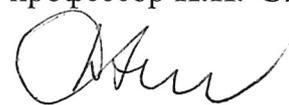


«Утверждено»
решением Ученого Совета
Физического факультета МГУ
от 26.12.2019 г.
Декан физического факультета МГУ
профессор **Н.Н. Сысоев**



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО ФИЗИКЕ
Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

Магистерская программа
**«СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ,
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
МОДЕЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ»**

БИЛЕТ № 1

Вопрос 1

Описание динамики и статики линейных и нелинейных систем в переменных «вход-выход».

Вопрос 2

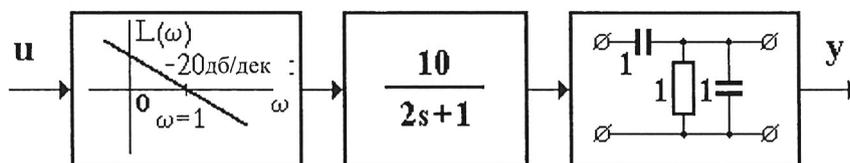
Классические методы коррекции динамических характеристик автоматических систем.

Вопрос 3

Особые решения в задачах оптимального управления.

Задача 1

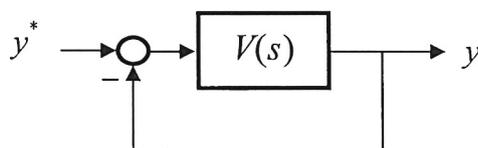
Для объекта регулирования, заданного блок-схемой вида



получите уравнения в переменных состояния.

Задача 2

Исследуйте вопрос устойчивости автоматической системы, представленной структурной схемой:



где

$$V(s) = \frac{s+1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 3}$$

Задача 3

Что из себя представляет геометрическое место точек, в которых евклидова норма градиента функции

$$V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

постоянна?

БИЛЕТ № 2

Вопрос 1

Описание динамики и статики линейных и нелинейных систем в переменных состояния.

Вопрос 2

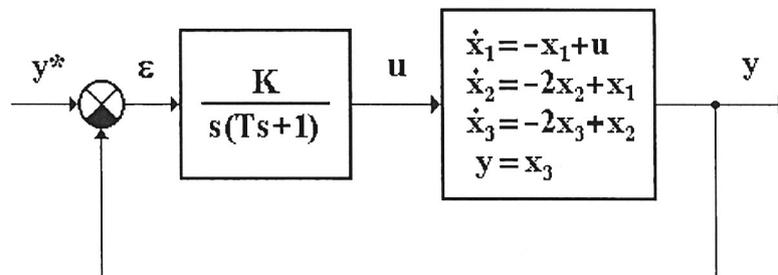
Постановка, матричный и полиномиальный методы решения задачи модального управления.

Вопрос 3.

Необходимые условия в задачах конструирования программных движений.

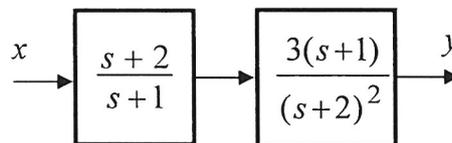
Задача 1

При каких значениях параметров корректирующего устройства САР имеет нулевую установившуюся ошибку по положению?



Задача 2

Выделите вполне управляемую и наблюдаемую часть системы, представленной структурной схемой:



Задача 3

Для динамической системы второго порядка, описываемой уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = -x_1,$$

определите время движения изображающей точки в верхней полуплоскости ($x_2 \geq 0$) из положения $(-1, 0)$.

БИЛЕТ № 3

Вопрос 1

Определение устойчивости системы по Ляпунову. Первый метод Ляпунова исследования устойчивости нелинейных систем.

Вопрос 2

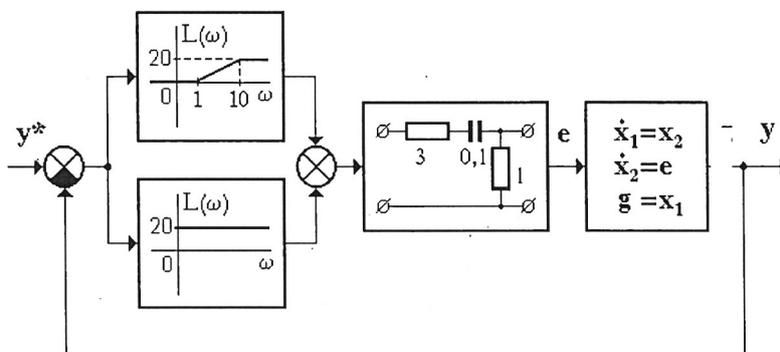
Постановка и метод решения задачи синтеза полных наблюдающих устройств Люенбергера.

Вопрос 3

Дифференциальные игры как задачи оптимального управления.

Задача 1

Для САР, представленной блок-схемой, найдите передаточную функцию.



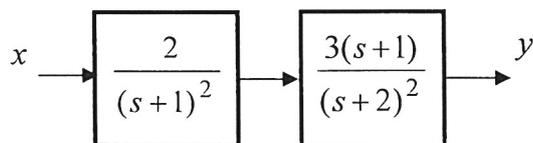
Задача 2

Установите тип фазового портрета системы

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Задача 3

Для системы, представленной структурной схемой:



определите динамический порядок ее вполне управляемой и наблюдаемой части.

БИЛЕТ № 4

Вопрос 1

Условия устойчивости линейных динамических систем.
Алгебраические и частотные критерии устойчивости.

Вопрос 2

Метод синтеза и особенности реализации редуцированных наблюдающих устройств.

Вопрос 3

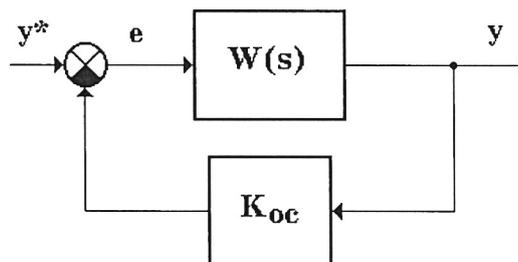
Принцип максимума Л.С. Понтрягина в задачах оптимального управления.

Задача 1

Для системы с передаточной функцией в прямой цепи

$$W(s) = \frac{K(\tau s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

определить коэффициент в цепи обратной связи K_{oc} , обеспечивающий свойство астатизма первого порядка



Задача 2

Определите степень устойчивости системы

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Задача 3

С помощью второго метода Ляпунова исследуйте устойчивость равновесного состояния $x=(0,0)$ системы

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 |x_2|, \\ \dot{x}_2 &= -x_2 (1 + |x_2|). \end{aligned}$$

БИЛЕТ № 5

Вопрос 1

Качество автоматических систем в установившемся режиме.
Расчет установившейся ошибки.

Вопрос 2

Особенности задачи модального управления многомерными объектами. Синтез одноранговых модальных регуляторов.

Вопрос 3

Достаточные условия в задачах конструирования программных движений.

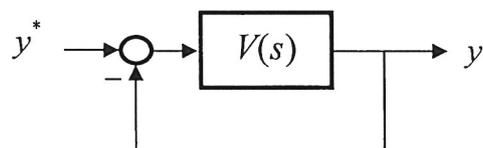
Задача 1

Исследуйте управляемость динамической системы, заданной уравнениями в переменных состояния:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + u, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= x_1 + x_2 + u, \\ y &= x_1 + x_3.\end{aligned}$$

Задача 2

Определите степень устойчивости δ замкнутой САУ, представленной структурной схемой:



где

$$V(s) = \frac{3(s+1)}{s^2+4}.$$

Задача 3

Установите тип фазового портрета системы

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

БИЛЕТ № 6

Вопрос 1

Качество автоматических систем в переходном режиме.
Прямые показатели качества системы.

Вопрос 2

Принцип разделения в задаче синтеза модального регулятора
в условиях отсутствия информации о состоянии объекта.

Вопрос 3

Принцип оптимальности Р.Беллмана и метод динамического
программирования.

Задача 1

Для системы заданной тройкой матриц (\mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C}), записать
уравнение в переменных «вход – выход».

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \\ -1 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0].$$

Задача 2

Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -3x_1 + x_1x_2^4 - x_1^3x_2^6, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{2}x_1^2x_2 - \frac{1}{4}x_2^3. \end{aligned}$$

Задача 3

Исследуйте вопрос наблюдаемости системы, динамика которой
описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1, \\ \dot{x}_2 &= -x_2, \\ y &= x_1 + x_2. \end{aligned}$$

БИЛЕТ № 7

Вопрос 1

Управляемость и наблюдаемость динамических систем.
Критерии управляемости и наблюдаемости.

Вопрос 2

Метод фазовой плоскости исследования динамики нелинейных систем. Виды особых точек и фазовый портрет системы.

Вопрос 3

Связь метода динамического программирования с принципом максимума (минимума) Л.С. Понтрягина.

Задача 1

Найти коэффициент гармонической линеаризации логического устройства, описываемого следующими соотношениями:

$$y(x) = \begin{cases} C, & x > \Delta \text{ и } x > -\delta; \\ 0, & x > \Delta \text{ и } x < -\delta; \\ 0, & |x| > \Delta; \\ 0, & x < -\Delta \text{ и } x > \delta; \\ -C, & x > -\Delta \text{ и } x < \delta. \end{cases}$$

Задача 2

Исследуйте устойчивость начала координат нелинейной системы

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1(1+x_2^2), \\ \dot{x}_2 &= -x_2, \end{aligned}$$

по второму методу Ляпунова.

Задача 3

Сравните периоды колебаний гармонического осциллятора

$$\ddot{y} + y = 0,$$

и нелинейного осциллятора Дюффинга

$$\ddot{y} + y + y^3 = 0.$$

БИЛЕТ № 8

Вопрос 1

Компенсационно-модальный метод синтеза систем автоматического регулирования.

Вопрос 2

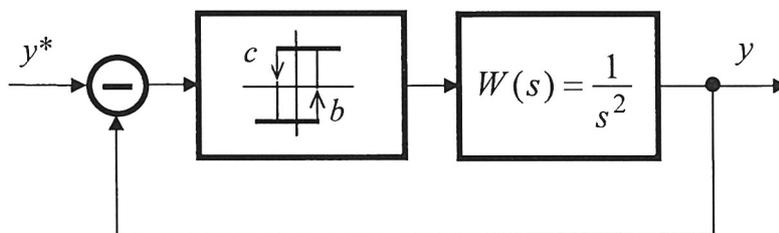
Метод гармонической линеаризации исследования периодических движений нелинейных автоматических систем.

Вопрос 3

Задача со свободным правым концом и заданным временем окончания переходного процесса.

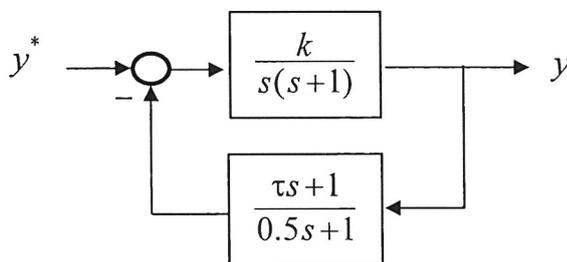
Задача 1

Найдите параметры (амплитуду и частоту) предельных циклов в нелинейной системе управления вида



Задача 2

Построить область устойчивости системы в плоскости параметров (k, τ) .



Задача 3

Установите тип фазового портрета системы

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

БИЛЕТ № 9

Вопрос 1

Метод автономизации (динамической развязки) многосвязных систем автоматического регулирования.

Вопрос 2

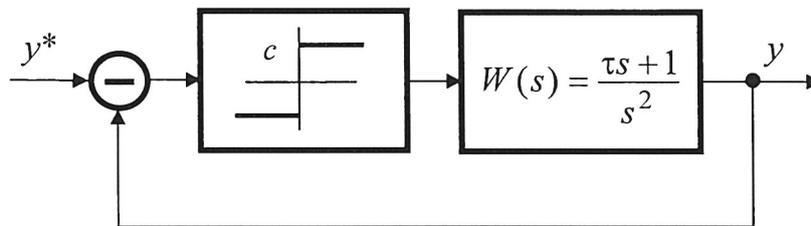
Абсолютная устойчивость нелинейных автоматических систем.
 Критерии абсолютной устойчивости В. Попова и А. Воронова.

Вопрос 3

Задача с фиксированными значениями некоторых переменных состояния в заданный момент окончания переходного процесса.

Задача 1

Найдите параметры (амплитуду и частоту) и исследовать устойчивость предельных циклов в нелинейной системе управления вида



Задача 2

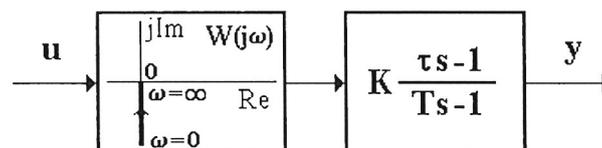
Найдите точки равновесия системы:

$$\dot{x}_1 = -x_1(1+x_2^2),$$

$$\dot{x}_2 = -x_1^5.$$

Задача 3

Для объекта регулирования вида



с параметрами: $K=10$, $\tau=0,05$, $T=0,5$, постройте регулятор, обеспечивающий в замкнутой системе кратный полюс, равный -5 .

БИЛЕТ № 10

Вопрос 1

Робастность и чувствительность автоматических систем.

Критерий робастной устойчивости Харитонова.

Вопрос 2

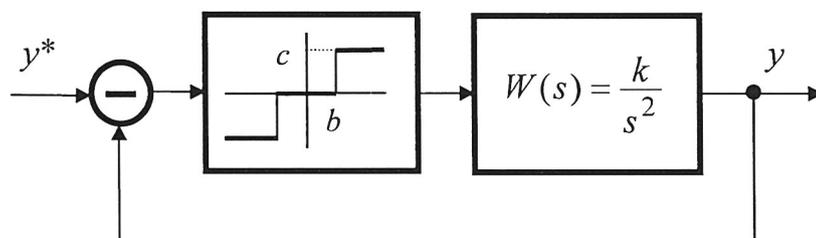
Второй метод Ляпунова исследования устойчивости линейных и нелинейных динамических систем.

Вопрос 3

Задача со свободным правым концом и заданным временем окончания переходного процесса.

Задача 1

Найдите параметры (амплитуду и частоту) предельного цикла в нелинейной системе управления вида



с параметрами: $c=3$; $b=2$; $k=5$.

Задача 2

Исследуйте на устойчивость положения равновесия системы ($x = 0, y = 0$), описываемой уравнениями:

$$\dot{x} = -2xy - 1,$$

$$\dot{y} = -1,2x + x^2.$$

Задача 3

Исследуйте вопрос наблюдаемости свободной системы, динамика которой описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_1,$$

$$\dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2,$$

$$y = x_2.$$

БИЛЕТ № 11

Вопрос 1

Принцип «глубокой обратной связи» в задачах синтеза робастных систем автоматического регулирования.

Вопрос 2

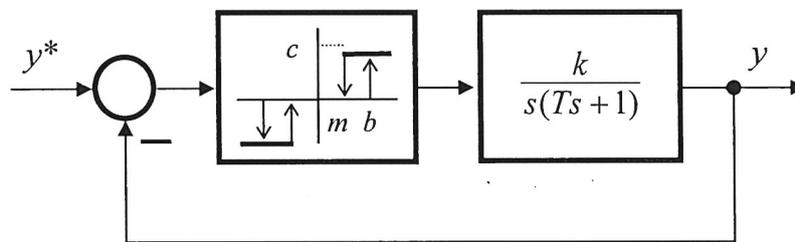
Синтез линейных и гладких нелинейных систем управления методом обратных задач динамики

Вопрос 3

Задача с фиксированными значениями некоторых переменных состояния в неопределенный момент окончания переходного процесса

Задача 1

Найдите параметры (амплитуду и частоту) и исследовать устойчивость предельных циклов в нелинейной системе управления вида



с параметрами: $c=1$; $b=2$; $m=0,8$; $k=10$; $T=0,1$.

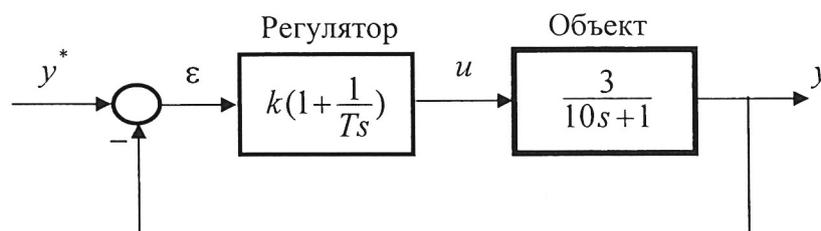
Задача 2

Определите установившееся значение $h(\infty)$ переходной функции системы, если ее передаточная функция равна:

$$W(s) = \frac{e^{-3s}(5s+7)}{s^2+4s+9}$$

Задача 3

Определите коэффициент усиления k и время изодрома T регулятора, обеспечивающего замкнутой САУ заданные кратные полюса: $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$.



БИЛЕТ № 12

Вопрос 1

Постановка и решение задачи аналитического синтеза линейных систем терминального управления.

Вопрос 2

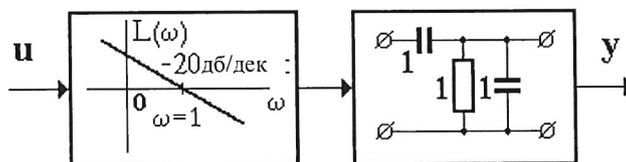
Синтез нелинейных систем управления с желаемой динамикой методом локализации (управление по высшей производной).

Вопрос 3

Задача оптимизации расхода ресурсов управления.

Задача 1

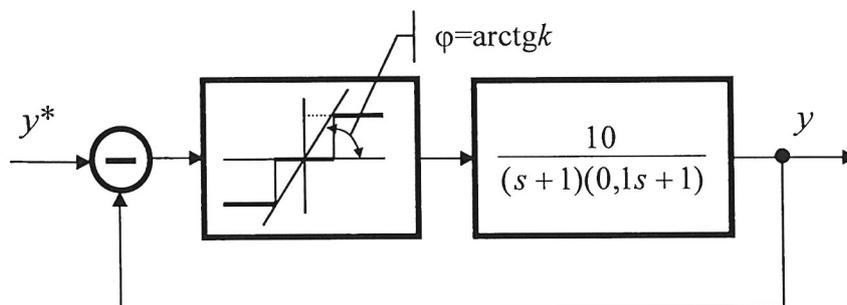
Для объекта управления, заданного блок-схемой вида



получите уравнения в переменных состояния.

Задача 2

Определите, при каких значениях k является абсолютно устойчивым положение равновесия нелинейной системы управления.



Задача 3

Дана передаточная функция системы

$$W(s) = \frac{4(s + \alpha)}{s^2 + 3s + 2}.$$

Определите при каком значении параметра α она теряет свойство полной управляемости и наблюдаемости.

БИЛЕТ № 13

Вопрос 1

Метод линейных матричных неравенств в задачах синтеза робастных модальных регуляторов

Вопрос 2

Синтез нелинейных систем управления методом линеаризации обратной связью

Вопрос 3

Задача об оптимальном быстродействии при ограничениях на управляющие воздействия

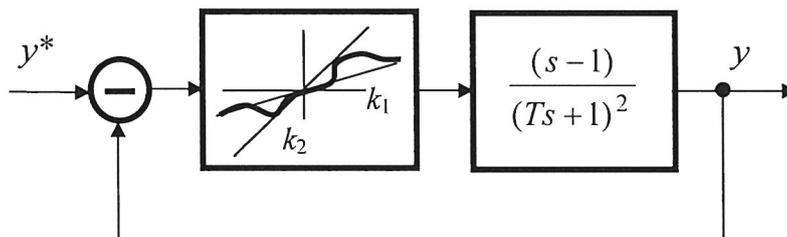
Задача 1

Выясните знакоопределенность функции

$$V(x_1, x_2) = |x_1| (1 + \cos(x_2)) + x_2^2.$$

Задача 2

Исследуйте абсолютную устойчивость нелинейной системы вида



с параметрами: $k_1=5$; $k_2=25$; $T=5$.

Задача 3

Для объекта регулирования с передаточной функцией вида

$$W(s) = \frac{(\tau s + 1)}{s(0,1s - 1)}$$

постройте регулятор, обеспечивающий замкнутой системе полюса: -2 и -5 .

БИЛЕТ № 14

Вопрос 1

Анализ компенсационного подхода к синтезу линейных автоматических систем.

Вопрос 2

Особенности поведения и исследования нелинейных автоматических систем.

Вопрос 3

Управление с обратной связью в задаче с заданным временем окончания переходного процесса.

Задача 1

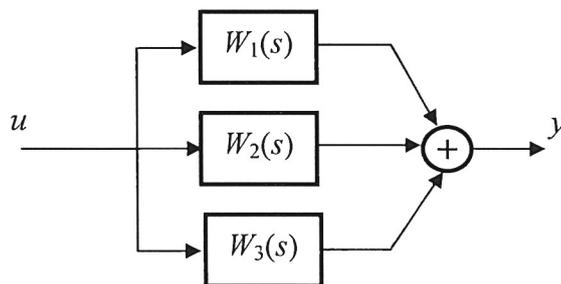
Для системы с входом $u(t)$ и выходом $y(t)$, процессы в которой описываются уравнениями:

$$0,2 \frac{dy}{dt} + y(t) = 5z(t); \quad 0,1 \frac{d^2 z}{dt^2} + 4 \frac{dz}{dt} z(t) = 10u(t)$$

составьте модель в переменных состояния.

Задача 2

Определите порядок вполне управляемой и наблюдаемой части системы с данной структурной схемой.



Передаточные функции звеньев:

$$W_1(s) = \frac{1}{s}, \quad W_2(s) = \frac{1}{s(s+1)}, \quad W_3(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}.$$

Задача 3

Для системы

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = -4x_1,$$

определите время движения изображающей точки в положительном квадранте фазовой плоскости: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ из положения $(0,1)$.

БИЛЕТ № 15

Вопрос 1

Метод линейных матричных неравенств в задачах линейно-квадратичной оптимизации (задача АКОР).

Вопрос 2

Формализация и решение задачи синтеза нелинейных систем управления методом математического программирования

Вопрос 3

Линейные игры преследования с квадратичным функционалом

Задача 1

Найдите установившееся значение переходной функции системы, если ее передаточная функция равна

$$W(s) = \frac{(s+4)e^{-2s}}{s^2 + 4s + 1}.$$

Задача 2

Для объекта управления с вектором состояния $x = (x_1, x_2)$:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u;$$
$$y = x_1$$

постройте регулятор, обеспечивающий замкнутой системе регулирования свойство генератора синусоидальных колебаний частоты ω , т.е. условие: $y = \sin \omega t$.

Задача 3

При каком параметре α система с передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{3(s+1)}{s^3 + \alpha}$$

теряет свойство полной управляемости и наблюдаемости?