

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. декана физического факультета МГУ

профессор Белокуров В.В.



БИЛЕТЫ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

Направление подготовки 03.04.02 «Физика»

Магистерская программа

**«СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И
УПРАВЛЕНИЕ»**

БИЛЕТ № 1

Вопрос 1

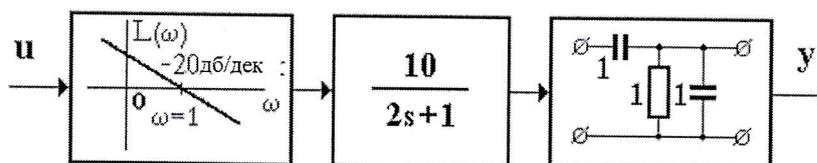
Математическая модель нелинейных динамических систем в переменных «вход–выход»

Вопрос 2

Топологические, метрические и нормированные пространства. Примеры

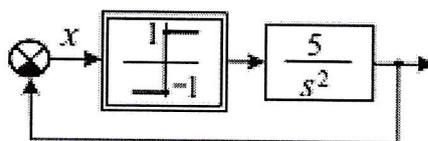
Задача 1

Исследуйте устойчивость объекта регулирования, заданного блок-схемой вида



Задача 2

Найдите время движения изображающей точки нелинейной системы в положительном квадранте фазовой плоскости: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ из положения $(0,1)$



БИЛЕТ № 2

Вопрос 1

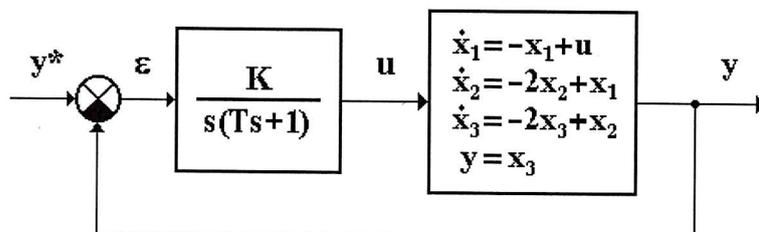
Матричный и полиномиальный методы решения задачи модального управления

Вопрос 2

Банаховы и Гильбертовы пространства, примеры

Задача 1

При каких значениях параметров корректирующего устройства САР, представленная блок-схемой, имеет нулевую установившуюся ошибку по положению?



Задача 2

Установите тип фазового портрета системы, описываемой уравнением вида

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

БИЛЕТ № 3

Вопрос 1

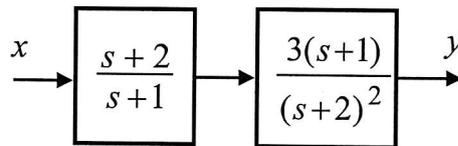
Математическая модель нелинейных динамических систем в переменных состояния

Вопрос 2

Выпуклые множества и функционал Минковского

Задача 1

Выделите вполне управляемую и наблюдаемую часть системы вида



Задача 2

Для динамической системы второго порядка, описывающейся уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = -x_1,$$

определите время движения изображающей точки в верхней полуплоскости фазовой плоскости ($x_2 \geq 0$) из положения $(-1, 0)$

БИЛЕТ № 4

Вопрос 1

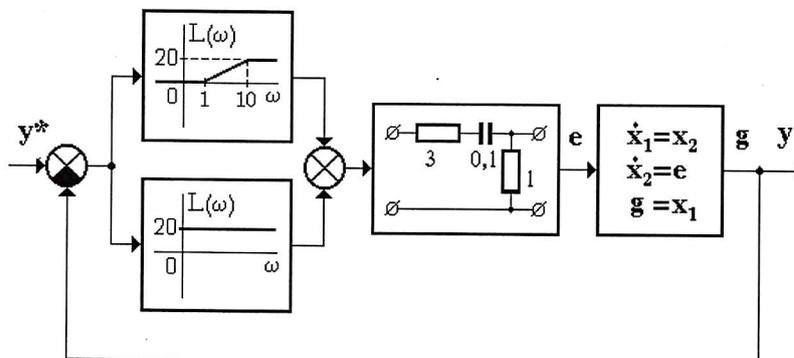
Первый метод Ляпунова исследования устойчивости нелинейных систем

Вопрос 2

Теорема Дубовицкого-Милютинна о необходимых условиях экстремума

Задача 1

Для САУ, представленной блок-схемой, найдите передаточную функцию



Задача 2

Исследуйте вторым методом Ляпунова устойчивость равновесного состояния $\mathbf{x} = (0, 0)$ нелинейной системы вида

$$\dot{x}_1 = -x_1 |x_2|,$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 (1 + |x_2|).$$

БИЛЕТ № 5

Вопрос 1

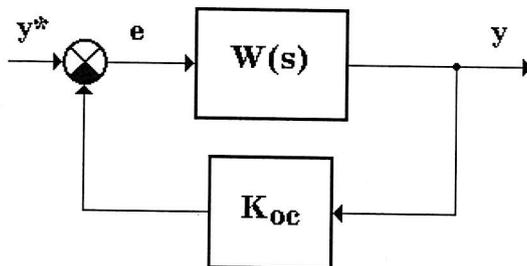
Постановка и метод решения задачи синтеза наблюдающих устройств Люенбергера

Вопрос 2

Постановка и подходы к решению задачи линейного программирования

Задача 1

Для системы с заданной передаточной функцией в прямой цепи определить коэффициент в цепи обратной связи K_{oc} , обеспечивающий свойство астатизма первого порядка



$$W(s) = \frac{K(\tau s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Задача 2

Исследуйте наблюдаемость системы, динамика которой описывается уравнениями вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1, \\ \dot{x}_2 &= -x_2, \\ y &= x_1 + x_2.\end{aligned}$$

БИЛЕТ № 6

Вопрос 1

Точность систем регулирования и методы расчета коэффициентов ошибки

Вопрос 2

Примеры вычисления конусов направления убывания интегрального функционала

Задача 1

Исследуйте управляемость динамической системы, заданной уравнениями вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + u, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= x_1 + x_2 + u, \\ y &= x_1 + x_3.\end{aligned}$$

Задача 2

Найдите точки равновесия системы:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1(1 + x_2^2), \\ \dot{x}_2 &= -x_1^5.\end{aligned}$$

БИЛЕТ № 7

Вопрос 1

Качество системы регулирования; прямые и косвенные показатели качества САР

Вопрос 2

Принцип оптимальности Р. Беллмана и метод динамического программирования

Задача 1

Для системы заданной тройкой матриц (\mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C}), записать уравнение в переменных «вход – выход».

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \\ -1 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0]$$

Задача 2

Исследовать устойчивость тривиального решения нелинейной системы вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -3x_1 + x_1x_2^4 - x_1^3x_2^6, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{2}x_1^2x_2 - \frac{1}{4}x_2^3. \end{aligned}$$

БИЛЕТ № 8

Вопрос 1

Понятие управляемости динамических систем и критерий управляемости линейных систем

Вопрос 2

Задача аналитического конструирования оптимальных регуляторов для линейных динамических систем

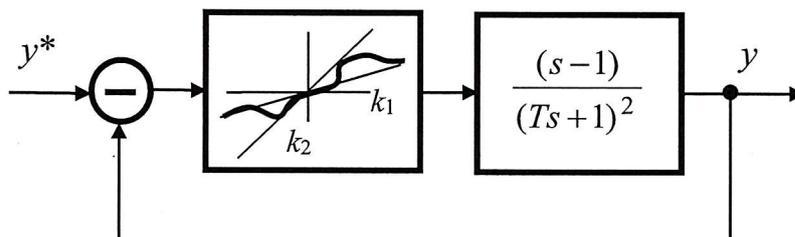
Задача 1

Найти переходную функцию системы с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{e^{-3s}}{(s+1)^2(s+2)}$$

Задача 2

Исследовать абсолютную устойчивость нелинейной системы вида



с параметрами: $k_1=5$; $k_2=25$; $T=5$

БИЛЕТ № 9

Вопрос 1

Метод фазовой плоскости для исследования нелинейных систем управления

Вопрос 2

Вычисление касательных подпространств для различных множеств

Задача 1

Найти лаплас-образ функции

$$f(t) = (t+1)^3 1(t) + 5\delta(t-4).$$

Задача 2

Сравните периоды колебаний гармонического осциллятора

$$\ddot{y} + y = 0,$$

и нелинейного осциллятора Дюффинга

$$\ddot{y} + y + y^3 = 0.$$

БИЛЕТ № 10

Вопрос 1

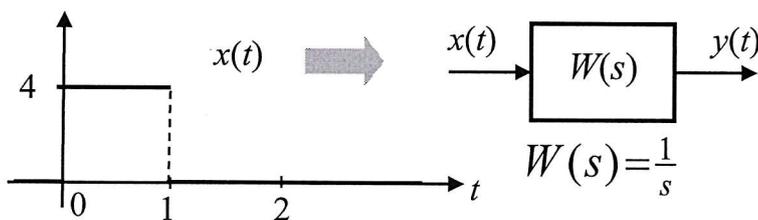
Матрица перехода состояний динамической системы и матричный экспоненциал

Вопрос 2

Теорема существования крайних точек; теорема Крейна-Мильмана

Задача 1

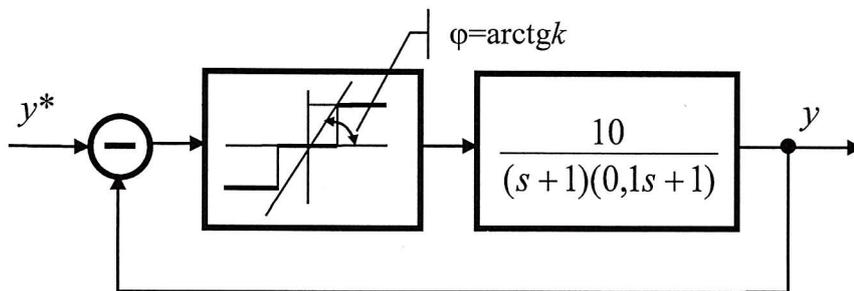
На вход системы с передаточной функцией подается прямоугольный импульс



Вычислить значение реакции выхода $y(2)$.

Задача 2

Определить, при каких значениях k является абсолютно устойчивым положение равновесия нелинейной системы управления



БИЛЕТ № 11

Вопрос 1

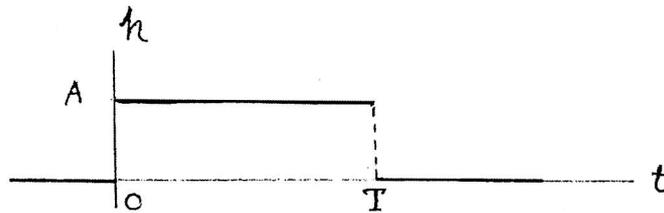
Метод D-разбиения Неймарка. Особенности метода D-разбиения по одному параметру

Вопрос 2

Задача на условный экстремум с ограничениями типа равенств

Задача 1

Переходная характеристика системы $h(t)$ представляет собой прямоугольный импульс амплитуды $A=1$ и длительности $T=5c$.



Найти передаточную функцию и привести структурную схему системы.

Задача 2

Построить фазовый портрет автоматической системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + f(x_1), \end{cases} \quad \text{sign}(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 > 0, \\ -1, & x_1 < 0 \end{cases}$$

БИЛЕТ № 12

Вопрос 1

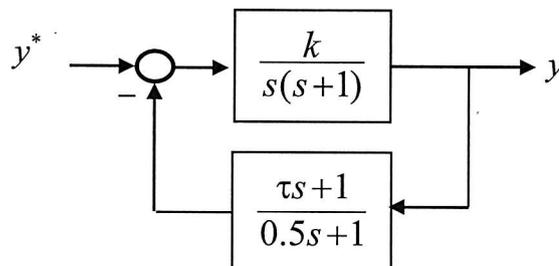
Сравнительный анализ последовательной и параллельной коррекции динамики САР

Вопрос 2

Теорема Куна-Таккера и ее приложения

Задача 1

Построить область устойчивости системы в плоскости параметров (k, τ)



Задача 2

Определите координаты точки положения равновесия системы вида

$$\begin{cases} \dot{x} = xy - 1, \\ \dot{y} = 0,5x - 2 \end{cases}$$

БИЛЕТ № 13

Вопрос 1

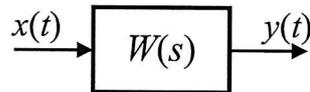
Понятие наблюдаемости динамических систем и критерий наблюдаемости линейных систем

Вопрос 2

Связь Принципа максимума с классическим вариационным исчислением

Задача 1

Для системы

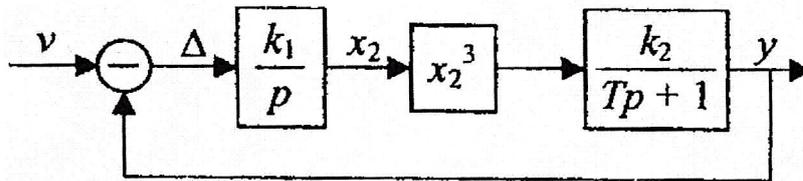


составить уравнение динамики, если передаточная функция равна

$$W(s) = \frac{2e^{-3s}(s+4)}{s^2+9}$$

Задача 2

Проверить устойчивость нелинейной системы вида



БИЛЕТ № 14

Вопрос 1

Типы особых точек и фазовые портреты линейных динамических систем

Вопрос 2

Необходимые условия слабого экстремума в задаче оптимального управления

Задача 1

Определить множество значений параметра α , при которых асимптотически устойчиво решение дифференциального уравнения

$$y^{(10)} + \alpha y^{(9)} + y^{(2)} + y^{(1)} + y = 0$$

Задача 2

Построить фазовый портрет автоматической системы, описываемой уравнениями вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_2, \\ \dot{x}_2 = -\text{sign}(x_1), \end{cases} \quad \text{sign}(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 > 0, \\ -1, & x_1 < 0 \end{cases}$$

БИЛЕТ № 15

Вопрос 1

Алгебраический способ определения параметров автоколебаний нелинейных САУ

Вопрос 2

Необходимые условия сильного экстремума в задаче оптимального управления

Задача 1

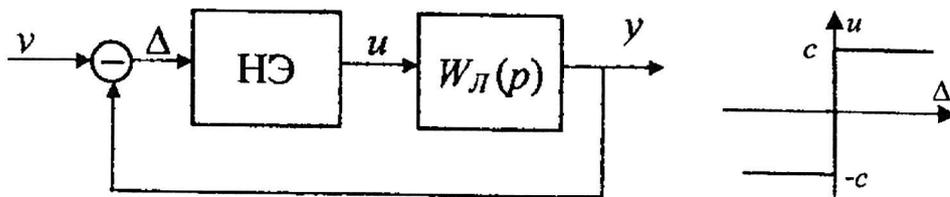
Построить область устойчивости решений дифференциального уравнения

$$y^{(3)} + \alpha y^{(2)} + \beta y^{(1)} + y = 0$$

в плоскости параметров α и β

Задача 2

Оценить влияние параметра a на параметры автоколебаний нелинейной системы регулирования



$$W_{\text{Л}}(p) = \frac{20(p+a)}{p(5p+1)(p+1)}, \quad c=5$$

БИЛЕТ № 16

Вопрос 1

Частотный способ определения параметров автоколебаний нелинейных САУ

Вопрос 2

Постановка задачи оптимизации САУ как задачи вариационного исчисления

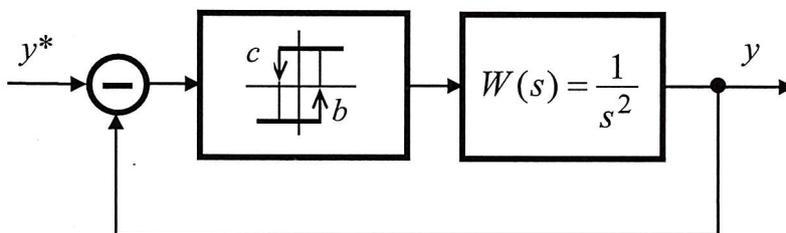
Задача 1

Построить переходную характеристику системы с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{4}{s}(e^{-3s} - e^{-5s})$$

Задача 2

Найдите параметры (амплитуду и частоту) предельных циклов в нелинейной САУ вида



БИЛЕТ № 17

Вопрос 1

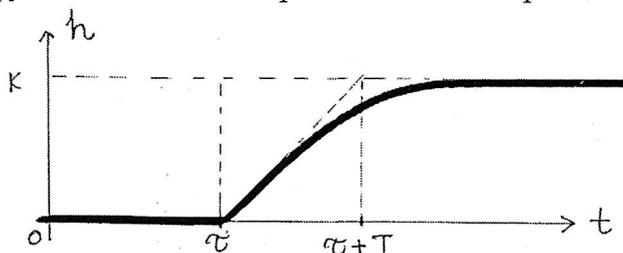
Круговой критерий устойчивости нелинейных систем с секториальными нелинейностями

Вопрос 2

Применение вариационного исчисления к задачам оптимального управления с ограничениями на управляющие воздействия

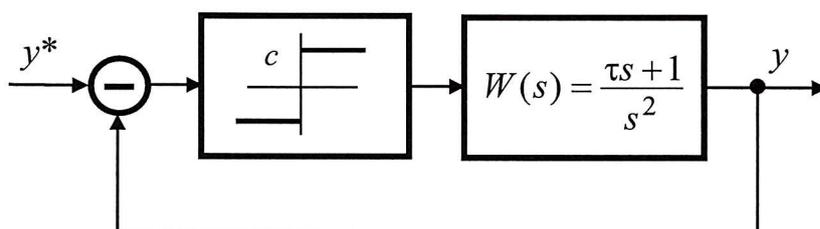
Задача 1

Какова передаточная функция системы с представленной переходной характеристикой?



Задача 2

Найдите параметры (амплитуду и частоту) и исследовать устойчивость предельных циклов в нелинейной системе управления вида



БИЛЕТ № 18

Вопрос 1

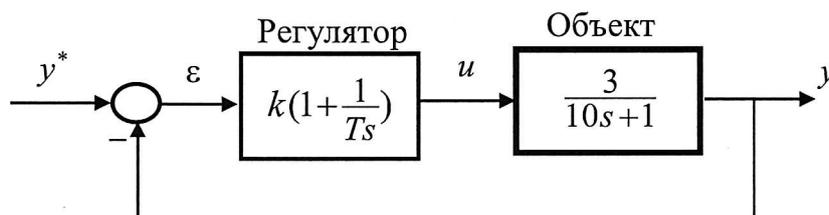
Метод гармонической линеаризации исследования нелинейных систем управления

Вопрос 2

Принцип максимума Понтрягина и его применение к оптимизации систем управления

Задача 1

Определить коэффициент усиления k и время издрорма T регулятора, обеспечивающих замкнутой САУ заданные кратные полюса: $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$.



Задача 2

Выясните знакоопределенность функции

$$V(x_1, x_2) = |x_1| \cos(x_2) + x_1 x_2 + x_2^2$$

БИЛЕТ № 19

Вопрос 1

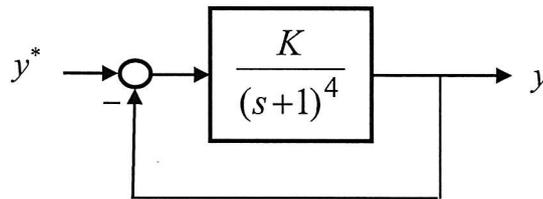
Частотный критерий В.М. Попова абсолютной устойчивости нелинейных систем

Вопрос 2

Краевые условия и ограничения в задачах оптимизации систем управления

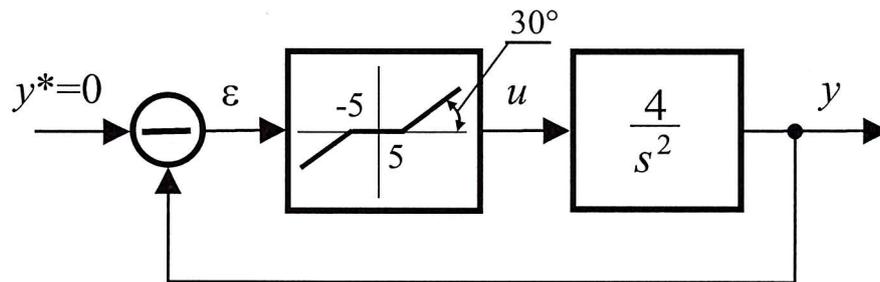
Задача 1

Найти критический коэффициент усиления $K = \bar{K}$ в замкнутой САУ



Задача 2

Для нелинейной САУ построить переходный процесс на фазовой плоскости



БИЛЕТ № 20

Вопрос 1

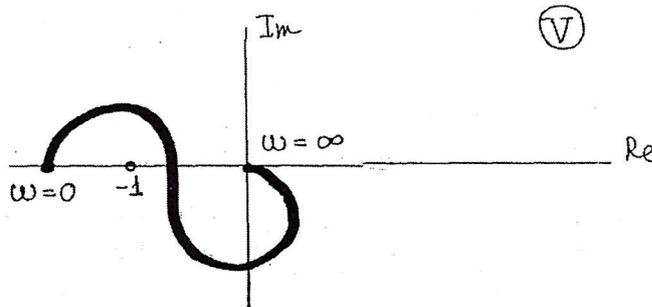
Метод линеаризации обратной связи в задачах управления нелинейными системами

Вопрос 2

Определение и приемы вычисления особых управлений

Задача 1

Определить устойчивость САУ с заданной АФЧХ $V(j\omega)$ разомкнутой системы с одним правым полюсом $p^+ = 1$



Задача 2

Установите тип фазового портрета системы

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

БИЛЕТ № 21

Вопрос 1

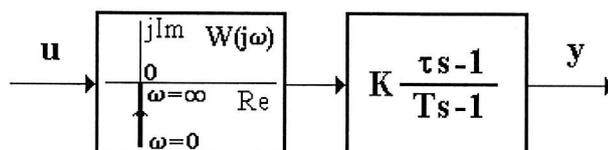
Второй метод Ляпунова исследования устойчивости нелинейных систем

Вопрос 2

Задача оптимизации нелинейной системы как задачи нелинейного программирования

Задача 1

Для объекта регулирования вида



с параметрами: $K=10$, $\tau=0,05$, $T=0,5$, постройте регулятор, обеспечивающий в замкнутой системе кратный полюс, равный -5 .

Задача 2

Установите тип фазового портрета системы

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

БИЛЕТ № 22

Вопрос 1

Метод бэкстеппинга для управления нелинейными системами

Вопрос 2

Принцип максимума для линейной задачи оптимального быстродействия

Задача 1

Для объекта управления с вектором состояния $x = (x_1, x_2)$:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u; \quad y = x_1$$

постройте регулятор, обеспечивающий замкнутой САУ свойство генератора синусоидальных колебаний частоты ω , т.е. условие: $y = \sin \omega t$.

Задача 2

Найдите параметры (амплитуду и частоту) предельного цикла в нелинейной системе управления с параметрами: $c=3$; $b=2$; $k=5$

