

**«УТВЕРЖДАЮ»**

И.о. декана физического факультета МГУ

профессор Белокуров В.В.



**БИЛЕТЫ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА**

**Направление подготовки 03.04.02 «Физика»**

**Магистерская программа**

**«СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И  
УПРАВЛЕНИЕ»**

## БИЛЕТ № 1

### Вопрос 1

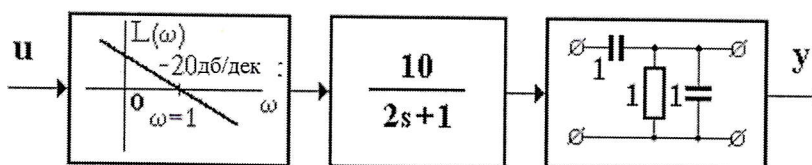
Математическая модель нелинейных динамических систем в переменных «вход–выход»

### Вопрос 2

Топологические, метрические и нормированные пространства. Примеры

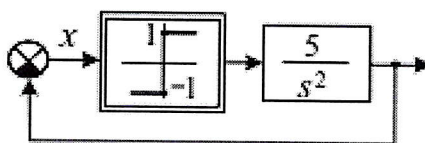
### Задача 1

Исследуйте устойчивость объекта регулирования, заданного блок-схемой вида



### Задача 2

Найдите время движения изображающей точки нелинейной системы в положительном квадранте фазовой плоскости:  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$  из положения  $(0,1)$



## БИЛЕТ № 2

### Вопрос 1

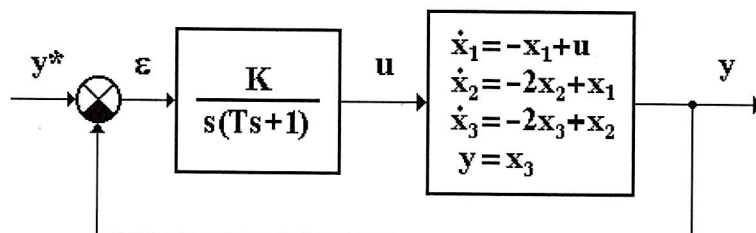
Матричный и полиномиальный методы решения задачи модального управления

### Вопрос 2

Банаховы и Гильбертовы пространства, примеры

### Задача 1

При каких значениях параметров корректирующего устройства САР, представленная блок-схемой, имеет нулевую установившуюся ошибку по положению?



### Задача 2

Установите тип фазового портрета системы, описываемой уравнением вида

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

### БИЛЕТ № 3

#### Вопрос 1

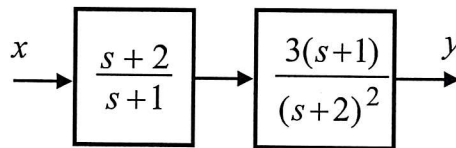
Математическая модель нелинейных динамических систем в переменных состояния

#### Вопрос 2

Выпуклые множества и функционал Минковского

#### Задача 1

Выделите вполне управляемую и наблюдаемую часть системы вида



#### Задача 2

Для динамической системы второго порядка, описывающейся уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = -x_1,$$

определите время движения изображающей точки в верхней полуплоскости фазовой плоскости ( $x_2 \geq 0$ ) из положения  $(-1, 0)$

### БИЛЕТ № 4

#### Вопрос 1

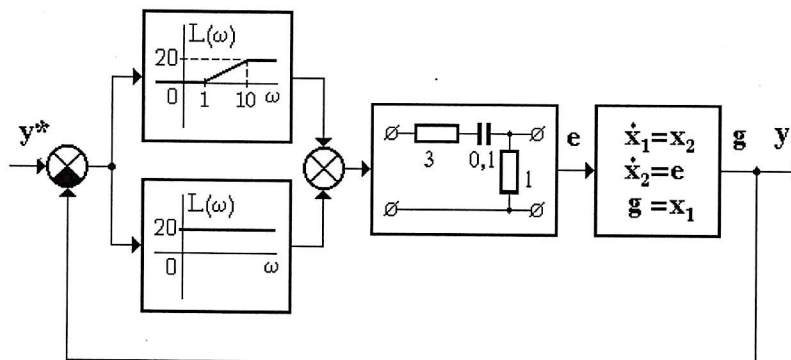
Первый метод Ляпунова исследования устойчивости нелинейных систем

#### Вопрос 2

Теорема Дубовицкого-Милютинна о необходимых условиях экстремума

#### Задача 1

Для САУ, представленной блок-схемой, найдите передаточную функцию



#### Задача 2

Исследуйте вторым методом Ляпунова устойчивость равновесного состояния  $\mathbf{x} = (0, 0)$  нелинейной системы вида

$$\dot{x}_1 = -x_1 |x_2|,$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 (1 + |x_2|).$$

## БИЛЕТ № 5

### Вопрос 1

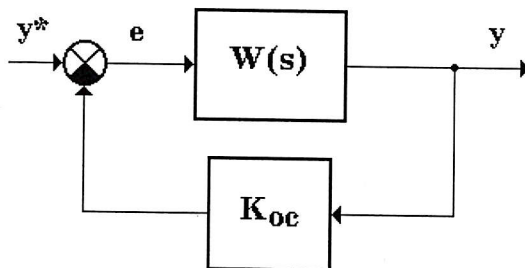
Постановка и метод решения задачи синтеза наблюдающих устройств Люенбергера

### Вопрос 2

Постановка и подходы к решению задачи линейного программирования

### Задача 1

Для системы с заданной передаточной функцией в прямой цепи определить коэффициент в цепи обратной связи  $K_{oc}$ , обеспечивающий свойство астатизма первого порядка



$$W(s) = \frac{K(\tau s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

### Задача 2

Исследуйте наблюдаемость системы, динамика которой описывается уравнениями вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1, \\ \dot{x}_2 &= -x_2, \\ y &= x_1 + x_2.\end{aligned}$$

## БИЛЕТ № 6

### Вопрос 1

Точность систем регулирования и методы расчета коэффициентов ошибки

### Вопрос 2

Примеры вычисления конусов направления убывания интегрального функционала

### Задача 1

Исследуйте управляемость динамической системы, заданной уравнениями вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + u, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= x_1 + x_2 + u, \\ y &= x_1 + x_3.\end{aligned}$$

### Задача 2

Найдите точки равновесия системы:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1(1 + x_2^2), \\ \dot{x}_2 &= -x_1^5.\end{aligned}$$

## БИЛЕТ № 7

### Вопрос 1

Качество системы регулирования; прямые и косвенные показатели качества САР

### Вопрос 2

Принцип оптимальности Р. Беллмана и метод динамического программирования

### Задача 1

Для системы заданной тройкой матриц ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ), записать уравнение в переменных «вход – выход».

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \\ -1 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0]$$

### Задача 2

Исследовать устойчивость тривиального решения нелинейной системы вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -3x_1 + x_1x_2^4 - x_1^3x_2^6, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{2}x_1^2x_2 - \frac{1}{4}x_2^3. \end{aligned}$$

## БИЛЕТ № 8

### Вопрос 1

Понятие управляемости динамических систем и критерий управляемости линейных систем

### Вопрос 2

Задача аналитического конструирования оптимальных регуляторов для линейных динамических систем

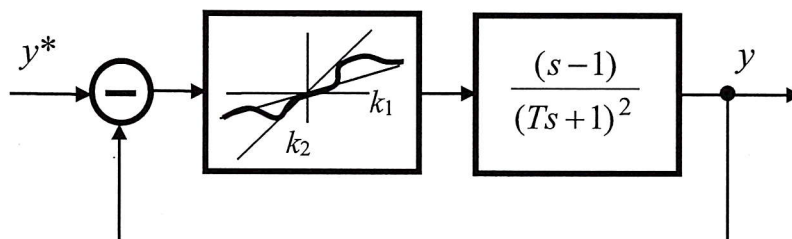
### Задача 1

Найти переходную функцию системы с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{e^{-3s}}{(s+1)^2(s+2)}$$

### Задача 2

Исследовать абсолютную устойчивость нелинейной системы вида



с параметрами:  $k_1=5$ ;  $k_2=25$ ;  $T=5$

## БИЛЕТ № 9

### Вопрос 1

Метод фазовой плоскости для исследования нелинейных систем управления

### Вопрос 2

Вычисление касательных подпространств для различных множеств

### Задача 1

Найти лаплас-образ функции

$$f(t) = (t+1)^3 1(t) + 5\delta(t-4).$$

### Задача 2

Сравните периоды колебаний гармонического осциллятора

$$\ddot{y} + y = 0,$$

и нелинейного осциллятора Дюффинга

$$\ddot{y} + y + y^3 = 0.$$

## БИЛЕТ № 10

### Вопрос 1

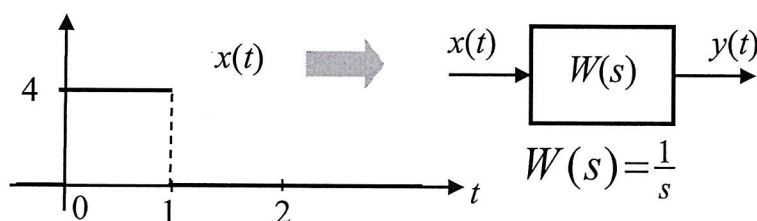
Матрица перехода состояний динамической системы и матричный экспоненциал

### Вопрос 2

Теорема существования крайних точек; теорема Крейна-Мильмана

### Задача 1

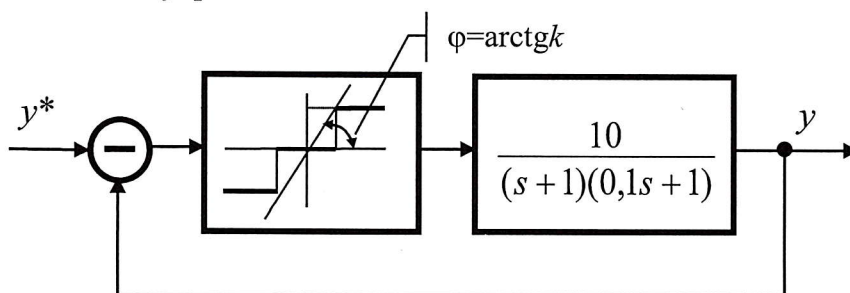
На вход системы с передаточной функцией подается прямоугольный импульс



Вычислить значение реакции выхода  $y(2)$ .

### Задача 2

Определить, при каких значениях  $k$  является абсолютно устойчивым положение равновесия нелинейной системы управления



## БИЛЕТ № 11

### Вопрос 1

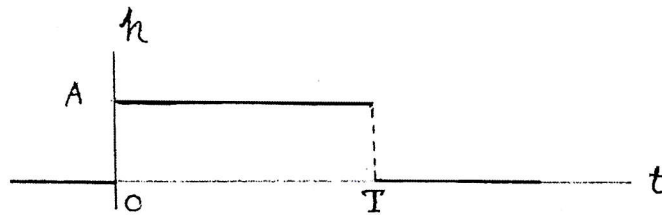
Метод D-разбиения Неймарка. Особенности метода D-разбиения по одному параметру

### Вопрос 2

Задача на условный экстремум с ограничениями типа равенств

### Задача 1

Переходная характеристика системы  $h(t)$  представляет собой прямоугольный импульс амплитуды  $A=1$  и длительности  $T=5c$ .



Найти передаточную функцию и привести структурную схему системы.

### Задача 2

Построить фазовый портрет автоматической системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + f(x_1), \end{cases} \quad \text{sign}(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 > 0, \\ -1, & x_1 < 0 \end{cases}$$

## БИЛЕТ № 12

### Вопрос 1

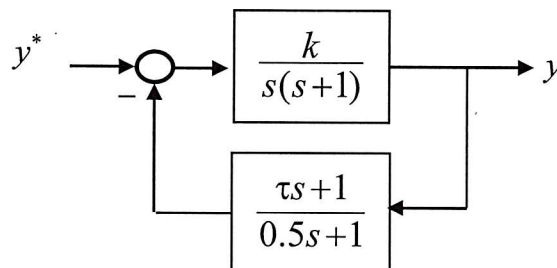
Сравнительный анализ последовательной и параллельной коррекции динамики САР

### Вопрос 2

Теорема Куна-Таккера и ее приложения

### Задача 1

Построить область устойчивости системы в плоскости параметров  $(k, \tau)$



### Задача 2

Определите координаты точки положения равновесия системы вида

$$\begin{cases} \dot{x} = xy - 1, \\ \dot{y} = 0,5x - 2 \end{cases}$$

## БИЛЕТ № 13

### Вопрос 1

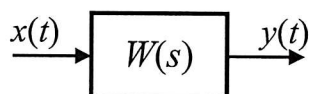
Понятие наблюдаемости динамических систем и критерий наблюдаемости линейных систем

### Вопрос 2

Связь Принципа максимума с классическим вариационным исчислением

### Задача 1

Для системы

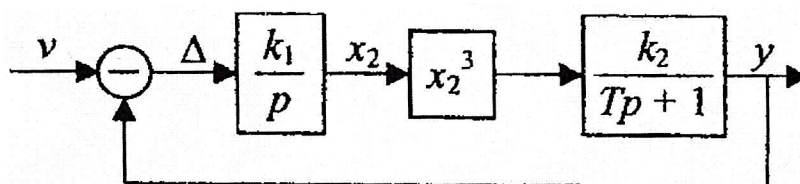


составить уравнение динамики, если передаточная функция равна

$$W(s) = \frac{2e^{-3s}(s+4)}{s^2+9}$$

### Задача 2

Проверить устойчивость нелинейной системы вида



## БИЛЕТ № 14

### Вопрос 1

Типы особых точек и фазовые портреты линейных динамических систем

### Вопрос 2

Необходимые условия слабого экстремума в задаче оптимального управления

### Задача 1

Определить множество значений параметра  $\alpha$ , при которых асимптотически устойчиво решение дифференциального уравнения

$$y^{(10)} + \alpha y^{(9)} + y^{(2)} + y^{(1)} + y = 0$$

### Задача 2

Построить фазовый портрет автоматической системы, описываемой уравнениями вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_2, \\ \dot{x}_2 = -\text{sign}(x_1), \end{cases} \quad \text{sign}(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 > 0, \\ -1, & x_1 < 0 \end{cases}$$



## БИЛЕТ № 15

### Вопрос 1

Алгебраический способ определения параметров автоколебаний нелинейных САУ

### Вопрос 2

Необходимые условия сильного экстремума в задаче оптимального управления

### Задача 1

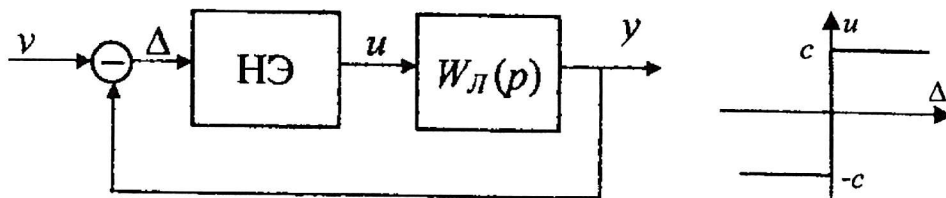
Построить область устойчивости решений дифференциального уравнения

$$y^{(3)} + \alpha y^{(2)} + \beta y^{(1)} + y = 0$$

в плоскости параметров  $\alpha$  и  $\beta$

### Задача 2

Оценить влияние параметра  $a$  на параметры автоколебаний нелинейной системы регулирования



$$W_L(p) = \frac{20(p+a)}{p(5p+1)(p+1)}, \quad c = 5$$

## БИЛЕТ № 16

### Вопрос 1

Частотный способ определения параметров автоколебаний нелинейных САУ

### Вопрос 2

Постановка задачи оптимизации САУ как задачи вариационного исчисления

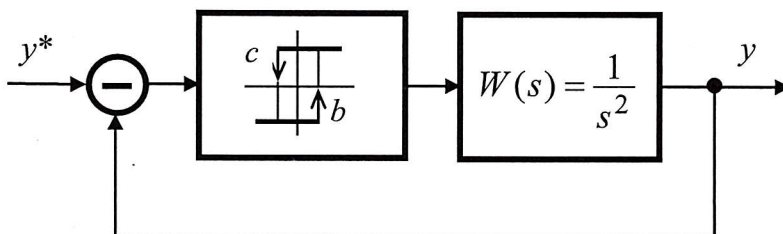
### Задача 1

Построить переходную характеристику системы с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{4}{s}(e^{-3s} - e^{-5s})$$

### Задача 2

Найдите параметры (амплитуду и частоту) предельных циклов в нелинейной САУ вида



## БИЛЕТ № 17

### Вопрос 1

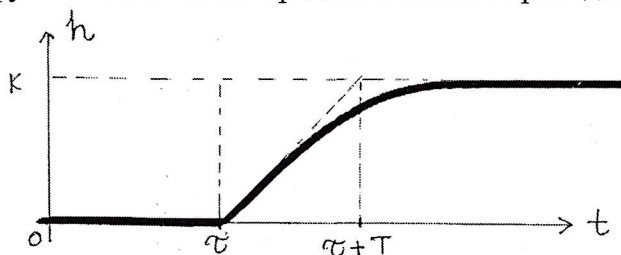
Круговой критерий устойчивости нелинейных систем с секториальными нелинейностями

### Вопрос 2

Применение вариационного исчисления к задачам оптимального управления с ограничениями на управляющие воздействия

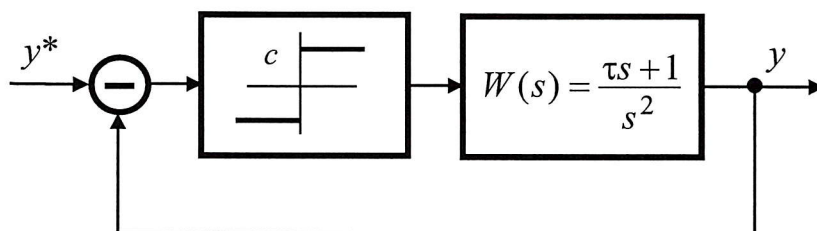
### Задача 1

Какова передаточная функция системы с представленной переходной характеристикой?



### Задача 2

Найдите параметры (амплитуду и частоту) и исследовать устойчивость предельных циклов в нелинейной системе управления вида



## БИЛЕТ № 18

### Вопрос 1

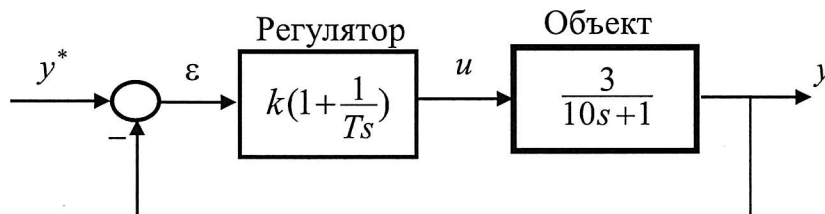
Метод гармонической линейризации исследования нелинейных систем управления

### Вопрос 2

Принцип максимума Понтрягина и его применение к оптимизации систем управления

### Задача 1

Определить коэффициент усиления  $k$  и время издрорма  $T$  регулятора, обеспечивающих замкнутой САУ заданные кратные полюса:  $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$ .



### Задача 2

Выясните знакоопределенность функции

$$V(x_1, x_2) = |x_1| \cos(x_2) + x_1 x_2 + x_2^2$$

## БИЛЕТ № 19

### Вопрос 1

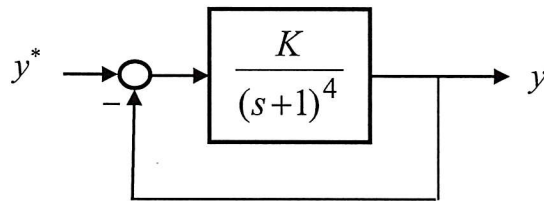
Частотный критерий В.М. Попова абсолютной устойчивости нелинейных систем

### Вопрос 2

Краевые условия и ограничения в задачах оптимизации систем управления

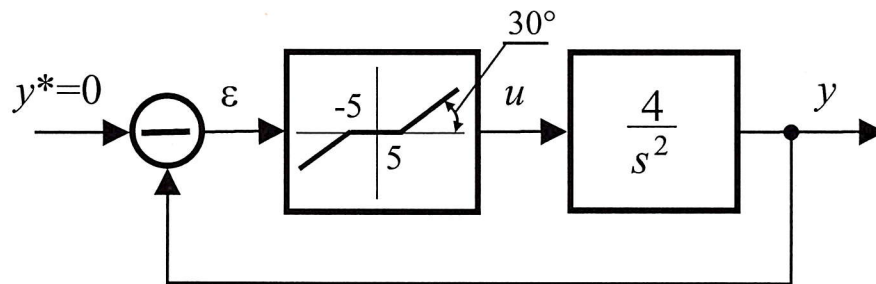
### Задача 1

Найти критический коэффициент усиления  $K = \bar{K}$  в замкнутой САУ



### Задача 2

Для нелинейной САУ построить переходный процесс на фазовой плоскости



## БИЛЕТ № 20

### Вопрос 1

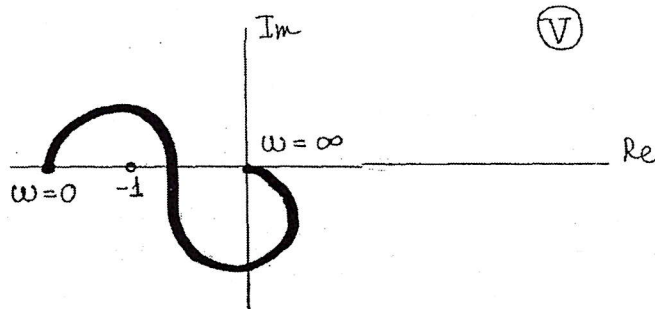
Метод линеаризации обратной связи в задачах управления нелинейными системами

### Вопрос 2

Определение и приемы вычисления особых управлений

### Задача 1

Определить устойчивость САУ с заданной АФЧХ  $V(j\omega)$  разомкнутой системы с одним правым полюсом  $p^+ = 1$



### Задача 2

Установите тип фазового портрета системы

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

## БИЛЕТ № 21

### Вопрос 1

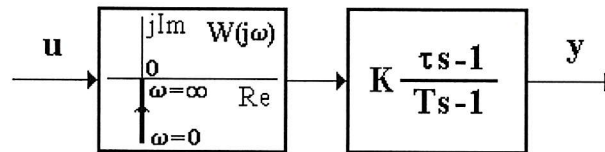
Второй метод Ляпунова исследования устойчивости нелинейных систем

### Вопрос 2

Задача оптимизации нелинейной системы как задачи нелинейного программирования

### Задача 1

Для объекта регулирования вида



с параметрами:  $K=10$ ,  $\tau=0,05$ ,  $T=0,5$ , постройте регулятор, обеспечивающий в замкнутой системе кратный полюс, равный  $-5$ .

### Задача 2

Установите тип фазового портрета системы

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

## БИЛЕТ № 22

### Вопрос 1

Метод бэкстеппинга для управления нелинейными системами

### Вопрос 2

Принцип максимума для линейной задачи оптимального быстродействия

### Задача 1

Для объекта управления с вектором состояния  $x = (x_1, x_2)$ :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u; \quad y = x_1$$

постройте регулятор, обеспечивающий замкнутой САУ свойство генератора синусоидальных колебаний частоты  $\omega$ , т.е. условие:  $y = \sin \omega t$ .

### Задача 2

Найдите параметры (амплитуду и частоту) предельного цикла в нелинейной системе управления с параметрами:  $c=3$ ;  $b=2$ ;  $k=5$

