

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. декана физического факультета МГУ

профессор Белокуров В.В.



БИЛЕТЫ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

Направление подготовки 03.04.02 «Физика»

Магистерская программа «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ФИЗИКЕ»

Билет 1.

- 1 Уравнение неразрывности потока жидкости, физический смысл входящих в него величин.
- 2 Метод Ньютона для решения нелинейных уравнений. Критерий прекращения итерационного процесса. Исключение корней.
- 3 Постройте асимптотическое приближение второго порядка решения начальной задачи $\varepsilon y' = e^x - y, x > 0; y(0) = 2 + \varepsilon$.

Билет 2.

- 1 Уравнение движения идеальной жидкости (уравнение Эйлера). Какие граничные условия для него ставятся?
- 2 Метод прогонки для решения системы линейных алгебраических уравнений с трёхдиагональной матрицей.
- 3 Постройте асимптотическое приближение первого порядка решения начальной задачи $\varepsilon y' = y - y^2 - \varepsilon + \varepsilon^2, x > 0; y(0) = \frac{1}{2}$.

Билет 3.

- 1 Уравнение Навье – Стокса. Какие граничные условия для него ставятся?
- 2 Вычисление несобственных интегралов на квазиравномерных сетках.
- 3 Постройте асимптотическое приближение первого порядка решения краевой задачи $\varepsilon^2 y'' = y + \varepsilon x, 0 < x < 1; y(0) = -1 - 2\varepsilon, y(1) = 1$.

Билет 4.

- 1 Уравнение для звуковых волн. Как можно вычислить скорость звука?
- 2 Сходимость случайных процессов почти наверное, по вероятности, по распределению. Соотношения между различными видами сходимости. Сходимость случайных процессов в среднеквадратичном.
- 3 Постройте асимптотическое приближение нулевого порядка решения краевой задачи $\varepsilon^2 y'' = y(y - 2), 0 < x < 1; y(0) = \frac{9}{16} + 2\varepsilon, y(1) = 2$.

Билет 5.

- 1 Соотношения Гюгонио.
- 2 Вычисление начальных и центральных моментов для нормально распределённых случайных величин.
- 3 Постройте асимптотическое приближение нулевого порядка решения краевой задачи $\varepsilon^2 y'' = y(y - 2), 0 < x < 1; y(0) = 2, y(1) = \frac{16}{9}$.

Билет 6.

- 1 Основное уравнение магнитной гидродинамики.
- 2 Непрерывные в среднеквадратичном процессы. Приведите примеры непрерывных в среднеквадратичном процессов.
- 3 Постройте асимптотическое приближение первого порядка решения краевой задачи $\varepsilon^2 y'' = y^2 - (x + 1)^2 + \varepsilon(1 - y)$, $0 < x < 1$; $y'(0) = 2$, $y'(1) = 3$.

Билет 7.

- 1 Уравнение движения проводящей жидкости при наличии магнитного поля.
- 2 Задача Штурма-Лиувилля для классических ортогональных полиномов. Приведите пример использования задачи Штурма-Лиувилля при решении задач математической физики.
- 3 Постройте асимптотическое приближение нулевого порядка решения начально-краевой задачи в виде движущегося фронта, возрастающего от значения $u = 0$ до $u = x + 1$.

$$\varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} = u(u - 0,5)(u - 1 - x), 0 < x < 1;$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(1, t) = 0, u(x, 0) = 0,5(x + 1) \left(1 + \operatorname{th} \left(\frac{x - 0,3}{\varepsilon} \right) \right).$$

Билет 8.

- 1 Уравнения переноса температуры в приповерхностном слое атмосферы.
- 2 Обобщенное уравнение гипергеометрического типа. Иллюстрация на примере уравнения Бесселя.
- 3 Постройте асимптотическое приближение нулевого порядка решения начально-краевой задачи в виде контрастной структуры типа ступеньки, возрастающей от значения $u = 0$ до $u = x + 1$.

$$\varepsilon^2 u'' - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} = u(u - 0,75)(u - 1 - x), 0 < x < 1; y'(0) = 0, y'(1) = 0.$$

Билет 9.

- 1 Уравнение переноса нейтральной газовой примеси в приповерхностном слое атмосферы.
- 2 Интеграл Лебега. Неравенство Чебышёва для интеграла Лебега.
- 3 Постройте асимптотическое приближение первого порядка решения начальной задачи $\varepsilon y' = -y + 2\varepsilon x$, $x > 0$; $y(0) = 1$.

Билет 10.

- 1 Одномерная модель медленного горения.
- 2 Понятие носителя классической функции. Определение пространств $\mathcal{D}(\mathbb{R}^N)$, $\mathcal{D}(\Omega)$, сходимость в них. Функция «шапочка». Понятия регулярной и сингулярной обобщённых функций.
- 3 Постройте асимптотическое приближение первого порядка решения начальной задачи $\varepsilon y' = x - y$, $x > 0$; $y(0) = 1 + 3\varepsilon$.