(4\gamma^2 - 3\gamma + 1)M^4 +$$
$$+ 2(\gamma^2 - 5\gamma + 2)M^2 + 3\gamma - 5\Big) - 2w^2.$$

Условие неустойчивости имеет вид

$$\left|\frac{1}{\rho_1}\frac{d\rho_1}{dx}\right| > \sqrt{\frac{H}{l}}\left(\frac{A_3}{A_2 - M^2F}\right)^{1/2}.$$

Таким образом, показано, что ударная волна может быть неустойчивой и в газе с постоянным значением показателя адиабаты γ.

Авторы выражают благодарность B.C. Успенскому за ценные замечания.

Литература

1. *Дьяков С.П.* // ЖЭТФ. 1954. **27**. С. 288.
2. *Конторович В.М.* // Акуст. журн. 1959. **5**. С. 314.
3. *Иорданский С.В.* // Прикл. матем. и мех. 1957. **21**. С. 465.
4. *Shugaev F.V., Shtemenko L.S.* Propagation and Reflection of Shock Waves. Singapore; New Jersey; London; Hong Kong: World Scientific, 1998.
5. *Anile A.M., Russo G.* // Phys. Fluids. 1986. **29**. P. 2847.

Поступила в редакцию
13.10.00