

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Физический факультет

**НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ**

**ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ**

**Секция физики**

16–25 апреля 2018 года

**Сборник тезисов докладов**  
Под редакцией профессора Н.Н. Сысоева

Москва  
Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова  
2018

**ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2018. СЕКЦИЯ ФИЗИКИ.**  
Сборник тезисов докладов / Под ред. Н.Н. Сыроева. — М., Физический факультет МГУ, 2018 г. 272 с.

Тезисы докладов Секции Физики научной конференции «Ломоносовские чтения» представлены в следующих подсекциях:

«Оптика и лазерная физика»,

«Радиофизика, физическая электроника и акустика»,

«Физика конденсированного состояния»,

«Биологическая и медицинская физика»,

«Теоретическая физика»,

«Математическая физика»,

«Прикладная математика и математическое моделирование»,

«Методика преподавания»,

«Науки о Земле»,

«Газодинамика, термодинамика и ударные волны».

В Московском университете уже вошло в традицию проводить каждой весной конференцию «Ломоносовские чтения». Уникальность конференции заключается в том, что это единственная конференция, которая охватывает весь МГУ имени М.В. Ломоносова в целом — все его факультеты, НИИ, научные центры и подразделения. Практически все направления современной науки представлены в 42-х секциях конференции «Ломоносовские чтения». Физический факультет представляет свои доклады в Секцию Физики.

В этом году в Секцию Физики включено 86 докладов, которые распределены тематически по 10 подсекциям. Авторами докладов являются не только сотрудники физического факультета. Большое количество докладов содержат результаты исследований последних лет, выполненных совместно с учёными других факультетов МГУ, а также институтами и научными организациями как Российской академии наук, так и зарубежных стран. При этом многие из них впервые представлены на конференции «Ломоносовские чтения – 2018 г.». Наиболее популярными в этом году оказались подсекции “Прикладная математика и математическое моделирование”, “Методика преподавания”, “Биологическая и медицинская физика”.

Как всегда, самые выдающиеся результаты научных исследований будут представлены на премии Московского университета за научную работу — Шуваловскую и Ломоносовскую. Кроме этого, отдельный выпуск электронного журнала «Ученые записки физического факультета Московского университета» будет посвящен конференции «Ломоносовские чтения-2018 г.» Секция Физики.

Декан физического факультета МГУ  
профессор



*Н.Н.Сысоев*

**Подсекция:**  
**ОПТИКА И ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА**

Сопредседатели  
профессор В.А. Макаров, профессор П.В. Короленко,  
профессор А.В. Андреев

## МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ АСПЕКТЫ ФРАКТАЛЬНОЙ ОПТИКИ

Проф. *Короленко П.В.*, с.н.с. *Зотов А.М.*, в.н.с. *Рыжикова Ю.В.*

Междисциплинарные и конвергентные исследования во многом определили облик современной науки [1]. Специфика этих исследований, часто проводимых на стыке наук, состоит не только в том, что они сориентированы на установление наиболее общих закономерностей развития живой и неживой природы, но и в том, что их постановка требует принципиально новой методической и методологической основы для получения конкретных результатов. При изучении в рамках общего науковедения феномена междисциплинарности следует учитывать изменившийся контекст развития современных научных представлений. Причиной произошедших изменений стали не только разработка новых методов и предметов исследований, но и трансформация самой внутренней логики их постановочной части и анализа полученных результатов. Характеризуя в общем виде новый стиль в структуре физического мышления, следует отметить следующие его черты: 1) амбивалентность; 2) наличие когнитивных элементов; 3) обращение к метафизическим представлениям; 4) присутствие эстетической компоненты; 5) использование понятия мэйбизма; 6) необходимость преодоления психологических барьеров (технологическая сингулярность, когнитивный диссонанс); 7) внедрение междисциплинарных технологий (фрактальные представления, теория детерминированного хаоса, теория информации, изменение основ преподавания).

Целью данной работы является анализ возможностей фрактальной оптики для решения на междисциплинарной основе проблем, возникающих в различных естественно-научных и гуманитарных областях.

На рисунке 1 изображены типы фрактальных структур, свойства которых с разных позиций рассматривались в данной работе. Особое внимание было обращено на эволюцию наносистем с увеличивающимся во времени числом образующих частиц. Исследования такого рода процессов имеет большое значение для описания структурного развития объектов по принципу «снизу-вверх» [1, 2]. Этот принцип является основополагающим для конструирования и внедрения в те или иные технологические схемы природоподобных элементов.

Развитие фрактальных представлений дало возможность внести кардинальные изменения в элементную базу оптических устройств (фокусаторы Кантора, апериодические многослойные системы, фрактальные излучатели и т.п.). Дополнительными возможностями фрактальные технологии обладают при создании и исследовании устройств на основе метаматериалов.

Фрактальный подход, как показали исследования с лазерными пучками, распространяющимися в случайных неоднородных средах, является

чрезвычайно удобным инструментом для выявления скейлинговых свойств флуктуаций лазерного излучения. Проводимый при такого рода исследованиях фрактальный анализ был сориентирован или на непосредственное определение фрактальных размерностей регистрируемых зависимостей, либо на построение с использованием базисных представлений мультифрактального анализа спектров сингулярностей. Определяемые скейлинговые параметры оказывались весьма чувствительными к изменению состояния турбулентности и содержанию в передающей среде различного рода примесей [3].

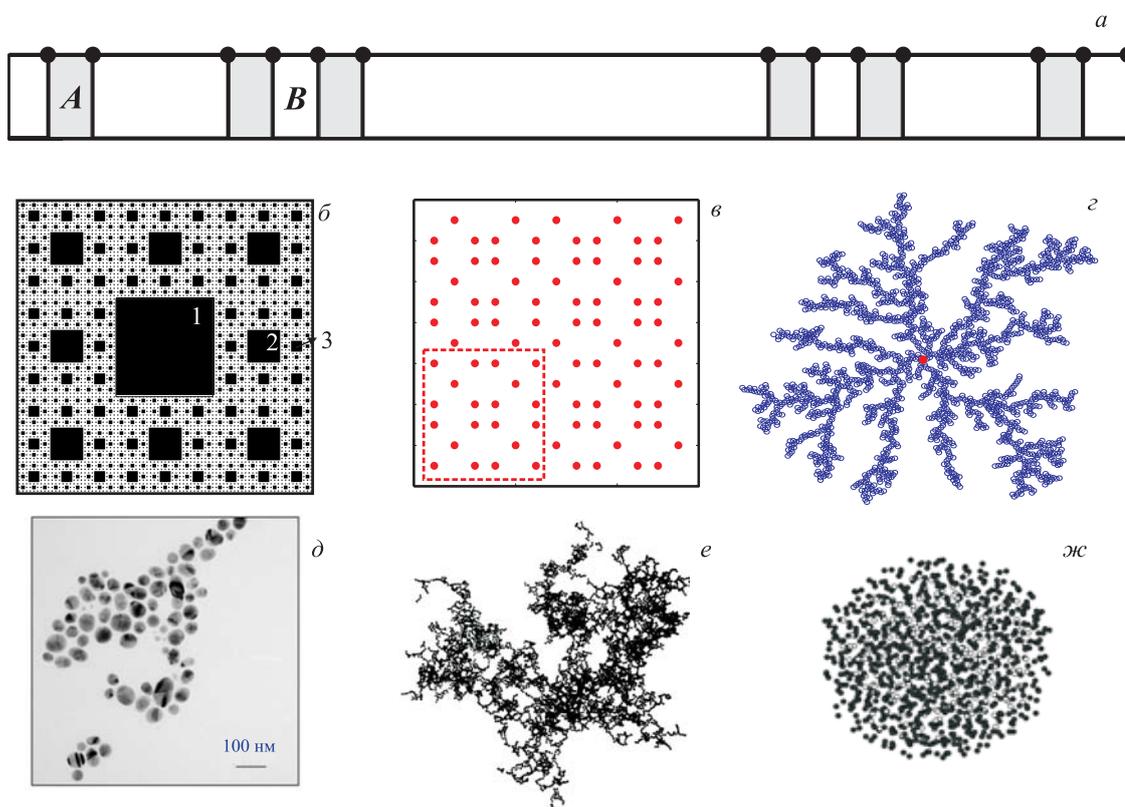


Рис. 1. Примеры фрактальных структур. Фрагмент многослойной системы Кантора (*a*). *A*, *B* — образующие слои, верхние черные кружки — структура 1D решетки Кантора. 2D решетчатые системы: ковер Серпинского (*б*), структура Фибоначчи (*в*), кластер дендрита (*z*). Примеры пространственно разнесенных (*д*) и объединенных в агрегаты (*е*, *ж*) наночастиц.

Эвристические возможности фрактальных технологий были использованы для объяснения с точки зрения физической теории природы такого важного философского и эстетического понятия как красота. Этот фрагмент проведенного исследования основывался на концепциях работ [4, 5], где красота фракталов объясняется самоподобием структуры их пространственных спектров, обеспечивающей высокую эффективность частотной фильтрации фрактальных изображений при их обработке в коре головного мозга. В процессе выполнения работы был получен обширный материал,

характеризующий связь изображений фрактальных структур с их пространственными спектрами. Как правило, за редким исключением структуры с фрактальными признаками обладали устойчивыми фрактальными спектрами. Это дает объяснение эстетической значимости фрактальных изображений. Одновременно полученные в ходе оптико-физических исследований результаты позволяют дать рациональное объяснение высокой эффективности фрактальной арт-терапии, которая сейчас находит многочисленные подтверждения в медицинской практике.

Таким образом, приведенные в данной работе сведения о возможностях фрактальных методов исследований позволяют рассматривать фрактальные представления в виде универсальной физико-математической модели для описания наиболее общих методологических основ феномена междисциплинарности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00723 а.

### Литература

1. Ковальчук М.В. Наука и жизнь: моя конвергенция. – М.: ИКЦ Академкнига. – 2012.
2. Ружицкая Д.Д., Короленко П.В., Рыжикова Ю.В. // В сборнике трудов 10-й Международная конференция (ARMIMP-2017). Москва-Суздаль. 2017. С. 81-84
3. Арсеньян Т.И., Зотов А.М., Короленко П.В. и др. // Оптика океана и атмосферы 19(12). 2006. С. 1013–1015.
4. Kashtanov A.A., Korolenko P.V., Mishin A.Yu. // Journal of scientific articles "Health and Education Millennium". 19(2). 2017. P. 90–92.
5. Averchenko A.V., Korolenko P.V., Mishin A.Yu. // IEEE Progress in Electromagnetic Research Symposium Proceedings. 2017. P. 3418–3421.

## САМООРГАНИЗАЦИЯ ДЕНДРИТНОПОДОБНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

В.н.с. *Рыжикова Ю.В.*, доц. *Рыжиков С.Б.*

Изучение свойств фрактальных объектов дендритной формы (дендритные биосистемы, дендритный тип пространственных распределений наночастиц, кристаллические дендриты и др.) получило широкое распространение в различных приложениях науки и техники (см. рис.1). Особую актуальность имеют медицинские приложения в области внедрения новых разработок средств инкапсулирования и доставки лекарственных веществ с помощью частиц-носителей.

Знание фрактальных характеристик агломератов наночастиц дает возможность корректно описать электрофизический механизм их взаимодействия [4].

Несмотря на накопление определенного объема теоретического и экспериментального материала, он явно недостаточен для того, чтобы в полной мере установить закономерности, определяющих связь между самоподобными свойствами структуры просвечиваемых фрактальных объектов и их дифракционными картинами.

В данной работе проводится анализ процессов самоорганизации дендритоподобных структур, сформированных под действием ряда случайных факторов. Целью работы является установление общих закономерностей, определяющих количественную связь между особенностями структуры фрактальных объектов — дендритных систем и их пространственными спектрами (картинами дифракции).

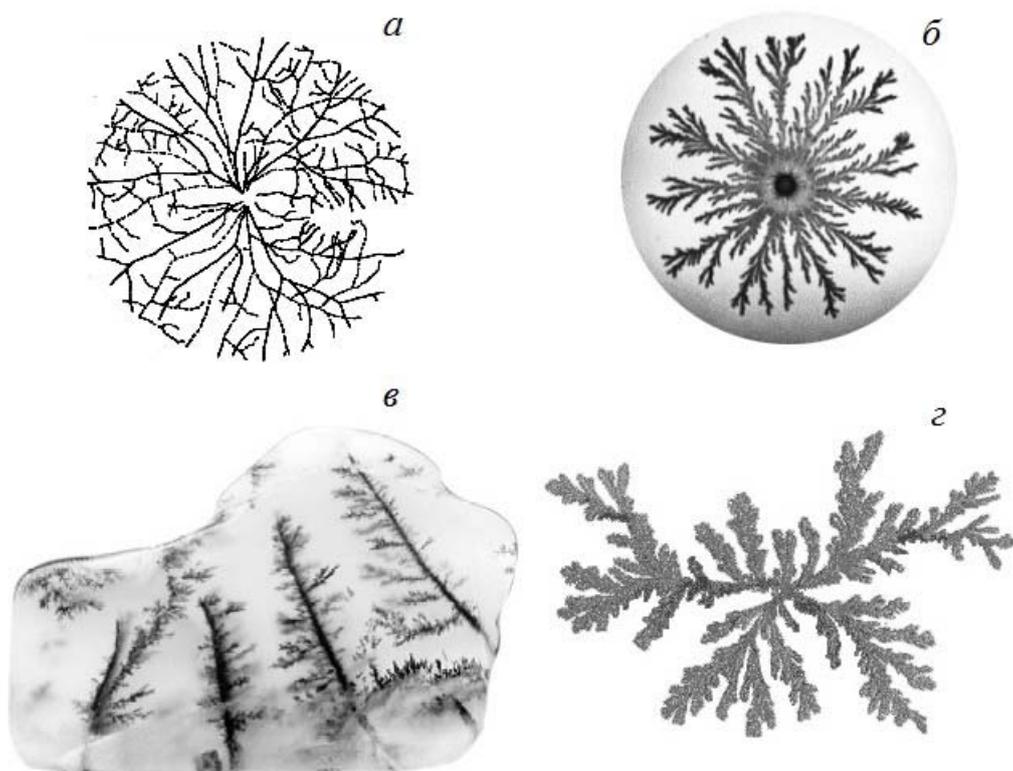


Рис. 1. Примеры дендритных структур. *а* — дендритная форма расположения кровеносных сосудов в сетчатке человеческого глаза; фрактальная размерность артериальной системы  $D = 1,63 \pm 0,05$  (сплошная линия) и венозной системы  $D = 1,71 \pm 0,07$  (пунктир) [1]; *б* — колония бактерий на поверхности агара [2]; *в* — дендриты диоксида марганца в агате, *г* — дендрит при электроосаждении меди [3].

Для дендритоподобных структур количественная оценка самоподобных свойств, проявляющихся как в самих анализируемых объектах, так и в

их дифракционных картинах проводилась на основе определения фрактальной размерности  $D$  [5–6].

Отметим, что в литературе отсутствует однозначная физическая интерпретация того факта, что во многих случаях для различных фрактальных объектов дендритной формы предельное значение фрактальной размерности принимает одинаковое значение равное  $D = 1,71$ . В настоящей работе приводится анализ литературных данных, позволяющих скорректировать указанный недостаток.

Построение дендритоподобных структур осуществлялось с учетом свойств ассоциации наночастиц в двумерном пространстве с использованием разработанных модификаций агрегационных моделей частиц-кластер. Результаты моделирования кластеров в рамках модификаций моделей ассоциации — «ограниченная диффузией агрегация» и «баллистическая агрегация — кластер» согласуются с известными литературными данными [7].

Исследование оптических характеристик анализируемых структур дендритного типа (распределения амплитуды поля и интенсивности дифрагированных волн) проводился на основе использования формулы Релея-Зоммерфельда [8].

Нами было установлено, что механизм взаимодействия частиц дендритоподобных кластеров существенно влияет на процесс их самоорганизации.

Результаты моделирования показали, что картинам дифракции излучения на исследуемых объектах свойственно проявление самоподобных свойств, характерных для формируемых дендритоподобных структур. Значения массовых фрактальных размерностей полученных картин дифракции оказались близкими к их значениям для формируемых кластеров в широкой области изменения числа частиц. Полученные зависимости массовых фрактальных размерностей от числа частиц, как для дендритоподобных систем, так и для их картин дифракции могут успешно использоваться для идентификации систем кластеров нанодендритов, образованных в процессе самоорганизации наночастиц в рамках использованных 2D стохастических моделей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00723 а.

### Литература

1. Mainster M.A. // Eye. 1990. V 4. P. 235 – 241.
2. Ven-Jacov E. // Contemporary Physics. 1997. V. 38. № 3. P. 205–241.
3. Краевой С.А., Колтовой Н.А. Диагностика по капле крови. Кристаллизация биожидкостей. Книга 3. Тезиография. Кристаллизация тестовых растворов. Москва – Смоленск. // Электронный математический и медико-биологический журнал «Математическая морфология», – 2016.

4. Chiganova G.A. // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies. 2008. V. 1 (2). P. 155–161.
5. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: «Институт компьютерных исследований». – 2002.
6. Korolenko P.V., Ryzhikov S.B., Ryzhikova Yu.V. // Physics of Wave Phenomena. 2013. V. 21(4). P. 256-260.
7. Смирнов Б.М. // УФН. 1986. 149(2). С. 177– 219.
8. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику. – М.: Мир. – 1970.

### ВЛИЯНИЕ ДИФFUЗНОГО СВЕТОРАСSEЯНИЯ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ ТРЕТЬЕЙ ОПТИЧЕСКОЙ ГАРМОНИКИ И КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА В МАССИВАХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОНИТЕЙ

Доц. *Заботнов С.В.*, студ. *Колчин А.В.*, студ. *Ткаченко Н.Б.*, студ. *Устинов А.С.*, с.н.с. *Осминкина Л.А.*, с.н.с. *Преснов Д.Е.* (НИИЯФ МГУ), доц. *Ефимова А.И.*, проф. *Головань Л.А.*, зав. каф. *Кашкаров П.К.*

В настоящее время кремниевые нанонити (КНН) находят широкое применение в биомедицине [1] и сенсорике [2]. В связи чем ведутся активные исследования фотолюминесцентных, электрофизических и оптических свойств подобных структур. Перспективным направлением исследований является изучение возможности локализации света в массивах КНН [3]. Однако, несмотря на имеющийся задел в данном направлении, многие аспекты данного явления остаются невыясненными. В частности, локализация света подразумевает его многократное рассеяние в среде. В результате значительно увеличивается расстояние, проходимое лучом, по сравнению со случаем отсутствия светорассеяния. Открывается возможность существенного увеличения оптического и нелинейно-оптического отклика не за счет увеличения геометрических размеров используемых образцов, а за счет эффективного светорассеяния в них. Тем не менее, наиболее оптимальные режимы преобразования оптических сигналов реализуются, начиная с определенного расстояния, пройденного лучом в рассеивающей среде. Данное расстояние принято называть транспортной длиной свободного пробега [4], имеющей физический смысл среднего расстояния, необходимого для того, чтобы направление распространения фотона стало полностью случайным. Сам же характер рассеяния света становится при этом диффузным. Насколько нам известно, исследований массивов КНН в данном контексте до настоящего времени не проводилось.

На примере оценки эффективности генерации третьей оптической гармоники (ГТГ) и комбинационного рассеяния света (КРС) в настоящей

работе нами был проведен анализ достижения режима диффузного распространения света в массивах КНН различной толщины.

Образцы КНН были изготовлены методом металл-стимулированного химического травления на подложках кристаллического кремния (КК) с кристаллографической ориентацией (100), что обеспечило рост нитей перпендикулярно поверхности. Диаметр нитей составил 50–100 нм, а длина (толщина исследуемого слоя) варьировалась от 0.2 до 16 мкм путем изменения времени травления. Типичное изображение массива КНН представлено на рисунке 1.

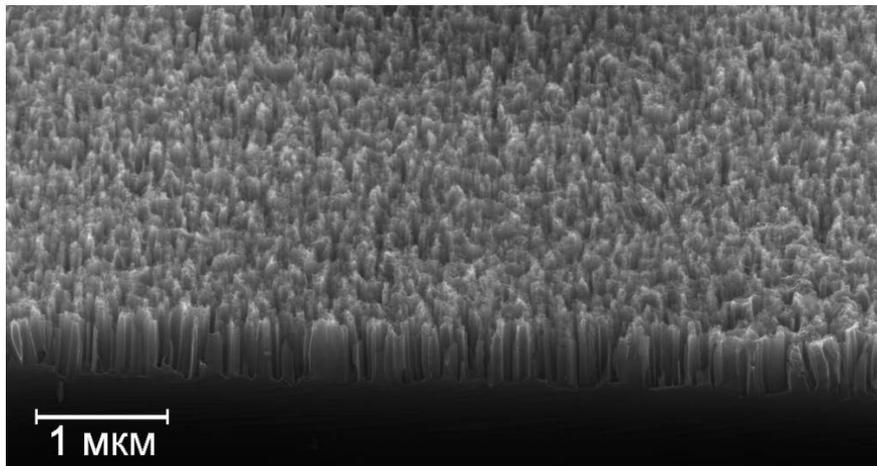
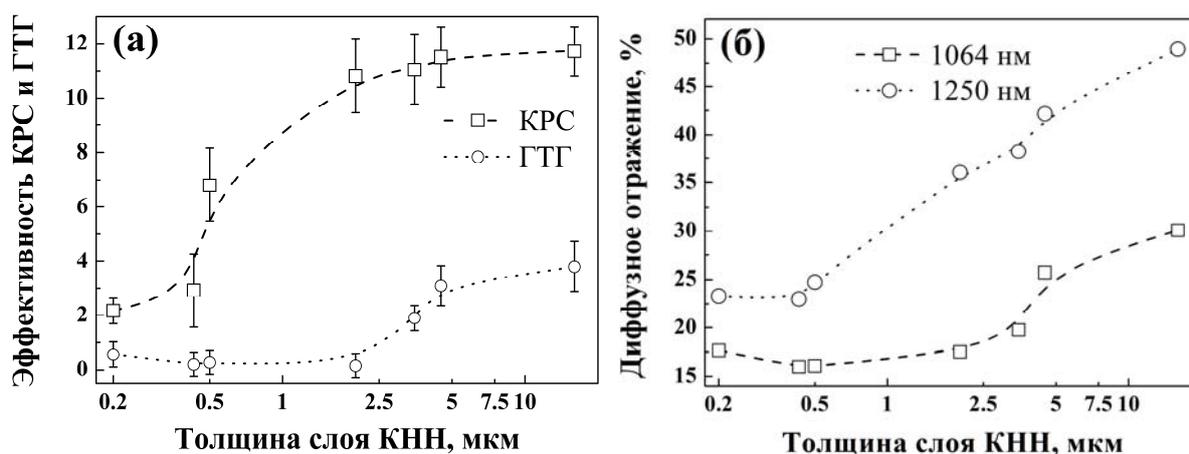


Рис. 1. Изображение массива КНН, полученное методом растровой электронной микроскопии.

Измерения интенсивности сигналов третьей оптической гармоники (накачка импульсным излучением с  $\lambda = 1250$  нм и  $\tau = 80$  фс) и КРС (линия  $520 \text{ см}^{-1}$  при возбуждении излучением с  $\lambda = 1064$  нм) в массивах КНН выявили существенное увеличение эффективности данных процессов с ростом толщины образцов (рис. 2(а)). В случае ГТГ зависимость имеет немотонный характер: для толщин менее 2 мкм наблюдается спад сигнала по сравнению с КК, более 2 мкм — монотонный рост вплоть до величины, превышающей почти в 4 раза сигнал третьей оптической гармоники для КК. В случае КРС данная зависимость является монотонно возрастающей для всего диапазона исследованных образцов и выходит на насыщение для толщин более 5 мкм, где было зарегистрировано 12-кратное превышение сигнала в массиве КНН по сравнению с откликом от КК.

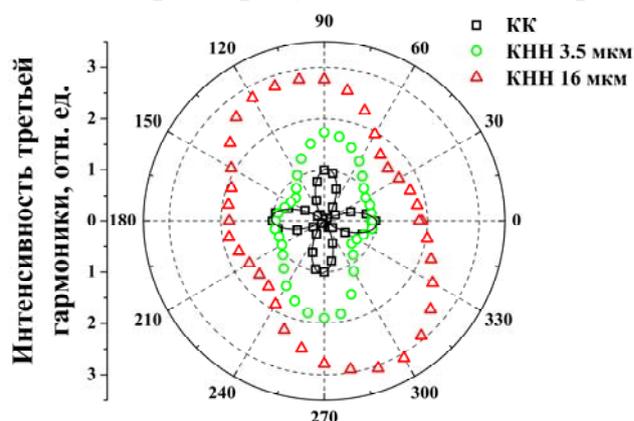
Характер, представленных на рисунке 2(а) зависимостей, хорошо согласуется с оптическими свойствами массивов КНН. Все исследованные образцы характеризуются значительным (15–50%) диффузным отражением, спектры которого для длин волн накачки 1064 нм (КРС) и 1250 нм (ГТГ) представлены на рисунке 2(б). В обоих случаях наиболее заметный рост диффузного отражения наблюдается для толщин образцов более

2 мкм, что находится в хорошем соответствии с приведенными выше результатами по измерению эффективности ГТГ и КРС, а также гипотезой об увеличении оптического и нелинейно-оптического отклика за счет эффективного светорассеяния в массивах КНН. При этом меньший рост эффективности ГТГ по сравнению с КРС, на наш взгляд, обусловлен сильным поглощением кремния на длине волны третьей оптической гармоники (417 нм).



**Рис. 2.** Зависимости (а) эффективности ГТГ и КРС по сравнению с КК и (б) диффузного отражения от толщины слоя КНН. Эффективность рассчитывалась как отношение сигнала третьей оптической гармоники или КРС к соответствующему отклику от КК.

Таким образом, можно считать, что транспортная длина свободного пробега фотона достигается в исследуемых массивах КНН толщиной  $\approx 2$  мкм. Данный факт подтверждается характерными особенностями ориентационных зависимостей для процессов ГТГ (рис. 3) и КРС: с увеличением толщины массива КНН интенсивность соответствующего сигнала меняется существенно меньше от угла по сравнению с аналогичной зависимостью для КК, характеризующейся явно выраженной 4-кратной симметрией.



**Рис. 3.** Ориентационные зависимости сигнала третьей оптической гармоники для КК и массивов КНН различной толщины. Угол в полярных координатах соответствует изменению поляризации накачки при падении луча на образец под углом  $45^\circ$ .

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о значительном влиянии диффузного светорассеяния на эффективность процессов КРС и ГТГ в

массивах КНН и могут быть использованы для проектирования структур фотоники на основе кремния, например, оптических сенсоров, где необходимы как максимально возможный отклик на внешнее воздействие, так и спектральная селекция регистрируемого сигнала.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-29-01185 офи\_м).

### Литература

1. E. Tolstik, L.A. Osminkina, D. Akimov, et al. Int. J. Mol. Sci. 2016, 17, 1536.
2. J. Schütt, B. Ibarlucea, R. Illing, et al. Nano Lett. 2016, 16, 4991.
3. L.A. Osminkina, K.A. Gonchar, V.S. Marshov, et al. Nanoscale Res. Lett. 2012, 7, 524.
4. A. Lagendijk. Current Trends in Optics, ch. 4. 1994, London: Academic.

## СТРУКТУРНЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АНСАМБЛЕЙ КРЕМНИЕВЫХ НАНОНИТЕЙ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТАЛЛ-СТИМУЛИРОВАННЫМ ХИМИЧЕСКИМ ТРАВЛЕНИЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФТОРИДА АММОНИЯ

М.н.с. *Гончар К.А.*, студ. *Кутаева В.Ю.*, с.н.с. *Осминкина Л.А.*

Кремниевые нанонити (КНН), изготовленные методом металл-стимулированного химического травления (МСХТ), проявляют такие замечательные свойства, как фотолюминесценция в видимом [1-3] и инфракрасном [3,4] диапазонах спектра, причем эффективность последней возрастает по сравнению с кристаллической подложкой, а также имеют довольно низкий коэффициент отражения в видимом диапазоне спектра [5-7] и крайне низкий коэффициент теплопроводности ( $\sim 0,1$  Вт/м·К) [8]. Также было показано, что пористые кремниевые нанонити можно использовать в качестве чувствительного элемента в оптических сенсорах на кислород [2,9].

Однако плавиковая кислота, которая используется для получения кремниевых нанонитей, ядовита, является очень токсичной, и ей присвоен второй класс опасности для окружающей среды. Поэтому большой интерес представляет исследование возможности модификации метода МСХТ с использованием зелёной химии при сохранении оптических свойств получаемых кремниевых нанонитей. В работе [10] был предложен новый экологичный способ получения кремниевых нанонитей, при котором вместо плавиковой кислоты (HF) используется фторид аммония (NH<sub>4</sub>F) и был сделан вывод о возможности замены HF на более экологически чистый и безопасный NH<sub>4</sub>F для создания кремниевых нанонитей.

В работе КНН были получены модифицированным методом МСХТ из пластин кристаллического кремния р-типа проводимости, удельным сопротивлением 12 Ом·см и кристаллографической ориентацией (100). Перед получением образцов пластины кремния были промыты в ацетоне и в изопропиловом спирте для очистки. После этого погружены в 2% раствор HF на 1 минуту для снятия оксида. Методом МСХТ был двухступенчатым. На первом этапе пластины кремния погружались в раствор 0,02 М нитрата серебра ( $\text{AgNO}_3$ ) и 5 М  $\text{NH}_4\text{F}$  взятых в соотношении 1:1 на 15 секунд. В результате тонкий слой серебряных наночастиц толщиной порядка 100 нм осаждался на поверхности c-Si. После этого образцы погружались во второй травящий раствор 30%  $\text{H}_2\text{O}_2$  и 5 М  $\text{NH}_4\text{F}$  взятых в соотношении 1:10 на 10 минут. Травление происходило при комнатной температуре в местах покрытых серебряными наночастицами. После этого полученные КНН промывались в дистиллированной воде и были высушены на воздухе. В конце, для того, чтобы удалить серебряные наночастицы с поверхности КНН, образцы погружались в концентрированную (65%) азотную кислоту ( $\text{HNO}_3$ ) на 15 минут.

Изначально раствор  $\text{NH}_4\text{F}$  имеет  $\text{pH}=7$ . Чтобы изменять  $\text{pH}$  в диапазоне от 7 до 1, в раствор 5 М  $\text{NH}_4\text{F}$  добавлялись капли серной кислоты ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ).  $\text{pH}$  контролировался с помощью лакмусовой бумажки. В результате были сделаны различные серии образцов, в которых фиксировалась  $\text{pH}$  первого раствора, где происходит осаждение серебра, и формировались образцы при разных  $\text{pH}$  второго (травящего) раствора.

Структурные свойства полученных КНН исследовались с помощью сканирующего и просвечивающего электронных микроскопов. Были сняты спектры отражения в среднем ИК диапазоне с помощью ИК Фурье спектрометра. Измерения спектров отражения проводились при угле падения, равном  $13^\circ$ , в вакууме при давлении 1 мбар. На спектрах отражения обнаружено наличие интерференции (интерференция в тонких плёнках), по которой, зная толщину слоя КНН, были рассчитаны эффективные показатель преломления и эффективная диэлектрическая проницаемость среды. Рассматривая КНН в рамках модели эффективной среды, мы воспользоваться формулой Бруггемана и оценили пористость получившихся КНН, которая составила примерно 50–60%.

Для изучения полного отражения света, которое включает в себя зеркальную и диффузную компоненты, был использован спектрометр, оснащённый интегрирующей сферой. Были сняты спектры в УФ, видимом и ближнем ИК диапазонах спектра. Наблюдалось низкое полное отражение (5–10%) в видимом диапазоне спектра.

Также были изучены спектры межзонной фотолюминесценции (ФЛ) и комбинационного рассеяния света (КРС) при возбуждении непрерывным излучением лазера Nd:YAG с длиной волны 1064 нм (мощность излучения

может варьироваться от 50 до 250 мВт, диаметр пятна равен 2 мм) в геометрии обратного рассеяния на приставке комбинационного рассеяния света ИК Фурье спектрометра. Рассеянное излучение проходило через специальный фильтр с узкой полосой отражения (нотч-фильтр). Обнаружено усиление как межзонной ФЛ, так и КРС в ансамблях КНН по сравнению с исходной подложкой c-Si.

Кроме межзонной ФЛ в КНН наблюдается видимая ФЛ в диапазоне 500–1000 нм от мелких нанокристаллов, расположенных на боковых стенках КНН. Данная ФЛ возбуждалась лазером с длиной волны меньше 500 нм и регистрировалась с помощью монохроматора, оснащённого ССД камерой (ПЗС матрицей). Для отсека лазерного излучения использовались специальные светофильтры при входе излучения в монохроматор.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-12-01386).

### Литература

1. V.A. Sivakov, G. Bronstrup, B. Pecz, A. Berger, G.Z. Radnoczi, M. Krause, S.H. Christiansen. *J. Phys. Chem. C*. 114, 3798 (2010).
2. В.А. Георгобиани, К.А. Гончар, Л.А. Осминкина, В.Ю. Тимошенко. *ФТП*, 49 (8), 1050 (2015).
3. V.Yu. Timoshenko, K.A. Gonchar, L.A. Golovan, A.I. Efimova, V.A. Sivakov, A. Dellith, S.H. Christiansen. *J. Nanoelectron. Optoelectron.* 6, 519 (2011).
4. К.А. Гончар, Л.А. Головань, В.Ю. Тимошенко, В.А. Сиваков, С. Кристиансен. *Известия РАН. Сер. физическая*. 74, 1782 (2010).
5. L.A. Osminkina, K.A. Gonchar, V.S. Marshov, K.V. Bunkov, D.V. Petrov, L.A. Golovan, V.A. Sivakov, V.Yu. Timoshenko. *Nanoscale Research Letters*, 7, 524 (2012).
6. K.A. Gonchar, L.A. Osminkina, R.A. Galkin, M.B. Gongalsky, V.S. Marshov, V.Yu. Timoshenko, M.N. Kulmas, V.V. Solovyev, A.A. Kudryavtsev, V.A. Sivakov. *J. Nanoelectronics and Optoelectronics*, 7 (6), 602 (2012).
7. К.А. Гончар, Л.А. Осминкина, В. Сиваков, В. Лысенко, В.Ю. Тимошенко. *ФТП*, 48 (12), 1654 (2014).
8. S.P. Rodichkina, L.A. Osminkina, M. Isaiev, A.V. Pavlikov, A.V. Zoteev, V.A. Georgobiani, K.A. Gonchar, A.N. Vasiliev, V.Yu. Timoshenko. *Appl. Phys. B.*, 121 (3), 337 (2015).
9. V.A. Georgobiani, K.A. Gonchar, E.A. Zvereva, L.A. Osminkina. *Phys. Stat. Sol. A*, 215 (1), 1700565 (2018).
10. K.A. Gonchar, A.A. Zubairova, A. Schleusener, L.A. Osminkina, V. Sivakov. *Nanoscale Research Letters*, 11, 357 (2016).

**Подсекция:**  
**РАДИОФИЗИКА,**  
**ФИЗИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА**  
**И АКУСТИКА**

Сопредседатели  
профессор А. Ф. Александров, доцент А. Ф. Королев,  
профессор А. И. Коробов

РУССКОЯЗЫЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО АКУСТИКЕ:  
ИНФОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

С.н.с. Шамаев В.Г., н.с. Горшков А.Б.

**Введение.** Электронные информационные базы данных стали появляться еще в раннюю эпоху больших ЭВМ. Так, известная информационная служба Chemical Abstracts Service (CAS), возникшая в 1907 г., уже в 1959 г. начала применять ЭВМ в своей работе по подготовке информационных продуктов, а в 1967 г. начала компьютерный ввод библиографии и рефератов научных документов для своих основных изданий — реферативного журнала Chemical Abstracts, его указателей и Chemical Registry System, предоставляющей визуальную информацию о формулах химических веществ. С 1970 года служба Chemical Abstracts перешла на автоматизированную подготовку журнала, его указателей и базы данных [1–3]. Это было вызвано как резко увеличившимся потоком материала (экспоненциальный рост, рис. 1), так и появлением соответствующих производительных ЭВМ и программных средств. Сравним: за первые 60 лет существования журнала количество отраженных в нем документов составило 2,5 млн по [1] и 4 млн по [2], а за следующие 40 лет, т. е. с 1968 по 2007 гг. — 23,5 млн [1] и 20 млн [2].

Такая деятельность по автоматизации процесса подготовки информационных продуктов и услуг не была исключением. В конце 1960-х гг. в Великобритании была введена в строй автоматизированная информационная система INSPEC (Информационное обеспечение по физике, электротехнологиям, компьютерам и управлению), в это же время во Франции была разработана автоматизированная информационная система PASCAL (Прикладная разработка по автоматическому подбору и составлению списков [научной] литературы). Аналогичные работы проводились и в других странах.

В СССР информационные базы данных активно подготавливались в ВИНТИ с 1969 г. на ЭВМ «Минск-32» [4–5]. Началось внедрение с выпуска тематических баз данных на магнитных лентах. Базы данных в современном виде появились в ВИНТИ в 1981 г. [6] сначала для отдельных тематических фрагментов, а с 1989 г. — по всему потоку за исключением математики.

В настоящее время использование этих баз данных осуществляется с помощью информационно-поисковых систем (ИПС) в Интернете. Так, например, Московский университет для своих сотрудников открыл доступ к ADS (NASA), INSPEC, SciFinder, MedLine, SCOPUS, Web of Science. В русскоязычном сегменте доступны ИПС Научной электронной библиотеки (eLibrary.ru), Математический портал (MathNet.ru), ИПС «Акустика»

(akdata.ru), Портал издательства Сибирского отделения РАН (sibran.ru/journals) и некоторые другие.

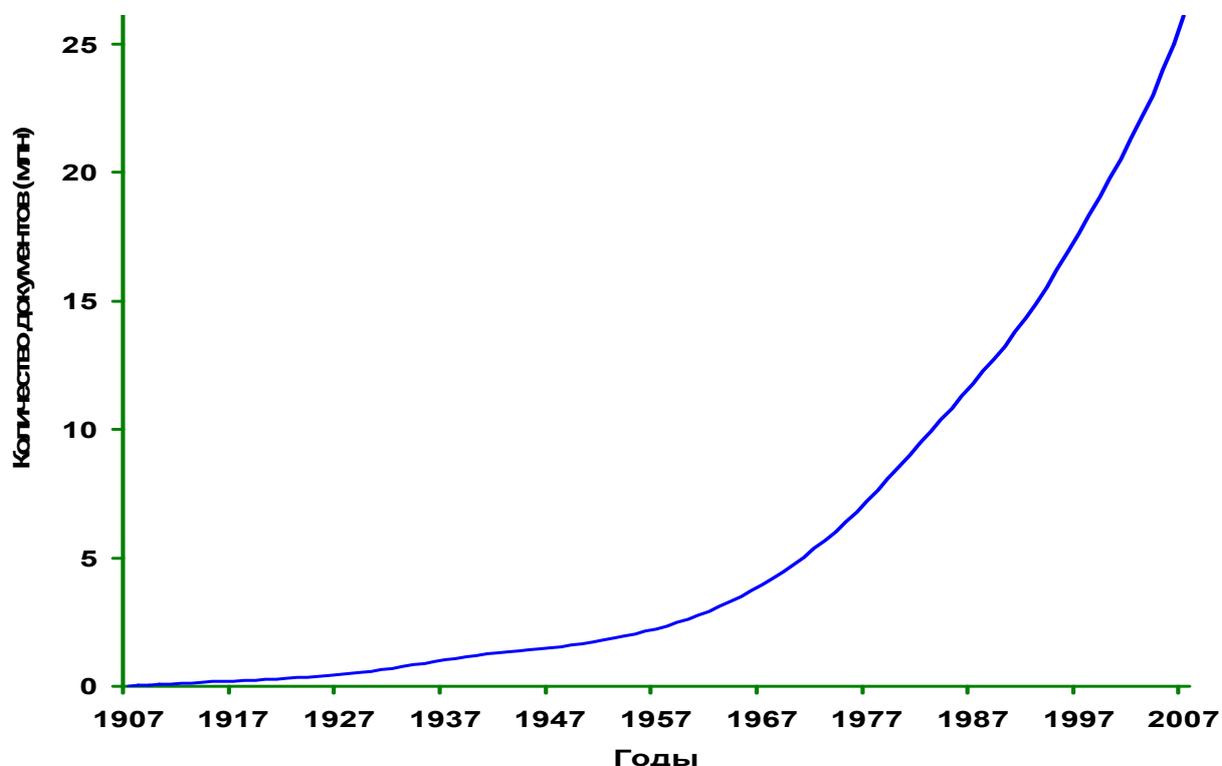


Рис. 1. Кумулятивное наполнение выпусков реферативного журнала Chemical Abstracts в 1907–2007 гг. по материалам [1].

**Цифровые архивы научных журналов.** С начала 2000-х гг. в Интернете стали появляться архивы научных журналов. Чем-то они сначала напоминали появившиеся в середине 1990-х гг. электронные СМИ. Сначала цифровые СМИ повторяли печатные выпуски, но затем стали помещать информацию, не попавшую в печатное издание, а также распространяться на архивную часть, т. е. стал расти массив оцифрованных номеров из ретроспективной части печатных изданий. Тут-то и выяснилось, что полных печатных архивов, зачастую, нет. Аналогично произошло с научными изданиями. См., например, «Вестник Московского университета по физике и астрономии» (рис. 2). Мы приводим только часть утерянных номеров этого издания. Одновременно видим, что оцифровка кончается 1959 годом, в то время как журнал издается с 1946 года.

Полная утрата ранних и не только печатных выпусков произвела на энтузиастов оцифровки шоковое впечатление. Даже сегодня из научных журналов с историей более 50 лет нам известны лишь несколько оцифрованных полнотекстовых архивов журналов, среди которых «Успехи физических наук» и «Акустический журнал».

Рис. 2. Фрагмент электронного архива журнала «Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия» (красными прямоугольниками отмечены места отсутствующих номеров). (Дата обращения 18.03.2018).

1972	1	2	3	4	5	6
1971	1	2	3	4	■	■
1970	1	2	3	4	5	6
1969	1	2	3	4	5	6
1968	1	2	3	4	■	■
1967	1	2	3	4	5	6
1965	1	2	3	4	5	6
1964	1	2	3	4	5	6
1963	■	■	■	4	■	■
1962	1	2	3	4	5	6
1959	1	■	■	■	■	■

Какое же новое качество приобретает русскоязычное информационное поле при выкладке полнотекстовых архивов научных журналов:

- сохранение научного наследия. Научное сообщество должно спасти русскоязычную научную литературу, в том числе для снабжения научными знаниями следующих поколений;
- удобство поиска ссылок. Отмечено, что наличие полноценных архивов резко повышает цитирование соответствующих источников [7];
- борьба с плагиатом. В последние десятилетия резко увеличилось количество прямого заимствования.

**Русскоязычная научная литература.** Рассмотрим вклад русскоязычного сегмента в мировой поток научной литературы на примере их доли в известных информационных системах [8]. В период 1976–2015 гг. в Scopus доля русскоязычной литературы оценивается примерно в 0,7 млн документов, в Web of Science — 0,6 млн, в CAS — 1,3 млн, а в Научной электронной библиотеке (РИНЦ) — 4,2 млн.

На рис. 3 представлено количество русскоязычных публикаций в этих трех иностранных и одной русскоязычной поисковых системах в динамике по 5-летним периодам. Наглядно прослеживается отрицательный тренд в отражении русскоязычной литературы в иностранных информационных системах, в то время как объективно число русскоязычных публикаций продолжает расти. То есть налицо почти полное пренебрежение к русскоязычным работам российского периода по сравнению с «советским периодом». Это картина по всем русскоязычным публикациям, включая медицину и гуманитарные науки. На физику и астрономию, например, в WoS из 600 тыс. публикаций приходится около 90 тысяч. Основные направления: акустика, физика твердого тела и оптика и спектроскопия. В то же время в Scopus – только 45 тыс. И в основном это статьи до 2000 г., в новом тысячелетии все три информационные системы перестали реферировать рус-

скоязычные издания и в лучшем случае сосредоточились на их переводных версиях. Особенно это заметно с 2000-х гг. для WoS.

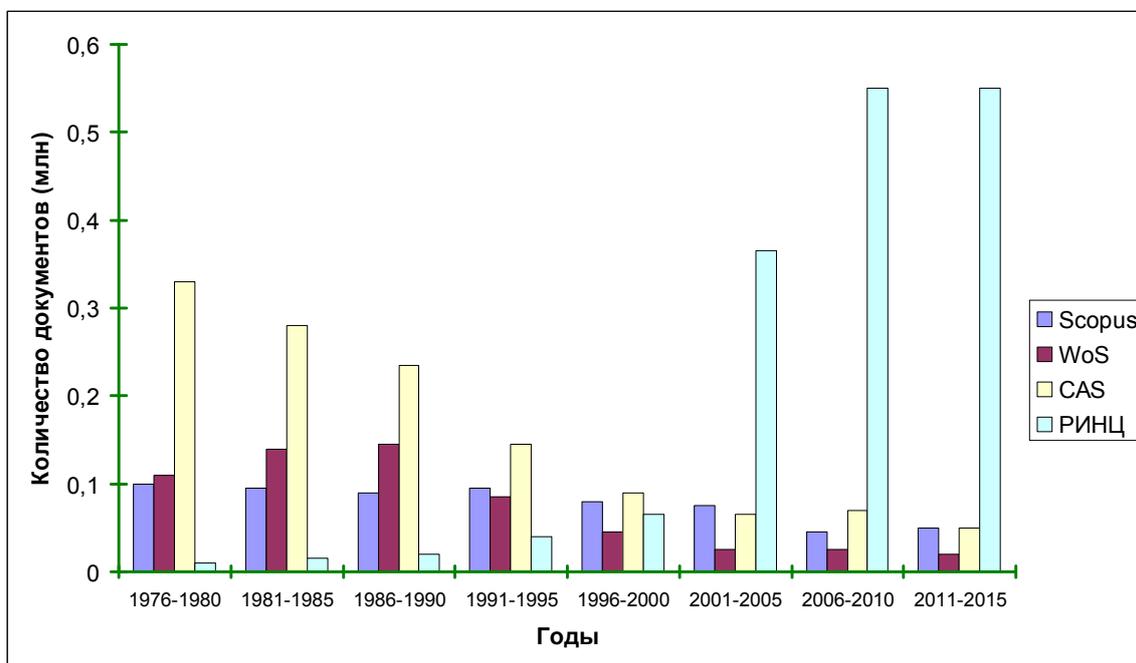


Рис. 3. Количество русскоязычных публикаций в различных информационных системах в период 1976–2015 гг.

Возможности Научной электронной библиотеки ограничиваются 2000-ми годами, а достаточная полнота наступает с 2010-х гг. Так, например, за период с 1976 по 2010 гг. (35 лет) в РИНЦ отражены 82 тыс. документов из 88 научных журналов по физике, а с 2011 по 2015 гг. (5 лет) — 57 тыс. из того же количества журналов. Как правило, объемы журналов сохраняются и, следовательно, огромное количество статей просто потеряно. Что и неудивительно. Задача научного сообщества — восстановить их.

На сегодня подавляющее количество публикаций идет из низкорейтинговых журналов. Приведем список наиболее «плодовитых» из них (см. табл.).

Таблица. Русскоязычные журналы с наибольшим количеством публикаций в 2017 г (по данным Научной электронной библиотеки).

Название журнала	Количество публикаций
NovaInfo.Ru	2681
Актуальные научные исследования в современном мире	2417
Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук	1400
Вестник научных конференций	2793
Инновационная наука	1289
Международный научно-исследовательский журнал	1474
Молодой ученый	7704

Название журнала	Количество публикаций
Научно-методический электронный журнал Концепт	3545
Новая наука: Опыт, традиции, инновации	842
Новая наука: От идеи к результату	584
Новая наука: Проблемы и перспективы	514
Новая наука: Стратегии и векторы развития	537
Новая наука: Теоретический и практический взгляд	461
Символ науки	1098
Современные тенденции развития науки и технологий	1386
Современный научный вестник	653
Успехи современной науки	2132
Успехи современной науки и образования	1818

Так что наша задача упрощается — далеко не все журналы потребуются оцифровать и архивировать. Многие из недавно возникших «научных» журналов появились лишь для одной цели — удовлетворять потребности чиновников в росте числа публикаций научных учреждений, т. е. для отчета. Возник спрос — возникло предложение. Удивительно то, что такие журналы всерьез воспринимает ВАК и дает им свою аккредитацию.

**Рассеяние научных публикаций. Закон Бредфорда.** Бредфорд сформулировал свой закон ещё в 1934 г., изучая распределение статей по геофизике в 326 журналах. Он формулируется так: журналы по определенной области науки могут быть распределены на 3 зоны, каждая из которых содержит около трети статей от их общего числа во всех журналах. Первая зона — это ядро, т. е. основные журналы по рассматриваемой области, вторая зона — это «профильные» журналы, содержащие довольно много статей по рассматриваемой области, а третья зона — это журналы, в которых могут встречаться статьи по рассматриваемой области. Число журналов в зонах относится как  $1 : x : x^2$ . Таким образом, журналы из таблицы выше попадут в 3-ю зону, по крайней мере, в области физико-математических наук, несмотря на кажущуюся «серьезность» названия.

Бредфорд пользовался набором из 326 журналов. Проведенные нами исследования по акустике примерно по такому же количеству журналов — 350, дали результат —  $1 : x : x^3$  [9] (рис. 4). Это же подтверждается и анализом наполнения БД ВИНТИ «Физика» [10].

**Заключение.** Таким образом, можно сказать, что зарубежные информационные ресурсы предпочитают использовать переводные русскоязычные издания, считая, что только в них публикуется значимая информация о научных исследованиях в русскоязычном мире. Что неверно. Также можно сказать, что для нас русскоязычная часть — это не только возможность публикации для русскоговорящих ученых, но и эффективнейший способ передачи научных исследований следующим поколениям наших соотечественников как в нашем русскоязычном мире, так и находящихся

за рубежом. Для нас и для них русский язык является родным. Такую коммуникационную среду как русскоязычная научная периодика необходимо сохранять и, в то же время, безусловно, она

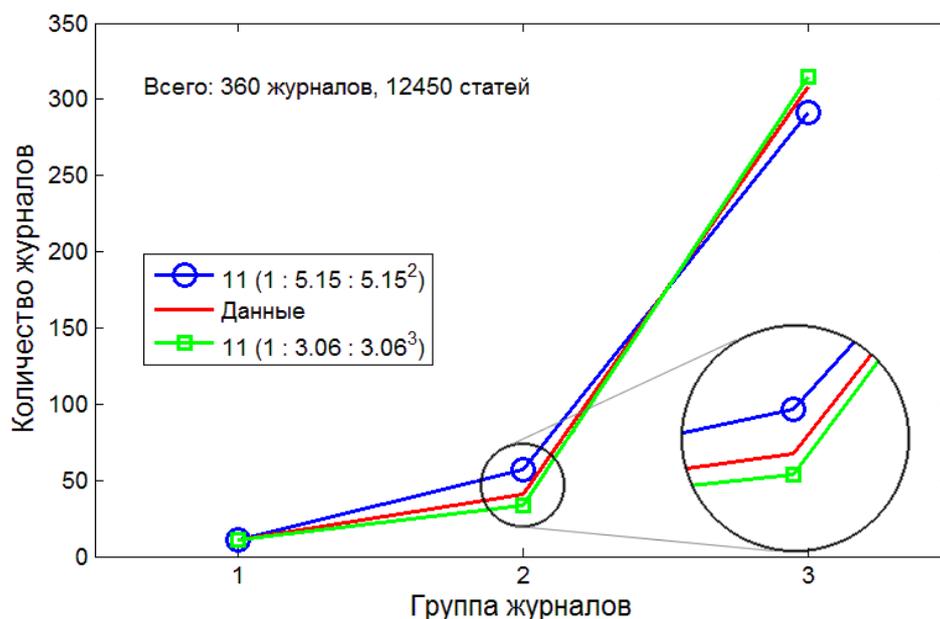


Рис. 4. Проверка закона Бредфорда на примере акустической тематики.

должна быть международного уровня по своему наполнению.

Еще раз отметим необходимость перевода архивов научных журналов в цифровую форму и создание информационных систем для поиска и анализа информации.

### Литература

1. Ефременкова В.М., Круковская Н.В. 100-летний юбилей Chemical Abstracts Service: факты и цифры Научно-техническая информация. Серия 1. Орг. и методика информ. работы. 2007. № 12. С. 24–29.
2. Презентация на тему: «Информационные ресурсы издательства Chemical Abstracts Service – от печатного Chemical Abstracts до STNInternational» <http://www.myshared.ru/slide/122229/> (Дата обращения 05.03.2018)
3. Плющ М.А. Из истории создания и развития РЖ Chemical Abstracts // Научно-техническая информация. Серия 1. Орг. и методика информ. работы. 2007. № 12. С. 29–33.
4. Штурман Я.П., Дуганова И.С. Магнитоленточная служба. ВИНТИ // Научно-техническая информация. Серия 1. Орг. и методика информ. работы. 1980. № 3. С. 1–5.
5. Черный А.И. Всероссийский институт научной и технической информации: 50 лет служения науке. М.: ВИНТИ. 2005. 394 с. <http://www.viniti.ru/docs/about/VINITI.50.Year.2005.pdf> (Дата обращения – 08.03.2018)

6. Шамаев В.Г., Жаров А.В., Горшков А.Б. Разработка технологии создания ретроспективных реферативных баз данных ВИНТИ РАН по физико-математическим наукам // Научно-техническая информация. Серия 1. Орг. и методика информ. работы. 2007. № 1. С. 10–16.
7. Руденко О.В. Нелинейный экран как элемент систем для звукопоглощения и преобразования частоты // Акустический журнал. 2016. т. 62. № 1. С. 38–43.
8. Зибарева И.В. Российская научная периодика в глобальных информационно-аналитических ресурсах: вчера и сегодня // Научное издание международного уровня – 2017: мировая практика подготовки и продвижения публикаций: материалы 6-й международ. науч.-практ. конф. Москва, 18–21 апреля 2017 г., с. 43–53. DOI 10.24069/2017.978-5-7996-2227-5.07
9. Шамаев В.Г., Горшков А.Б. «Открытая система информационного обеспечения акустики // Акустический журнал. 2017. т. 63. № 4. С. 449–458.
10. Шамаев В.Г. Инфометрическое исследование документального потока по физико-математическим и некоторым другим наукам, отраженным в РЖ ВИНТИ РАН // Научно-техническая информация. Серия 2. Информационные процессы и системы. 2011. № 1. С. 24–30.

## СТИМУЛИРОВАННОЕ ЗАЖИГАНИЕ И ГАШЕНИЕ КАТОДНОГО ПЯТНА В МАЛОМОЩНОМ РАЗРЯДЕ С ПЛАЗМЕННОЙ ИНЖЕКЦИЕЙ

Физик *К.И. Дешко*, доц. *В.А. Черников*

Разряд с плазменной инжекцией (РПИ) — несамостоятельный электродный разряд, в котором плазма создаётся сторонним источником (плазмотроном) и затем инжектируется в разрядный промежуток. Интерес к изучению РПИ обусловлен возможностями и перспективами их практического применения — в частности, созданием новых типов газоразрядных коммутационных приборов, источников электронных и ионных пучков и т.п. [1,2].

Интерес к РПИ в области малых напряжений ( $1 \dots 10^3$  В) и токов ( $0.1 \dots 100$  А), т.е. к относительно маломощным, связан в первую очередь с тем, что многие элементарные процессы в разряде имеют именно такой масштаб по напряжению и току. Вместе с тем, к настоящему времени маломощный РПИ оказался изучен явно недостаточно.

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию процесса коммутации тока в маломощном РПИ. При этом под коммутацией подразумевается нарастание и спад тока при заполнении разрядного промежутка плотной плазмой и при освобождении от неё соответственно.

В качестве инжектора использовался маломощный магнитоплазменный компрессор (МПК) с низковольтной системой питания, конструкция которого подробно описывалась в [3]. Напротив МПК устанавливался разрядный промежуток, игравший по отношению к плазменной струе роль полой преграды.

Известно, что при торможении высокоскоростной плазменной струи у преграды возникает т.н. ударно-сжатый слой с существенно (вплоть до нескольких порядков) повышенной плотностью электронов. Особенность торможения струи на полой преграде состоит [4] в ограниченном времени существования ударно-сжатого слоя, после чего плотность плазмы существенно снижается. В результате в проводимых экспериментах внутренний объём полой преграды, т.е. объём разрядного промежутка, на несколько десятков микросекунд заполняется плотной ( $n_e \approx 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ) плазмой, причём нарастание и спад плотности происходит резко, за время порядка микросекунды.

От внешней цепи к разрядному промежутку прикладывалось напряжение  $U_0 = 0 \dots 300 \text{ В}$ , которое будем называть начальным. Внешняя цепь состояла из предварительно заряжаемого конденсатора и нагрузочного резистора, ограничивавшего ток.

Заполнение разрядного промежутка инжектируемой плазмой приводит к протеканию тока. При этом по мере увеличения начального напряжения  $U_0$  наблюдается качественное изменение в виде резкого возрастания амплитуды разрядного тока (рис. 1) и снижения падения напряжения на разряде до  $\approx 10 \text{ В}$ . Резкое возрастание тока происходит синхронно (с точностью, по крайней мере, до микросекунды) с заполнением разрядного промежутка плазмой с высокой концентрацией электронов ( $n_e \approx 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ), а резкий спад — синхронно с падением плотности до  $10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

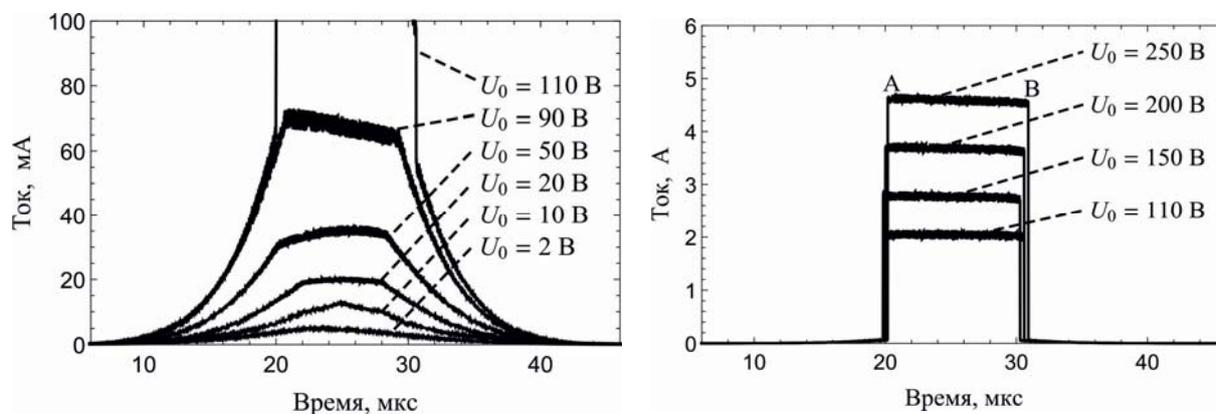


Рис. 1. Осциллограммы разрядного тока при малых (слева) и больших (справа) начальных напряжениях  $U_0$ . Сопротивление нагрузочного резистора 50 Ом; отсчёт времени начинается с момента срабатывания МПК.

Относительно высокая амплитуда разрядного тока при малом падении напряжения на разряде — порядка типичного катодного падения в дуговом разряде — позволили предположить, что резкое нарастание тока связано с зажиганием на катоде катодного пятна.

Варьирование сопротивления нагрузки позволило установить, что зажигание пятна происходит лишь когда внешняя цепь оказывается способна обеспечить ток выше некоторого порогового.

Известно [5], что в самостоятельном дуговом разряде катодное пятно также может существовать при токе выше порогового, величина которого определяется материалом катода. Для определения влияния материала катода в разряде с плазменной инжекцией были испытаны сменные катоды из металлов с существенно различающимися пороговыми токами (Sn, Al, Cu, Ti, Co, Ni). Для всех испытанных металлов величина порогового тока оказалась близка к литературным значениям [5].

Время зажигания пятна определялось как время нарастания тока. Было установлено, что время нарастания тока лежит в диапазоне (1...50) нс и имеет статистический разброс от раза к разу в этом диапазоне. Столь малое время нарастания свидетельствует о весьма высоких скоростях роста тока ( $>10^{10}$  А/с) и температуры катода в области пятна ( $>10^{12}$  К/с), т.е. о локальном взрывном разогреве катода. Такой процесс, как известно [1], может реализовываться при достаточно высоких напряжённостях электрического поля  $E \geq E_{crit} \approx 6 \cdot 10^8$  В/м вблизи поверхности катода.

Было получено условие достижения такой напряжённости (без учёта напряжения, приложенного к разряду от внешней цепи) в виде критерия для температуры и концентрации электронов в инжектируемой плазме:

$$T_e n_e \geq \frac{|e|}{4\epsilon_0} \left( \frac{E_{crit}}{\beta \ln(M/2\pi m)} \right)^2, \text{ где } e, m \text{ и } T_e \text{ [эВ]} — \text{ заряд, масса и температура}$$

электронов,  $M$  — масса иона,  $\beta \approx 10^2 \dots 10^3$  — коэффициент локального усиления поля на концентраторах напряжённости (микровыступах, загрязнениях и т.п.).

Выполненные оценки показали, что в настоящих экспериментах указанный критерий гарантированно выполняется. Зажигание пятна, таким образом, происходит в результате заполнения разрядного промежутка плазмой с высокой плотностью электронов, и потому такое зажигание можно считать плазменно-стимулированным.

Быстрое освобождение разрядного промежутка от плазмы стимулирует гашение катодного пятна. При этом гашение происходит также синхронно с падением плотности плазмы до  $n_e \approx 10^{13}$  см<sup>-3</sup> и занимает не более 100 пс. Не было зафиксировано зависимости времени гашения от амплитуды разрядного тока. Известно [5], что катодное пятно, вообще говоря, состоит из нескольких однотипных элементарных ячеек, число которых определяется

полным током через пятно. Независимость времени гашения от амплитуды предшествовавшего тока позволяет предположить, что приводящие к гашению пятна процессы развиваются одновременно во всех его ячейках.

### Литература

1. Месяц Г.А. Импульсная энергетика и электроника. - М.: Наука, 2004.
2. Зыкова Н.М., Недоспасов А.В., Петров В.Г. // ТВТ. 1983. Т. 21. № 4. С. 778.
3. Дешко К.И., Черников В.А. // ВМУ серия 3, 2018 №1.
4. Дешко К.И. / Сборник тезисов научной конференции «Ломоносовские чтения». Секция физики. –М.: МГУ им. М.В. Ломоносова. 2017. С. 26.
5. Кесаев И.Г. Катодные процессы электрической дуги. - М.: Наука; 1968.

## УЧЕТ ОТРАЖЕНИЯ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ЗДАНИЙ В ЛАБИРИНТНЫХ СТРУКТУРАХ

Зав. каф. фотоники и физики микроволн *Королёв А.Ф.*,  
асп. *Сорокин Б.С.*

Внедрение новых технологий в различные области деятельности человека приводит к росту требований, накладываемых на системы связи. Так, в частности, внедрение грузоперевозок посредством дронов в городских условиях ставит вопрос о передаче управляющих сигналов от удалённого оператора к дрону и информации о положении дрона и его окружении удалённому оператору. В настоящее время для решения этой задачи рассматривается возможность использования систем подвижной связи, включая существующие и разрабатываемые системы сотовой связи. Для обеспечения безаварийной работы подобных систем доставки в городских условиях требуется обеспечить устойчивую связь между дроном и удалённым оператором в любой точке полётного маршрута. В связи с этим возрастает актуальность эффективных методов оценки условий распространения электромагнитных волн в лабиринтных структурах.

В данной работе представлены результаты применения метода расчета распространения радиоволн в лабиринтных структурах, предложенного в [1], для расчета зависимости поля, рассеянного поверхностью здания, от высоты места расчета поля и расстояния от стены здания. При этом предполагается, что поле возбуждения создается вертикальным электрическим током, расположенным в точке с координатами  $(0,0,H_0)$ . В рассматриваемом примере высота подвеса антенны  $H_0$  составляет 10 метров. Здание расположено перпендикулярно оси  $Y$  и отстоит на расстояние  $Y_{\text{build}}$  от начала координат. В рассматриваемом примере это расстояние равно 60 метрам, высота здания составляет 30 метров. Здание расположено симметрично относительно оси  $Y$ , его длина равна 20 метрам. Поле, рассеянное поверхно-

стью здания, определяется в точке с координатами  $(X^b, Y^b, Z^b)$ . Взаимное расположение излучающей антенны, стены здания и точки определения поля представлено на рисунке 1.

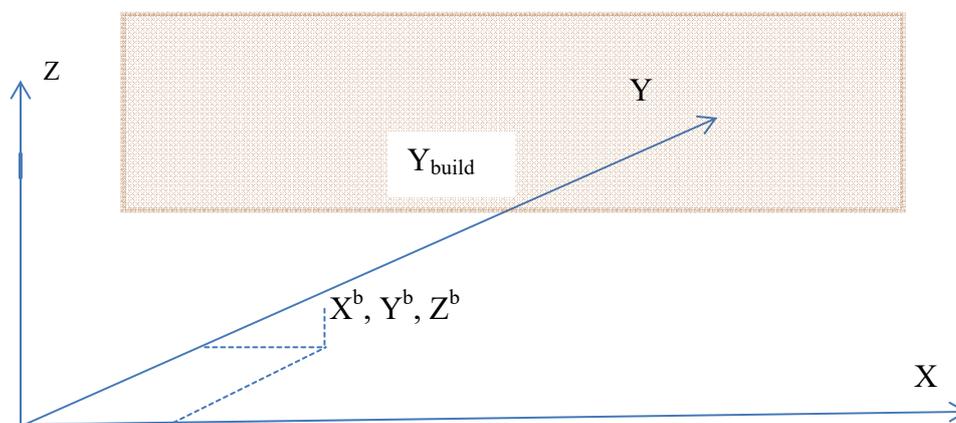


Рис. 1. Взаимное расположение передающей антенны, поверхности здания и точки определения поля.

При проведении расчетов полагалось, что здание может быть представлено в виде фрагмента плоскости, диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  которой равна 9. Ниже, на высоты точки определения поля, равной 7 м. Расчеты проведены для частоты 150 МГц.

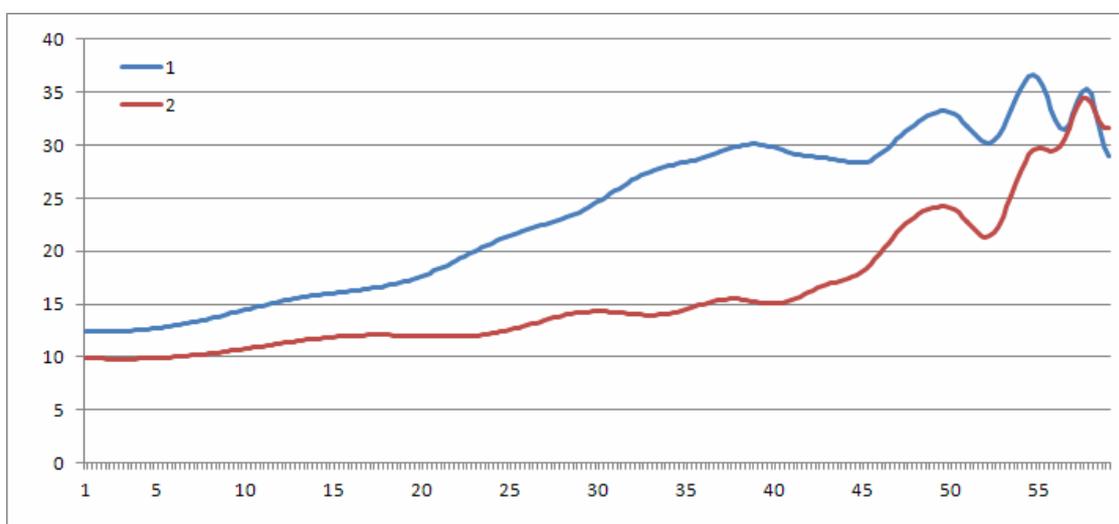


Рис. 2. Зависимость напряженности поля, рассеянного поверхностью здания, от высоты и расстояния до начала координат.

Анализ полученных результатов показывает, что вблизи от поверхности здания рассеянное поле имеет осциллирующий характер. Амплитуда осцилляций определяется диэлектрической проницаемостью поверхности здания и уменьшается при стремлении  $\epsilon$  к единице. При дальнейшем увеличении расстояния до поверхности здания амплитуда осцилляций рассеянного поля вначале уменьшается, а затем зависимость амплитуды рассе-

янного поля от расстояния до стены здания приобретает экспоненциальный убывающий характер.

Ниже, на рисунке 3а представлена зависимость рассеянного поля от координат  $x$  и  $y$  на высоте 2 метра над земной поверхностью. На рисунке 3б представлена аналогичная зависимость рассеянного поля для высоты 7 метров над земной поверхностью.

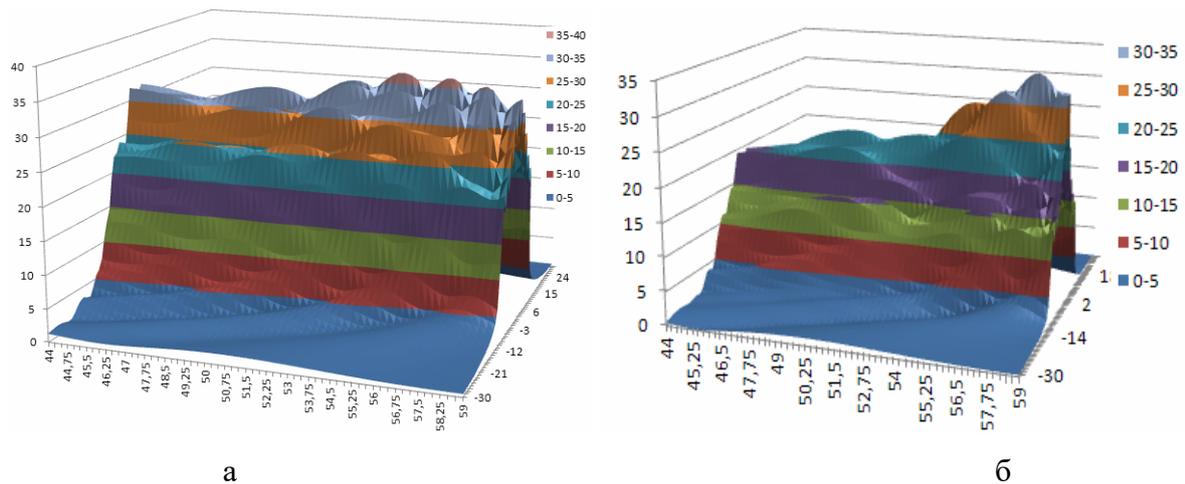


Рис. 3. Зависимость амплитуды рассеянного поля от координат  $x$  и  $y$  для различных высот над земной поверхностью.

Анализ полученных результатов показывает, что зависимость изменения амплитуды рассеянного поля от координат  $x$  и  $y$  определяется высотой точки определения поля. При приближении высоты определения поля к высоте передающей антенны рассеянное поле быстро уменьшается по мере удаления от поверхности здания. При уменьшении высоты точки определения поля зависимость амплитуды рассеянного поля от расстояния до поверхности здания носит более гладкий характер.

Кроме этого, проведенные расчеты показали, что рассеянное поле имеет значительную величину только в полосе значений координаты  $X$ , ширина которой равна ширине поверхности здания. За пределами этой полосы наблюдается быстрое уменьшение амплитуды рассеянного поля.

Таким образом, проведенные расчеты показали, что зависимость амплитуды поля, рассеянного поверхностью здания, от координат имеет сложный характер, определяемый шириной здания, его высотой, диэлектрической проницаемостью поверхности здания. Эти особенности распределения рассеянного поля необходимо иметь в виду при проектировании сетей подвижной связи, которые будут использоваться не только для передачи обычного потока данных, но и для управления дронами, работающими в системах грузоперевозок в городских условиях.

## Литература

1. Сорокин Б.С. Использование леммы Лоренца для расчёта многолучевого распространения радиоволн в лабиринтных системах – Тр. XV всеросс. шк.-семинара «Физика и применение микроволн», 2015. с. 32–34.

## СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗРЯДА НИЗКОВОЛЬТНОГО МАГНИТОПЛАЗМЕННОГО КОМПРЕССОРА

Асп. *Алексеев А.И.*, магистр *Грудиев Е.И.*,  
физик *Дешко К.И.*, доц. *Черников В.А.*

В настоящей работе приводятся результаты исследований спектров излучения низковольтного магнитоплазменного компрессора (МПК).

В работе [1] было показано, что при использовании в качестве источника плазмы высоковольтного (с рабочим напряжением больше 3 кВ) МПК удаётся реализовать воспламенение и горение воздушно-пропановой смеси в сверхзвуковом потоке. Однако при этом разряд МПК происходил в однократном режиме. Поэтому были проведены исследования возможности работы МПК в частотном режиме. В результате было определено, что при данной конструкции высоковольтного МПК предельная частота следования его импульсов равна 25 Гц. Дальнейшее повышение частоты работы МПК требует увеличение габаритных размеров источника питания. В связи с этим был создан МПК, работающий при напряжениях порядка 300 В. Целью настоящей работы было определение по отношениям интенсивностей отдельных спектральных линий температуры электронов в плазме, созданной таким низковольтным источником.

Эксперименты проводились на установке, схема которой приведена на рис. 1 а.

Излучение плазмы, созданной низковольтным МПК, фокусировалось линзой на торец световода, который был соединен непосредственно со спектрографом, при этом пространственная область отбора излучения всегда оставалась постоянной. Изменяя при помощи сиффона положение МПК относительно этой области можно было получать спектры из различных точек плазменного образования. Следует отметить, что в экспериментах регистрировались интегральные по времени разряда спектры излучения плазмы.

На рис. 1 б приведены типичные фрагменты спектров, полученных при давлениях в рабочей камере 300 торр и 50 торр, для области плазмы, расположенной на расстоянии 5 мм от торца МПК. Видно, что при уменьшении давления происходит качественное изменение структуры спектров, а именно, при большом давлении наибольшая интенсивность наблюдается

для линий меди в области  $\sim 500$  нм, а при малом давлении наибольшая интенсивность соответствует линиям в области  $\sim 700$  нм.

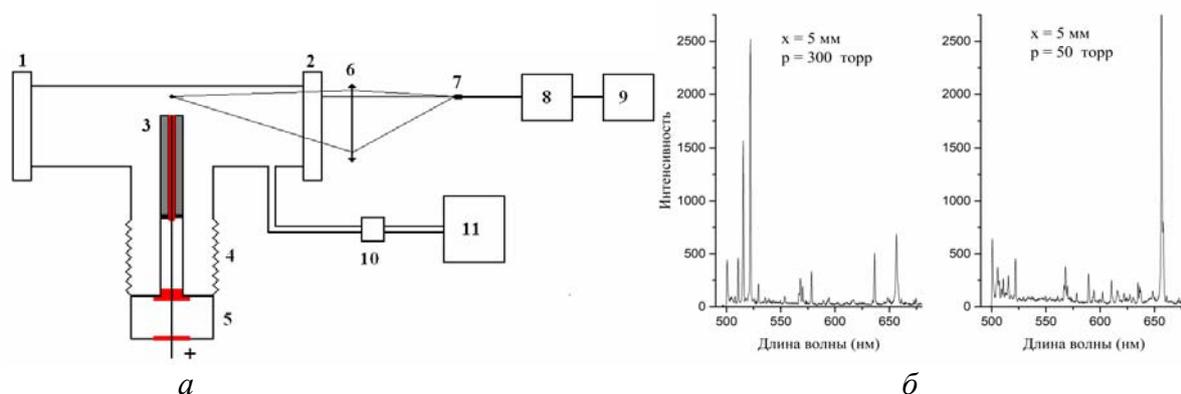


Рис. 1. *а* — Схема экспериментальной установки: 1 и 2 — окна рабочей камеры, 3 — точка отбора излучения разряда, 4 — сильфон, 5 — узел управления сильфоном, 6 — линза, 7 — световод, 8 — спектрограф, 9 — компьютер, 10 — цифровой вакуумметр, 11 — насос. *б* — Фрагменты спектров, полученных при давлениях: 300 торр и 50 торр.

Температуры электронов определялась по отношениям интенсивностей спектральных линий меди, при этом заселенность верхних энергетических уровней рассчитывалась либо по формуле Больцмана, либо по соответствующим формулам, полученным на основе корональной модели плазмы. В последнем случае необходимые зависимости от энергии электронов сечения возбуждения электронным ударом верхних уровней из основного состояния рассчитывались согласно аппроксимации, предложенной В.А. Фабрикантом [2].

На рис. 2 приведены зависимости температуры электронов: от расстояний до торца плазматрона, т. е. для различных областей плазменного образования, и от начального давления в рабочей камере. Значения температуры определялись по отношению интенсивностей спектральных линий 515,3 нм к 510,5 нм, при этом расчет производился как с использованием формулы Больцмана, так и по соответствующим формулам корональной модели.

Как следует из приведенных результатов температура электронов уменьшается как с увеличением расстояния от торца плазматрона, так и с ростом начального давления в рабочей камере. При этом значения температуры, полученные при использовании двух указанных ранее методов расчета, практически совпадают. В области торца плазматрона, где можно предполагать, что плазма практически изотермична, такое совпадение вполне объяснимо. С другой стороны при удалении от торца МПК плазма остывает и становится неизотермичной. В этом случае определяемая по формуле Больцмана температура является температурой возбуждения

верхних уровней для используемых линий, которая близка к температуре электронов, что соответствует экспериментальным результатам.

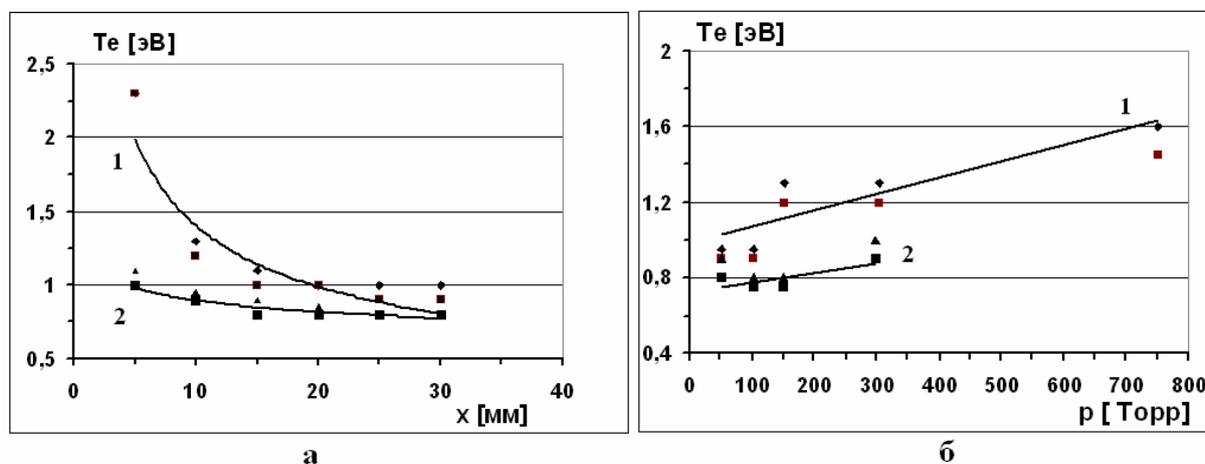


Рис. 2. Зависимости температуры электронов от: а — расстояния от торца МПК, 1 соответствует давлению в рабочей камере 50 торр, а 2 - 300 торр. б — от давления в рабочей камере, 1 соответствует расстоянию 10 мм а 2 — 25 мм. от торца МПК, ◆ — расчет по формуле Больцмана, ■ по корональной модели.

На основании полученных результатов можно построить зависимость температуры электронов от начального напряжения на плазмотроне. Пример такой зависимости приведен на рис. 3.

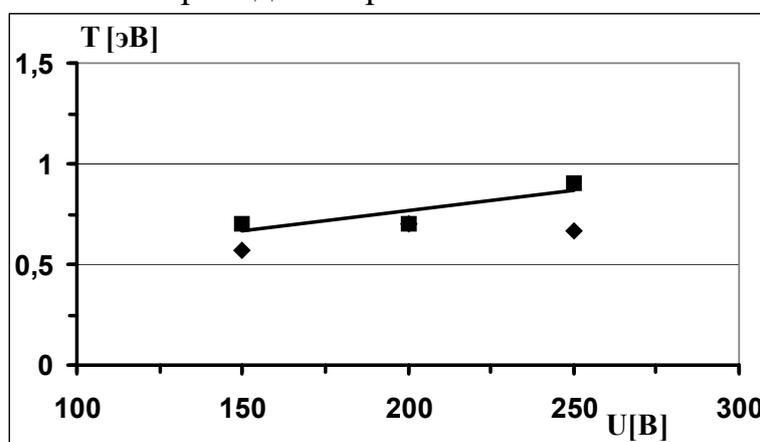


Рис. 3. Зависимость температуры электронов от начального напряжения на МПК. расчет температуры: по ◆ — формуле Больцмана, ■ — по корональной модели. Расстояние от торца плазмотрона 20 мм, при атмосферном давлении.

Как следует из рис. 3, температура электронов растет с увеличением начального напряжения. При учете всех полученных результатов можно сделать вывод о том, что в зависимости от давления, расстояния до торца плазмотрона, начального напряжения температура электронов изменяется от значений  $\sim 0,5$  эВ до 2,3 эВ. Данные величины сравнимы с аналогичными параметрами для классических высоковольтных МПК.

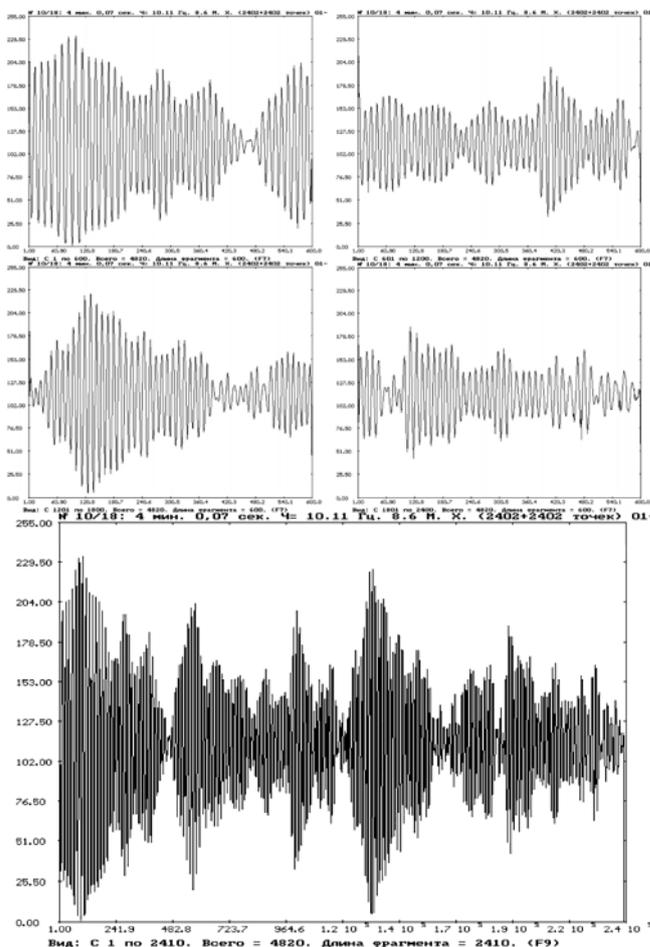
Таким образом, в результате проведенных экспериментов можно сделать вывод о том, что низковольтный МПК может быть использован в качестве источника плазмы для реализации воспламенения и горения топливной смеси в сверхзвуковом потоке.

### Литература

1. А. П. Ершов, С. А. Каменчиков, А. А. Логунов, В. А. Черников, Инициация горения сверхзвукового пропан - воздушного потока разрядом магнитоплазменного компрессора // ТВТ, том 47, № 6, 2009.
2. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. т. 2, М. Наука, 1971, с. 260.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РЕГИСТРАЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ РАДИОСИГНАЛА МЕТОДОМ КОГЕРЕНТНОГО ПРИЁМА ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ СТАТИСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОГО РАССЕИВАЮЩЕГО ЭКРАНА В КОРОТКОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ РАДИОВОЛН

Инженер Белов С.Ю.



В работе рассматривается задача дистанционной диагностики «шероховатой» земной поверхности и диэлектрических подповерхностных структур в КВ-диапазоне [1]. Выбор КВ-диапазона позволяет учитывать и подповерхностный слой (толщины порядка длины волны падающего излучения), поскольку параметр рассеяния формируется также и неоднородностями диэлектрической проницаемости подповерхностных структур [3]. Интерпретация получаемых данных

Рис. 1. Квадратурная компонента однократно отражённого сигнала: 1-я, 2-я, 3-я, 4-я минуты и полный сеанс (слева направо сверху вниз).

производится на основе статистической мультипликативной модели сигнала [4, 10].

При этом в качестве параметра, характеризующего рассеивающую способность радиоволн земной поверхности, используется соотношение сигнал/шум  $\beta$  [5]. Идея метода определения этого параметра заключается в том, что, располагая синхронной информацией о волне, отражённой от ионосферы и о волне, отражённой от земли и ионосферы (или прошедшей ионосферу дважды при зондировании со спутника), возможно извлекать информацию о параметре рассеяния [6]. Тестирование произведено на примере двукратного отражения от ионосферы при вертикальном зондировании [7–9, 12, 15–25].

Для получения необходимых экспериментальных данных используется импульсный метод когерентного приёма [13]. Этот метод позволяет регистрировать низкочастотные квадратурные составляющие ионосферного сигнала  $E_s(t)$ ,  $E_s(t)$ . Модернизация обеспечила регистрацию на ЭВМ упомянутых параметров сигнала одновременно для сигналов различной кратности [20, 22]. Это достигнуто применением специальной многоканальной системы стробирования и регистрации [14]. На рис. 1, 2 представлены образцы регистрации квадратурных компонент сигнала с помощью наземного измерительного комплекса установки когерентного зондирования в коротковолновом диапазоне радиоволн на тестовом полигоне МГУ для первого и второго отражений соответственно. Установка позволяет осуществлять одновременную регистрацию параметров кратных ионосферных отражений, причём даже с использованием ЭВМ с не очень высоким быстродействием за счёт применения оригинальных алгоритмов оптимизации: патент — [2].

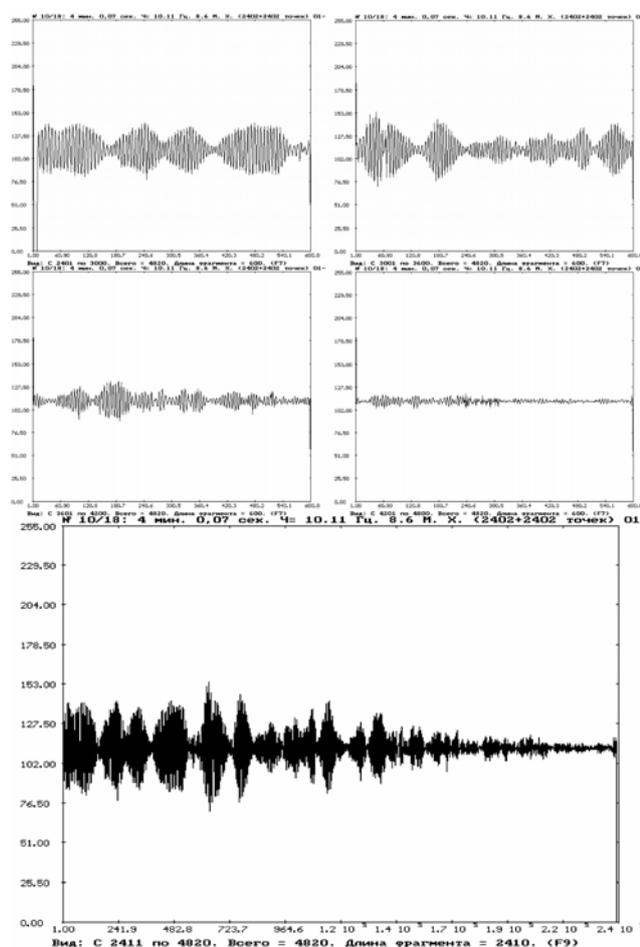


Рис. 2. Квадратурная компонент двукратно отражённого сигнала: 1-я, 2-я, 3-я, 4-я минуты и полный сеанс (слева направо сверху вниз).

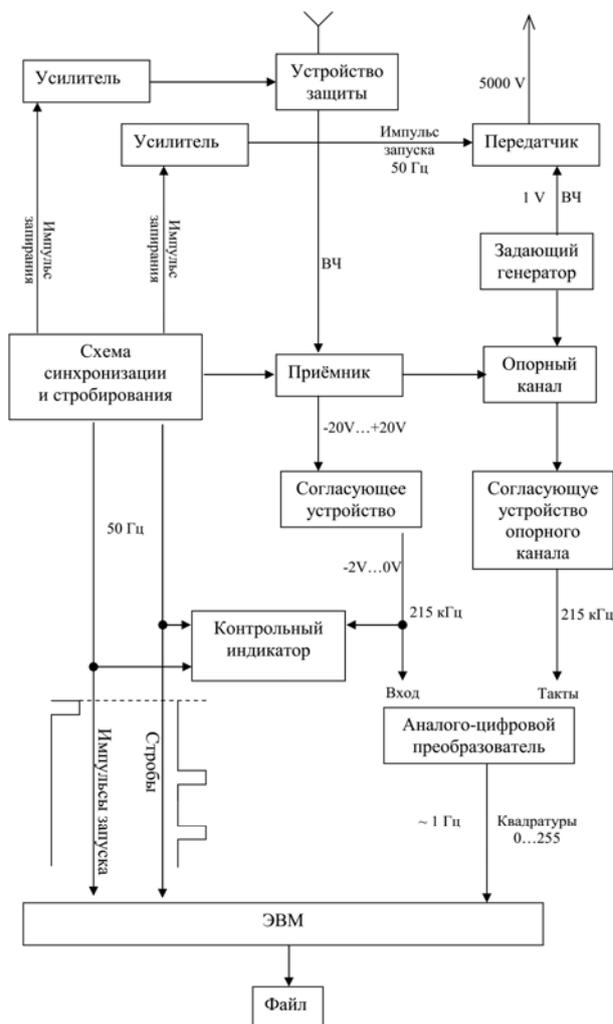


Рис. 3. Функциональная схема экспериментальной установки Наземного Измерительного Комплекса.

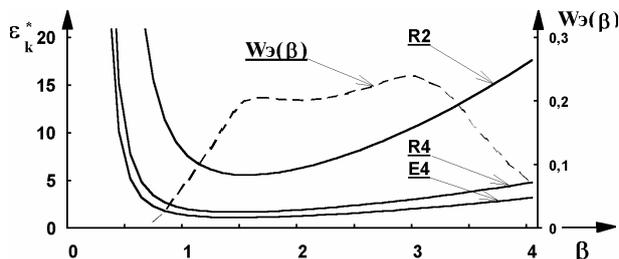


Рис.4. Графики зависимостей  $\epsilon_K^*$ ,  $K = R2, R4, E4$  аналитических погрешностей оценки параметра  $\beta$  (сплошные линии) и экспериментальное распределение  $W_{\beta}(\beta)$  (пунктир).

**Заключение.** В работе представлена разработанная и сконструированная автором экспериментальная аппаратура наземного измерительного комплекса установки когерентного зондирования рассеивающей способности земной поверхности в коротковолновом диапазоне радиоволн для оценки параметра сигнал/шум (рис. 3). Предложен новый некогерентный метод R4 оценки параметра сигнал/шум  $\beta$ . Выполнен сравнительный анализ и показано, что по аналитической (относительной) точности определения этого параметра новый метод R4 на порядок превосходит широко используемый стандартный R2 [11] (рис. 4).

## Литература

1. Белов С.Ю. Известия ВУЗ. Физика, т. 59, № 12-3, ISSN 0021-3411, 2016. С. 121-124. (BAK).
2. Белов С.Ю. Программа регистрации квадратурных компонент n-кратного отражённого от земной поверхности радиосигнала. Свидетельство о регистрации права на программное обеспечение № RU.2016612172 от 19.02.2016 г.
3. Belov S.Yu., Belova I.N. SPIE. United States. Vol. 10466, DOI: 10.1117/12.2288609. P. 104666V-1-9.
4. Belov S.Yu. Czech Polar Reports. ISSN 18050689, 18050697. DOI: 10.5817/CPR2017-2-21. Vol. 7. No. 2. 2017. P. 216-231. (Scopus).
5. Белов С.Ю. Учён. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 44, 2017.

- С. 1740701-1–1740701-9. (БАК).
6. Белов С.Ю. Вестник Краунц. Физ.-мат. науки. № 4(20). 2017. ISSN 2079-6641. DOI: 10.18454/2079-6641-2017-20-4-9-27. С. 9–27. (БАК).
  7. Belov S.Yu., Belova I.N. Proceedings of UNESCO-IUGS–IGCP 610 and INQUA IFG POCAS Joint Plenary Conference. Palermo, Italy. ISBN 978-88-940049-1-5. 2017. P. 39–44.
  8. Belov S.Yu., Belova I.N. IGCP 610 project “From the Caspian to Mediterranean: Environmental Change and Human Response during the Quaternary” (2013–2017), GNAS Tbilisi, Georgia, ISSN 978-9941-0-9178-0. 2016. P. 26–29.
  9. Belov S.Yu. Data Intensive System Analysis for Geohazard Studies, Geoinformatics research papers, eISSN: 2308-5983, DOI: 10.2205/2016BS08Sochi. Vol. 4, No. 2, BS4002, 2016. P. 50.
  10. Belov S.Yu., Belova I.N., Falomeev S.D. Managing Risks to Coastal Regions and Communities in a Changing World. ISBN 978-5-369-01628-2, St. Petersburg, DOI: 10.21610/conferencearticle\_58b4316d2a67c, 2016.
  11. Белов С.Ю., Белова И.Н. Математика, физика, информатика и их приложения в науке и образовании. М.: МГУ (МИРЭА), ISBN 978-5-7339-1374-2, 2016. С. 155–157.
  12. Belov S.Yu., Belova I.N. Atmosphere, Ionosphere, Safety. Kaliningrad, ISBN 978-5-9971-0412-2, 2016. P. 435–440.
  13. Белов С.Ю., Белова И.Н. Распространение радиоволн. Томск, ISBN 978-5-86889-736-8, 2016, т.3. С. 94–97.
  14. Белов С.Ю. Экология. Экономика. Информатика. Ростов-на-Дону: ЮФУ, ISBN 978-5-9275-2055-8, 2016. С. 27–41.
  15. Белов С.Ю. Региональные проблемы дистанционного зондирования Земли. ISBN 978-5-7638-3728-5, Красноярск, Сиб. федер. ун-т, 2017. С. 82–85.
  16. Белов С.Ю. Фундаментальные проблемы экологии России. Иркутск: Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН. ISBN 978-5-94797-291-7. 2017. С. 25.
  17. Белов С.Ю. Актуальные проблемы геологии, геофизики и геоэкологии. СПб.: Изд-во ВВМ, ISBN 978-5-9651-1089-6. 2017. С. 17–21.
  18. Белов С.Ю. БелкамНефть. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2017. ISBN 978-5-4344-0436-5. С. 65–70.
  19. Белов С.Ю. Озера Евразии. Петрозаводск: Карельский научный центр РАН. ISBN 978-5-9274-0784-2. 2017. С. 29–34.
  20. Белов С.Ю., Белова И.Н. Экология и космос. Санкт-Петербург: ВКА им. Можайского, 2017. С. 52–57.
  21. Белов С.Ю. Комплексные исследования Мирового океана. Москва: ИО РАН. ISBN 978-5-9901449-2-7. С. 41–44.
  22. Белов С.Ю. Прикладные аспекты геологии, геофизики и геоэкологии. Майкоп: «ИП Кучеренко В.О.», ISBN 978-5-906696-84-7, 978-5-906696-85-4—Ч. 1. 2017. С. 118–127.
  23. Belov S.Yu. Global Challenges and Data Drive Science. Saint-Petersburg, 2017. P. 187.
  24. Belov S.Yu. Earth & Planets: making the most of our observations. London. 2017. P. 46.
  25. Belov S.Yu. The Arctic Science Summit Week 2017. Prague. ISBN 978-80-906655-2-1. 2017. P. 161.

**Подсекция:**  
**ФИЗИКА**  
**КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ**

Сопредседатели  
чл.-корр. Д. Р. Хохлов,  
профессор В. А. Кульбачинский, профессор О. В. Снигирев

## КЛАССИФИКАЦИЯ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ С ТРЕХКОМПОНЕНТНЫМ ПАРАМЕТРОМ ПОРЯДКА МЕТОДАМИ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

Доц. Павлов С.В.

Можно ли построить структурно устойчивую феноменологическую модель фазовых переходов (ФП), адекватно описывающую экспериментальные данные, простым разложением в ряд по степеням параметров порядка (ПП)? Да, но только для одного однокомпонентного ПП. В случае многокомпонентного ПП или нескольких взаимодействующих ПП такой метод может привести к появлению

на фазовой диаграмме модели структурно неустойчивых областей. Обычно эту неприятность устраняют, учитывая в разложении термодинамического потенциала членов более высоких степеней, тем самым увеличивая число феноменологических коэффициентов и повышая степень нелинейности модели. Это затрудняет исследование модели и сопоставление с экспериментальными результатами. Однако существует метод позволяющий избежать этих трудностей. Использование теории катастроф, в которой учитывается симметрия параметров порядка, приводит к построению структурно устойчивых и компактных моделей, адекватно описывающих аномалии физических свойств веществ вблизи ФП. При этом исходными данными служат только знание симметрии ПП и число термодинамических управляющих параметров, варьируемых в эксперименте (температура, давление, химпотенциалы примесей и т.д.). Более того, этот подход позволяет провести классификацию феноменологических моделей для данной симметрии ПП по числу управляющих параметров. Такая классификация уже проведена для двух взаимодействующих однокомпонентных ПП [1] и для двухкомпонентных ПП [2,3]. В данной работе представлены результаты классификации феноменологических моделей с трехкомпонентным ПП, с симметрией ПП, соответствующей группам  $L = T_d (\bar{4}3m)$  и  $L = O_h (m\bar{3}m)$ . Модели с такой симметрией ПП описывают последовательности ФП в суперионных проводниках, фазах Лавеса, борацитах [4], в керамиках PZT и в монокристаллах PMN-PT и PZN-PT [5]. Неравновесные термодинамические потенциалы с симметрией ПП  $L = T_d$  являются функциями следующих инвариантных комбинаций компонент ПП (базисных инвариантов):  $J_1 = \sum_{i=1}^3 \eta_i^2, J_2 = \prod_{i=1}^3 \eta_i, J_3 = \sum_{i,j=1}^3 \eta_i^2 \eta_j^2$ . Для потенциала с симметрией ПП

$L = O_h$  базисные инварианты имеют вид:  $J_1 = \sum_{i=1}^3 \eta_i^2, J_2 = \sum_{i,j=1}^3 \eta_i^2 \eta_j^2, J_3 = \prod_{i=1}^3 \eta_i^2$ . Теоре-

тико-групповой анализ показывает, что симметрия ПП для  $L = T_d$  допускает существование следующих типов низкосимметричных фаз (кроме высо-

косимметричной с  $\eta_1=\eta_2=\eta_3=0$ ): 1.  $\eta_1=\eta_2=\eta_3\neq 0$ . 2.  $\eta_1=\eta_2=-\eta_3\neq 0$ . 3.  $\eta_1\neq 0$ ,  $\eta_2=\eta_3=0$ . 4.  $\eta_1=\eta_2\neq\eta_3\neq 0$ . 5.  $\eta_1\neq\eta_2\neq\eta_3\neq 0$ . У группы ПП  $L=O_h$  шесть низкосимметричных фаз: 1.  $\eta_1\neq 0$ ,  $\eta_2=\eta_3=0$ . 2.  $\eta_1=\eta_2\neq 0$ ,  $\eta_3=0$ . 3.  $\eta_1=\eta_2=\eta_3\neq 0$ . 4.  $\eta_1=\eta_2\neq\eta_3\neq 0$ . 5.  $\eta_1\neq\eta_2\neq 0$ ,  $\eta_3=0$ . 6.  $\eta_1\neq\eta_2\neq\eta_3\neq 0$ .

В табл. 1 и 2 приведены феноменологические модели, построенные для  $L$ -групп  $T_d$  и  $O_h$  методами теории катастроф с применением эквивариантных векторных полей, то есть с учетом симметрии ПП.

Таблица 1. Модели с  $L=T_d (\bar{4}3m)$ 

$F$	$\mu$
$a_1J_1 + J_2 + b_1J_1^2$	3
$a_1J_1 + a_2J_2 + J_3 + b_1J_1^2 + b_2J_1^3 + b_3J_2^2$	6
$a_1J_1 + a_2J_2 + a_3J_3 + J_1^2 + b_1J_2^2 + b_2J_3^2 + b_3J_2J_3$	7
$a_1J_1 + a_2J_2 + a_3J_1^2 + a_4J_3 + J_1J_2 + b_1J_1^3 + b_2J_1^4 + b_3J_1^5 + b_4J_2^2 + b_5J_3^2$	1

Таблица 2. Модели с  $L=O_h (m\bar{3}m)$ 

$F$	$\mu$
$a_1J_1 + J_1^2 + b_1J_2 + b_2J_3 + b_3J_1^3$	5
$a_1J_1 + a_2J_2 + J_1^2 + b_1J_2^2 + b_2J_3 + b_3J_1^3 + b_4J_2J_3$	7
$a_1J_1 + a_2J_2 + a_3J_1^2 + J_1^3 + b_1J_3 + b_2J_1J_2 + b_3J_1^4 + b_4J_1J_3 + b_5J_1^5 + b_6J_2J_3 + b_7J_1^6 + b_8J_1^4J_2 + b_9J_2^3 + b_{10}J_3^2$	1

В первых столбцах таблиц указано число управляющих параметров, во втором столбце — феноменологические модели в безразмерной математической форме, третий столбец — кратность критических точек, то есть число невырожденных критических точек, на которые распадается мультикритическая вырожденная точка при изменении управляющих параметров.

Коэффициенты  $a_i$  в моделях — управляющие параметры, при этом  $b_i$  не являются управляющими параметрами и не зависят от внешних условий. Эти коэффициенты в теории особенностей называются модулями [6] и определяют бифуркационный тип фазовой диаграммы, а вместе с управляющими параметрами и кратность вырожденной критической точки. Кратность  $\mu$  связана с числом управляющих параметров, варьируемых в эксперименте  $c$  и модальностью  $m$  (количеством модулей) простым соотношением [6]  $\mu = m + c + 1$ .

Анализ фазовых диаграмм показывает, что для  $L=T_d$  модель с тремя управляющими параметрами описывает все возможные низкосимметричные фазы, тогда как для  $L=O_h$  все фазы описываются в модели с двумя управляющими параметрами.

Таким образом, теория катастроф с применением эквивариантных векторных полей позволяет строить феноменологические модели ФП для многокомпонентных ПП, которые структурно устойчивы и имеют более компактный вид по сравнению с моделями, построенными традиционным методом. Классификация моделей по числу управляющих параметров выявляет все возможные виды термодинамических потенциалов для данной симметрии ПП.

### Литература

1. Павлов С.В. Физика диэлектриков (Диэлектрики-2017). Материалы XIV Международной конференции, Санкт-Петербург, 29 мая–2 июня 2017 г. СПб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2017, с. 278–279.
2. Павлов С.В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2016. № 5. С. 37–42.
3. Павлов С.В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2017. № 6. С. 75–79.
4. Kubel F. *Ferroelectrics*. 1994. V. 160, №. 1., P. 61–65.
5. Lima K.C.V., Souza Filho A.G., Ayala A.P. et al. *Phys. Rev.B*, 2001, v . 63, N 18, 184105.
6. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. Т.1. Классификация критических точек, каустик и волновых фронтов. М., Наука, 1982.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТИПА ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЫ САМОАККОМОДАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ ИЗ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАРТЕНСИТНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

Доц. Бровкина Е.А., проф. Хунджуа А.Г.,  
вед. электроник Птицын А.Г., доц. Володин Б.А.

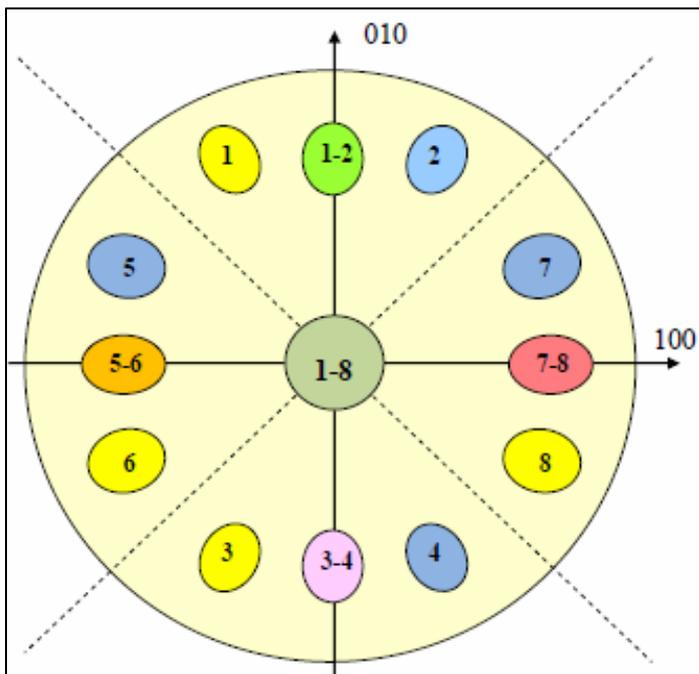
Отличительной чертой мартенситных превращений в сплавах с эффектами памяти формы является формирование самоаккомодационных комплексов (СК) — системы доменов мартенситных кристаллов, разделенных (одновременно и связанных) плоскостями двойникования. При формировании мартенсита охлаждения в отсутствие полей внешних напряжений СК имеют вполне определенную внешнюю огранку и внутреннее строение, по которому и следует проводить их классификацию. Строение СК определяется числом входящих в комплекс доменов и конфигурацией междоменных границ, т.е. задействованными плоскостями двойникования.

Формирование СК возможно при наличии хотя бы двух плоскостей двойникования решетки мартенсита, параллельных плоскостям симметрии решетки аустенита. Учет замкнутости СК, т.е. возврата к исходному домену после  $n$ -кратного двойникования ( $n$  — чётное), приводит к соотноше-

нию  $\hat{D}_1\hat{D}_2\dots\hat{D}_n = \hat{E}$  или эквивалентному ему соотношению  $\hat{S}_1\hat{S}_2\dots\hat{S}_n = \hat{E}$  (где  $\hat{D}_i$  — оператор двойникования решетки мартенсита,  $\hat{S}_i$  — соответствующий оператор симметрии решетки аустенита). Соотношение  $\hat{S}_1\hat{S}_2\dots\hat{S}_n = \hat{E}$  выполняется автоматически, если входящие в него операторы образуют подгруппу группы операторов симметрии  $\{\hat{S}_i\}$  кубической решетки аустенита. Нами было показано, что каждому типу СК можно поставить в соответствие одну из подгрупп группы симметрии решетки аустенита, что указывает на ограниченное число типов СК.

Число кристаллографически эквивалентных вариантов ОС (число различных доменов) может изменяться от 3-х до 24-х — в тех же пределах, что и фактор повторяемости плоскостей решетки аустенита (аустенит всегда имеет кубическую решетку). Переход от домена к домену описывается с помощью одного из 24-х операторов симметрии решетки аустенита, девять из которых являются одновременно и операторами двойникования. Итак, число возможных вариантов доменной структуры СК ограничено, поддается прогнозированию и классификации.

Главный недостаток такого подхода — отсутствие связи с причиной формирования СК — минимизацией деформации формы путём двойникования. Элементарные ячейки решеток аустенита и мартенсита преобразуются друг в друга путем однородной деформации, которая в применении к сфере единичного радиуса  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  превращает её в трёхосный эллипсоид (эллипсоид деформации), соответствующий (после приведения к



главным осям) уравнению  $\frac{x'^2}{(1+\varepsilon_1)^2} + \frac{y'^2}{(1+\varepsilon_2)^2} + \frac{z'^2}{(1+\varepsilon_3)^2} = 1$ .

Самоаккомодация возможна далеко не всегда — она требует наличия нескольких плоскостей двойникования мартенсита, параллельных плоскостям симметрии аустенита, что в случае низкосимметричной решетки мартенсита маловероятно. С этих позиций понятно, что наиболее благоприятен для выполнения условий параллельности соответ-

ствующих плоскостей (хотя бы приближительной, с точностью до 1–2°) случай мартенситного превращения дисторсионного типа. Малая дисторсия

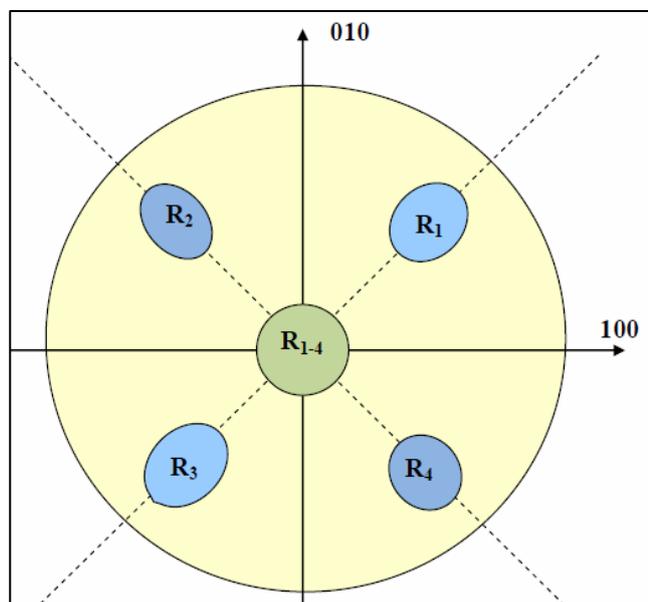
кубической решетки оставляет практически параллельными системы плоскостей типа  $\{110\}$  и  $\{100\}$  в решетках аустенита и мартенсита, открывая одновременно возможность двойникового решетки мартенсита по некоторым из этих плоскостей.

В общем случае тригональной сингонии решетки мартенсита стереографическая проекция конца оси "с" эллипсоида (точка 1) занимает несимметричную позицию относительно базисных векторов аустенита. Двойникование исходного варианта ОС по плоскости, параллельной  $(100)_A$ , переводит ось "с" двойника в положение (2). Усредненный по двум доменам эллипсоид деформации представлен точкой (1–2). Последовательное двойникование имеющихся вариантов ОС по плоскостям, параллельным  $(010)_A$  и  $(110)_A$  дают еще 6 доменов (3–8). Усредненный по 8-ми доменам эллипсоид деформации (точка 1–8) является эллипсоидом вращения. Двойникование вариантов (1–8) по плоскостям, параллельным  $(011)_A$  и  $(101)_A$ , дает оставшиеся варианты (9–16) и (17–24). Усреднение по всем вариантам путем двойникования по пяти плоскостям полностью устраняет деформацию формы.

Для решетки мартенсита с более высокой сингонией число различных вариантов ОС уменьшается, тогда и число доменов в СК может быть существенно меньшим. Кроме того для некоторых ОС полуоси исходного эллипсоида могут быть параллельны базисным векторам или лежать в плоскостях симметрии решетки аустенита, что также упрощает строение СК. Проведенный анализ известных из литературы сплавов с эффектами памяти формы показывает возможность формирования СК, содержащих 4, 6 и 8 доменов.

Так для моноклинного мартенсита В19' в никелиде титана стереографическая проекция оси "с" занимает позицию (2–7). Для перехода в позицию (1–8) следует провести двойникование по плоскостям параллельным  $(100)_A + (010)_A$ , либо по плоскостям  $(1\bar{1}0)_A + (100)_A$ . Далее домен (1–8) двойникуется в соответствии с общей схемой по плоскостям, параллельным  $(011)_A$  и  $(101)_A$ . Если двойникование по указанным плоскостям возможно, то препятствий для формирования СК не существует.

Для ромбоэдрического R-мартенсита в никелиде титана стереографическая проекция оси



"с" занимает позицию ( $R_1$ ), которая при двойниковании по плоскости  $(100)_A$  переходит в позицию ( $R_2$ ), а после повторного двойникования этих двух доменов по плоскости  $(010)_A$  формируются еще два домена ( $R_3$ ) и ( $R_4$ ). Средняя деформация формы по четырем доменам оказывается не только эллипсоидом вращения, но сферой, т.е. эти четыре домена образуют СК — «четверик».

## МЕХАНИЗМЫ ЗАРОЖДЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ДОМЕНОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Проф. Пятаков А.П.

В последние три года в печати появилась серия сообщений о наблюдении индуцированных электрическим полем магнитных топологических дефектов в ферро-и и ферримагнетиках: магнитные скирмионы, возникающие и исчезающие под действием электрического поля сканирующего зондового микроскопа [1], цилиндрические магнитные домены (ЦМД), управляемо зарождавшиеся с помощью точечного электрода [2]; а также «скирмионные ЦМД», баланс между зарождением и аннигиляцией которых регулировался с помощью однородного электрического поля [3]. Однако механизмы этих эффектов остаются не вполне ясными.

В данной работе утверждается, что возможным механизмом этих явлений является неоднородное магнитоэлектрическое (флексомагнитоэлектрическое) взаимодействие, приводящее к понижению поверхностной энергии доменных границ и возникновению домена, на стенки которого действуют противоположные силы, растягивающие домен.

Флексомагнитоэлектрическое взаимодействие описывается вкладом в плотность свободной энергии вида [4]:

$$F_{FlexoME} = \gamma \cdot \mathbf{p}(\mathbf{m}(\nabla\mathbf{m}) - (\mathbf{m}\nabla)\mathbf{m}) \quad (1)$$

где  $\mathbf{p}$  — единичный вектор электрической поляризации,  $\mathbf{m}$  — единичный вектор намагниченности,  $\gamma$  — флексомагнитоэлектрическая константа.

Наличие пространственных производных от намагниченности в уравнении (1) предполагает, что электрическая поляризация локализована на магнитных неоднородностях, таких как доменные границы [5], магнитные вихри [6,7] и скирмионы [8,9]. Это взаимодействие селективно по киральности, т.е. способствует образованию микромагнитных конфигураций только с одним направлением вращения. При некотором критическом электрическом поле энергетический вклад уравнения (1) компенсирует не-

однородный обмен и магнитную анизотропию, приводя к смене знака поверхностной энергии доменной границы :

$$\sigma_{eff} = 4\sqrt{AK} - \pi\gamma E, \quad (2)$$

где  $A$  — обменная жесткость,  $K$  — константа магнитной анизотропии. Первое слагаемое — поверхностная энергия доменной границы [10], второе слагаемое получается интегрированием уравнения (1) по ширине доменной границы. Это делает возможным зарождение магнитной неоднородности в однодоменном состоянии, как было предсказано И.Е. Дзялошинским [11].

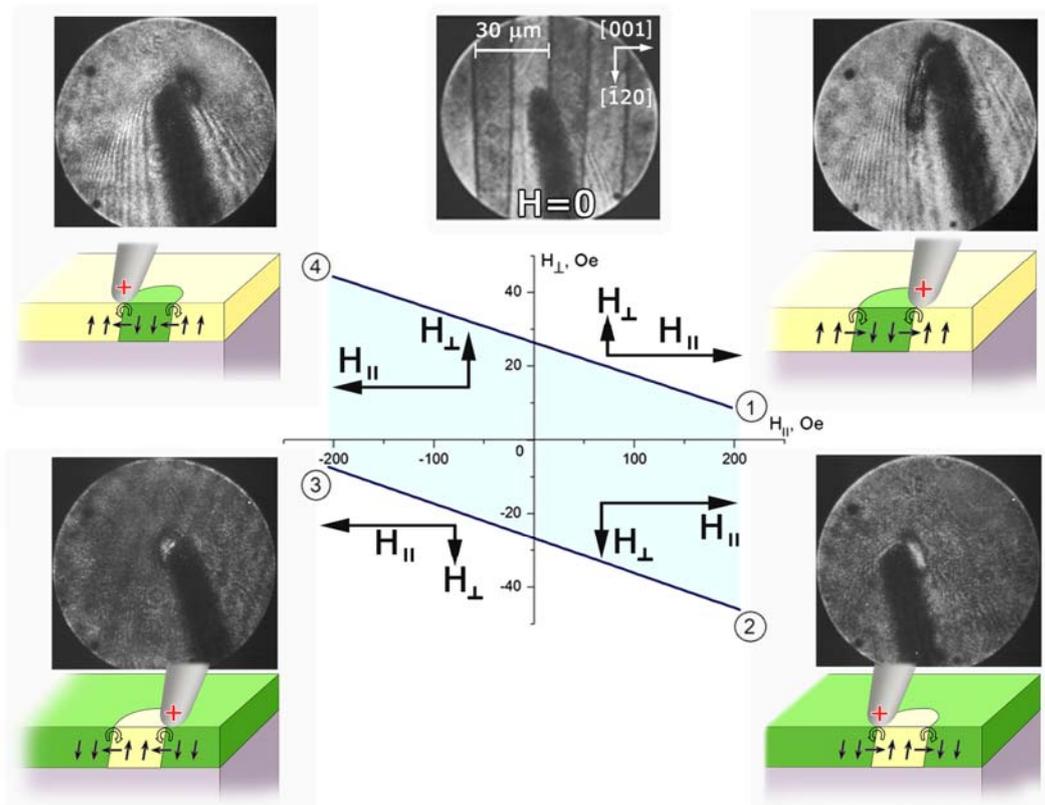


Рис. 1. Четыре сценария зарождения ЦМД в различных точках 1–4 на фазовых диаграммах. Контраст на магнитооптических изображениях соответствует вертикальной проекции намагниченности.

Поскольку отличительной особенностью данного механизма является его зависимость от киральности, мы провели серию экспериментов в пленках редкоземельных ферритов гранатов, которые позволяют, следуя методике, описанной в работе [2], наблюдать несколько сценариев электроиндуцированного зарождения ЦМД (рис. 1): они различаются как положением иглы-электрода по отношению к ЦМД, так и полярностью доменов и магнитных полей, а ориентация намагниченности в доменных границах определяется направлением магнитного поля в плоскости пленки  $H_{||}$ .

При всех четырех сценариях остается неизменным направление вращения намагниченности в доменной границе, находящейся под иглой, что согласуется с гипотезой о флексомагнитоэлектрическом взаимодействии (1). Противоположный край ЦМД в согласии с формулой (1) должен отталкиваться от иглы, что обуславливает расширение домена в электрическом поле.

Согласно классической теории стабильности ЦМД [12], с увеличением магнитного поля смещения ЦМД сокращает свой диаметр до критического размера (порядка толщины магнитной пленки) и коллапсирует. Интересно, что неоднородное электрического поле от точечного электрода снимает это ограничение на минимальный диаметр. Как видно на рисунке 2, при приложении электрического поля энергетический барьер зарождения ЦМД уменьшается до нуля, способствуя образованию нового ЦМД. Другим фактором, облегчающим зарождение ЦМД может служить наличие механических напряжений в области контакта иглы и образца, играющих роль «затравочного дефекта».

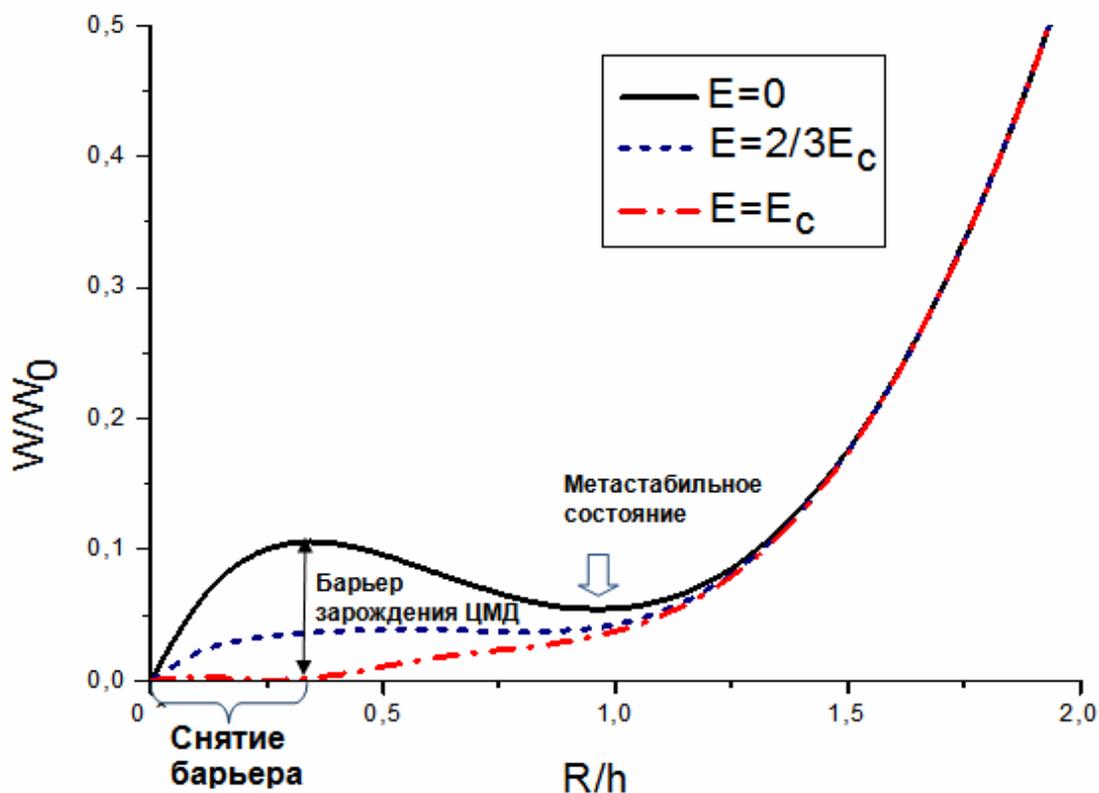


Рис. 2. Зависимость энергии одиночного домена от его радиуса.  $E_c$  — критическое электрическое поле зарождения ЦМД. График приведен в безразмерных единицах: радиус нормирован на толщину пленки  $h$ , энергия — на  $W_0 = 4\pi M_s^2 h^3$ , где  $M_s$  — спонтанная намагниченность.

В заключение отметим, что в отличие от случая [3], в которых величины энергетических барьеров были соизмеримы с  $k_B T$  и термоакти-

вационные процессы зарождения/аннигиляции ЦМД носили случайный характер [3], в пленках феррита граната барьеры в 1000 раз больше, что позволяет зарождать ЦМД управляемым образом и использовать данный эффект в устройствах спинтроники и стрейнтроники.

Работа поддержана грантами РФФИ №16-02-00494 и №16-29-14037\_офи\_м.

### Литература

1. P. Hsu, A. Kubetzka, A. Finco et al, Nat. Nanotechnol. **12**, 123 (2016).
2. D. P. Kulikova, A. P. Pyatakov, E. P. Nikolaeva et al JETP Lett. **104**, 197 (2016).
3. M. Schott, A. Bernand-Mantel, L. Ranno et al, Nano Lett. **17**, 3006 (2017).
4. I. Sosnowska and A. K. Zvezdin, J. Magn. Magn. Mater. **144**, 167 (1995).
5. V. G. Bar'yakhtar, V. A. L'vov, and D. A. Yablonskii, JETP Lett. **37**, 673 (1983).
6. M. Mostovoy, Phys. Rev. Lett. **96**, 67601 (2006).
7. А. П. Пятаков, А.К. Звездин, УФН. **182**, 593 (2012).
8. А. Р. Pyatakov et al J. Magn. Magn. Mater. **383**, 255 (2015).
9. D. I. Khomskii, arXiv Prepr. 1510.05174v2 (2015).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика Сплошных Сред*, II (Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., Москва, 1982).
11. I. Dzyaloshinskii, EPL **83**, 67001 (2008).
12. A. A. Thiele, J. Appl. Phys. **41**, 1139 (1970).

### СТРУКТУРА И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ МИШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ХРОМА И НАНОАЛМАЗОВ ДЕТОНАЦИОННОГО СИНТЕЗА

доц. *Авдюхина В.М.*, в.н.с. *Хрущов М.М.* (ИМАШ РАН),  
н.с. *Левин И.С.* (ИМАШ РАН), магистр *Рэйляну М.Д.*,  
гл. спец. *Шевченко Н.В.* (ОАО Петровский науч. центр «ФУГАС»)

Создание высокопрочных покрытий и исследование их характеристик является одной из актуальных задач физики конденсированного состояния вещества, что связано как с необходимостью создания новых функциональных материалов с заданными свойствами, так и с необходимостью увеличения времени стабильной работы таких исходно метастабильных систем. Решение обеих этих задач неразрывно связано со структурными исследованиями, поскольку именно характеристики структуры определяют физические и эксплуатационные свойства. Особое место здесь занимают рентгеноструктурные исследования, позволяющие неразрушающим способом получить информацию о структуре покрытий и образующих их фаз.

В большинстве случаев нанесение функциональных покрытий достигается путем создания поверхностных слоев с использованием твердых материалов, таких как карбиды и нитриды ряда металлов [1]. С точки зрения практического использования в качестве покрытий в настоящее время широко используются алмазоподобные [2–3] и наноалмазные (НА) материалы [4], позволяющие значительно улучшить физико-механические характеристики.

В настоящей работе образцы покрытий и исходные стальные заготовки (подложки), на которые они наносились, исследовали с помощью рентгеновского дифрактометра Thermo ARL X'TRA с вертикальным гониометром и энергодисперсионным детектором Пельтье на медном  $K\alpha$ -излучении. Все дифрактограммы обрабатывались по методике, описанной в [5]. Помимо фазового состава покрытий определяли размер областей когерентного рассеяния (ОКР) для наблюдаемых фаз. Поскольку для фазы хрома в эксперименте наблюдали два порядка отражений дифракционной линии 110, то расчет размеров ОКР проводился по методу Вильямсона–Холла [6], для остальных фаз использовался метод Шеррера–Селякова [6]. Химический состав покрытий изучали с помощью приставки для энергодисперсионного микрорентгеновского анализа в растровом электронном микроскопе. Исследование микромеханических свойств проводили методом измерительного наноиндентирования (нанотвердомер ННТ фирмы CSM International). Трибологические испытания покрытий были выполнены на шариковом трибометре со схемой контакта «сфера – диск». Спектры комбинационного рассеяния (КР) были получены с использованием спектрометра Horiba LabRam (возбуждающее излучение 532 нм).

При изготовлении образцов для исследований были использованы два типа мишеней: на основе массивного металла с наноалмазными включениями (в отверстия, высверленные в мишени, засыпался наноалмазный порошок) и хром-наноалмазные мишени, полученные методом порошковой металлургии (спеченные). Для сравнения изучали также покрытия, полученные распылением мишеней из чистого хрома.

Данные об условиях получения, типе используемой мишени, химическом и фазовом составех покрытий и других характеристиках покрытий приведены в таблице.

Исследования показали, что содержание углерода в образцах № 1–4 составило < 10 ат.%. В образцах № 1 и № 2, полученных в отсутствие азота, наблюдалась только фаза чистого хрома. В образцах № 3 и № 4, которые были получены в присутствии азота, его содержание в них было на уровне ~12–14 ат.%, и помимо фазы хрома в них была обнаружена также фаза нитрида хрома  $Cr_2N$ . В покрытии № 5, содержащем 15 ат.% углерода и

10 ат.% азота, наблюдали (помимо фазы чистого хрома) карбонитридную фазу  $\text{Cr}_2\text{N}_{0,4}\text{C}_{0,6}$ . В покрытии № 6 с содержанием азота таким же, как в образцах № 3 и № 4, были установлены фаза чистого хрома, содержание которой было максимальным, и фаза  $\text{Cr}_2\text{N}$ .

Было установлено, что как чистый хром, так и наблюдаемые хромосодержащие фазы являются наноструктурированными (размер ОКР  $D \approx (20 \div 60)$  нм). Из таблицы видно, что на размер субзерен в покрытиях влияют также некоторые технологические факторы. Действительно, снижение содержания азота в рабочей атмосфере напыления приводит к увеличению  $D$  (образец № 5), а ионная бомбардировка в условиях отрицательного потенциала смещения, поданного на образец, к его существенному уменьшению (образец № 6).

Таблица. Покрытия, полученные магнетронным распылением хрома и детонационных НА, условия их напыления (объемное отношение газов в смеси, потенциал смещения  $U_{\text{см}}$ ), химический и фазовый состав, размер ОКР и значения нанотвердости.

№ обр.	Тип покрытия	Условия напыления	Химический состав, ат. %			Фазовый состав	$D$ , нм		$H$ , ГПа
			Cr	C	N		Cr	фазы Cr	
1	Cr	Ar	90,7	9,3	–	Cr	400	–	3,7
2	Cr + N <sub>2</sub>	Ar+N <sub>2</sub> (5:1)	78,2	7,5	12,2	Cr+Cr <sub>2</sub> N	60	30	13,5
3	Cr+НА (составная)	Ar	91,3	8,7	–	Cr	35	–	6,8
4	Cr+НА + N <sub>2</sub> (составная)	Ar+N <sub>2</sub> (5:1)	75,9	7,6	14,3	Cr+Cr <sub>2</sub> N	20	25	17,7
5	Cr+НА + N <sub>2</sub> (составная)	Ar+N <sub>2</sub> (7:1)	72,5	16,4	8,1	Cr + Cr <sub>2</sub> N <sub>0,39</sub> C <sub>0,61</sub>	100	80	17,3
6	Cr+НА + N <sub>2</sub> (составная)	Ar+N <sub>2</sub> (7:1) $U_{\text{см}} = -60$ В	78,6	8,0	11,6	Cr+Cr <sub>2</sub> N	5	10	25,0
7	Cr–НА (спеченная)	Ar	58,5	40,6	–	Cr+ Cr <sub>7</sub> C <sub>3</sub>	13	14	29,6

В виду того, что покрытия, полученные распылением составных хром-наноалмазных мишеней, содержали относительно небольшое количество углерода (не более 17 ат. %), при изготовлении покрытия № 7 была использована мишень, полученная спеканием хромового и наноалмазного

порошков. Мишень такого типа содержала хром, углерод и кислород (59, 23,5 и 15,5 ат.%, соответственно). При распылении ионами аргона хром из нее практически полностью переносился в образующееся покрытие, а кислород (за счет эффектов преимущественного распыления) удалялся. Было установлено, что в покрытии № 7 содержалось ~40 ат. % углерода. Данное количество углерода было сопоставимо с наблюдаемым в легированных хромом алмазоподобных покрытиях, полученных в смеси аргона и ацетилена [7]. Кроме фазы чистого хрома данное покрытие содержало фазу  $Cr_7C_3$ , доля которой составляла около 40 об.%.

На рис. 1 представлены результаты трибологических испытаний образцов покрытий. Они показали, что покрытия № 1–4 даже при малых нагрузках ( $P < 0.1$ Н) разрушались практически сразу. В то же время у покрытий № 5–6 трибологические свойства оказались выше. В частности, при  $P = 0.1$ Н они оставались вполне работоспособны, а значительные колебания величины коэффициента трения  $f$ , связанные с началом фрикционно-усталостного разрушения, наблюдались при  $P = 0.15$ Н, что, по-видимому, было обусловлено тем, что при их нанесении в рабочей атмосфере помимо аргона дополнительно присутствовал азот.

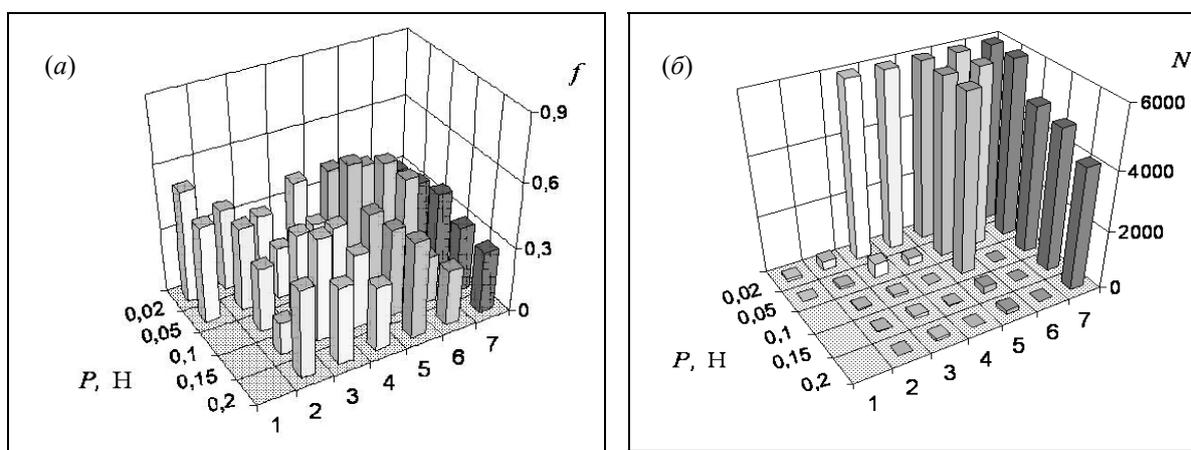


Рис. 1. Зависимость коэффициента трения ( $f$ ) (а) и числа циклов до разрушения покрытий ( $N$ ) (б) от нагрузки ( $P$ ). Проведенное исследование спектров КР покрытий № 1–7 показало, что характер распределения в них углерода существенно отличается от наблюдаемого в алмазоподобных покрытиях, легированных хромом. В последних матрица на основе гидрогенизированного аморфного углерода «армирована» наноразмерными частицами хрома и его фаз внедрения [7].

Также было установлено, что большинство покрытий, полученных с использованием составных мишеней (№ 1–4), имели нанотвердость,  $\leq 17$  ГПа. В частности, чисто хромовые покрытия № 1 и № 2 обладали нанотвердостью ~ 4 и 7 ГПа, соответственно. Таким образом, низким микро-механическим характеристикам покрытий можно поставить в соответствие

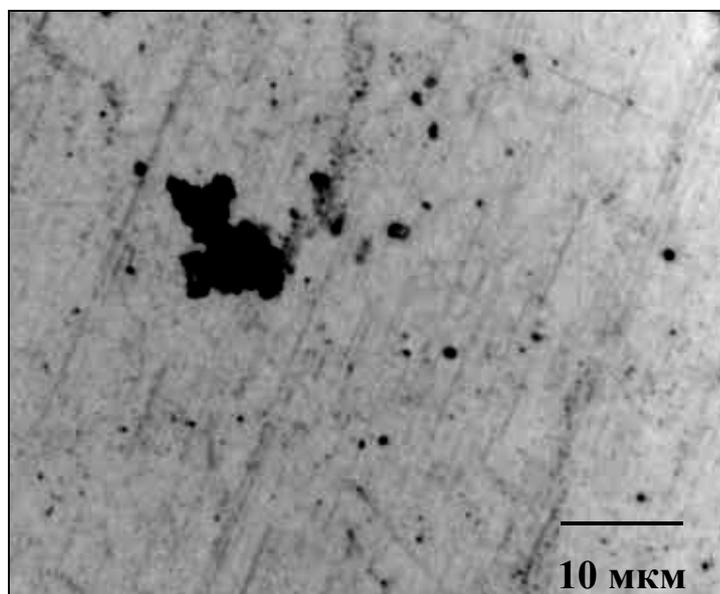
их низкую работоспособность при трении. В то же время, работоспособность покрытия №6 оказалась выше, чем у прочих образцов, полученных с использованием составных мишеней. Одновременно с этим покрытия № 6 имели нанотвердость  $\sim 25$  ГПа, что можно связать с дополнительной ионной бомбардировкой поверхности при потенциале смещения  $U_{см} = -60$  В, ведущей к формированию более плотной структуры с пониженной пористостью.

Данные трибологических испытаний показали, что покрытие № 7, имеющее достаточно высокий коэффициент трения  $f \sim 0.3$ , оказалось тем не менее работоспособным во всем диапазоне использованных при испытаниях нагрузок ( $N > 4000$  циклов при нагрузке  $P = (0.1 \div 0.2)$  Н). Это значительно превышает показатели образцов № 1–6 и может служить подтверждением перспективности использования магнетронных мишеней, полученных спеканием, для нанесения хром-наноалмазных покрытий с высокими функциональными свойствами, обладающих композитной структурой.

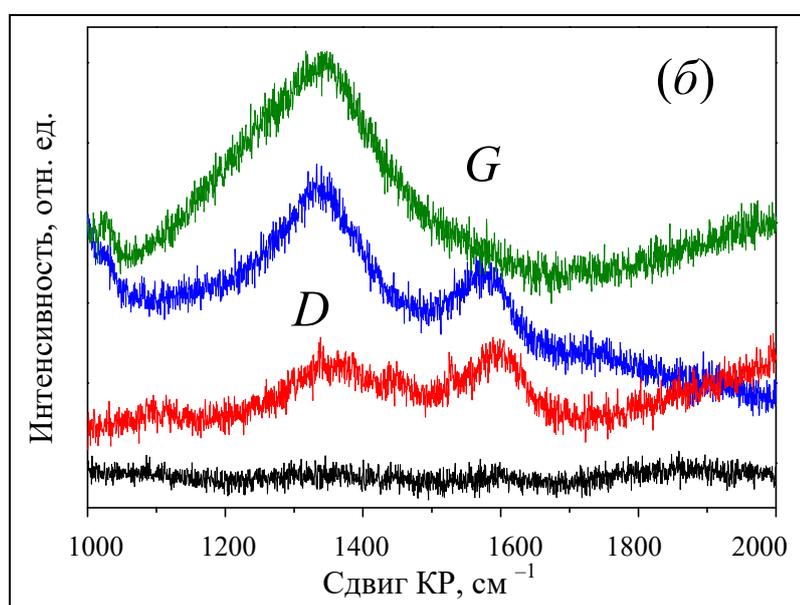
Полученные нами результаты позволяет предположить, что хромуглеродный композит, полученный при распылением хром-наноалмазных мишеней, образован смесью наноразмерных частиц хрома, его карбидов и нитридов. Углерод, согласно данным КР, представлен в виде отдельных частиц размером  $(2 \div 10)$  мкм с разным типом графито- и алмазоподобной структуры, в которых отношение  $sp^3/sp^2$ , определяемое отношением интенсивностей спектральных линий  $D$  и  $G$ , для отдельных частиц может меняться в очень широких пределах (рис. 2). При этом «наноалмазная» фаза, на возможное образование которой указывают некоторые авторы, не обнаружена.

Таким образом можно заключить, что структура покрытий, наносимых магнетронным распылением хром-наноалмазных мишеней, носит композиционный характер и представлена фазами, образованными в результате взаимодействия компонентов мишени друг с другом и с активными газами, входящими в состав рабочей атмосферы напыления. Композитная структура покрытий формируется на основе металлического хрома и его фаз; свободный углерод присутствует в виде отдельных изолированных включений микронного размера и существенного влияния на функциональные свойства покрытий не оказывает. Покрытия, полученные нереактивным (ионным) распылением в аргоне спеченной мишени на основе хрома и дтонационных наноалмазов, оказались наиболее работоспособными: они простояли более 4000 циклов испытаний при максимальной нагрузке  $P = 0.2$  Н, что значительно превышает показатели прочих покрытий, рассмотренных в данной работе. Это может служить подтверждением перспектив-

ности использования спеченных мишеней при вакуумном ионно-плазменном получении хром-наноалмазных покрытий с высокими функциональными свойствами.



(a)



(б)

Рис. 2. Типичный вид поверхности покрытия с углеродными агломератами, состоящими из частиц сферической формы (а) и спектры КР, полученные от разных агломератов (б).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 15-08-05264). Авторы благодарят Е.Д. и Е.А. Образцовых за возможность получения спектров КР покрытий.

### Литература

1. Методы упрочнения поверхностей деталей машин. М.: КРАСАНД. 2008. 400 с.
2. Левин И.С., Хрущов М.М., Марченко Е.А., Авдюхина В.М. // *Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия*, 2016, № 2, с. 46.
3. Левин И.С., Хрущов М.М., Авдюхина В.М., Шальнов С.А., Марченко Е.А., Петржик М.И. // *Ученые записки физического факультета МГУ*, 2016, № 3, с. 163503.
4. Долматов В.Ю. // *Успехи химии*. 2007, т.76, № 4, с. 375.
5. Хрущов М.М., Свешников С.В. // *Наноинженерия*, 2012, № 8, с. 37.
6. Уманский Я.С., Скаков Ю.А., Иванов А.Н. Кристаллография, рентгенография и электронная микроскопия М., Металлургия, 1982, 631 с.
7. Хрущов М.М., Атаманов М.В., Марченко Е.А., Петржик М.И., Левин И.С // *Известия РАН. Серия физическая*. 2014, т. 78, № 10, с. 1257.

**Подсекция:**  
**БИОЛОГИЧЕСКАЯ**  
**И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА**

Сопредседатели  
Академик В. Я. Панченко, профессор В. А. Твердислов,  
профессор Л. В. Яковенко

## ВЫСОКОЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ КРЕМНИЕВЫЕ КОМПОЗИТНЫЕ SERS ПОДЛОЖКИ AU/PSi, AU@AG/PSi ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ В БИОСЕНСОРИКЕ

М.н.с. *Шевченко С.Н.*, асп. *Žukovskaja O.* (Leibniz Inst. of Photonic Technology, Germany), студ. *Козлов Н.К.*,  
м.н.с. *Гончар К.А.*, м.н.с. *Божьев И.В.*, с.н.с. *Осминкина Л.А.*

В настоящее время диагностика малых концентраций молекул различных веществ в биологических суспензиях является актуальной задачей. В многочисленных исследованиях были продемонстрированы металлические частицы, такие как Ag, Au, Cu и другие, подходящие для возбуждения поверхностного плазмона [1,2]. Более того, наибольшее усиление наблюдалось для композитных структур, таких как Au и Ag на аморфной и кристаллической подложке кремния [3], Au и Ag на трехслойной подложке из пирамидального кремния [4] и наностержнях Ag, обернутых сверхтонкими слоями  $Al_2O_3$  [5]. Эффект гигантского комбинационного рассеяния света (Surface enhanced Raman scattering, SERS) с использованием плазмонных поверхностей обладает большим потенциалом для идентификации различных микробиологических объектов.

Одной из часто используемых структур для создания биосенсоров является наноструктурированный кремний.

Подложки пористого кремния (PSi) получены электрохимическим травлением пластин монокристаллического кремния. Использовались слои PSi с двумя типами пористости.

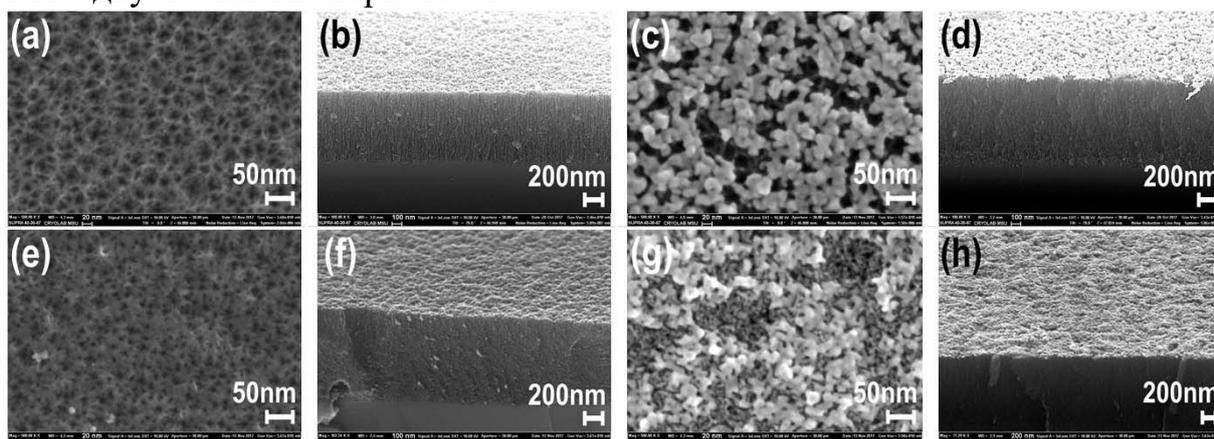


Рис. 1. Образцы пористого кремния разной пористости (a, b — поры 20–30 нм; e, f — поры 4–10 нм). Образцы пористого кремния разной пористости с золотыми наночастицами на поверхности (c, d — поры 20–30 нм; g, h — поры 4–10 нм). Carl Zeiss ULTRA 55, FE-SEM.

Поверхность PSi (1-PSi) с размером пор 20–30 нм наблюдалась в образце, полученном с  $HF: C_2H_5OH$  в соотношении 3: 1. Образец (2-PSi) с меньшими размерами пор (около 4–10 нм) был получен путем с использо-

ванием HF:C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH в соотношении 1:1. Частицы Au были химически иммобилизованы на поверхности PSi.

SERS на поверхностях Au/PSi исследовался с помощью рамановского микроскопа и 4-меркаптопиридина (4-MPy) в качестве молекулы аналита. Поверхности Au/PSi инкубировали в 300 мкл 4-MPy (водный раствор) в течение 30 мин путем применения различных концентраций 4-MPy от 10<sup>-5</sup> моль до 10<sup>-7</sup> моль с последующей сушкой в комнатных условиях. Три разных участка были измерены на каждом образце. Вибрационные моды при 1007, 1095, 1213, 1580 и 1609 см<sup>-1</sup> являются типичными («отпечатками пальца») для молекулы 4-MPy. Наибольший пик при 1088 см<sup>-1</sup>, соответствующий режиму дыхания кольца, был обнаружен при концентрации до 10<sup>-7</sup> моль для Au/1-PSi и 10<sup>-6</sup> моль для Au/2-PSi. Более того, другие характеристики пиков при 995 и 1203 могут быть разрешены не менее 10<sup>-6</sup> моль для обоих образцов, 1577 см<sup>-1</sup> для 10<sup>-6</sup> моль Au/1-PSi и 1577, 1601 см<sup>-1</sup> для 10<sup>-5</sup> моль Au/2-PSi.

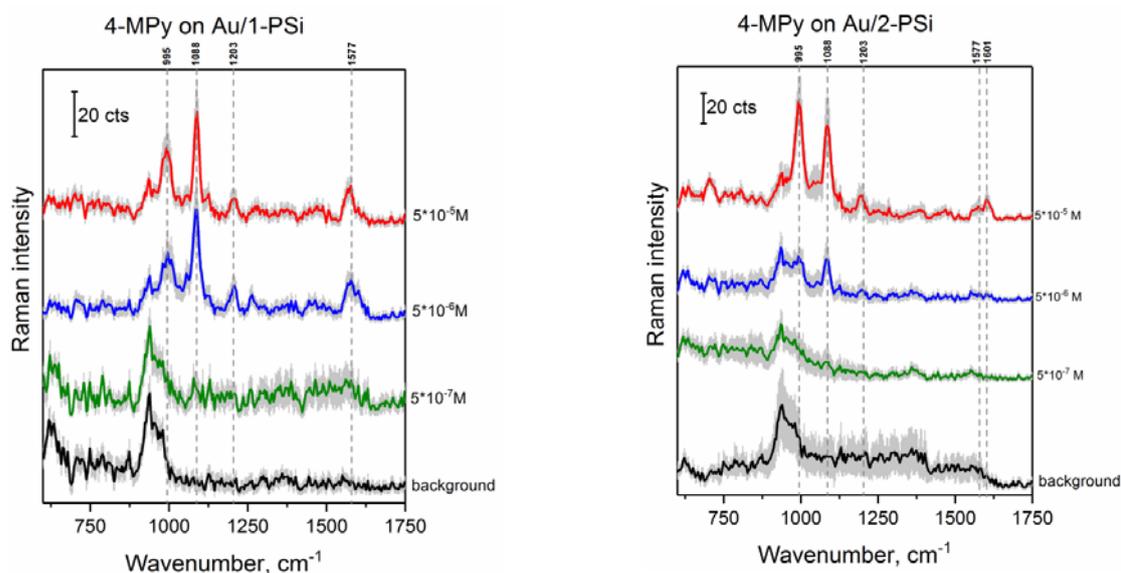


Рис. 2. SERS спектры разных концентраций 4-MPy (от 10<sup>-5</sup> моль до 10<sup>-7</sup> моль) на подложках Au/1 — PSi (слева) и Au/2 — PSi (справа). WITec, Германия, мощность лазера 1 мВт. Длина волны возбуждения — 785 нм

Помимо образцов пористого кремния Au/PSi (с иммобилизованными на поверхности наночастицами золота), были исследованы кремниевые нанонити Au@Ag/PSi, полученные методом химического травления и осаждения частиц серебра и золота на поверхности.

SERS на поверхностях Au@Ag/PSi исследовался согласно процедуре исследования SERS с Au/PSi. Однако, помимо аналита 4-меркаптопиридина (4-MPy) был добавлен пиоцианин (PYO), детектирование которого

стало возможным вплоть до концентрации  $10^{-9}$  М, в то время как обнаружить 4-MPy было можно только при концентрации  $10^{-7}$  М.

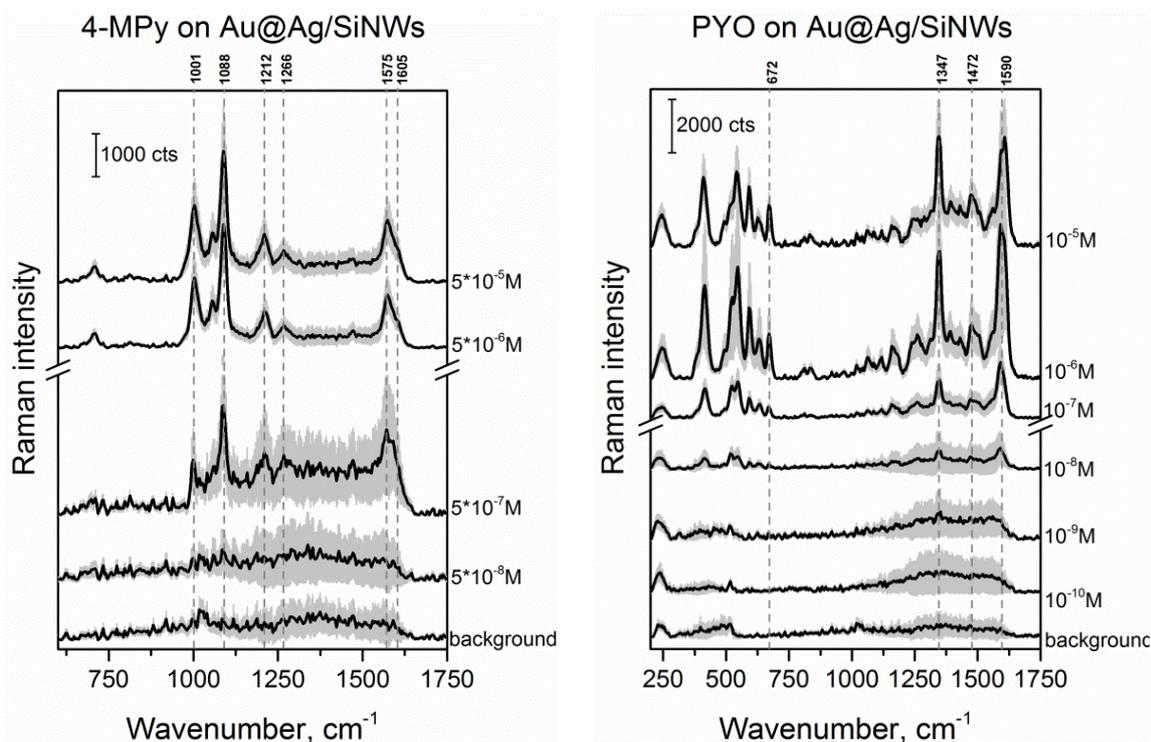


Рис. 4. SERS спектры разных концентраций 4-MPy (от  $10^{-5}$  моль до  $10^{-8}$  моль) на подложках Au@Ag/PSi (слева) и PYO (от  $10^{-5}$  моль до  $10^{-10}$  моль) на подложках Au@Ag/PSi (справа). WITec, Германия, мощность лазера 1 мВт. Длина волны возбуждения -785 нм.

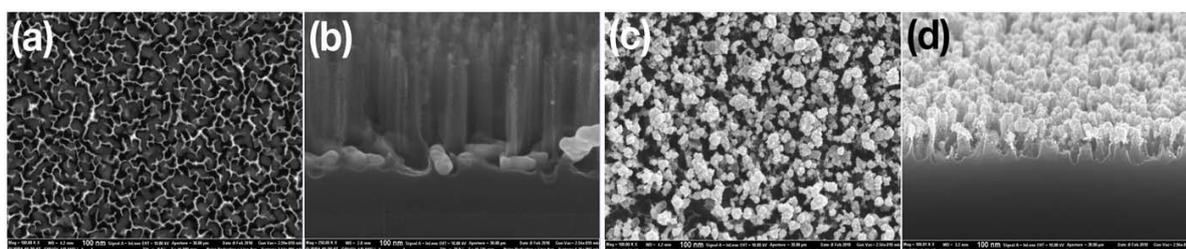


Рис. 3. Образцы кремниевых нанонитей. (a,b) — кремниевые нанонити с серебряными наночастицами в порах. (c, d) — кремниевые нанонити с серебряными и золотыми наночастицами на поверхности. Carl Zeiss ULTRA 55, FE-SEM

Таким образом, в работе впервые были получены новые композитные наноматериалы Au/PSi и Au@Ag/PSi и продемонстрирована возможность их использования в качестве SERS — активных подложек для анализа биологических молекул.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ грант № 17-12-01386.

### Литература

1. Yu, J., Ma, Y., Yang, C., Zhang, H., Liu, L., Su, J., & Gao, Y. Sensors and Actuators B: Chemical. 2018, № 254. p. 182–188.
2. Chinnakkannu Vijayakumar, S., Venkatakrishnan, K., & Tan, B. ACS applied materials & interfaces. 2017, №9(6). p. 5077–5091.
3. Zhang, C., Jiang, S. Z., Yang, C., Li, C. H., Huo, Y. Y., Liu, X. Y., ... & Man, B. Y. Scientific reports. 2016, №6. p. 25243.
4. Tan, C. L., Lee, S. K., & Lee, Y. T. Optics express. 2015, №23(5). p. 6254–6263.
5. L. Ma, Y. Huang, M. Hou, Z. Xie, Z. Zhang, Sci. Rep. 2015, 5, 12890.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВОЗДУШНОЙ ПОЛОСТИ МЕЖДУ БОЛЮСОМ И КОЖЕЙ НА ПОВЕРХНОСТНУЮ ДОЗУ

Асп. Поподько А.И., д.ф.-м.н., проф. Черняев А.П.

В лучевой терапии при лечении рака молочной железы, области голова-шея или других областей, прилегающих к поверхности тела человека, часто возникает необходимость использования болюса для достижения оптимального изодозного распределения в объеме мишени. Обычно, контур поверхности тела пациента не позволяет расположить болюс без возникновения полости между ним и кожей пациента. В работах [1,2] была экспериментально показано обратная зависимость поверхностной дозы от размера полости для больших полостей (от 1 см до 5 см) и двух типов полей.

В данной работе рассматривается влияние полостей с линейными размерами 2, 5, 7 и 10 мм на поверхностную дозу для энергий фотонов 6 и 10 МэВ. В программном комплексе GEANT были смоделированы болюс толщиной 10 мм и водный фантом с размерами  $0.5 \times 0.5 \times 1.0 \text{ м}^3$ . Для создания пучков использовались файлы фазовых пространств аппарата Varian Truebeam, и отдельно смоделированы шторки коллиматора для формирования полей  $5 \times 5$ ,  $10 \times 10$ ,  $15 \times 15$  и  $10 \times 20 \text{ см}^2$ . Для сравнения результатов рассматривалась разница между поверхностной дозой при отсутствии полости и с ней.

В результате проведенного исследования было показано согласие между теоретическим моделированием и экспериментами в работах [1,2], были рассмотрены зависимости поверхностной дозы от размеров полости, поля и типа энергии, а также от угла падения пучка. Например, данные зависимости для нормально падающих пучков фотонов энергии 6 МэВ с компенсаторным фильтром и без него представлены на рисунке 1. Наибольшее проявление данной зависимости выражено для небольших полей (менее

$10 \times 10 \text{ см}^2$ ), и для полости в 1 см для энергии 6 МэВ и поля  $5 \times 5 \text{ см}^2$  разница достигает 9,0 % для обычного пучка и 9,2 % для пучка без сглаживающего фильтра соответственно. В то время как для больших полей она достигает 2–4 %. Для пучков фотонов энергии 10 МэВ зависимость выглядит аналогично и показана на рисунке 2. Зависимость так же как и для энергии 6 МэВ ярко выражена для небольших полей и для поля  $5 \times 5 \text{ см}^2$  и полости в 1 см разница дозы достигает 8,9 % для обычного пучка и 10,6 % для пучка без сглаживающего фильтра соответственно. Тогда как для полей больших  $10 \times 10 \text{ см}^2$  она достигает 2–5 %.

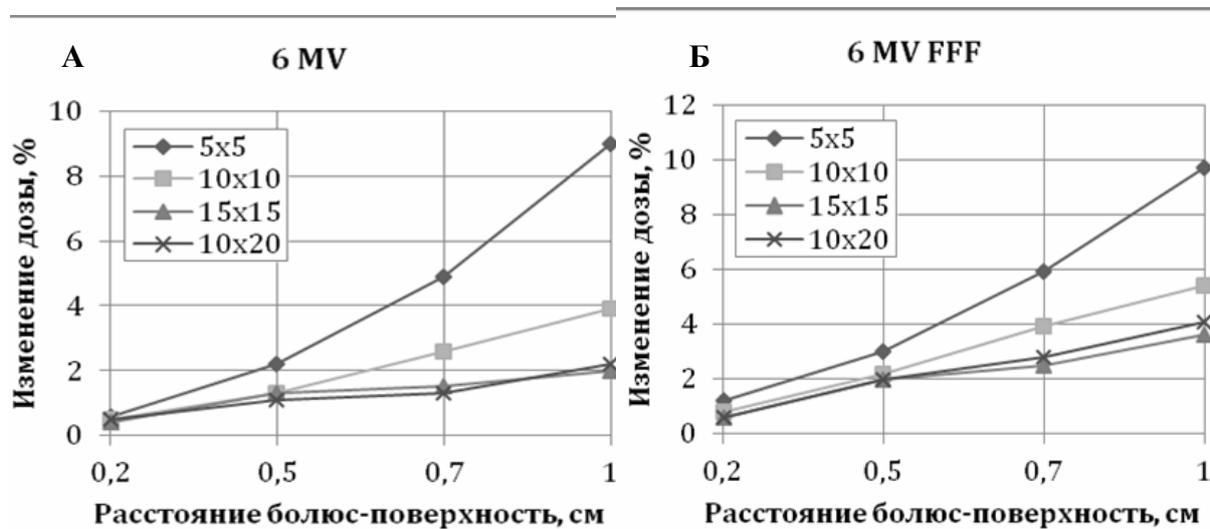


Рис. 1. Зависимость разницы в дозе от величины полости для различных полей пучков фотонов энергии 6 МэВ (А — стандартный, Б — без сглаживающего фильтра).

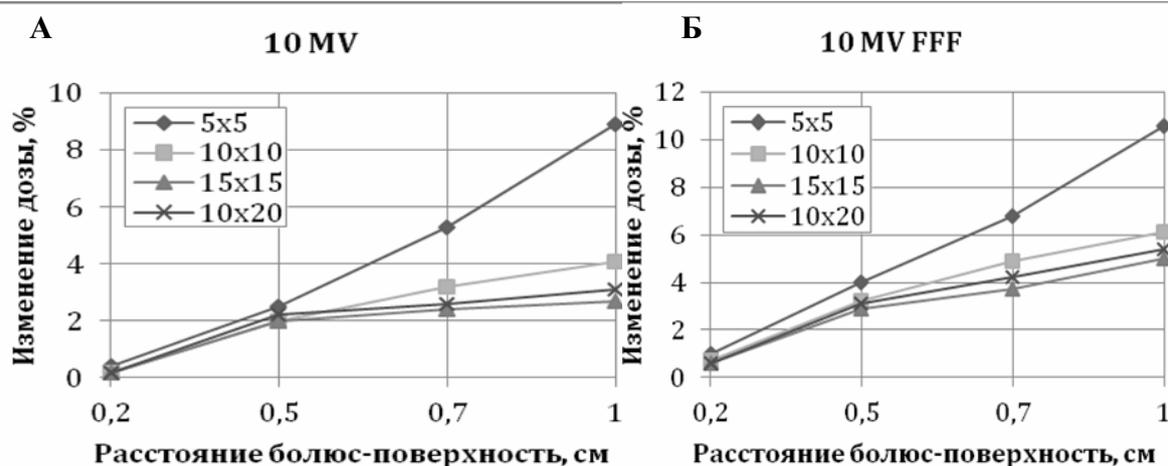


Рис. 2. Зависимость разницы в дозе от величины полости для различных полей пучков фотонов энергии 10 МэВ (А — стандартный, Б — без сглаживающего фильтра).

Таким образом, при проведении лучевой терапии с использованием болуса особое внимание наличию воздушных полостей следует уделять в случае локализации головы-шеи и небольших размеров облучаемого объема.

### Литература

11. Khan Y., et al. Clinical and Dosimetric Implications of Air Gaps between Bolus and Skin Surface during Radiation Therapy // J. Cancer Ther. 2013. Vol. 4(7). pp. 1251–1255.
12. Butson M.J., et al. Effects on skin dose from unwanted air gaps under bolus in photon beam radiotherapy // Radiation Measurements. 2000. Vol. 32(3). pp. 201–204.

### НЕСПЕЦИФИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИРУСОВ ГРИППА С КРЕМНИЕВЫМИ НАНОСТРУКТУРАМИ ДЛЯ БИОСЕНСОРИКИ

С.н.с. *Осминкина Л.А.*, м.н.с. *Шевченко С.Н.*, м.н.с. *Наташина У.А.*,  
м.н.с. *Гончар К.А.*, н.с. *Гонгальский М.Б.*, н.с. *Кропоткина Е.А.*,  
в.н.с. *Кудрявцев А.А.*, в.н.с. *Гамбарян А.С.*

Ввиду постоянного роста числа вирусных респираторных заболеваний, в особенности среди школьников и детей, отсутствия специфических лекарств и, как следствие, вызываемого значительного социально-экономического ущерба, встает острый вопрос о разработке новых методов ранней экспресс диагностики и контроля распространения вирусных заболеваний, резистентных к терапии.

Настоящая работа направлена на изучение взаимодействия различных оболочечных вирусов с поверхностью кремниевых наноструктур с целью создания высокочувствительного сенсора.

Так, были исследованы вирулицидные свойства наночастиц пористого кремния (SiNPs) против различных типов вирусов, таких как вирус гриппа H1N1, полиовирус, вирус иммунодефицита человека, вирус Западного Нила и вирус гепатита.

Пористые кремниевые наночастицы размером 60 нм со средним диаметром пор 2 нм и удельной площадью поверхности 200 м<sup>2</sup>/г были получены путем измельчения пленок пористого кремния в шаровой мельнице. Неспецифическое взаимодействие наночастиц и вирионов было подтверждено несколькими методами, такими как просвечивающая электронная микроскопия (ПЭМ), динамическое рассеяние света, а также в экспериментах *in vitro*. Связывание вирионов и наночастиц способствовало сильному снижению вирусной активности, которое было зарегистрировано для всех исследованных вирусов (см. рис.1). Причиной, предполагается, является

неспецифическое Ван-дер-Ваальсовое взаимодействие, возникающее между развитой поверхностью наночастиц и вирионов [1]. Полученные результаты демонстрируют большой потенциал использования наночастиц пористого кремния при антивирусной обработке.

В работе было изучено также неспецифическое связывание вирионов гриппа H1N1 с поверхностью пленок кремниевых наноструктур различных морфологий: пленка пористого кремния (PSi), массивы кремниевых нанонитей (SiNWs), пленка пористого кремния с двойным пористым слоем (DPSi).

Согласно проведенным структурным, оптическим и биологическим экспериментам было показано, что наличие неспецифической сорбции вируса гриппа на подложки пористого кремния типа PSi и SiNWs не удастся детектировать в пределах выше погрешности измерений. В то же время наблюдается достаточно хорошая неспецифическая сорбция вирионов на подложки кремниевых образцов с двойным пористым слоем DPSi.

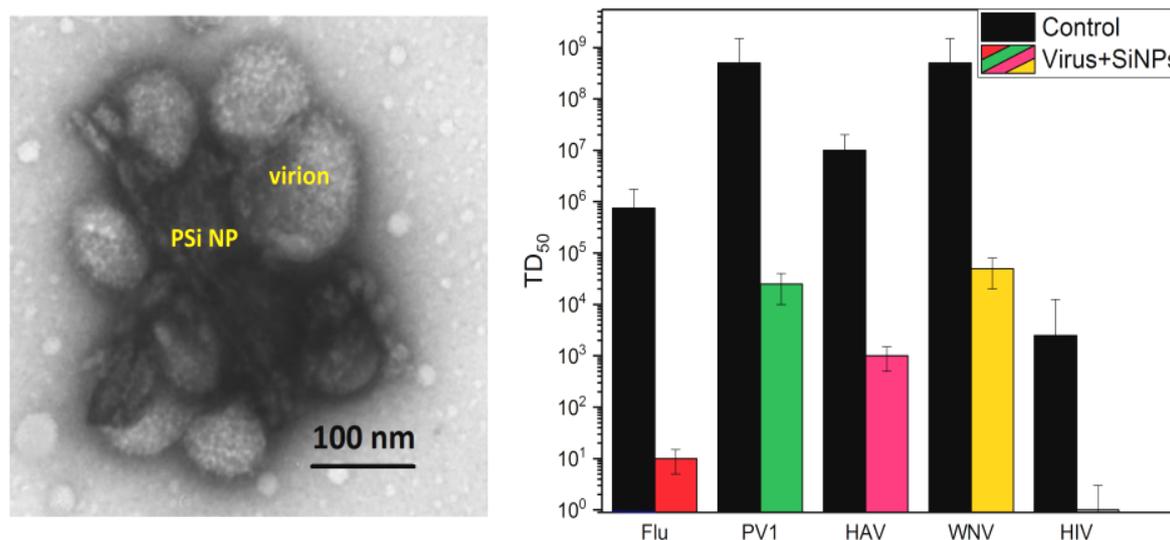


Рис. 1. Слева: Микрофотография ПЭМ вирусов гриппа после взаимодействия с SiNPs. Справа: TD<sub>50</sub> для 5 различных вирусных суспензий, обработанных SiNPs, (вирус гриппа (Flu) — красный, полиовирус (PV1) — зеленый, вирус гепатита А (HAV) — розовый, вирус Западного Нила (WNV) — желтый, и вирус иммунодефицита человека (HIV)), по сравнению с соответствующим контрольным образцом суспензий вирионов без обработки — черный.

Проведено измерение импеданса разработанного сенсорного элемента, в том числе при сорбции на его поверхность вирусов H1N1. Установлено четкое понижение адмиттанса/емкости сенсорного элемента примерно на 15% на частоте 500 КГц при сорбции вирионов. Отмывка вирионов приводила к почти полному восстановлению сигнала в данном диапазоне. Тем самым, сенсор демонстрировал хорошую обратимость.

Таким образом, в работе установлена чувствительность импеданс-отклика сенсорного элемента на основе DPSi к нахождению в воздушной среде с вирионами H1N1.

Авторы выражают благодарность аспиранту Божьеву И. за измерения СЭМ и в.н.с. Форшу П.А. за измерение импеданса наноструктур. Работа поддержана грантом РФФИ № 17-12-01386.

### Литература

1. Osminkina L.A., Timoshenko V.Yu, Shilovsky I.P., Kornilaeva G.V., Shevchenko S.N., and et al "Porous silicon nanoparticles as scavengers of hazardous viruses"// J Nanopart Res. - 2014. - 16:2430.

## АНТИБАКТЕРИАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ БИОСОВМЕСТИМЫХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОЧАСТИЦ, АКТИВИРУЕМЫХ ТЕРАПЕВТИЧЕСКИМ УЛЬТРАЗВУКОМ

Асп. *Наташина У.А.*, м.н.с. *Шевченко С.Н.*, с.н.с. *Шеваль Е.В.*, в.с. ИТЭБ РАН *Николаев А.Л.*, н.с. *Гопин А.В.*, в.н.с. *Кудрявцев А.А.*, с.н.с. *Осминкина Л.А.*

В данной работе представлен метод подавления жизнеспособности бактерий кишечной палочки (*E. coli*) с помощью терапевтического ультразвукового облучения (УЗИ) с использованием биосовместимых наночастиц кремния в качестве сенсibilизаторов кавитации.

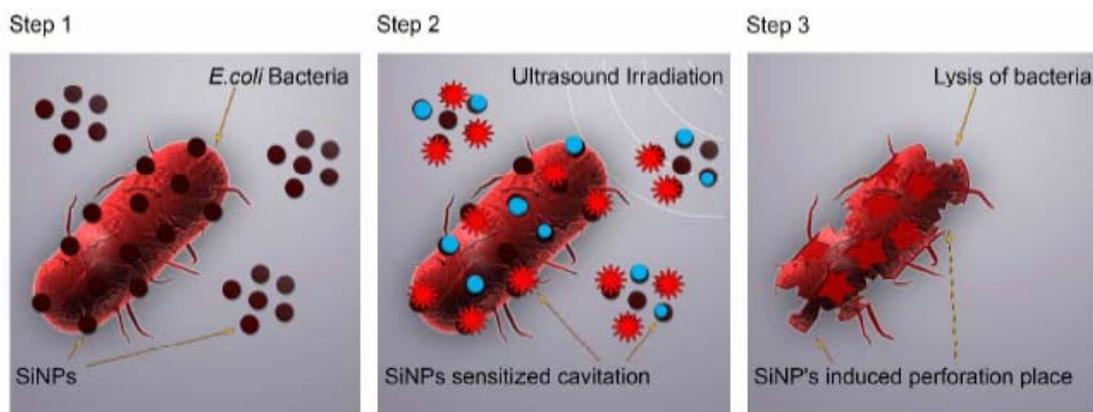


Рис. 1. Схематическое представление антимикробного эффекта наночастиц кремния, активированных терапевтическим ультразвуком.

Были использованы кремниевые наночастицы без покрытия (SiNPs) и покрытые полисахаридом (декстран) (DSiNPs). Оба типа наночастиц не токсичны для клеток Hep 2 вплоть до концентрации 2 мг/мл. Совместное воздействие УЗИ 1 Вт/см<sup>2</sup> и SiNPs (10 мин) приводило к гибели 35% бактерий по сравнению с контролем. При этом при совместном воздействии на

бактерии УЗИ (10 мин) с той же интенсивности и DSiNPs, достигалась их 75% гибель. Это указывает на лучшую сорбцию на поверхность бактерий наночастиц, покрытых декстраном. При этом 100% гибель бактерий наблюдалась при совместном воздействии на бактерии SiNPs и DSiNPs и УЗИ  $3 \text{ Вт/см}^2$  в течение 10 мин. Более высокое снижение жизнеспособности бактерий для DSiNPs по сравнению с SiNPs объясняется тем, что биополимерная оболочка полисахарида обеспечивает более сильную адгезию наночастиц к поверхности бактерий. Исследования просвечивающей электронной микроскопии (ТЭМ) показали, что липидная оболочка бактерий частично перфорирована после комбинированной обработки DSiNPs и УЗИ, что можно объяснить лизисом бактериальной мембраны. На рис. 1 представлена схема эффекта, изученного в работе.

### Литература

1. Svetlana N. Shevchenko, Markus Burkhardt, Eugene Sheval, Ulyana A Natashina, Christina Große, Alexander Lvovich Nikolaev, Alexander V. Gopin, Ute Neugebauer, Andrew A. Kudryavtsev, Vladimir Sivakov, Liubov A Osminkina “Antimicrobial effect of biocompatible silicon nanoparticles activated by therapeutic ultrasound” // *Langmuir*, 2017, 33 (10), pp 2603–2609.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В КОСТНОЙ ТКАНИ ПРИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ РЕЗКЕ

В.н.с. *Розанов В.В.*, с.н.с. *Шутеев С.А.*, проф. *Матвейчук И.В.*

Построение моделей костной ткани связана с исследованием закономерностей как механического поведения модельных образцов костных тканей, так и теплофизических свойств с учетом индивидуальных особенностей их строения и состава при разработке индивидуальных имплантатов, совместимых с костной тканью или изготовляемых из костной ткани. Экспериментальное изучение температурных характеристик костной ткани при гидродинамической резке в первую очередь необходимо для верификации теоретических моделей, описывающих костную ткань.

Механические модели разрабатывались давно и прошли стадии от эмпирических (девяностые годы) до механо-биологических, что хорошо отражено в литературе. Были проведены работы, связанные с моделированием механического поведения костей скелета при статических и динамических воздействиях, с моделированием напряженно-деформированного состояния костей скелета человека с имплантатами. Разработаны модели адаптации костной ткани при изменении физиологической нагрузки или взаимодействии кости с имплантатами, способы моделирования микроструктуры губчатой и компактно костных тканей.

Учет микроструктуры и состав компактной костной ткани, расположение коллагено-минеральных волокон, приводит к необходимости машинного моделирования напряженно-деформированного состояния модельных образцов костной ткани. В настоящее время существуют различные программные комплексы, позволяющие проводить моделирование. Наибольшее распространение, пожалуй, получил программный комплекс ANSYS, который при расчетах использует метод конечных элементов.

В задачах, связанных с резкой костной ткани различными новыми устройствами, разрабатываемыми в настоящее время, возникает необходимость разработки теплофизической модели костной ткани. В первую очередь, данная задача возникает в лазерной медицине, электрохирургии, а также гидрорезании, когда требуется оценки степени термического воздействия на биоматериал.

В литературе работ, использующих теплофизические модели, мало. Обычно при расчетах используют значительные упрощения. Например, в работе [1] в связи с отсутствием теплофизических данных костного материала было принято использовать свойства стеклотекстолита в качестве аналога свойств костного материала при расчетах одномерного уравнения теплопроводности (моделировалось воздействие плазменной горелки на костный материал).

В [2] моделирование нагрева костной ткани внедренными в нее зондами (теплопередача и теплообмен), проводилось в программном комплексе ANSYS®. Кроме того, в этой работе использовалась упрощенная расчетная модель: кость принималась бесконечным цилиндром, который разбивался на несколько внутренних слоев каждый со своей постоянной плотностью, теплопроводностью и теплоемкостью. При всех расчетах использовались средние численные значения удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности из работ [3-5]

В нашей работе [6] изучались температурные характеристики костной ткани при гидродинамической резке. Обработка проведенных измерений температуры после ряда экспериментальных работ по резке показала, что гипертермии поверхности реза ни в момент резания, ни в последующий период времени не наблюдается. В настоящей работе моделирование теплового поля при гидрорезании костной ткани проводилось в программном комплексе ANSYS. Кроме того, упрощенные расчеты с использованием уравнения теплопроводности показали, как и при использовании более сложной расчетной модели, хорошее согласие с экспериментальными результатами [6]. Полученные результаты позволяют получать хорошие оценки теплофизических характеристик костного материала по экспериментальным данным.

### Литература

1. Иванов В.В. Диссертация на соиск. уч. ст. к.м.н. Новое в хирургическом лечении больных с хондромами костей, 2015, Самара.
2. Хуторной А.Ю. Диссертация на соиск. уч. ст. к.т.н. Электронное устройство для высокотемпературного разрушения патологических образований ткани кости, 2014, Томск.
3. Giering K. Lamprecht I. Minet O. and Handke A. Determination of the specific heat capacity of healthy and tumorous human tissue. *Thermochimica Acta.* – 1 March 1995. – Vol. 251. – P. 199–205.
4. Holmes K.R. Thermal conductivity data for specific tissues and organs for humans and other mammalian species [Электронный ресурс]. – URL: <http://users.ece.utexas.edu/~valvano/research/Thermal.pdf>
5. Chato JC. Fundamentals of bioheat transfer. In *Thermal Dosimetry and Treatment Planning*, M Gautherie, ed., Springer-Verlag, New York, 1990, p. 51.
6. Розанов В.В., Матвейчук И.В., Шутеев С.А. Исследование температурных полей на поверхности нативной костной ткани после гидродинамической инцизии. *Медицинская техника.* 2017, № 3, с. 18–20.

### ФЛУОРЕСЦЕНТНЫЕ НАНОЧАСТИЦЫ МЕЗОПОРИСТОГО КРЕМНИЯ КАК КОНТЕЙНЕРЫ ДЛЯ ДОСТАВКИ ЛЕКАРСТВ

Н.с. Гонгальский М.Б., м.н.с. Каргина Ю.В.,  
асп. Круз Х. (университет Калифорнии), проф. Сэйлор М.Дж. (университет Калифорнии), с.н.с. Осминкина Л.А.

Кремниевые наночастицы (КНЧ) являются перспективными биосовместимыми и биоразлагаемыми контейнерами для доставки лекарств [1], а фотолюминесценция КНЧ часто используется для того, чтобы их неинвазивно отслеживать в экспериментах *in vivo* [2]. И наружную поверхность и внутренние поры можно использовать для загрузки лекарства, хотя внутренние поры обеспечивают большую емкость полезной загрузки. Размер пор должен быть достаточно большим для проникновения молекул препарата в них, и поэтому мезопористый кремний является предпочтительным материалом для этих применений., т. к. размер пор в нем составляет более 5 нм. Однако, мезопористый кремний как правило не обладает эффективной фотолюминесценцией (ФЛ), что ограничивает его применения в терапии.

Активация ФЛ может быть достигнута несколькими методами окисления, которые уменьшают размер кремниевого «ядра» и увеличивают толщину оболочки, состоящей из диоксида кремния. Удобным и быстрым способом окисления является использование щелочного водного раствора

бората натрия [3]. В этом случае оптимальный размер ядра может быть достигнут за 50–400 минут, в зависимости от концентрации бората и наночастиц, после чего материал начинает растворяться, а сигнал фотолюминесценции - деградировать. Недостатком такого подхода является трудность воспроизводимого прекращения реакции окисления. Как правило реакция прекращается разбавлением в деионизированной воде, но это не дает полной остановки реакции.

В этом исследовании мы предлагаем быстрый и удобный способ формирования фотолюминесцентных КНЧ, который сочетает в себе 2 стадии: (i) окисление КНЧ в водном растворе тетрабората натрия, и (ii) остановка реакции путем добавления лимонной кислоты, чтобы быстро снизить рН, где скорость реакций окисления и растворения на порядки меньше.

Пористый кремний был получен методом электрохимического травления сильно легированного (удельное сопротивление — 0.001–0.005 Ом·см) монокристаллического кремния. Мы использовали так называемое перфорированное травление, в результате которого образовался слой с чередующейся высокой и низкой пористостью (толщина — 200 нм) [3]. Для получения КНЧ из пористого кремния использовалось ультразвуковое и механическое измельчение. Средний размер КНЧ составил 200 нм. Затем в суспензию КНЧ был добавлен тетраборат натрия  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$  в концентрациях от 0,2 до 16 мм, а фотолюминесценция суспензии измерялась в процессе окисления с помощью компактного спектрометра OceanOptics. Возбуждение ФЛ осуществлялось с помощью 365 нм светодиода.

Изначально ФЛ КНЧ отсутствовала, т. к. размеры нанокристаллов слишком велики и в них не наблюдается квантово-размерного эффекта, который и является фундаментальной причиной ФЛ КНЧ. Затем через 10 и более минут возникает ФЛ, которая сравнительно быстро растет и достигает максимума. Это соответствует оптимальному размеру нанокристаллов, около 4–6 нм. После этого окисление и растворение продолжается, интенсивность ФЛ падает и, в конце концов, образец полностью растворяется, а ФЛ полностью исчезает. Если в момент достижения максимальной интенсивности ФЛ в раствор добавить лимонную кислоту в количестве, достаточном для смещения уровня рН в кислотную область. После этого реакция останавливается, а квантовый выход ФЛ увеличивается в 2–3 раза за счет пассивации центров безызлучательной рекомбинации на границе кремниевого ядра и оксидной оболочки. Такая процедура позволяет получить КНЧ с эффективной ФЛ (квантовый выход достигает 20%) за 20 минут.

Такие КНЧ являются превосходными биосовместимыми и биodeградируемыми фотолюминесцентными метками, при этом они имеют большие поры, подходящие для загрузки различных лекарств. Таким образом, полу-

ченные КНЧ являются перспективными агентами для тераностики различных заболеваний, в том числе онкологических.

Работа поддержана фондами Фулбрайта и РФФ (N 17-72-10200).

### Литература

1. E. Tolstik, L.A. Osminkina, C. Matthäus, M. Burkhardt, K.E. Tsurikov, U.A. Natashina, V.Y. Timoshenko, R. Heintzmann, J. Popp, V. Sivakov, *Nanomedicine: Nanotechnology, Biology and Medicine*, 2016, 12, 1931–1940.
2. J. H. Park, L. Gu, G. von Maltzahn, E. Ruoslahti, S. N. Bhatia, M. J. Sailor, *Nat. Mater.* 2009, 8, 331–336.
3. J. Joo, J.F. Cruz, S. Vijayakumar, J. Grondek, M.J. Sailor, *Adv. Funct. Mater.* 2014, 24, 5688–5694.

### ДЕФЕКТНЫЙ МАГНЕТИЗМ КРЕМНИЕВЫХ НАНОЧАСТИЦ, ОБЛУЧЕННЫХ ПУЧКАМИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ ИОНОВ, КАК ПЕРСПЕКТИВНЫЙ СПОСОБ КОНТРАСТИРОВАНИЯ В МАГНИТНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

М.н.с. *Каргина Ю.В.*, н.с. *Гонгальский М.Б.*, студ. *Евсеев А.П.*,  
с.н.с. *Шемухин А.А.*, с.н.с. *Осминкина Л.А.*

Магнитно-резонансная томография (МРТ) является одним из самых мощных неинвазивных методов диагностики в клинической медицине. В основе этого метода лежит явление ядерного магнитного резонанса атомов водорода (протонов), а изображения на томограммах строятся на основе продольных ( $T_1$ ) и поперечных ( $T_2$ ) времен релаксаций намагниченности протонов. Для того, чтобы увеличить эффективность данного метода, МРТ-диагностику проводят с помощью внутривенного введения контрастных агентов, которые усиливают контраст исследуемой области путем изменения времен релаксации окружающих протонов [1].

Кремниевые наночастицы (КНЧ) перспективны для биомедицинских применений благодаря высокой биосовместимости. Показано, что КНЧ растворяются в биологических средах, превращаясь в ортокремниевую кислоту  $\text{Si}(\text{OH})_4$ , которая выводится из организма [2,3]. В настоящее время в качестве контрастных агентов используют препараты на основе ионов гадолиния и оксида железа. Однако безопасность таких препаратов остается под вопросом [4]. Недавно было показано, что КНЧ обеспечивают значительный контраст МТР изображений за счет парамагнитных центров (оборванных связей кремния) на поверхности КНЧ [5].

Поскольку эффективность КНЧ как контрастных агентов для МРТ зависит от концентрации парамагнитных дефектов, то важным является изу-

чение различных методов их генерации. Метод, который представляется наиболее перспективным, — это бомбардировка слоев пористого кремния различными ионами (He, Ar, Si) [6].

Этот подход позволяет создавать как дефекты на поверхности, так и глубоко внутри. Процессы, возникающие при взаимодействии ионов с материей, приводят к распространению каскадов столкновений, распылению, смешиванию и генерации дефектов. Поэтому в этой работе мы предлагаем использовать ионную имплантацию для увеличения числа парамагнитных дефектов в пористом кремнии.

Слои пористого кремния были получены методом электрохимического травления подложек монокристаллического кремния легированного бором с ориентацией поверхности (100) и удельным сопротивлением 25 мОм·см в специальной ячейке. Ячейка заполнялась электролитом, состоящем из этилового спирта (C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH) и 50% водного раствора плавиковой кислоты (HF) в отношении 1:1. Травление проводилось при плотности тока травления ~ 60 мА/см<sup>2</sup>.

Для изучения взаимодействия ионных пучков с пористым кремнием была проведена серия ионных имплантаций на установке ускорителя НВЕС-500. Облучение ионами He<sup>+</sup> и Ar<sup>+</sup> проводили в диапазоне энергий от 30 до 430 кэВ и плотностью энергии в диапазоне от  $5 \cdot 10^{15}$  до  $10^{17}$  ионов/см<sup>2</sup>. Давление в камере в течение всего эксперимента было ниже  $10^{-6}$  мбар.

Методами комбинационного рассеяния света и сканирующей электронной микроскопии, было обнаружено, что облучение ионами He<sup>+</sup> приводит к аморфизации пористого кремния в слое до 2000 нм и приводит к увеличению числа парамагнитных центров в пористом кремнии на 4 порядка. Число парамагнитных центров в пористом кремнии зависит от плотности энергии ионного облучения Ar<sup>+</sup>. При плотности энергии облучения  $10^{17}$  ионов/см<sup>2</sup> наблюдается увеличение числа парамагнитных центров от  $10^{15}$  см<sup>-3</sup> для необлученного пористого кремния до  $2 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup> для облученного.

Столь высокие концентрации парамагнитных дефектов демонстрируют эффективность метода ионной имплантации для повышения эффективности КНЧ, как контрастных агентов для МРТ.

Работа поддержана Благотворительным фондом «Вольное Дело».

### Литература

1. G.J. Strijkers, W.J.M. Mulder, G.A.F. van Tilborg, K. Nicolay, *Anticancer Agents Med. Chem.* 2007, 7, 291–305.
2. J. H. Park, L. Gu, G. von Maltzahn, E. Ruoslahti, S. N. Bhatia, M. J. Sailor, *Nat. Mater.* 2009, 8, 331–336.

3. A.D. Durnev, A.S. Solomina, N.O. Daugel-Dauge, A.K. Zhanataev, E.D. Shreder, E.P. Nemova, O.V. Shreder, V.A. Veligura, L.A. Osminkina, V.Yu. Timoshenko, Bull. Exp. Biol. Medic. 2010, 149, 445–449.
4. M. Mahmoudi, H. Hofmann, B. Rothen-Rutishauser, A. Petri-Fink, Chem. Rev. 2012, 112, 2323.
5. M. B. Gongalsky, Yu. V. Kargina, L. A. Osminkina, A. M. Perepukhov, M. V. Gulyaev, A. N. Vasiliev, Yu. A. Pirogov, A. V. Maximychev, and V. Yu. Timoshenko, Appl. Phys. Lett. 2015, 107, 233702.
6. T. Dubroca, J. Hack, and R. E. Hummel, Appl. Phys. Lett. 2006, 88, 182504.

### ВКЛАД ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ В ГЛУБИННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГЛОЩЕННОЙ ДОЗЫ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ ФОТОНАМИ

Доц. Белоусов А.В., программ. Крусанов Г.А.,  
проф., зав. каф. Черняев А.П.

В работе методом компьютерного моделирования с использованием библиотек Geant4 [1] посчитано глубинное распределение поглощенной дозы в водном фантоме при облучении фотонами с энергией до 30 МэВ. Особое внимание уделено вкладу в поглощенную дозу вторичных частиц, в том числе продуктов фотоядерных реакций.

Показано, что при энергиях, превышающих порог фотоядерных реакций на кислороде (~10 МэВ), вклад тяжелых частиц весом, особенно в приповерхностных слоях (рис. 1–4). Наибольший вклад наблюдается при энергии 25 МэВ, что приблизительно соответствует максимуму гигантского дипольного резонанса.

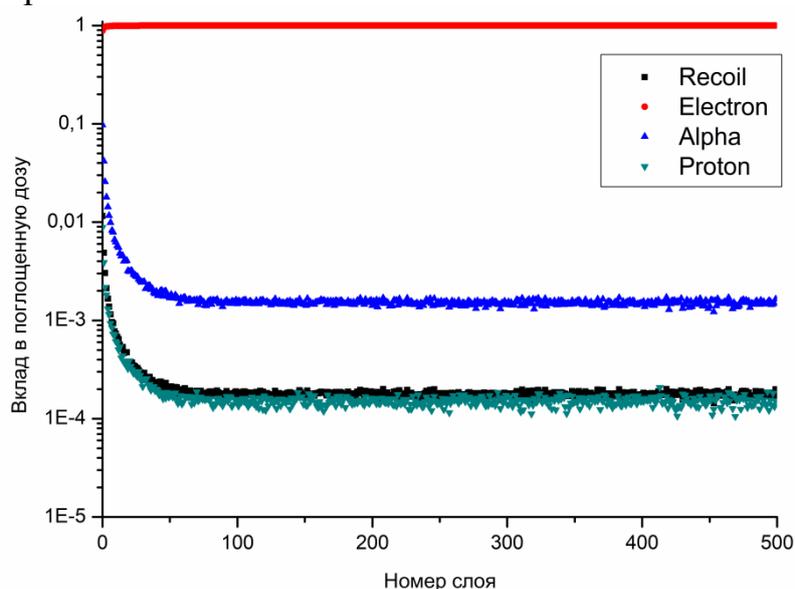


Рис. 1. Зависимость вклада в поглощенную дозу различных типов частиц от номера слоя по глубине для энергии фотонов 15 МэВ.

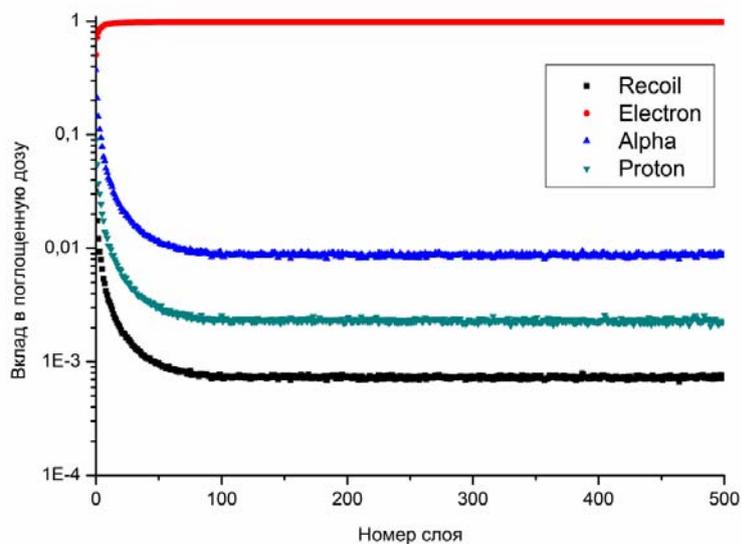


Рис. 2. Зависимость вклада в поглощенную дозу различных типов частиц от номера слоя по глубине для энергии фотонов 20 МэВ.

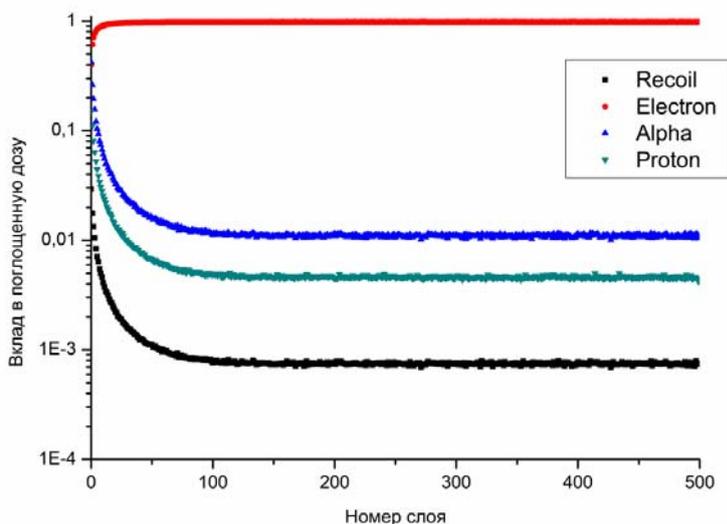


Рис. 3. Зависимость вклада в поглощенную дозу различных типов частиц от номера слоя по глубине для энергии фотонов 25 МэВ.

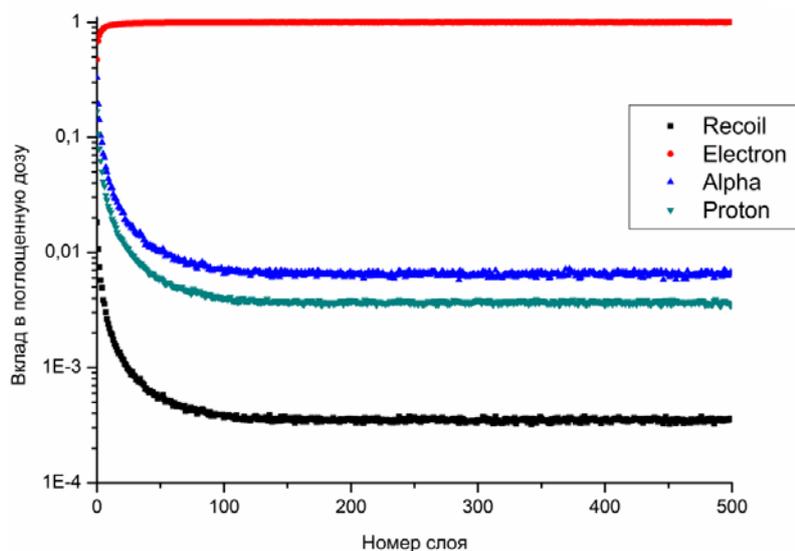


Рис. 4. Зависимость вклада в поглощенную дозу различных типов частиц от номера слоя по глубине для энергии фотонов 30 МэВ.

С точки зрения задач радиационной защиты и радиационной безопасности необходимо учитывать продукты фотоядерных реакций, особенно тяжелые частицы с высоким значением линейной передачи энергии.

### Литература

1. S. Agostinelli et al. Geant4 - A Simulation Toolkit // Nuclear Instruments and Methods A. 2003. Vol. 506. P. 250–303.

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОНФОРМАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ БЕЛКОВ В ПЛАЗМЕ КРОВИ И В МОДЕЛЬНЫХ РАСТВОРАХ МЕТОДОМ КАПИЛЛЯРНОГО ЭЛЕКТРОФОРЕЗА С ФЛУОРЕСЦЕНТНЫМ ДЕТЕКТИРОВАНИЕМ

*Асс. Жданова Н.Г., н.с. Майдыковский А.И., с.н.с. Шишин Е.А.*

Основным фактором, определяющим функциональную активность, белков является их структурная организация (конформация). В результате многочисленных исследований растворов альбумина — основного транспортного белка плазмы крови — показано, что его параметры связывания для различных лигандов зависят от конформации (1–4).

Изменение параметров связывания альбумина в плазме крови в результате патологических процессов в организме может привести к развитию сопутствующих метаболических патологий. Следовательно, оценка гетерогенности конформационных состояний альбумина в плазме крови может расширить возможности диагностики и контроля терапии заболеваний.

Анализ статей, посвящённых исследованию конформационных состояний альбумина, показывает, что основным объектом исследования являются модельные растворы, а не образцы плазмы крови. Определение параметров связывания альбумина с различными лигандами в растворе в подобных работах проводится с помощью оптических методов (абсорбционная и флуоресцентная спектроскопия, спектроскопия комбинационного рассеяния и др.). Поскольку плазма крови является гетерогенной, при исследовании конформационных состояний альбумина в плазме крови основная трудность заключается в выделении оптического сигнала альбумина на фоне сигнала от остальных компонентов пробы.

Одним из вариантов решения указанной выше проблемы выделения оптического отклика альбумина в плазме крови является препаративное разделение исследуемого образца методами жидкостной хроматографии. В данной работе проводится исследование возможности совмещения технологии разделения пробы на компоненты (а именно, капиллярного зонного электрофореза — КЗЭ) и измерения оптических параметров компонентов

пробы после разделения для определения конформационных состояний альбумина в растворе и в плазме крови. Для этого была проведена серия экспериментов с модельными растворами и плазмой крови.

Для выделения сигнала альбумина в модельных растворах и образцах плазмы крови была использована стандартная методика разделения пробы на компоненты (5). Отличительной особенностью нашей методики является не только определение концентрации белковых фракций исследуемых образцов, но и анализ спектров флуоресценции при возбуждении на длине волны 405 нм (рис. 1).

В ходе работы было показано, что при ускоренном гликировании альбумина (6) форма спектра флуоресценции при возбуждении на длине волны 405 нм нативной и модифицированной форм не отличается. При этом степень гликирования альбумина можно оценить, сравнивая интенсивность в максимуме для указанной выше полосы флуоресценции. Следовательно, при смешивании растворов альбумина с разной степенью гликирования невозможно оценить гетерогенность пробы. Исследование с помощью КЗЭ с оптическим детектированием показали, что время выхода альбумина зависит от степени гликирования, а ширина пика во времени может выступать в роли параметра гетерогенности модифицированных форм альбумина. Таким образом, предлагаемая методика позволяет оценить гетерогенность конформационных состояний альбумина, не отличающихся формой спектра флуоресценции.

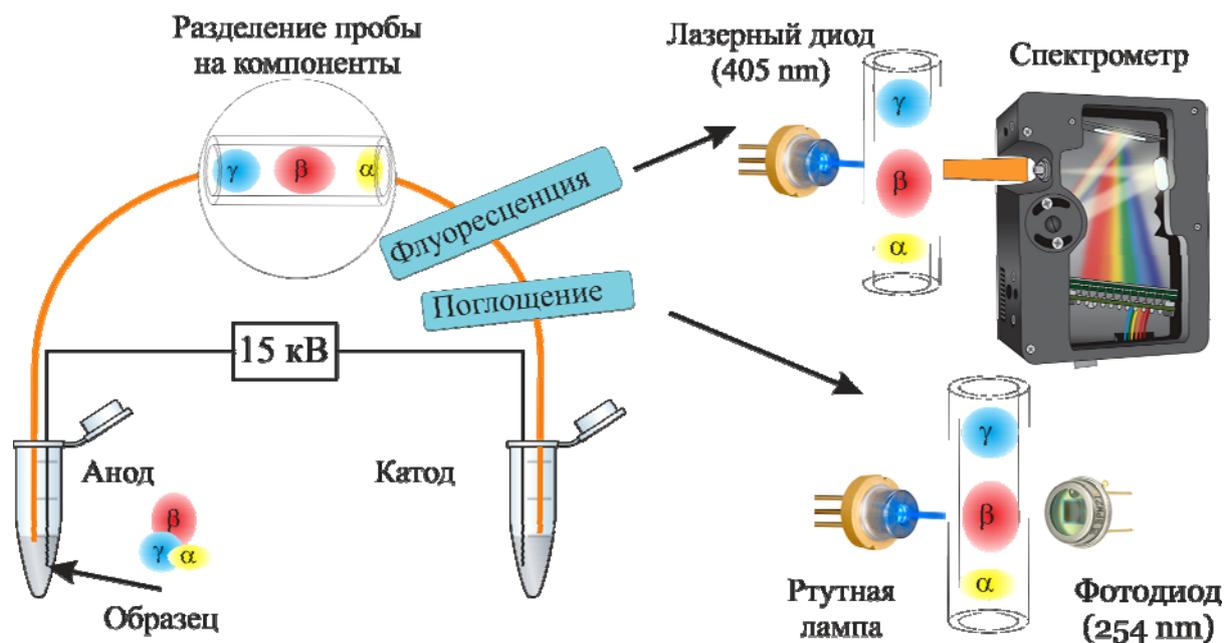


Рис. 1. Схема прибора капиллярного зонного электрофореза с флуоресцентным детектированием.

В ходе работы было показано, что форма спектра флуоресценции (отношение интенсивности слева и справа от максимума спектра в расчёте на единичный интервал длин волн) альбумина в плазме крови коррелирует с общей концентрацией билирубина в исследуемых образцах. Таким образом, предлагаемая методика позволяет исследовать конформационные состояния альбумина на основании различия формы спектров флуоресценции.

Полученные в ходе выполнения данной работы результаты показывают, что совмещение технологии разделения пробы на компоненты и исследования их оптических характеристик позволяет оценить гетерогенность конформационных состояний альбумина как в растворах, так и в плазме крови. При этом оценка гетерогенности альбумина возможна не только при условии спектральных различий конформационных состояний белка, но и для случая, когда форма спектра нативной и модифицированной формы альбумина одинаковы.

Данное исследование выполнено в рамках проекта «Конформационные состояния альбумина в плазме крови при метаболических патологиях, сопутствующих сахарному диабету второго типа», поддержанного советом по грантам Президента Российской Федерации. Авторы данного исследования также выражают признательность сотруднику клинко-диагностической лаборатории ФГБУ «НМ ИЦ ТО им. Н.Н. Приорова» С.А. Родионову за обсуждение результатов исследования.

### Литература

1. Peters Jr T. Serum albumin //Advances in protein chemistry. – Academic Press, 1985. – Т. 37. – С. 161–245.
2. Petitpas I. et al. Crystal structure analysis of warfarin binding to human serum albumin anatomy of drug site I //Journal of Biological Chemistry. – 2001. – Т. 276. – №. 25. – С. 22804–22809.
3. Sułkowska A. et al. Competitive binding of phenylbutazone and colchicine to serum albumin in multidrug therapy: a spectroscopic study //Journal of Molecular Structure. – 2008. – Т. 881. – №. 1-3. – С. 97–106.
4. Varshney A. et al. Ligand binding strategies of human serum albumin: how can the cargo be utilized? //Chirality. – 2010. – Т. 22. – №. 1. – С. 77–87.
5. Комарова Н. В., Каменцев Я. С. Практическое руководство по использованию систем капиллярного электрофореза «Капель» //СПб.: Веда. – 2006. – С. 50–51.
6. Shirshin E. A. et al. Native fluorescence spectroscopy of blood plasma of rats with experimental diabetes: identifying fingerprints of glucose-related metabolic pathways //Journal of biomedical optics. – 2015. – Т. 20. – №. 5. – С. 051033.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАДИАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ В ПРОЦЕССЕ КОМБИНИРОВАННОЙ СТЕРИЛИЗАЦИИ КОСТНЫХ ИМПЛАНТАТОВ

Проф. *Розанов В.В.*, асп. *Николаева А.А.*, проф. *Черняев А.П.*

В настоящее время радиационные способы воздействия обретают все большую востребованность в различных отраслях — промышленности, медицине, сельском хозяйстве. Одно из важнейших условий развития современных медицинских технологий — тщательная стерилизация помещений, инструментария, шовного и пересадочного материала. Поскольку заболевания и повреждения костно-суставного аппарата вышли уже на четвертое по значимости место среди неинфекционных болезней, необходимость в качественном и стерильном пересадочном материале постоянно растет. Радиационная обработка пучком гамма — квантов или быстрых электронов медицинских приборов и пересадочного материала позволяет обеспечить необходимый уровень стерильности. Такая обработка позволяет затем использовать их в практической медицине.

В работе рассмотрены способы стерилизации костных имплантатов, произведена оценка достоинств и недостатков всех существующих радиационных и нерадиационных методик, таких как: газовая, паровая, криостерилизация и химическая. Целью настоящего исследования явилась разработка уникальной, эффективной методики, объединяющей положительные стороны двух различных методик и позволяющей снизить побочные эффекты от каждой из них. В качестве таких методик была выбрана радиационная и озоновая.

Радиационная обработка на сегодняшний день является самой распространенной методикой стерилизации и имеет значительное преимущество перед остальными — высокую эффективность и большую проникающую способность. Однако недостаток ее самостоятельного использования состоит в необходимости подведения высоких доз поглощения — от 25кГр, что оказывает пагубное воздействие на структуру и пластические свойства костных имплантатов. Озоновая же обработка в свою очередь обладает рядом преимуществ перед другими нерадиационными методиками - низкотемпературный режим, короткая экспозиция, глубокое проникновение в материал, возможность стерилизации термо-неустойчивых изделий, бумажных изделий и белья, оптических деталей, изделий из полимеров и стекла, большой объем стерилизационной камеры, не обладает токсичностью, безопасен для окружающей среды.

Цикл исследований по комбинированной стерилизации был осуществлен в совместной (МГУ имени М.В.Ломоносова и ВИЛАР) лаборатории биомедицинских технологий. Эксперименты имели своей основной целью развитие подходов к развитию комбинированных технологий стерилиза-

ции, в основе которых лежит радиационная обработка с меньшими дозами поглощения. В этой связи необходимым являлось максимально точное определение реально поглощаемой дозы.

В экспериментах использовались образцы компактной костной ткани быка с размерами 18x8x6 мм со средним весом около 2 г. Облучение проводилось на линейном ускорителе электронов непрерывного действия НИИЯФ МГУ (энергия 1 МэВ, мощность пучка до 25 кВт). Дозиметрический контроль поглощенной дозы ионизирующего излучения выполнялся с помощью пленочного детектора-дозиметра СО ПД (Ф)Р-5/50.

На первом этапе метрологического контроля осуществлялась математическая оценка поглощенной дозы, основанная на расчете накопленного заряда на пластине, на которую помещались образцы. Оценка производится на основании параметров пучка, настраиваемых на ускорителе (ток пучка, время воздействия) и свойствах образца.

Второй этап состоит в построении модели эксперимента с помощью программного пакета GEANT4. В данной задаче произведено моделирование процесса запуска частиц (электронов) с заданной энергией 1 МэВ в соответствии с геометрией эксперимента. В результате моделирования физического эксперимента был получен массив данных, состоящий из значений поглощенной энергии в образце при разных значениях толщины, площади, а также при отклонениях по энергии электронов. После аппроксимации значений поглощенной энергии была произведена оценка погрешности определения поглощенной дозы, которая составила в итоге 12%.

Третьим этапом является оценка величины поглощенной дозы во время эксперимента. На верхнюю и нижнюю часть образца приклеивается пленочный детектор-дозиметр, устанавливается ток пучка и проводится облучение в течение времени, необходимого для получения образцом установленной дозы. С помощью оптического спектрофотометра с пленочных детекторов считывается оптическая плотность и рассчитывается измеренная доза. В результате обеспечивается получение полной объективной картины параметров эксперимента.

Описанный эффективный и инновационный подход к комбинированной стерилизации гарантирует стерильность с одновременным сохранением биопластических свойств материала при длительном хранении. Такой технологический цикл может осуществляться в лаборатории с последующим предоставлением качественного и стерильного материала в тканевые банки или учреждения здравоохранения. Полученные в настоящем исследовании результаты с учетом данных проведенного патентного поиска подтвердили новизну и патентоспособность данной разработки и явились основанием для получения Патента Российской Федерации на «Комбинированный способ стерилизации костных имплантатов».

**Подсекция:**  
**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ**  
**ФИЗИКА**

Сопредседатели  
профессор В. Ч. Жуковский, профессор Б. И. Садовников

## СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ И УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ ТВЕРДЫХ СФЕР ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ СТАБИЛЬНЫХ И МЕТАСТАБИЛЬНЫХ ФАЗ

Проф. Николаев П.Н.

При решении задач статистической физики особую роль играет система твердых сфер, в том числе и ее частный случай — двумерная система, или система твердых дисков [1–3]. Это обусловлено целым рядом причин, главной из которых является, с одной стороны, его простота, а с другой — широкое использование при построении рядов теории возмущений для более сложных потенциалов [3–7]. Двумерная система представляет собой и самостоятельный интерес для решения проблем описания поверхностных процессов [8–10].

В настоящее время известно десять вириальных коэффициентов для системы твердых дисков, большинство из которых найдено численно. При этом первые четыре из них, как известно, вычисляются точно. Это позволяет определить уравнение состояния системы с достаточно хорошей степенью точности при малых и средних плотностях. В общем же случае разложение для сжимаемости имеет вид

$$z = \frac{pS}{NkT} = 1 + \sum_{i=2}^{\infty} b_i \rho^{i-1}. \quad (1)$$

Здесь  $S$  — площадь, занимаемая системой,  $N$  — число частиц в ней,  $T$  — абсолютная температура,  $p$  — давление в системе,  $k$  — постоянная Больцмана,  $b_i$  — вириальные коэффициенты,  $\rho = N/S$  — плотность.

Перейдем в выражении (1) к безразмерным переменным

$$z = 1 + \sum_{i=2}^{\infty} \bar{b}_i y^{i-1} = 1 + \varphi(y). \quad (2)$$

В разложении для сжимаемости (2)  $y = \pi\sigma^2\rho/4$ ,  $\bar{b}_i = b_i(4/\pi\sigma^2)^{i-1}$ ,  $\sigma$  — диаметр твердых дисков.

Зависимость коэффициентов  $\bar{b}_i$  ряда (2) от номера вириального коэффициента  $i$  для десяти известных на настоящее время вириальных коэффициентов с хорошей степенью точности можно представить как линейную.

Отсюда нетрудно видеть, что для функции

$$\chi = \int_0^y \varphi(t) dt = \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\bar{b}_i}{i} y^i \quad (3)$$

коэффициенты  $\chi_i = \bar{b}_i/i$  будут близки к единице. Особенность, обусловленную поведением статистического интеграла при больших плотностях,

мы сможем использовать для количественного описания уравнения состояния твердых дисков при больших плотностях, включая метастабильную область.

По этой причине возникает задача об ускорении сходимости ряда, то есть его преобразования в другой ряд, который имел бы такую же сумму, как и исходный, но сходился быстрее. Ее мы решаем методом, предложенным в работе [4].

Поскольку коэффициенты ряда для функции  $\chi$  близки к единице, естественно применить к этому ряду метод ускоренной сходимости Эйлера. В результате для  $\chi$  из (3) имеем

$$\chi = \frac{y^2 \left( 1 + \sum_{i=3}^{\infty} c_i y^i \right)}{1-y}. \quad (4)$$

Здесь

$$c_i = \frac{\bar{b}_i}{i} - \frac{\bar{b}_{i-1}}{(i-1)}. \quad (5)$$

При выводе (4) мы учли, что  $\bar{b}_2/2 = 1$ .

Определив согласно выражению (5) коэффициенты  $c_i$  ( $i \geq 3$ ), мы находим функцию  $\chi$  из (4). Это позволяет определить функцию  $\varphi$  из (3):

$$\varphi = \frac{d\chi(y)}{dy} = \frac{2y - y^2 + 5c_3 y^4 + \sum_{i=3}^{\infty} d_i y^{i+2}}{(1-y)^2}, \quad (6)$$

где

$$d_i = (i+3)c_{i+1} - (i+1)c_i. \quad (7)$$

В результате уравнение состояния системы (2) согласно (6) и (7) определено полностью

$$z = 1 + \varphi = 1 + \frac{2y - y^2 + 5c_3 y^4 + \sum_{i=3}^{\infty} d_i y^{i+2}}{(1-y)^2} = \frac{1 + 5c_3 y^4 + \sum_{i=3}^{\infty} d_i y^{i+2}}{(1-y)^2}. \quad (8)$$

Соотношение (8) дает выражение для сжимаемости, позволяющее определить интегрированием и свободную энергию системы

$$F = F_0 + NkT\psi. \quad (9)$$

где

$$\psi(y) = \int_0^y (\varphi(t)/t) dt. \quad (10)$$

Далее функцию  $\psi$  представим в виде

$$\psi = -m(y) \ln(1 - ay), \quad (11)$$

где  $a$  — постоянная, определяемая значением плотности при плотной упаковке, а  $m(y)$  — новая функция, имеющая смысл половины эффективного числа ближайших соседей [4].

Для определения вида функции  $m(y)$  представим ее в виде

$$m(y) = \frac{\zeta(y)}{(1-y)}, \quad (12)$$

а функцию  $\zeta(y)$  ищем в виде ряда

$$\psi(y) = p_0 + p_1 y + p_2 y^2 + p_3 y^3 + \dots, \quad (13)$$

коэффициенты которого  $p_i$  находятся из условия асимптотического совпадения при малых плотностях ряда для функции  $\psi$ , найденной из (10) при учете (11)–(13), и функции, найденной из вириального разложения

$$F = F_0 + NkT \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\bar{b}_i}{i-1} y^{i-1}. \quad (14)$$

При этом число членов ряда в (13) ограничим условием, чтобы функция  $m(y)$  была монотонно возрастающей.

В данной работе построена статистическая термодинамика системы твердых дисков, применимая для стабильной и метастабильной однородных фаз.

### Литература

1. Guerra R.E., Kelleher C.P., Hollingsworth A.D., Chaikin P.M. // Nature 2018. **554**. P. 346.
2. Sun T., Xian J., Zhang H., Zhang Z., Zhang Y. // J. Chem. Phys. 2017. **147**. 194505.
3. Labik S., Kolafa J., Malijevský A. // Phys. Rev. E 2005. **71**. 021105.
4. Николаев П.Н. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2017. № 1. С. 23.
5. Cowley E.R., Barker J.A. // J. Chem. Phys. 1980. **73**. P. 3452.
6. Hoover W.G., Ree F.H. // J. Chem. Phys. 1968. **49**. P. 3609.
7. Erpenbeck J.J., Luban M. // Phys. Rev. A 1985. **32**. P. 2920.
8. Flumara G., Saija F., Pellicane G., Haro de M.L., Santos A., Yuste S.B. // J. Chem. Phys. 2017. **147**. P. 164502.
9. Uihlein J., Reiser H., Glaser M., Polek M., Adler H., Petraki F., Ovsyannikov R., Bauer M., Chasse T. // J. Chem. Phys. 2013. **138**. 081101.
10. Saija F., Santos A., Yuste S.B., Haro de M.L. // J. Chem. Phys. 2012. **136**. 184505.

## РЕЛЯЦИОННЫЕ ОСНОВАНИЯ ФИЗИКИ И ГЕОМЕТРИИ

Проф. Ю.С. Владимиров

1. Неудачи в решении ряда проблем фундаментальной физики заставляют обратиться к анализу оснований современной теоретической физики. Произведенный анализ показывает, что в XX веке теоретическая физика развивалась в рамках трех дуалистических парадигм:

1) доминирующей ныне, *теоретико-полевой парадигмы*, в основе которой лежат классическая и квантовая теория поля;

2) *геометрической парадигмы*, основу которой составляет общая теория относительности и ряд ее обобщений, основанных на использовании более общих геометрий, нежели риманова;

3) *реляционной парадигмы*, основанной на развитии идей, сформулированных Г. Лейбницем, Э. Махом и другими мыслителями. В этой парадигме отрицается самостоятельный характер категории пространства-времени, а вместо него вводятся два вида отношений: координатных и токовых.

2. Названные парадигмы являются промежуточными на пути создания искомой теории в рамках единой (монистической) парадигмы. Они являются дополнительными друг к другу, представляют собой взгляды под разными углами зрения на одну и ту же физическую реальность. Для получения наиболее полной информации о физической реальности нужно уметь смотреть на нее со всех трех точек зрения.

3. Ключевой задачей фундаментальной теоретической физики начала XXI века является вывод классических пространственно-временных представлений из более элементарных закономерностей физики микромира вместо того, чтобы их продолжать подкладывать под все наши физические построения. Об этой задаче говорил и писал ряд известных физиков и математиков: Луи де Бройль, Л.И. Мандельштам, Д. Ван Данциг, П.К. Рашевский, Р. Пенроуз, Б. Грин и т. д.

4. Анализ показывает, что решение проблемы вывода представлений классического пространства-времени вряд ли возможно в рамках теоретико-полевой или геометрической парадигм, поскольку они основываются на априорно заданном пространстве-времени. Наиболее реальным представляется ее решение в рамках реляционной парадигмы.

5. Реляционная парадигма опирается на три существенных фактора: 1) реляционное понимание природы пространства-времени, 2) описание физических взаимодействий в рамках концепции дальнего действия и 3) на принцип Маха, понимаемый как обусловленность локальных свойств систем глобальными свойствами окружающего мира.

6. Для построения содержательной теории в рамках реляционной парадигмы чрезвычайно важным оказалось открытие (создание) математической теории систем отношений на одном и на двух множествах элементов. Ее основы были заложены в теории физических структур, развитой в работах Ю.И. Кулакова и Г.Г. Михайличенко. Идеи этой теории были одобрены академиком И.Е. Таммом.

Имеются две разновидности теории систем отношений: на одном множестве элементов (теория унарных систем отношений) и на двух множествах элементов (теория бинарных систем отношений).

Доказано отсутствие содержательных теорий на трех множествах элементов. Было показано, что теории унарных систем отношений соответствуют известным видам геометрий с симметриями (евклидовой, псевдоевклидовой, геометриям Лобачевского, Римана и т. д.). Эти теории осуществляют переформулировку известных геометрий с симметриями в реляционном духе, соответствующим взглядам Лейбница и Маха.

Теории бинарных систем отношений оказались, во-первых, проще и, во-вторых, более элементарными. От них своеобразной «склежкой» элементов двух множеств можно перейти к теориям унарных систем отношений, т. е. к общепринятым геометриям. Этот факт означает, что используемые ныне геометрии можно считать вторичными конструкциями, возникающими из более элементарных бинарных систем отношений.

7. Особенно важной для решения поставленной проблемы оказалась теория систем отношений на двух множествах элементов. В наших работах было произведено обобщение теории Кулакова и Михайличенко на случай комплексных отношений в дискретном множестве элементов (физических событий). В итоге была создана теория *бинарных систем комплексных отношений (БСКО)* различных рангов. В основу теории БСКО положено, во-первых, наличие двух множеств элементов, каковые интерпретируются начальными и конечными состояниями систем в процессах взаимодействий. Во-вторых, полагается, что между элементами разных множеств заданы комплексные парные отношения, являющиеся прообразами амплитуд вероятности квантовых переходов. В-третьих, полагается, что эти отношения не произвольны, а удовлетворяют некому алгебраическому закону, связывающему отношения между  $r$  элементов одного множества с  $s$  элементами второго множества. Названные числа  $(r, s)$  характеризуют ранг БСКО. В-четвертых, полагается, что имеет место фундаментальная симметрия, означающая выполнимость закона для любой выборки из  $r$  элементов первого множества и  $s$  элементов второго множества.

8. Произведен анализ физических возможностей теорий БСКО минимальных рангов, показавший, что в основу представлений о физическом

мироздании должны быть положены БСКО минимальных рангов (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) и (6,6). Они тесно связаны друг с другом, но наиболее важную роль играет БСКО ранга (3,3). Поскольку БСКО более элементарны и от них можно перейти к известным (унарным) геометриям, такая теория была названа *бинарной предгеометрией*.

9. В рамках бинарной предгеометрии было показано, что элементы БСКО минимального невырожденного ранга (3,3) описываются 2-компонентными спинорами, что позволяет обосновать спинорный характер элементарных частиц. Из этого результата следует, что унарная геометрия, получающаяся из этой бинарной геометрии, обладает размерностью четыре, сигнатурой (+ – – –) и квадратичным мероопределением. Это означает, что, *положив в основу миропонимания бинарные системы комплексных отношений, можно прийти к используемому нами классическому пространству-времени и при этом теоретически обосновать его ключевые свойства, такие как его 4-мерность, сигнатура и квадратичное мероопределение*.

10. Наличие более элементарной – бинарной – предгеометрии заставляет пересмотреть теорию описания известных видов физических взаимодействий, которую до сих пор было принято формулировать на фоне априорно заданного классического (унарного) пространства-времени. Последовательный реляционный подход заставляет отказаться от ныне принятой концепции близкодействия и заменить ее на *концепцию дальнодействия*, поскольку теперь априорно заданное пространство-время отсутствует, и понятию поля не по чему распространяться. Тела воздействуют друг на друга непосредственно, на расстоянии (action-at-a-distance). Эта теория развивалась в работах Я.И. Френкеля, Р. Фейнмана, Ф. Хойла, Дж. Нарликара и ряда других авторов.

11. Простейшее бинарное многомерие, описываемое БСКО ранга (4,4), оказывается важным по нескольким причинам. Во-первых, оно демонстрирует ключевую роль БСКО ранга (3,3) в обосновании свойств классического пространства-времени, т. к. из БСКО ранга (4,4) получается унарная геометрия 9 измерений с кубичным мероопределением. Во-вторых, БСКО ранга (4,4) позволяет описывать приближенную модель электрослабых взаимодействий спинорных частиц. В-третьих, БСКО ранга (4,4) позволяет описать частицы, участвующие в сильных взаимодействиях.

12. Показано, что в рамках теории БСКО более высоких рангов, нежели (3,3), открывается новый канал введения спиноров – так называемых финслеровых спиноров, которые характеризуются произвольным числом компонент. Этот канал отличается от традиционного канала на основе алгебры Клиффорда над полем вещественных чисел. В частности, в рамках

теории БСКО ранга (4,4) элементы характеризуются 3-компонентными спинорами. Из этих спиноров строятся кубичные инварианты, а элементарные частицы в такой теории формируются тройками элементов, что предлагается соотнести, в частности, с трех-кварковой структурой барионов.

13. Теория БСКО минимального ранга (2,2) ответственна за введение в геометрию понятия длины. Эта теория является подсистемой всех упомянутых БСКО более высоких рангов. Она играет роль конформного фактора в устанавливаемых отношениях между частицами

14. Особо важную роль в реляционно-статистической теории играет принцип Маха с указанным выше его пониманием. Предлагается считать, что основные используемые классические понятия: импульсы, расстояния, промежутки времени, интервалы и т. д. имеют статистическую природу, — они обусловлены вкладами гигантского "моря" электромагнитного излучения, испущенного, но еще не поглощенного в окружающем мире.

15. В наших работах показано, что в рамках реляционной предгеометрии можно построить теорию атомов, не опираясь на априорно заданное пространство-время и обычно формулируемые на его фоне уравнения Шредингера, Клейна-Гордона-Фока или Дирака. При этом алгебраические условия связанности двух частиц в атоме автоматически приводит к наличию  $O(4)$ -симметрии в задаче водородоподобных атомов, открытой В.А. Фоком в 30-х годах, исходя из решений уравнения Шредингера. Более того, показаны алгебраические истоки снятия вырождения по орбитальному квантовому числу.

Предлагается считать, что квантовая теория атомов (связанных состояний) лежит в основе генерации метрических отношений в классических пространственно-временных представлениях.

16. Принятие идеи о вторичной, производной природе классических пространственно-временных представлений позволяет под новым углом зрения взглянуть на свойства мира в больших масштабах, в частности на объяснение космологического красного смещения, на так называемое ускоренное расширение Вселенной и на гипотезы темной энергии и темной материи.

17. Как нам представляется, изложенные идеи и уже полученные результаты на основе бинарной предгеометрии позволяют реализовать ряд идей и гипотез, ранее высказанные выдающимися мыслителями как далекого прошлого, так и настоящего. Здесь имеются в виду идеи, высказанные Аристотелем, Г. Лейбницем, Э. Махом, В. Гейзенбергом, Д. Ван Данцигом, П.К. Рашевским, Р. Пенроузом и рядом других авторов.

Изложенные выше идеи и результаты более подробно изложены в наших книгах [1–6].

### Литература

1. Владимиров Ю.С. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть 1. Теория систем отношений. М.: Изд-во Московского университета, 1996.
2. Владимиров Ю.С. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть 2. Теория физических взаимодействий. М. Изд-во Московского университета, 1998.
3. Владимиров Ю.С. Физика дальнего действия: Природа пространства-времени. М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2012.
4. Владимиров Ю.С. Метафизика. М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2009.
5. Владимиров Ю.С. Реляционная концепция Лейбница--Маха. М.: ЛЕНАНД, 2017.
6. Владимиров Ю.С. Метафизика и фундаментальная физика. Книга 3. Реляционные основания искомой парадигмы. М.: ЛЕНАНД, 2018.

## О ЕСТЕСТВЕННЫХ ФОРМАХ ОБЪЕМА В ОДНОМ КЛАССЕ ПСЕВДОФИНСЛЕРОВЫХ МНОГООБРАЗИЙ

Доц. Соловьев А.В.

Методы финслеровой геометрии находят применение не только в сугубо математических исследованиях, но также в физике и биологии [1]. Наиболее естественным обобщением риманова метрического тензора является следующее тензорное поле

$$g = g_{ab\dots c}(x)dx^a \otimes dx^b \otimes \dots \otimes dx^c,$$

где  $g_{ab\dots c}(x)$  — симметричные по всем индексам функции координат, причем каждый индекс пробегает  $n$  значений, а общее количество индексов равняется  $m$ . В контексте собственно финслеровой геометрии, пространства с такими метриками изучались в [2]. Однако в физических приложениях наиболее интересны псевдофинслеровы метрики, которые не предполагают выполнимости условия положительной определенности [3]. К сожалению, в псевдофинслеровых пространствах возникают огромные проблемы с определением важной операции интегрирования по многообразию. Дело в том, что стандартная форма объема

$$\omega = \omega_{12\dots n}(x) dx^1 \wedge dx^2 \wedge \dots \wedge dx^n,$$

заданная на  $n$ -мерном ориентированном гладком многообразии, характеризуется положительной, но в остальном произвольной, скалярной плотностью  $\omega_{12\dots n}(x) > 0$ . Наличие на многообразии дополнительной геометрической структуры в виде упомянутого выше тензорного поля требует выбора так называемой естественной формы объема, у которой  $\omega_{12\dots n}(x)$  порождается непосредственно компонентами  $g_{ab\dots c}(x)$ . Существующие в финслеровой геометрии определения естественных форм объема приводят к бессмысленному (нулевому или бесконечному) результату в случае псевдофинслеровых многообразий.

В докладе построены естественные формы объема на  $n$ -мерном ориентированном гладком псевдофинслеровом многообразии с указанным выше метрическим тензором  $g$ . Оказалось, что необходимо различать два случая: четное  $m$  и нечетное  $m$ . Основным результатом заключается в следующем.

При четном  $m$  естественная форма объема выражается формулой

$$\omega = |\text{hdet}\{g_{ab\dots c}(x)\}|^{1/m} dx^1 \wedge dx^2 \wedge \dots \wedge dx^n,$$

где  $\text{hdet}\{g_{ab\dots c}(x)\}$  — гипердетерминант Кэли [4], построенный по компонентам метрического тензора  $g$ . При  $m = 2$  эта формула переходит в стандартное определение формы объема псевдоримановой геометрии.

При нечетном  $m > 1$  естественная форма объема выражается формулой

$$\omega = |\text{Hdet}\{g_{ab\dots c}(x)\}|^{1/mn} dx^1 \wedge dx^2 \wedge \dots \wedge dx^n,$$

где  $\text{Hdet}\{g_{ab\dots c}(x)\}$  — полином степени  $n^2$  относительно  $g_{ab\dots c}(x)$ , совпадающий при  $n = 2$  и  $m = 3$  с так называемым вторым гипердетерминантом Кэли [5].

### Литература

1. Lagrange and Finsler Geometry. Applications to Physics and Biology. Editors P.L. Antonelli, R. Miron. Netherlands: Springer, 1996.
2. Shimada H. On Finsler spaces with the metric  $L = (a_{i_1 i_2 \dots i_m}(x) y^{i_1} y^{i_2} \dots y^{i_m})^{1/m}$ . Tensor, N. S., vol. 33, p. 365-372 (1979).
3. Соловьев А.В. Финслеровы  $N$ -спиноры с действительными компонентами. ТМФ, т. 183, № 3, с. 359-371 (2015).
4. Соколов Н.П. Пространственные матрицы и их приложения. М.: ГИФМЛ, 1960.
5. Gelfand I.M., Kapranov M.M., Zelevinsky A.V. Discriminants, Resultants, and Multidimensional Determinants. Boston: Birkhäuser, 1994.

## ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ НЕЙТРИНО В ВЕЩЕСТВЕ

В.н.с. Лобанов А. Е., студ. Чухнова А.В.

Феноменологическая теория осцилляций нейтрино, основанная на идеях Понтекорво [1] и Маки и др. [2], адекватно описывает закономерности данного явления, которые в настоящее время наблюдаются в эксперименте. Это связано с тем, что рабочий диапазон современных детекторов начинается с энергий порядка сотен КэВ. Поскольку верхний предел для массы нейтрино составляет около 2 эВ, лоренц-фактор наблюдаемых частиц превышает  $10^5$ . В связи с этим вполне закономерен успех феноменологической теории, изначально предназначенной для описания ультрарелятивистских частиц. Обобщение теории вакуумных осцилляций на случай нейтрино, взаимодействующих с веществом [3], приводит к эффекту Михеева–Смирнов–Вольфенштейна [4], который, в частности, позволяет объяснить дефицит солнечных нейтрино.

Однако в природе существуют и нейтрино низких энергий, например, реликтовые. Для описания поведения таких частиц феноменологическая теория уже принципиально неприменима. Отметим, что уже существуют проекты детекторов, чувствительных к нейтрино с энергиями порядка электрон-вольт, например, проект PTOLEMEY [5].

Указанные обстоятельства делают весьма актуальной работу по обобщению стандартной теории осцилляций на случай, когда энергии нейтрино не ограничены снизу.

Вполне очевидно, что такая теория должна быть основана на квантовой теории поля.

В работе [6] была предложена модификация Стандартной модели электрослабых взаимодействий, которая позволяет построить пространство Фока для флейворных состояний нейтрино математически корректным образом. В рамках этой модели можно построить теорию возмущений в представлении взаимодействия, что позволяет применить разработанный подход для описания осцилляций нейтрино в вакууме [7]. Более того, используя методы, разработанные для квантовой электродинамики, можно обобщить его и для описания распространения нейтрино в веществе. С помощью редукции массового оператора нейтрино в веществе в работе [8] было получено уравнение для волновой функции нейтрино, взаимодействующего с плотной внешней средой:

$$\left( i\gamma^\mu \partial_\mu - \frac{1}{2}\gamma^\mu f_\mu^{(e)}(1 + \gamma^5)P^{(e)} - \frac{1}{2}\gamma^\mu f_\mu^{(N)}(1 + \gamma^5)I - M \right) \psi(x) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $f_\mu^{(e)} = \sqrt{2}G_F(j_\mu^{(e)} - \lambda_\mu^{(e)})$  эффективный потенциал взаимодействия с веществом через заряженные токи,

$$f_\mu^{(e)} = \sqrt{2}G_F \sum_{l=e,\mu,\tau} (j_\mu^{(l)}(T^{(l)} - 2Q^{(l)}\sin^2\theta_W) - \lambda_\mu^{(l)}T^{(l)}) -$$

эффективный потенциал взаимодействия с веществом через нейтральные токи,  $j_\mu^{(e)}$ ,  $\lambda_\mu^{(e)}$  — векторы тока и поляризации фермионов среды,  $T^{(l)}$ ,  $Q^{(l)}$  — проекция слабого изоспина и заряд фермионов среды,  $\theta_W$  — угол Вайнберга. В уравнении (1)  $P^{(e)}$  — проектор на электронное состояние нейтрино,  $M$  — массовая матрица нейтрино,  $I$  — единичная матрица  $3 \times 3$ . При этом волновая функция нейтрино  $\psi(x)$  будет 12-компонентным объектом. Уравнение (1) представляет собой обобщение уравнения для массового состояния нейтрино [9,10], которое было детально исследовано в работе [11].

Как и в случае матриц Дирака, матрицы  $M$  и  $P^{(e)}$ , действующие на векторы в пространстве флейворов, могут быть записаны в различных представлениях, связанных унитарным преобразованием. Мы будем называть массовым базисом такой базис, в котором массовая матрица диагональна. В модели двух флейворов массовую матрицу и проектор на электронное состояние в массовом базисе можно записать следующим образом:

$$M = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 - \sigma_3(m_2 - m_1)), \quad P^{(e)} = \frac{1}{2}(1 + \sigma_3 \cos 2\theta + \sigma_1 \sin 2\theta).$$

Здесь  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  — матрицы Паули,  $m_1$ ,  $m_2$  — собственные значения массовой матрицы,  $\theta$  — угол смешивания.

Флейворным базисом будем называть базис, в котором проекторы на флейворные состояния диагональны. В этом случае массовая матрица и проектор на электронное состояние имеют следующий вид:

$$M = \frac{1}{2}((m_1 + m_2) - (m_2 - m_1)(\sigma_3 \cos 2\theta - \sigma_1 \sin 2\theta)),$$

$$P^{(e)} = \frac{1}{2}(1 + \sigma_3).$$

В представленной работе мы получили как стационарные, так и нестационарные решения уравнения (1). Нестационарные решения, представляющие собой волновые функции когерентных состояний нейтрино, найдены для случая однородной среды с сохраняющейся поляризацией, все компоненты которой движутся с одинаковыми скоростями. Именно для таких решений является естественным переход к решениям квазиклассического уравнения, которое подробно рассмотрено в работе [12].

Стационарные решения уравнения (1) характеризуются определенным каноническим импульсом. Для наглядности мы рассмотрели решение для неподвижной неполяризованной среды в модели двух флейворов. Закон дисперсии, то есть соотношение между энергией и каноническим импульсом, в этом случае определяется как решение уравнения четвертой степени:

$$\begin{aligned} & \left( (p^0 - \zeta p)^2 + 2 \left( \zeta p - \frac{f^0}{2} (a + 1/2) \right) (p^0 - \zeta p) - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} \right)^2 = \\ & = (f_0 (p^0 - \zeta p) - (m_1^2 - m_2^2) \cos 2\theta)^2 + (m_1^2 - m_2^2)^2 \sin^2 2\theta \end{aligned}$$

Здесь  $p^0$  — энергия нейтрино,  $p$  — модуль импульса нейтрино,  $\zeta = \pm 1$  отвечает правой и левой поляризациям нейтрино,  $f^0 = f_{\zeta 0}^0$  — нулевая компонента эффективного потенциала взаимодействия нейтрино с неподвижной неполяризованной средой через заряженные токи,  $a$  — коэффициент пропорциональности между эффективными потенциалами взаимодействия нейтрино со средой через нейтральные и заряженные токи:  $f_N^0 = a f^0$ . Два значения энергии, получаемые из этого уравнения, соответствуют нейтрино, а два антинейтрино. Решения для нейтрино и антинейтрино связаны между собой заменой знаков энергии, спиральности, а также знака эффективных потенциалов взаимодействия с веществом. Стационарные состояния нейтрино в веществе отличны от массовых состояний, хотя и переходят в них в пределе нулевой плотности вещества. Флейворное состояние нейтрино в веществе представляет собой суперпозицию стационарных состояний, которая задается эффективными углами смешивания.

### Литература

1. Понтекорво Б., ЖЭТФ, 1957, том 33, с. 549.
2. Maki Z., Nakagawa M., Sakata S., Prog. Ther. Phys., 1962, vol. 28, N 5, p. 870.
3. Wolfenstein L., Phys. Rev. D, 1978, vol. 17, p. 2369.
4. Михеев С. П., Смирнов А. Ю., ЯФ, 1985, том 42, с. 1441.
5. Betts S., Blanchard W. R., Carnevale R. H. et al., 2013. arXiv:1307.4738v2.
6. Лобанов А. Е. ТМФ, 2017, том 192, стр. 70.
7. Lobanov A. E., arXiv:1507.01256 [hep-ph]

8. Лобанов А. Е., Изв. высш. учебн. завед. Физика, 2016, том 59, №11, с. 141.
9. Lobanov A . E . Phys. Lett. B., 2005, vol. 619, p. 136.
10. Studenikin A . and Ternov A . Phys. Lett. B. , 2005, vol. 608, p. 107.
11. Arbuzova E. V., Lobanov A. E., and Murchikova E. M., Phys. Rev. D, 2010, vol. 81, p. 045001.
12. Лобанов А. Е., Чухнова А. В., Вестн. Моск. Ун-та, Физ. Астрон., 2017, № 5, с. 22.

**Подсекция:**  
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА**

Сопредседатели  
профессор В. Ф. Бутузов, профессор Н. Н. Нефедов

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ НЕПЛОСКИХ ФРОНТОВ, ОПИСЫВАЕМЫХ УРАВНЕНИЯМИ ТИПА БЮРГЕРСА С НЕЛИНЕЙ- НЫМ УСИЛЕНИЕМ

Проф. *Нефедов Н.Н.*, академик РАН *Руденко О.В.*

В работе рассматривается проблема существования и распространения фронтов (решений с резкими переходными слоями), описываемых начально-краевой задачей для уравнения типа Бюргерса с усилением:

$$\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = A(u, x, t) \frac{\partial u}{\partial x} - B(u, x, t), \quad x \in (0, 1), t \in (0, T]$$

с краевыми условиями Дирихле.

Построено асимптотическое приближение решений с движущимся фронтом. Выявлено влияние нелинейного усиления на процессы распространения и разрушения фронтов. Получены оценки локализации и времени разрушения. Теоретические результаты проиллюстрированы численными расчетами, развивающими идеи аналитико-численного исследования задач с переходными слоями.

Результаты проиллюстрированы для уравнения Бюргерса с модульной и квадратичной нелинейностью с кубическим усилением усилением.

Работа частично поддержана проектом РФФИ 16-01-00437.

## СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЁННЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ ЧАСТИЧНО ДИССИПАТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

Проф. *Бутузов В.Ф.*

### 1. Постановка задачи. Система уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + d(x) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + F(u, v, x, \varepsilon) &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + d(x) \frac{\partial v}{\partial x} + f(u, v, x, \varepsilon) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

называется *частично диссипативной системой* типа реакция – диффузия – перенос. Слово «частично» отражает тот факт, что диффузионный член содержится только в одном из двух уравнений. Такие системы возникают при математическом моделировании процессов химической кинетики и в других областях.

Будем рассматривать стационарный случай, когда искомые функции  $u$  и  $v$  не зависят от времени, и, следовательно, первое слагаемое в левой части каждого уравнения равно нулю. Кроме того, будем изучать систему (1) в случае быстрых реакций, т.е. когда реактивные члены  $F$  и  $f$  содержат большие числовые множители – константы скоростей быстрых реакций. Обозначив наибольший из таких множителей через  $1/\varepsilon$ , где  $\varepsilon > 0$

– малый параметр, умножив первое уравнение на  $\varepsilon$ , а второе – на  $\varepsilon d^{-1}(x)$ , и полагая,  $F = \varepsilon F$ ,  $f = -\varepsilon d^{-1}(x)f$ , приходим к стационарной сингулярно возмущённой частично диссипативной системе вида

$$\varepsilon \left( \frac{d^2 u}{dx^2} - d(x) \frac{du}{dx} \right) = F(u, v, x, \varepsilon), \quad \varepsilon \frac{dv}{dx} = f(u, v, x, \varepsilon). \quad (2)$$

Будем рассматривать систему (2) на отрезке с краевыми условиями

$$\frac{du}{dx}(0, \varepsilon) = q_0, \quad \frac{du}{dx}(1, \varepsilon) = q_1, \quad v(0, \varepsilon) = v^0. \quad (3)$$

Цель работы – построить и обосновать при определённых условиях асимптотику по малому параметру  $\varepsilon$  погранслоного решения задачи (2), (3), т.е. такого решения, которое при  $\varepsilon \rightarrow 0$  стремится на интервале  $0 < x < 1$  к решению вырожденной системы (она получится из (2) при  $\varepsilon = 0$ ):

$$F(u, v, x, 0) = 0, \quad f(u, v, x, 0) = 0. \quad (4)$$

**13. Случай простых корней уравнений вырожденной системы.** Пусть первое уравнение системы (4) имеет простой (т.е. однократный) корень относительно  $u$ :  $u = \varphi(v, x)$ , и пусть второе уравнение после подстановки вместо  $u$  корня  $\varphi(v, x)$ , т.е. уравнение

$$f(\varphi(v, x), v, x, 0) = 0, \quad (5)$$

имеет простой корень  $v = \bar{v}_0(x)$ ,

В этом случае при определённых условиях существует погранслоное решение  $u(x, \varepsilon)$ ,  $v(x, \varepsilon)$  задачи (1), (2), имеющее асимптотическое разложение вида

$$\begin{aligned} u(x, \varepsilon) &= \bar{u}(x, \varepsilon) + \Pi u(\xi, \varepsilon) + Pu(\zeta, \varepsilon) + Qu(\xi, \varepsilon), \\ v(x, \varepsilon) &= \bar{v}(x, \varepsilon) + \Pi v(\xi, \varepsilon) + Pv(\zeta, \varepsilon) + Qv(\xi, \varepsilon), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\bar{u}(x, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \bar{u}_i(x), \quad \bar{v}(x, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \bar{v}_i(x)$$

– регулярные части асимптотики с главными членами  $\bar{u}_0(x) = \varphi(\bar{v}_0(x), x)$ ,  $\bar{v}_0(x)$  – решением вырожденной системы (4);

$$\begin{aligned} \Pi u(\xi, \varepsilon) &= \sqrt{\varepsilon} \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{2}} \Pi_i u(\xi), & \Pi v(\xi, \varepsilon) &= \sqrt{\varepsilon} \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{2}} \Pi_i v(\xi), \\ Pu(\zeta, \varepsilon) &= \varepsilon \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{2}} P_i u(\zeta), & Pv(\zeta, \varepsilon) &= \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{2}} P_i v(\zeta) \end{aligned}$$

– погранслоные части асимптотики, описывающие быстрое изменение решения в пограничном слое вблизи точки  $x = 0$ ;

$$Qu(\xi, \varepsilon) = \sqrt{\varepsilon} \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{2}} Q_i u(\xi), \quad Qv(\xi, \varepsilon) = \sqrt{\varepsilon} \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{2}} Q_i v(\xi)$$

– погранслойные ряды, описывающие быстрое изменение решения в пограничном слое вблизи точки  $x = 1$ ;  $\xi = \frac{x}{\sqrt{\varepsilon}}$ ,  $\zeta = \frac{x}{\varepsilon}$ ,  $\bar{\xi} = \frac{1-x}{\sqrt{\varepsilon}}$  – погранслойные переменные.

Коэффициенты всех погранслойных рядов определяются последовательно с помощью известного алгоритма А.Б. Васильевой (см. [1]) и имеют экспоненциальные оценки вида

$$\begin{aligned} |\Pi_i u(\xi)| \leq c \exp(-\kappa \xi), \quad \xi \geq 0; \quad |P_i u(\zeta)| \leq c \exp(-\kappa \zeta), \quad \zeta \geq 0; \\ |Q_i u(\bar{\xi})| \leq c \exp(-\kappa \bar{\xi}), \quad \bar{\xi} \geq 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$c$  и  $\kappa$  – положительные числа, не зависящие от  $\varepsilon$ .

**3. Случай кратного корня уравнения вырожденной системы.** Пусть функция  $F(u, v, x, \varepsilon)$  имеет вид

$$F(u, v, x, \varepsilon) = h(u, x) (u - \varphi(v, x))^2 + \varepsilon F_1(u, v, x, \varepsilon),$$

причём  $h(u, x) > 0$ . Тогда первое уравнение вырожденной системы (4) имеет двукратный корень  $u = \varphi(v, x)$ . Пусть уравнение (5) имеет простой корень  $v = \bar{v}_0(x)$ .

В этом случае при определённых условиях задача (2), (3) также имеет погранслойное решение, обладающее асимптотическим разложением вида (6), однако структура регулярных и погранслойных рядов существенно изменяется. Регулярные ряды имеют теперь вид

$$\bar{u}(x, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{2}} \bar{u}_i(x), \quad \bar{v}(x, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{2}} \bar{v}_i(x),$$

а погранслойные ряды приходится строить в виде рядов по степеням малого параметра  $\varepsilon^{\frac{1}{12}}$ . Кроме того, изменяется масштаб погранслойных переменных  $\xi$  и  $\bar{\xi}$ , теперь

$$\xi = \frac{x}{\varepsilon^{\frac{1}{2}}}, \quad \bar{\xi} = \frac{1-x}{\varepsilon^{\frac{1}{2}}}.$$

Ряды  $\Pi u$  и  $Q u$  имеют вид

$$\Pi u(\xi, \varepsilon) = \varepsilon^{\frac{1}{2}} \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{12}} \Pi_i u(\xi), \quad Q u(\bar{\xi}, \varepsilon) = \varepsilon^{\frac{1}{2}} \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{\frac{i}{12}} Q_i u(\bar{\xi}),$$

и аналогичный вид имеют ряды  $\Pi v$  и  $Q v$ .

Для построения этих рядов классический алгоритм А.Б. Васильевой оказывается неприменимым. Вместо него используется алгоритм, разработанный для задач с кратным корнем вырожденного уравнения (см. [2]). Качественной особенностью поведения  $\Pi$  – и  $Q$  – функций является различный характер их убывания на разных промежутках изменения погранслойной переменной, что не укладывается в единую экспоненциальную оценку вида (7). Вместо  $\exp(-\kappa \xi)$  вводится новая эталонная (оценочная) функция, отражающая трёхзонное поведение  $\Pi$  – функций (и аналогично для  $Q$  –

функций). Подробное рассмотрение этих особенностей составляет содержание доклада.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект №18–01–00424.

### Литература

1. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа. 1990.
2. В.Ф. Бутузов// Матем. заметки. 2013. **94**. Вып. 1. С. 68–80.

## СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ С ВНУТРЕННИМИ СЛОЯМИ В ЗАДАЧАХ ТИПА РЕАКЦИЯ — ДИФФУЗИЯ — АДВЕКЦИЯ СРАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Доц. *Левашова Н.Т.*, проф. *Нефедов Н.Н.*,  
асп. *Николаева О.А.*, asp. *Орлов А.О.*

**Введение.** В настоящей работе рассматривается одномерное стационарное уравнение реакция-диффузия на границе раздела двух сред при условии, что коэффициент диффузии реактивное слагаемое разрывны в точке границы раздела. Исследуется вопрос о существовании и устойчивости непрерывного решения этого уравнения, удовлетворяющего условию равенства потоков через границу раздела. Такая постановка задачи возникает в частности, при моделировании распределения температуры на границе воды и воздуха [1].

### Постановка задачи

Рассмотрим следующую задачу

$$\varepsilon^2 \frac{d}{dx} \left( k(x) \frac{du}{dx} \right) = f(u, x, \varepsilon), \quad x \in (-1; 1), \quad u(\mp 1) = u^{(\mp)} \quad (1),$$

где  $\varepsilon > 0$  — малый параметр.

**Условие 1.** Пусть функция  $k(x)$  строго положительна при  $x \in [-1; 1]$  и пусть существует точка  $x_0 \in (-1; 1)$  в которой эта функция имеет разрыв первого рода, а функция  $f(u, x, \varepsilon)$  претерпевает разрыв первого рода вдоль отрезка прямой  $\{u \in I_u, x = x_0\}$ , где  $I_u$  — допустимый интервал изменения

$$u: k(x) = \begin{cases} k^{(-)}(x), & -1 \leq x < x_0, \\ k^{(+)}(x), & x_0 < x \leq 1; \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} f^{(-)}(u, x, \varepsilon), & -1 \leq x < x_0, \\ f^{(+)}(u, x, \varepsilon), & x_0 < x \leq 1, \end{cases}$$

причем функции  $k^{(\mp)}(x)$  и  $f^{(\mp)}(u, x, \varepsilon)$  достаточно гладкие в своих областях определения.

**Условие 2.** Пусть уравнение  $f^{(-)}(u, x, 0) = 0$  имеет на отрезке  $[-1, x_0]$  изолированное решение  $u(x) = \varphi^{(-)}(x)$ ; а уравнение  $f^{(+)}(u, x, 0) = 0$  имеет на отрезке  $[-1, x_0]$  изолированное решение  $u(x) = \varphi^{(+)}(x)$ ; причем выполняется неравенство  $\varphi^{(-)}(x_0) < \varphi^{(+)}(x_0)$ . Пусть при  $-1 \leq x \leq x_0$  выполняется неравенство  $f^{(-)}_u(\varphi^{(-)}(x), x, 0) > 0$ , а при  $x_0 \leq x \leq 1$  выполняется неравенство  $f^{(+)}_u(\varphi^{(+)}(x), x, 0) > 0$ .

**Условие 3.** Пусть при  $\varphi^{(-)}(x_0) < p \leq \varphi^{(+)}(x_0)$  выполняется неравенство  $\int_{\varphi^{(-)}(x_0)}^p f^{(-)}(u, x_0, 0) du > 0$ , а при  $\varphi^{(-)}(x_0) \leq p < \varphi^{(+)}(x_0)$  выполняется неравенство  $\int_{\varphi^{(+)}(x_0)}^p f^{(+)}(u, x_0, 0) du > 0$ .

Обозначим

$$H(\tilde{u}) := \left( 2k^{(-)}(x_0) \int_{\varphi^{(-)}(x_0)}^{\tilde{u}} f^{(-)}(u, x_0, 0) du \right)^{\frac{1}{2}} - \left( 2k^{(+)}(x_0) \int_{\varphi^{(+)}(x_0)}^{\tilde{u}} f^{(+)}(u, x_0, 0) du \right)^{\frac{1}{2}}.$$

**Условие 4.** Пусть существует величина  $p_0$  – решение уравнения  $H(p_0) = 0$  и пусть выполняется неравенство  $\frac{dH}{d\tilde{u}}(p_0) > 0$ .

**Определение.** Будем называть решением задачи (1) функцию  $u(x, \varepsilon) \in C[-1, 1] \cap C^2((-1, 1) \setminus x_0)$ , удовлетворяющую уравнению (1) при  $x \in (-1, x_0)$  и  $x \in (x_0, 1)$ ; граничным условиям задачи (1), а также условию равенства потоков:  $k^{(-)}(x_0) \frac{du}{dx}(x_0 - 0) = k^{(+)}(x_0) \frac{du}{dx}(x_0 + 0)$

Для задачи (1) построено асимптотическое приближение  $U_1(x, \varepsilon)$  первого порядка решения с внутренним переходным слоем, то есть такого решения, которое слева от точки  $x_0$  близко к функции  $\varphi^{(-)}(x)$ ; справа от точки  $x_0$  близко к функции  $\varphi^{(+)}(x)$  и резко изменяется от значений  $\varphi^{(-)}(x)$  до значений  $\varphi^{(+)}(x)$  в окрестности точки  $x_0$ .

**Теорема.** При выполнении условий 1-4 у задачи (1) существует решение с внутренним переходным слоем, которого функция  $U_1(x, \varepsilon)$  является равномерным на отрезке  $[-1, 1]$  асимптотическим приближением с точностью  $O(\varepsilon^2)$ . Это решение устойчиво по Ляпунову с областью влияния

не менее  $[\alpha_1(x, \varepsilon), \beta_1(x, \varepsilon)]$ , где  $\alpha_1(x, \varepsilon), \beta_1(x, \varepsilon)$  – нижнее и верхнее решения задачи (1), построенные как модификации асимптотического приближения первого порядка.

### Литература

1. Левашова Н. Т., Николаева О. А., Пашкин А. Д. Моделирование распределения температуры на границе раздела вода-воздух с использованием теории контрастных структур // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2015. — № 5. — С. 12–16.
2. Левашова Н. Т., Нефедов Н. Н., Орлов А. О. Стационарное уравнение реакции–диффузии с разрывным реактивным членом // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2017. — Т. 57, № 5. — С. 854–866.
3. S.Carls, V.K. Le, D.Motreanu. Nonsmooth variational problems and their inequalities. Comparison principles and applications. Springer, 2007, 403p.
4. De Coster C., Obersnel F., Omari P. A. A qualitative analysis via lower and upper solutions of first order periodic evolutionary equations with lack of uniqueness. Handbook of differential equations: ordinary differential equations. 2006. v. 3. p.203-339.

## ОБ ИТЕРАЦИОННОМ СПОСОБЕ ПРИБЛИЖЁННОГО РЕШЕНИЯ ВОЗМУЩЁННЫХ УРАВНЕНИЙ

Доц. Букжалёв Е. Е.

Рассмотрены задачи Коши для регулярно возмущённого слабо нелинейного дифференциального уравнения первого порядка:

$$\begin{aligned} y'(x; \varepsilon) &= a(x) y(x; \varepsilon) + b(x) + \varepsilon g(y, x, \varepsilon), \quad x \in (0, X]; \\ y(0; \varepsilon) &= y^0, \end{aligned} \quad (1)$$

и сингулярно возмущённого линейного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\begin{aligned} \varepsilon y''(x; \varepsilon) &= a_1(x) y'(x; \varepsilon) + a_0(x) y(x; \varepsilon), \quad x \in (0, X]; \\ y(0; \varepsilon) &= y^0, \quad y'(0; \varepsilon) = \varepsilon^{-1} y^1, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon > 0$  — параметр возмущения,  $X > 0$ ,  $y^i \in \mathbb{R}$ ,  $a_i(x) < 0$  при всех  $(i, x) \in \{0, 1\} \times [0, X]$ ,

$$a, a_0, a_1, b \in C^1[0, X], \quad g \in C^{1,0,0}(\mathbb{R} \times [0, X]).$$

С помощью итерационного подхода построены последовательности, сходящиеся к решению задач (3) и (4) как в обычном, так и в асимптотическом смысле (каждый следующий элемент последовательности приближается к точному решению в асимптотически большое — обратно пропор-

циональное  $\varepsilon$  — число раз). В задачах (5) и (6) упрощение, достигаемое за счёт использования итерационного метода, заключается соответственно в линеаризации и в автономизации дифференциального уравнения. Отметим ещё, что общим преимуществом итерационных подходов являются достаточно скромные требования гладкости на входные данные исследуемых задач.

Предложенные способы построения и доказательства сходимости итерационно-асимптотических последовательностей имеет перспективу обобщения на более широкие классы возмущённых уравнений.

### Литература

1. Боглаев Ю. П. Итерационный метод приближенного решения сингулярно возмущённых задач // Докл. АН СССР. 1976. Т. 227, № 5. С. 1009-1022.
2. Букжалёв Е. Е. Об одном способе исследования задачи Коши для сингулярно возмущённого линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2017. Т. 57, № 10. С. 1661-1675.

## ЗАДАЧА О ПЕРИОДИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ ФРОНТА: ВОПРОСЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ И АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЯ

Н. с. Мельникова А.А., магистр Дерюгина Н.Н.

В работе исследуется система двух нелинейных сингулярно возмущенных параболических уравнений в двумерной области с периодически-ми условиями по времени:

$$\begin{cases} \varepsilon^4 \Delta u - \varepsilon^4 u_t = f(u, v, x, t, \varepsilon) \\ \varepsilon^2 \Delta v - \varepsilon^2 v_t = g(u, v, x, t, \varepsilon) \\ x = (x_1, x_2) \in D \subset R^2, t \in (0; +\infty) \end{cases}$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial D} = 0, \left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\partial D} = 0, t \in (0, +\infty)$$

$$u(x, t) = u(x, t + T); v(x, t) = v(x, t + T)$$

где  $f(u, v, x, t, \varepsilon)$  и  $g(u, v, x, t, \varepsilon)$  – достаточно гладкие функции в ограниченной односвязной области  $D$  с достаточно гладкой границей  $\partial D$ ,  $\varepsilon > 0$  – малый параметр,  $T > 0$ .

Системы подобного типа используются в качестве математических моделей неоднородных сред, в которых происходят резкие изменения физических характеристик. Например, в работе [1] задача данного типа используется для описания автоволновых процессов в урбоэкосистемах. Для

рассматриваемой системы характерно решение типа фронта с внутренним переходным слоем, то есть с резким переходом решения от одного устойчивого корня к другому в окрестности некоторой замкнутой кривой, целиком лежащей внутри рассматриваемой области. Особенностью данной модели являются разные характерные скорости протекания процессов для разных компонент системы – эта особенность выражается разными степенями малого параметра в дифференциальных операторах системы.

Целью работы является аналитическое описание решения типа периодического фронта. Анализ системы проводится с помощью методов асимптотической теории контрастных структур [2-4]. Доказательство полученной асимптотики проводится по методу дифференциальных неравенств [3-5].

В результате исследования описана асимптотика решения типа периодического фронта (см.[6]), получены условия существования такого типа решения. Найдена кривая, в окрестности которой локализован внутренний переходный слой, а также получен закон её периодического движения. Рассмотрен пример, для него построена асимптотика до первого порядка включительно, описана локализация кривой перехода и определена скорость периодического движения фронта.

На основе полученной формальной асимптотики построены верхние и нижние решения задачи, с помощью которых, согласно методу дифференциальных неравенств, доказано существование решения типа периодического фронта.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (номера проектов 16-01-00437, 18-01-00424, 18-01-00865, 18-31-00204).

### Литература

1. Сидорова А.Э., Левашова Н.Т., Мельникова А.А., Семина А.Е. Вестн. Моск. унта. Физ. Астрон. 2016. № 6. С. 39–45.
2. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. Высш. Школа. Москва. 1990.
3. Левашова Н.Т., Мельникова А.А. Контрастная структура типа ступеньки в сингулярно возмущенной системе параболических уравнений. //Дифф. ур. 2015. Т. 51. № 3. С.339-358.
4. Бутузов В.Ф., Левашова Н.Т., Мельникова А.А. Контрастная структура типа ступеньки в сингулярно возмущенной системе эллиптических уравнений. //Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2013. Т. 53. № 9. С. 1427-1447.
5. Н.Н. Нефедов. Метод дифференциальных неравенств для некоторых классов нелинейных сингулярно возмущенных задач с внутренними слоями //Дифф. ур. 1995. том 31. № 7. С. 1142–1149.
6. Мельникова А.А., Дерюгина Н.Н. Периодические изменения автоволнового фронта в двумерной системе параболических уравнений. // Моде-

лирование и анализ информационных систем. 2018. том 25. №1. С.112-124.

## НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОНТРАСТНЫЕ СТРУКТУРЫ С ДРОБНЫМИ СТЕПЕНЯМИ КОРНЕЙ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ

Проф. Быков А.А.

Дано описание контрастных структур, возникающих при моделировании процессов реакции-диффузии в неоднородной среде со степенной зависимостью плотности источников от концентрации в окрестности корней. Показатель степени корня функции правой части, в отличие от ранее известных результатов, предполагается нецелочисленным. Показано, что передняя часть фронта представляется экспоненциальной функцией, задняя часть фронта представляется степенной функцией, и это принципиально новый ранее неизвестный результат. Найдено семейство точных решений эволюционного уравнения. Построена формальная асимптотика решения начально-краевой задачи для уравнения реакции-диффузии. Дано обоснование корректности частичной суммы асимптотического ряда с использованием метода дифференциальных неравенств.

1. Мы рассматриваем математическую модель, основанную на уравнении реакции-адвекции-диффузии

$$u_t + Vu_x = \kappa u_{xx} - f(u, x), \quad x \in (a, b), \quad t > 0 \quad (1)$$

с граничными условиями  $u_x(a, t) = \psi_1(t)$ ,  $u_x(b, t) = \psi_2(t)$  и с начальными условиями  $u(x, 0) = \psi_0(x)$ . Мы определим точки равновесия  $\varphi_j(x)$  как значения  $u(x)$ , для которых  $f(\varphi_j(x), x) = 0$ . В данной работе мы предполагаем, что плотность источников  $f(u, x)$  в окрестности корней этой функции пропорциональна некоторой степени концентрации:

$$f(u, x) = f_0(u, x) \prod_j (u - \varphi_j(x))^{\theta_j},$$

$f_0(u, x)$  гладкая функция,  $f_0(u, x) > 0$ , описывает плотность источников вне некоторой окрестности упомянутой точки, значение  $\varphi_j(x)$  есть одно из пороговых значений инициализации реакции, функция  $u^{\theta} = |u|^{\theta} \cdot \text{sign}(u)$ , и в частности, при  $\theta_1 > 1$  и  $\theta_3 > 1$ :

$$f(u, x) = f_0(u, x) (u - \varphi_1(x))^{\theta_1} (u - \varphi_2(x)) (u - \varphi_3(x))^{\theta_3}.$$

В соответствии с методикой, разработанной А.Н.Тихоновым, мы рассматриваем вместо (1) сингулярно возмущенную краевую задачу с малым параметром для уравнения

$$\varepsilon u_t + V \varepsilon u_x = \kappa \varepsilon^2 u_{xx} - f(u, x), \quad x \in (a, b), \quad t > 0.$$

Для построения частичной суммы асимптотического ряда решения уравнения (1) в неоднородной среде мы используем решение этого уравнения в однородной среде, которое мы здесь построим. Выполним замену  $x = \varepsilon \xi$ , получим уравнение  $u_t + V u_\xi = \kappa u_{\xi\xi} - f(u, \varepsilon \xi)$ . Вместе с задачей (1) рассмотрим "сопутствующую" задачу

$$u_t + V u_\xi = \kappa u_{\xi\xi} - f(u, x^*) \quad (2)$$

(в однородной среде, в которой  $f = f(u, \varepsilon \xi^*)$  и не зависит от  $\xi$ .) В этом разделе вместо  $f(u, x^*)$  будем писать просто  $f(u)$ , и вместо  $\xi$  просто  $x$ . Будем искать решение уравнения (2) типа бегущей квазиволны:

$$u(\xi, t) = v(z), \quad \dot{z} = \xi - Wt. \quad (3)$$

Подставим (3) в (2) и получим уравнение, которое без ограничения общности, переобозначив  $V + W \rightarrow W$ , можно записать в виде

$$-W v_z = \kappa v_{zz} - f(v). \quad (4)$$

Граничные условия теперь обеспечивают примыкание к равновесному уровню на бесконечности:

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} v(z) = \varphi_1 + 0, \quad \lim_{z \rightarrow +\infty} v(z) = \varphi_3 - 0, \quad (5)$$

в этом параграфе  $\varphi_j = \varphi_j(x^*)$ . Операция понижения порядка  $v_z = p(v)$ ,  $v_{zz} = p p_v$ , приводит к уравнению первого порядка

$$-W p = \kappa p p_v - f(v). \quad (6)$$

Вместо условий (5) теперь следует использовать граничные условия для  $p(v)$ , обеспечивающие решение типа КС с одним ВПС, соединяющим уровни  $\varphi_1$  и  $\varphi_3$ :

$$\lim_{v \rightarrow \varphi_1 + 0} p(v) = +0, \quad \lim_{v \rightarrow \varphi_3 - 0} p(v) = +0.$$

Пусть  $p(v)$  есть заданная функция,  $p(v) > 0$  при  $v \in (\varphi_1, \varphi_3)$  и

$$f(v) = W p + \kappa p p_v. \quad (7)$$

Если  $f(v)$  есть функция, удовлетворяющая всем сформулированным ранее условиям при некотором заданном значении  $W$ , то  $p(v)$  дает решение задачи Коши

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{W}{\kappa} + \frac{f(v)}{\kappa p}, \quad v \in (\varphi_1, \varphi_3), \quad p(\varphi_1) = 0, \quad (8)$$

причем условие  $p(\varphi_3) = 0$  автоматически будет выполнено. Теперь профиль ВПС найдем в явном виде:  $x(\tilde{\omega}) = x(0) + \int_0^{\tilde{\omega}} \frac{d\omega}{p(\omega)}$ . Частичную

сумму асимптотического ряда передней части фронта ВПС в однородной среде найдем при  $W < 0$  и  $f(\varphi_1 + \omega) = C_1 \omega^{*\theta_1}$ ,  $C_1 > 0$ ,  $\theta_1 > 1$ . Тогда частичная сумма асимптотического ряда первого порядка будет равна  $P_1(\omega) = \frac{-W\omega}{\kappa} + \frac{C_1}{-W} \frac{\omega^{\theta_1}}{\theta_1}$ . Верна **Теорема 1**. Найдутся такие  $0 < C_{11} < 1$  и

$C_{12} > 1$ , что функции  $\omega_\alpha(z) = C_{11} e^{-\kappa z/W}$  и  $\omega_\beta(z) = C_{12} e^{-\kappa z/W}$  на некотором промежутке  $-\infty < z < z_1$  являются верхним и нижним решениями задачи (4), причем они и точное решение задачи (4) удовлетворяет условию упорядоченности  $\omega_\alpha(z) < \omega(z) < \omega_\beta(z)$  и тем самым образуют упорядоченную пару верхнего и нижнего решений задачи (4).

Рассмотрим ВПС в области  $D_3$ , где  $u(x, t) - \varphi_3 \rightarrow -0$  при  $t \rightarrow +\infty$ . Найдем  $u(x, t) = v(z)$ ,  $z = x - Wt$ . Пусть  $v(z) = \varphi_3 + \omega(z)$ , и в некоторой окрестности значения  $\omega = 0$  верно равенство  $f(\varphi_3 + \omega) = C_3 \omega^{*\theta_3}$ , причем  $C_3 > 0$ . Тогда сумма асимптотического ряда первого порядка будет равна

$P_1(\omega) = \frac{C_3}{-W} (-\omega)^{*\theta_3} + \kappa \theta_3 \frac{C_3^2 (-\omega)^{2\theta_3-1}}{W^3}$ . Точное решение для нулевого порядка частичной суммы асимптотического ряда равно  $v(z) = \varphi_3 + \Xi_3(z - z_0)$ , где

$$\Xi_3(z) = - \left( \frac{-W}{C_3(\theta_3 - 1)} \right)^{1/(\theta_3 - 1)} \frac{1}{z^{1/(\theta_3 - 1)}}.$$

Упорядоченную пару верхнего и нижнего решений уравнения  $-W\omega_z = \kappa\omega_{zz} - C_3\omega^{*\theta_3}$  в некоторой окрестности значения  $\omega = 0$  можно взять в виде

$$\beta_3(z) = \Xi_3(z - z') + r_3, \quad \alpha_3(z) = \Xi_3(z - z') - r_3, \quad (9)$$

где  $r_3 > 0$ . Верна **Теорема 2**. Пусть в области  $D_3$  выполнено условие  $f(\varphi_3 + \omega) = C_3 \omega^{*\theta_3}$ . Найдется такое  $r_3 > 0$ , что в этой области будут верны условия знакоопределенности оператора  $M[\beta_3] < 0$ ,  $M[\alpha_3] > 0$ , и условие упорядоченности  $\alpha_3(z) < \beta_3(z)$ , причем нижнее и верхнее решения  $\alpha_3$  и  $\beta_3$  найдены из (9).

2. Рассмотрим дифференциальный оператор  $L[u] = -\varepsilon u_t + \varepsilon^2 \kappa u_{xx} - f(u)$ , определенный на множестве всех дважды непрерывно дифференцируемых в области  $\Pi = (a, b) \times (0, T)$ , непрерывных в области  $\bar{\Pi} = [a, b] \times [0, T)$  функций, удовлетворяющих граничным

условиям задачи (1). Мы построим такие функции  $\beta(x, t, \varepsilon)$  и  $\alpha(x, t, \varepsilon)$ , чтобы выполнялись условия знакоопределенности оператора  $L[\beta] < 0$ ,  $L[\alpha] > 0$  и условие упорядоченности  $\alpha(x, t, \varepsilon) < \beta(x, t, \varepsilon)$  в  $\Pi$ . Верхнее и нижнее решения  $\beta$  и  $\alpha$  будем искать в виде

$$\beta(x, t, \varepsilon) = V(\xi_\beta) + \varepsilon^\mu r, \quad \alpha(x, t, \varepsilon) = V(\xi_\alpha) - \varepsilon^\mu r,$$

где  $V(x)$  — точное решение (4),  $\xi_\alpha(x, t, \varepsilon) = (x - x_\alpha^*(t)) / \varepsilon$ ,

$$\xi_\beta(x, t, \varepsilon) = (x - x_\beta^*(t)) / \varepsilon, \quad x_\alpha^*(t) = x_0^*(t) + \varepsilon^\gamma qt, \quad x_\beta^*(t) = x_0^*(t) - \varepsilon^\gamma qt,$$

$x_0^*(t) = x_{00}^* + W_0 t$ . Верна **Теорема 3**. Для любых  $\theta_1 > 1$ ,  $\theta_3 > 1$   $\exists \varepsilon_0 > 0$ :  $\forall \varepsilon: 0 < \varepsilon < \varepsilon_0$   $\exists r > 0$ ,  $\exists q > 0$ ,  $\exists \mu > 0$ ,  $\exists \gamma > 0$ :  $L[\beta] < 0$ ,  $L[\alpha] > 0$  и  $\alpha < \beta$  в  $\Pi$ .

3. Пусть теперь плотность источников  $f$  зависит также от  $x$ :  $f(u, x)$ . Применим метод представления решения в виде суммы регулярной части и погранслойной части. Регулярную функцию нулевого порядка  $\bar{u}_0(x, t)$  найдем из уравнения  $f(\bar{u}_0(x, t), x) = 0$ . Выберем решение в виде разрывной функции:  $\bar{u}_0(x, t) = \bar{u}_0^{(-)}(x, t)$  при  $x \leq x^*(t)$ ,  $\bar{u}_0(x, t) = \bar{u}_0^{(+)}(x, t)$  при  $x \geq x^*(t)$ ,  $\bar{u}_0^{(-)}(x, t) = \varphi_1(x)$ ,  $\bar{u}_0^{(+)}(x, t) = \varphi_3(x)$ . Найдем функции переходного слоя нулевого порядка. При сформулированных условиях для любого  $x_* \in (a, b)$  найдется единственное значение  $W_0(x_*) < 0$  такое, что краевая задача  $\kappa V_{\xi\xi} + W_0 V_\xi = f_0(V(\xi, x_*), x_*)$  с условиями прищипывания к равновесным уровням  $\varphi^{(\pm)}(x_*)$  при  $\xi \rightarrow \pm\infty$  разрешима. Найдем  $x^*(t)$  из задачи Коши:  $dx^*/dt = W_0(x^*)$ ,  $x^*(0) = x_0^*$ , начальное положение фронта КС задается величиной  $x_0^* \in (a, b)$ . Функции переходного слоя нулевого порядка  $Q_0^{(\pm)}(\xi, t)$  найдем из краевых задач для уравнения  $\kappa Q_{0\xi\xi}^{(\pm)} + W_0 Q_{0\xi}^{(\pm)} = f_0(\bar{u}_0^{(\pm)}(x_0) + Q_0^{(\pm)}, x^*) - f_0(\bar{u}_0^{(\pm)}(x_0), x^*)$ , с условиями гладкого сопряжения в точке перехода. Верхнее решение в неоднородной среде найдем в виде

$$\beta(x, t) = \varphi_3(x) + Q_0(\xi_\beta(x, t), x_\beta^*(t)) + \tilde{r}, \quad \xi_\beta(x, t) = (x - x_\beta^*(t)) / \varepsilon,$$

$$x_\beta^*(t) = x_\beta^*(t_0) + \int_{t_0}^t W_\beta(x_\beta(t')) dt', \quad W_\beta(x^*) = W(x^*) - \tilde{q}, \quad \text{где } \tilde{r} > 0, \tilde{q} > 0.$$

Функцию переходного слоя нулевого порядка примем равной  $Q_0(\xi, x^*) = V(\xi, x^*) - \varphi_3(x^*)$ . Далее мы докажем знакоопределенность оператора  $N[u; x] = -\varepsilon u_t + \varepsilon^2 u_{xx} - f(u, x)$  на верхнем и нижнем решениях. Тем самым, мы построили верхнее и нижнее решение уравнения реакции диффузии в неоднородной среде для произвольной (не обязательно

целочисленной) кратности корня и показали, что задний участок КС имеет степенной, а не экспоненциальный характер.

### Литература

1. Бутузов В.Ф. Дифференциальные уравнения. 2015. Т. 51, N 12. С. 1593--1605.

## ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ-АДВЕКЦИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛО И МАССОПЕРЕНОСА

Ст. н. с. *Давыдова М. А.*

Описанию тепловых структур, в том числе многомерных, в нелинейных диссипативных средах при различных видах теплового воздействия, посвящен ряд работ (см. напр. [1-3]). В настоящей работе получены асимптотические решения погранслоного типа, соответствующие тепловым полям нелинейных стоков тепла, и асимптотические решения с внутренними переходными слоями, соответствующие тепловым структурам, стационарной сингулярно возмущенной задачи нелинейной теплопроводности в случае нелинейной зависимости мощности тепловых источников от температуры. В частности, такая зависимость имеет место при химических реакциях, экзо и эндотермических процессах в нагретых нелинейных средах.

Стационарное распределение температуры  $u(x)$  в однородном твердотельном образце с нелинейными характеристиками в случае, когда мощность тепловых источников велика, описывается следующей краевой задачей Дирихле для безразмерного уравнения типа реакция-диффузия-адвекция [4] при условии, что безразмерные коэффициенты теплопроводности и удельной теплоемкости, пропорциональны:

$$\varepsilon^2 (\Delta u - A(u)(\nabla u)^2) = B(u, x), \quad x = (x_1, x_2, x_3) \in D \subset R^3, \quad (1)$$

$$u(x, \varepsilon) = g(x), \quad x \in S,$$

где  $\Delta = \sum_{k=1}^3 \partial^2 / \partial x_k^2$  – оператор Лапласа,  $(\nabla)^2 = \sum_{k=1}^3 (\partial / \partial x_k)^2$ . Функции

$A$ ,  $B$ ,  $g$  и граница  $S$  достаточно гладкие (степень гладкости определяется порядком асимптотического решения),  $\varepsilon > 0$  – малый параметр, являющийся следствием учета параметров физической задачи. Слагаемые в левой части уравнения (1) описывают процесс нелинейной теплопередачи, а слагаемое справа – процесс энерговыделения.

Стационарные тепловые структуры, изученные в настоящей работе, являются результатом конкуренции двух нелинейных процессов. С одной стороны, действие нелинейных источников приводит к неоднородному

распределению температуры в образце. С другой стороны, наличие нелинейной теплопроводности способствует выравниванию температуры. Как следствие, в зависимости от параметров источников и характеристик образца внутри последнего возникает область повышенного (или пониженного) разогрева, в окрестности границы которой температура претерпевает быстрое изменение.

**1. Формальная асимптотика решения погранслоного типа** строится в рамках, определенных предположений, согласно которым вырожденное уравнение  $B(u, x) = 0$  имеет изолированное решение  $u = \phi_3(x)$ , причем  $B_u(\phi_3(x), x) > 0$ ,  $x \in D \cup S$ . Ограничения на выбор краевого режима имеют вид:

$$\int_{\phi_3(0, \eta)}^{g(0, \eta)} B(s, 0, \eta) \exp \left( 2 \sum_{k=1}^3 (d^k(0, \eta))^2 \int_s^{g(0, \eta)} A(\sigma) d\sigma \right) ds > 0, \quad \eta \in \Sigma. \quad (2)$$

В (2) под обозначением  $B(u, r, \eta)$  понимается выражение для функции  $B(u, x)$  в локальных координатах  $(r, \eta)$ , введенных с целью описания решения в окрестности границы  $S$ , где  $r$  – расстояние от точки на поверхности  $S$  до точки внутри области  $D$  вдоль нормали,  $\eta = (\eta_1, \eta_2)$  – криволинейные координаты на поверхности  $S$ ,  $\Sigma$  – область изменения переменной  $\eta$  на поверхности  $S$ ,  $d^k(r, \eta)$  – известные функции.

Асимптотическое разложение решения погранслоного типа ищется в виде суммы двух разложений по степеням  $\varepsilon$ : регулярного и погранслоного. Коэффициенты регулярного разложения определяются как решения конечных уравнений. Коэффициенты погранслоного разложения определяются как решения краевых задач, в том числе нелинейных, и выписываются в явном виде.

**Контрастные структуры.** При исследовании задачи (1) на наличие решений с внутренними переходными слоями (контрастных структур) основным требованием является условие существования изолированных решений  $u = \phi_i(x)$ ,  $\phi_1(x) < \phi_2(x) < \phi_3(x)$  вырожденного уравнения таких, что  $B_u(0, \phi_i(x), x) > 0$ ,  $i = 1, 3$ ,  $B_u(0, \phi_2(x), x) < 0$  при  $x \in D \cup S$ .

Определим множество  $\{\bar{\Omega}\}$  достаточно гладких замкнутых поверхностей в области  $D$  с локальными координатами  $(r, \theta)$  в малой окрестности каждой поверхности (подробнее см. [4]), где  $r$  – расстояние от точки на поверхности до точки внутри области  $D$  вдоль нормали,  $\theta = (\theta_1, \theta_2)$  – криволинейные координаты на поверхности.

Определим функцию

$$I(r, \theta) := \int_{\phi_1(r, \theta)}^{\phi_3(r, \theta)} B(\xi, r, \theta) \exp \left( 2 \sum_{k=1}^3 (l^k(r, \theta))^2 \int_{\xi}^{\phi_2(r, \theta)} A(\eta) d\eta \right) d\xi,$$

где  $l^k(r, \theta)$  – известные функции. Достаточные условия существования контрастных структур с переходами с корня  $u = \phi_1(x)$  на корень  $u = \phi_3(x)$  можно сформулировать в терминах функции  $I(r, \theta)$ : существует поверхность  $\Omega_0 \in \{\bar{\Omega}\}$  такая, что

$$I(0, \theta) = 0, \quad I_r(0, \theta) < 0, \quad \theta \in \Theta_0, \quad (3)$$

где  $\Theta_0$  – область изменения координаты  $\theta$  на поверхности  $\Omega_0$ . Ограничение на выбор функции  $g(x)$  дается неравенством (2).

Условия (3) определяют связь между параметрами источников и характеристиками образца, а условие (2) – ограничение на выбор краевого режима при которых реализуется тепловая структура. Существование тепловой структуры с переходами с корня  $u = \phi_3(x)$  на корень  $u = \phi_1(x)$  имеет место, если  $I(0, \theta) = 0, \quad I_r(0, \theta) > 0, \quad \theta \in \Theta_0$ .

Формальная асимптотика контрастной структуры получается путем  $C^1$ -сшивания двух асимптотик погранслоного типа на поверхности перехода, уравнение которой в локальных координатах  $(r, \theta)$ , введенных в окрестности поверхности  $\Omega_0$ , ищется в виде асимптотического разложения по степеням  $\varepsilon$ . Коэффициенты разложения определяются как решения конечных задач (подробнее см. в [4]).

Существование решений погранслоного типа и типа контрастных структур с построенными асимптотиками, а также их устойчивость по Ляпунову, как стационарных решений соответствующих параболических задач, устанавливается на основе асимптотического метода дифференциальных неравенств [5].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, пр. №16-01-00437.

### Литература

1. В.А. Галактионов, С.П. Курдюмов, А.А. Самарский. Процессы в открытых диссипативных средах (графическое исследование эволюции тепловых структур) М.: Знание, 1988.
2. С.П. Курдюмов, Е.С. Куркина, А.Б. Потапов, А.А. Самарский. // ДАН. 1984. Т. 274, №5, С. 1071-1075.
3. С.П. Курдюмов, М.И. Гуревич, О.В. Тельковская. // Дифф. уравн. 1995. Т. 31. С. 1722-1733.
4. Davydova M.A., Nefedov N.N. // Numerical Analysis and Its Applications, Lecture Notes in Comput. Sci. 2017. Vol. 10187, pp. 277-285.
5. N. Nefedov. // Numerical Analysis and Its Applications, Lecture Notes in Comput. Sci. 2013. Vol. 8236, pp. 62–72.

**Подсекция:**

**ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Сопредседатели

академик С. Н. Васильев, профессор А. Н. Боголюбов,  
профессор А. И. Чуличков

## СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ОБЪЕКТОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Профессор *Афанасьев В.Н.*, магистрант *Букреева Я.Д.*

**Аннотация.** Задача управления нелинейным объектом, подвергающимся воздействию неконтролируемых возмущений, рассматривается в ключе дифференциальной игры. Синтез оптимальных управлений производится с применением преобразования нелинейного уравнения исходного объекта в дифференциальное уравнение с параметрами, зависящими от состояния. Успешная реализация управляющих воздействий зависит от решения уравнения Беллмана-Айзекса в темпе функционирования объекта. Поиск этого решения осуществляется с привлечением алгебраических методов.

### 1. Задача дифференциальной игры

#### 1.1. Постановка задачи

Пусть детерминированная нелинейная система описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x) + g_1(x)w(t) + g_2(x)u(t), \quad x(t_0) = x_0. \quad (1.1)$$

Здесь  $x(\cdot) = \{x(t) \in R^n, \quad t \in [t_0, T]\}$  состояние системы;  $x(\cdot) \in \Omega_x$ ,  $X_0 \in \Omega_x$  — множество возможных начальных условий системы;  $u(\cdot) = \{u(t) \in R^r, \quad t \in [t_0, T]\}$ , — управление;  $w(t) \in R^k$  — ограниченное возмущение,  $f(x)$ ,  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$  — непрерывные матрицы-функции.

Предполагается, что для всех  $x(t)$  система (2.1) управляема,  $t \in R^+$ .

**Предположение 1.1.** Вектор-функция  $f(x)$  — непрерывная дифференцируемая по  $x \in \Omega_x$ , т.е.  $f(\cdot) \in C^1(\Omega_x)$  и  $g_1(\cdot), g_2(\cdot) \in C^0(\Omega_x)$ . Кроме того, будем полагать, что функции  $f(x), g_1(x), g_2(x)$  такие, что их любых  $(t_0, x_0) \in R^+ \times \Omega_x$  проходило бы одно и только одно решение уравнения (1.1)  $x(t, t_0, x_0)$ .

Рассматривая возмущение  $w(t)$  как действие некоторого игрока противоборствующему успешному выполнению задачи управления, сформируем задачу управления в ключе дифференциальной игры двух игроков  $G_u$  и  $G_w$ . На управляющие воздействия  $u(t)$  и  $w(t)$  наложены ограничения вида

$$\int_{t_0}^{t_f} \|u(t)\|_{R^*}^2 dt \leq E_u, \quad \int_{t_0}^{t_f} \|w(t)\|_{P^*}^2 dt \leq E_w, \quad (1.2)$$

где  $R^*$  и  $P^*$  — положительно определенные матрицы,  $E_u$  и  $E_w$  — положительные числа. В случае конечной величины  $x(t_f)$  в конце интервала управления оба игрока будут использовать все имеющиеся в их распоряжении ресурсы, так что ограничения (1.2) будут равенствами, т.е.  $R = c_1 R^*$ ,  $P = c_2 P^*$  ( $c_1, c_2 > 0$ ). Величины  $E_u$  и  $E_w$  оценивают «стоимости» ресурсов, затрачиваемых на управление объектом (1.1) при возмущениях  $w(\cdot)$ .

Организация управлений  $u(\cdot)$  и  $w(\cdot)$  будет осуществляться с использованием принципа обратной связи по состоянию.

Учитывая (1.2), введем функционал качества

$$J(x(\cdot), u(\cdot), w(\cdot)) = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{ x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) - w^T(t) P w(t) \} dt. \quad (1.3)$$

Здесь  $Q = Q^T$  и  $R = R^T$  положительно определенные матрицы.

Задача дифференциальной игры заключается в построении оптимальной стратегии с обратной связью для игроков  $G_u$  и  $G_w$ , т.е. в нахождении управляющего воздействия  $u(t, x)$ , минимизирующего функционал вида (1.3) на объекте (1.1) при соответствующем противодействии «управления»  $w(t, x)$ .

**Предположение 1.2.** Значения положительных чисел  $E_u$  и  $E_w$ , которые определяют ресурсы игроков  $G_u$  и  $G_w$ , при которых выполняются необходимые условия существования седловой точки дифференциальной игры, то есть существуют такие  $u^0(t, x)$  и  $w^0(t, x)$ , что  $J(x, u^0, w) \leq J(x^0, u^0, w^0) \leq J(x, u, w^0)$ , зависит от значений матриц  $R, P, g_1(x), g_2(x)$ .

Соотношение величин  $E_u$  и  $E_w$  определим при исследовании устойчивости системы (1.1) с синтезированными управлениями.

1.2. *Оптимальное решение задачи дифференциальной игры.*

Пусть для системы (1.1) и функционала (1.3) существует положительно определенная дважды дифференцируемая функция  $V(x(t)): R^n \rightarrow R$ , удовлетворяющая уравнению Беллмана-Айзекса [1]

$$V^0(x(t)) = \min_u \max_w \left[ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \left\{ f(x(t)) + g_1(x) w(t) + g_2(x) u(t) \right\} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \{ x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) - w^T(t) P w(t) \} \right] = 0. \quad (1.4)$$

Оптимальные управления и соответствующая траектория системы (1.1) имеют вид [1,2]

$$u(t) = -R^{-1} g^T(x(t)) \left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T, \quad w(t, x) = P^{-1} g_1^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right\}^T \quad (1.5)$$

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x(t)) - \Pi(x(t)) \left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T, \quad x(t_0) = x_0, \quad (1.6)$$

где

$$\Pi(x) = g_2(x) R^{-1} g_2^T(x) - g_1(x) P^{-1} g_1^T(x) \quad (1.7)$$

и вектор  $\left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T$  ищется решением уравнения Беллмана-Айзекса

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(x(t)) - \frac{1}{2} \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T + \frac{1}{2} x^T(t) Q x(t) = 0. \quad (1.8)$$

Таким образом, проблема нахождения управлений (1.5) полностью зависит от успешного решения уравнения в частных производных (1.7).

**Предположение 1.3.** Пусть матрица

$$\Pi(x) = g_2(x) R^{-1} g_2^T(x) - g_1(x) P^{-1} g_1^T(x),$$

по крайней мере, положительно полуопределенная.

**Теорема 1.1.** Система (1.6) равномерно асимптотически устойчива относительно седловой точки, если и только если

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T \geq -2 \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(x), \quad \forall x \neq 0.$$

*Доказательство.* Из уравнения (1.8) имеем

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T = -2 \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(x(t)) - x^T(t) Q x(t).$$

Откуда

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T = -2 \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(x(t)),$$

так как  $x^T(t) Q x(t) \geq 0$ .

Учитывая (1.2) и (1.5), будем иметь

$$\begin{aligned}
& \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \|u(t)\|_R^2 - \|w(t)\|_P^2 \right\} dt = \\
& = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\} \left[ g_2(x)R^{-1}g_2^T(x) - g_1(x)P^{-1}g_1^T(x) \right] \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T dt = \\
& = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\} \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T dt.
\end{aligned}$$

Из последнего соотношения следует, что задача управления выполняется, если  $E_u - E_w > 0$ .

Таким образом, положительная, по крайней мере, полуопределенность матрицы  $\Pi(x)$  определяет соотношение ресурсов игроков  $G_u$  и  $G_w$ , при которых выполняются необходимые условия существования седловой точки дифференциальной игры  $J(x, u^0, w) \leq J(x^0, u^0, w^0) \leq J(x, u, w^0)$ .

## 2. Алгебраический метод решение уравнения Беллмана-Айзекса

Предварительно докажем следующую лемму [3]:

**Лемма 2.1.** Пусть  $x \in R^n$  – действительный вектор,  $\gamma(x), \mu(x) \in R^n$  – действительные вектор-функции,  $\alpha > 0$  – действительная функция, определенная на  $R^n$  и  $\Pi(x)$  — действительная положительно полуопределенная симметрическая матрица. Тогда уравнение

$$\gamma^T(x)\Pi(x)\gamma(x) + 2\gamma^T(x)\mu(x) + \alpha = 0, \quad (2.1)$$

имеет решение относительно  $\gamma(x)$  в виде

$$\gamma(x) = -\Pi^+(x)\mu(x) + K^+(x)\beta(x), \quad (2.2)$$

если и только если

$$\mu^T(x)\Pi^+(x)\mu(x) \geq \alpha, \quad (2.3)$$

где

$$\beta(x) = \left[ \mu^T(x)\Pi^+(x)\mu(x) - \alpha \right]^{1/2}. \quad (2.4)$$

Здесь  $\Pi^+(x)$  и  $K^+(x)$  — псевдо обратные (по Муру–Пенроузу) [4] матрицы от  $\Pi(x)$  и  $K(x)$ , где  $K(x)$  матрица, входящая в  $\Pi$  так, что

$$K(x)K^T(x) = \Pi(x). \quad (2.5)$$

### Доказательство Леммы 2.1

Подставив (2.2) в (2.1), будем иметь

$$\begin{aligned}
& \left[ \Pi^+(x)\mu(x) - K^+(x)\beta(x) \right]^T \Pi(x) \left[ \Pi^+(x)\mu(x) - K^+(x)\beta(x) \right] - \\
& - 2 \left[ \Pi^+(x)\mu(x) - K^+(x)\beta(x) \right]^T \mu(x) + \alpha(x) = 0
\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & \mu^T(x) \left[ P^+(x) \right]^T P(x) P^+(x) \mu(x) - \mu^T(x) \left[ P^+(x) \right]^T P(x) K^+(x) \beta(x) - \\ & - \beta^T(x) \left[ K^+(x) \right]^T P(x) P^+(x) \mu(x) + \beta^T(x) \left[ K^+(x) \right]^T P(x) K^+(x) \beta(x) - \\ & - 2\mu^T(x) \left[ P^+(x) \right]^T \mu(x) + 2\beta(x) \left[ K^+(x) \right]^T \mu(x) + a(x) = 0. \end{aligned}$$

Учитывая, что  $P^+ P P^+ = P^+$ ,  $\left[ K^+ \right]^T P K^+ = I$ , где  $I$  — единичная матрица,  $\left[ K^+ \right]^T P P^+ = K^+$ , получаем

$$-\mu^T(x) P^+(x) \mu(x) + a(x) + \beta^2(x) = 0. \quad (2.6)$$

Откуда

$$\beta(x) = \left[ \mu^T(x) P^+(x) \mu(x) - a(x) \right]^{1/2}.$$

Этим получены достаточные условия существования  $\gamma(t)$ , как решения уравнения (2.1). Используя уравнение (2.4), получим необходимые условия выполнения леммы. Добавим и вычтем в левой части уравнения (2.6) выражение  $\mu^T(x) K^+(x) \beta(x)$ . Будем иметь

$$\mu^T(x) \left\{ -P^+(x) \mu(x) + K^+(x) \beta(x) \right\} + a(x) + \beta^2(x) - \mu^T(x) K^+(x) \beta(x) = 0. \quad (2.7)$$

Подставляя в (2.7) выражение для  $\beta(x)$ , получаем  $\mu^T(x) \gamma(x) - \mu^T(x) \gamma(x) = 0$ , так как  $\gamma(x) = -P^+(x) \mu(x) + K^+(x) \beta(x)$ .

Добавление к лемме. Пусть  $P(x)$  для всех  $x(t) \in X$  — симметричная положительно определенная действительная матрица.

Тогда уравнение (2.1) имеет решение относительно  $\gamma(x)$  в виде

$$\gamma(x) = -P^{-1}(x) \mu(x) + K^{-1}(x) \beta(x),$$

где  $\beta(x) = \left[ \mu^T(x) P^{-1}(x) \mu(x) - a(x) \right]^{1/2}$ , если и только если  $\gamma^T(x) P(x) \gamma(x) \geq \alpha(x)$ .

Здесь вектор  $K(x)$  входит в  $P(x)$  так, что  $K(x) K^T(x) = P(x)$ .

Используя результаты Леммы 2.1 для рассматриваемой в статье задачи управления, сформулируем теорему

**Теорема 2.1.** Пусть для системы

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x) + g_1(x) w(t) + g_2(x) u(t), \quad x(t_0) = x_0,$$

$$f, g_1, g_2 : \Omega \rightarrow R^n, \quad (x) \rightarrow f(x), g_1(x), g_2(x)$$

с функционалом

$$J(x(\cdot), u(\cdot), w(\cdot)) = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{ x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) - w^T(t) P w(t) \} dt$$

существует положительно определенная дважды дифференцируемая функция  $V(x(t)): R^n \rightarrow R$ , удовлетворяющая уравнению Беллмана-Айзекса

$$V^0(x(t)) = \min_u \max_w \left[ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \left\{ f(x(t)) + g_1(x) w(t) + g_2(x) u(t) \right\} + \frac{1}{2} \left\{ x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) - w^T(t) P w(t) \right\} \right] = 0$$

и

$$\phi(x) = K^+(x) k(x) \left[ f^T(x) \Pi^+(x) f(x) + x^T(t) Q x(t) \right]^{1/2}, \quad (2.7)$$

где  $k(x)$  — коммутирующий вектор, компоненты которого принимают значения  $k_i(x) = \pm 1, i = 1, \dots, n$ , определяемые при анализе устойчивости системы.

Тогда оптимальные управления  $w(t)$  и  $u(t)$  определяются выражениями

$$w(t) = P^{-1}(x) g_1^T(x) \left\{ \Pi^+(x) f(x) + K^+(x) k(x) \left[ f^T(x) \Pi^+(x) f(x) + x^T(t) Q x(t) \right]^{1/2} \right\},$$

$$u(t) = -R^{-1}(x) g_2^T(x) \left\{ \Pi^+(x) f(x) + K^+(x) k(x) \left[ f^T(x) \Pi^+(x) f(x) + x^T(t) Q x(t) \right]^{1/2} \right\},$$

где  $\Pi(x) = \left[ g_2(x) R^{-1}(x) g_2^T(x) - g_1(x) P^{-1}(x) g_1^T(x) \right]$  и  $K(x) K^T(x) = \Pi(x)$ , если выполняются соотношения

$$\begin{aligned} & \Pi^+(x) \left\{ \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \Pi(x)}{\partial x} \right\}^T \left\{ I_n \otimes [f(x) + \phi(x)] \right\}^T = \\ & = \left\{ \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right\} \Pi^+(x) + \left\{ I_n \otimes [f(x) + \phi(x)] \right\} \frac{\partial \Pi(x)}{\partial x}, \\ & \Pi^+(x) \left\{ \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \Pi(x)}{\partial x} \right\}^T \left\{ I_n \otimes [f(x) + \phi(x)] \right\}^T \geq 0, \quad \forall x. \end{aligned}$$

Здесь  $I_n$  — единичная матрица,  $\otimes$  — символ Кронекеровского произведения.

Доказательство. Для доказательства теоремы 2.1 используем лемму 2.1.

Пусть  $\gamma^T(x) = \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)}$ ,  $\alpha(x) = x^T(t)Qx(t)$ ,  $\mu(x) = f(x)$ , матрица  $\Pi(x) = g_2(x)R^{-1}(x)g_2^T(x) - g_1(x)P^{-1}(x)g_1^T(x)$ , как было показано выше, по крайней мере положительно полуопределенная и  $K(x)K^T(x) = \Pi(x)$ .

Тогда выражение (2.1) обретает вид уравнения Беллмана-Айзекса (1.8)

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(x) - \frac{1}{2} \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T + \frac{1}{2} x^T(t) Q x(t) = 0.$$

Решение (2.2) в терминах постановки задачи управления имеет вид

$$\gamma(x) = \left\{ \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\}^T = \Pi^+(x) f(x) + K^+(x) k(x) \left[ f^T(x) \Pi^+(x) f(x) + x^T(t) Q x(t) \right]^{1/2}$$

Таким образом, учитывая (1.5),

$$w(t) = P^{-1}(x) g_1^T(x) \left\{ \Pi^+(x) f(x) + K^+(x) k(x) \left[ f^T(x) \Pi^+(x) f(x) + x^T(t) Q x(t) \right]^{1/2} \right\}, \quad (2.8)$$

$$u(t) = -R^{-1}(x) g_2^T(x) \left\{ \Pi^+(x) f(x) + K^+(x) k(x) \left[ f^T(x) \Pi^+(x) f(x) + x^T(t) Q x(t) \right]^{1/2} \right\} \quad (2.9)$$

Траектория движения системы (1.1) под воздействием оптимальных управлений (2.8), (2.9) будет являться решением дифференциального уравнения

$$\frac{d}{dt} x(t) = -K(x) k(x) \left[ f^T(x) \Pi^+(x) f(x) + x^T(t) Q x(t) \right]^{1/2}, \quad x(t_0) = x_0, \quad (2.10)$$

**Заключение.** Предложен алгебраический метод нахождения оптимального управления в задаче дифференциальной игры для класса нелинейных систем. Поиск оптимальных управлений осуществляется решением алгебраических матричных нелинейных уравнений, которое может производиться в темпе функционирования динамического объекта.

### Литература

1. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высш. шк., 2003. 614 с.
2. Афанасьев В.Н. Управление нелинейными неопределенными динамическими. М.: URSS, 2015. 240 с.

3. *Won Chang-Hee, Biswas Saroj*. Optimal Control Using Algebraic Method for Control- Affine Nonlinear Systems. Temple University, USA.  
[cwon@temple.edu](mailto:cwon@temple.edu), [sbiswas@temple.edu](mailto:sbiswas@temple.edu). April 20. 2007. 33 P.
4. *Альбери А.* Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. М.: Наука. 1977. 224 с.

## ГИБРИДНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Студ. Бузиков М.Э., зав. каф. Васильев С.Н.

Данная работа развивает логический подход к автоматизации управления автономными или человеко-машинными объектами (далее — Объектами), например, автономными роботами или роботами с той или иной степенью участия в его функционировании оператора. Под гибридной технологией интеллектуального управления понимается использование на "борту" Объекта для целей управления средств искусственного интеллекта сразу нескольких типов и, прежде всего, разных средств логического представления и обработки знаний. Под средствами же искусственного интеллекта далее в общем случае понимаются используемые языки, модели, методы и компьютерные программно-аппаратные средства.

К числу упомянутых логических средств относим, прежде всего, средства автоматизации планирования действий Объекта. В отличие от средств [1], использующих построение автоматных моделей (т.е. интерпретаций) логических спецификаций функционирования Объекта, нами развиты средства [2, 3], использующие либо а) автоматическое доказательство теорем, например, теорем о достижимости цели управления из той или иной сложившейся обстановки, либо б) автоматическое развертывание альтернативных вариантов развития событий (до некоторого горизонта планирования) в операционной среде функционирования Объекта при некоторых вариантах выбора управления. Эта среда может включать, вообще говоря, и другие Объекты (агенты) с нейтральными, кооперативными или конфликтными целями.

В число развиваемых нами логических средств рассматриваемой технологии входят также средства вывода, обеспечивающие "интерактивный" режим взаимодействия Объекта по горизонтали или вертикали с другими агентами. Здесь под взаимодействием Объекта с агентами понимается либо взаимодействие а) с агентами технической природы (например, другими роботами), либо б) с человеком, т.е. лицом, принимающим решение, экспертом или оператором как элементом бортового интеллекта Объекта. Бортовой интеллект — это функционально целостный комплекс, нацеленный на выполнение разнообразных задач Объекта и объемлющий,

помимо членов экипажа, технические подсистемы Объекта — оперативно-советующую, информационно-измерительную и другие подсистемы. Такие комплексы востребованы, прежде всего, в задачах с жесткими временными ограничениями, в частности, в задачах авиации.

Другими средствами развиваемой гибридной технологии интеллектуального управления являются алгоритмы нелогической природы, в том числе эвристические алгоритмы, например, поиска на графах. Сочетание логического вывода с алгоритмами нелогической природы реализуется следующим образом:

1) с помощью логического языка  $L$  [2, 3] описывается окружающая среда (включая Объект) и закономерности внутри нее (конкретное состояние среды задается конкретной формулой языка  $L$ );

2) с применением логического исчисления  $I^*$  [3] происходит вывод новых фактов о данном состоянии, на основе которых формируется множество допустимых в этом состоянии альтернативных действий;

3) строится дерево состояний среды с ветвлениями, соответствующими выбору альтернативных действий; при этом применимы известные алгоритмы  $A^*$ , RBFS и др. [4], использующие списки допустимых действий, получаемые в соответствии с п. 2;

4) на основе частных критериев оценки предпочтительности альтернативных действий, например, функций оценки удаленности текущего состояния от целевого и "стоимости" достижения промежуточных состояний с помощью процедуры многокритериального принятия решений выбирается наиболее предпочтительное действие;

5) средствами исчисления —  $I^*$  выполняются сравнение состояний и проверка попадания в целевое состояние.

К числу перспективных средств искусственного интеллекта, интегрируемых с названными выше, относятся искусственные нейронные и семантические сети. С помощью нейросетей, например, решается задача по п. 4. На рис. 1 представлена многоуровневая архитектура интеллектуального управления Объектом. На верхних уровнях используются аналоги программно-позиционного и других принципов управления, но применительно не к уравнениям динамики, а к качественным (логическим, лингвистическим и другим) моделям функционирования Объекта. Например, план поведения Объекта по аналогии с программным управлением исполнительного уровня в процессе реализации плана тоже может нуждаться в перепланировании ввиду неполной предсказуемости динамики мира и неизбежной неточности его описания в любой модели.

В качестве примера рассмотрена задача патрулирования роботами зоны возможного проникновения нарушителя. Каждый робот умеет выполнять действия: а) по смене своего режима поиска в рамках групповых требований миссии или независимо; б) аналогично — по режиму пресле-

дования; в) действия по отправке и получению сообщений и др. Формируемый план действий робота рассматривается как последовательный набор «краевых задач» исполнительного уровня управления. Машинные эксперименты демонстрируют высокую совместимость логики с эвристиками и переносимость технологии управления на другие задачи.



Рис. 1. Архитектура интеллектуального управления.

## Литература

1. Lomuscio A., Michaliszyn J. Verifying Multi-Agent Systems by Model Checking Three-valued Abstractions // Proc. of the 14th Intern. Conf. on Autonomous Agents and Multiagent Systems. – Istanbul, 2015. – P. 189–198.
2. Васильев С.Н., Жерлов А.К., Федосов Е.А., Федунев Б.Е. Интеллектуальное управление динамическими системами. – М.: Физматлит, 2000. – 352 с.
3. Васильев С.Н., Галяев А.А. Логико-оптимизационный подход в задачах преследования группы целей // Доклады Академии наук. – 2017. – Т. 474, №6. – С. 1-7.
4. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. ~ М.: Вильямс, 2006. ~ 1408 с.

## ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ СТРАТЕГИИ ПОВЕДЕНИЯ АВТОНОМНОГО МОБИЛЬНОГО АППАРАТА С ОЦЕНКОЙ РАЗВИТИЯ СИТУАЦИИ

Зав. лаб. *Браништов С.А.* (ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН),  
студ. *Бузиков М.Э.*, зав. каф. *Васильев С.Н.*

С развитием средств искусственного интеллекта, SMART-технологий и высокопроизводительной вычислительной техники в среде людей появляется все больше разнообразных автономных мобильных устройств: роботы-уборщики, курьеры, складские транспортёры и прочее. В недалеком будущем можно ожидать, что среди людей будут курсировать группы мобильных аппаратов разных производителей, со своими собственными способами выбора стратегий безопасного движения. Известны интересные прикладные результаты [1-4] по управлению группами роботов, хотя в большинстве публикаций описываемые результаты получены для небольшого, заранее известного, числа роботов.

В докладе рассматривается задача разработки такого способа поведения роботов, который позволяет скоплениям роботов самоорганизовываться, переходя от произвольного хаотического движения к упорядоченному. При этом каждый робот, подчиняясь общим правилам, в то же время должен самостоятельно формировать характер своего перемещения в зависимости от наблюдаемой вокруг него ситуации.

Под ситуацией понимается обстановка в наблюдаемой части среды вокруг робота, а именно совокупность локализованных вокруг робота препятствий с теми или иными параметрами: размерами, формами, направлениями движения, скоростями и др. Примерами таких ситуаций являются: препятствия, движущиеся навстречу; поперечный поток препятствий; сужение пространства (узкий проход); искривление пространства (огибание угла) и т.п.

Каждая ситуация описывается набором характеризующих ее признаков, например:

- площадь пространства, занимаемого группой участников движения,
- относительная ширина группы (стаи) попутчиков,
- плотность (число) препятствий (не попутчиков) в окрестности новой позиции,
- соотношение числа препятствий и попутчиков в новой позиции,
- общая средняя скорость всех участников на участке,
- общая средняя скорость группы попутчиков и т.д.

Источниками значений этих признаков могут быть сенсоры, информационные сообщения, логические выводы и информация в памяти и др., при том, что и сам обмен информацией может управляться логическим выводом.

Вообще говоря, значения признаков ситуации в наблюдаемой части среды могут выражаться и качественно (ламинарный или турбулентный тип встречного движения и др.), будучи получены путем интеллектуальных вычислений (например, нейросетевой или логической обработкой данных) на основе параметров движения роботов.

Способ переключения стратегии движения включает логический вывод вариантов развития ситуаций в наблюдаемой части среды при разных стратегиях движения. Используется формирование стратегии движения в по-формализме [5,6], но не обязательно путем автоматического доказательства теоремы о достижимости цели управления, а в форме вывода следствий текущей ситуации.

В отличие от других нерезолюционных методов логического вывода, например, из [7], здесь используется логическое исчисление лишь с одним, причем одноместным, правилом вывода, хорошо совместимое с дополнительными алгоритмами нелогической природы, в частности, с эвристиками.

Рекурсивное развертывание динамики поведения скопления роботов означает упреждающее моделирование функционирования системы во времени и пространстве при разных стратегиях с целью вывода характеристик последовательности ситуаций до некоторого горизонта планирования. Эти характеристики позволяют судить о качестве соответствующего набора стратегий движения (плохие последовательности ситуаций, а точнее, отвечающие им наборы переключаемых стратегий, далее в выводе не рассматриваются).

Полезны эвристические принципы бракования стратегий с целью сокращения вариантов развертывания динамики скопления роботов и выбора окончательного. Для выбора наиболее предпочтительной стратегии или последовательности стратегий в изменяющейся обстановке, а также согласования действий участников применима свертка значений признаков стратегии в классе нелинейных полиномов [8]. Построение свертки не предполагает запрашивания у экспертов коэффициентов полинома (в случае линейной свертки — весовых коэффициентов значимости признаков), а базируется на попарных сравнениях экспертом некоторых парето-оптимальных стратегий.

Выполнены начальные эксперименты. Были рассмотрены ситуации пересечения потоков под прямым и острым углами, круговое движение на перекрестке, проход узкого места, огибание угла стены и др. Ряд стратегий требует согласованных действий для их осуществления. Результаты моделирования подтвердили, что в конкретных ситуациях лишь определенные стратегии поведения дают положительный эффект, повышая, например, скорость и безопасность движения.

### Литература

1. Minguez J., Montano L. Nearness Diagram (ND) navigation: Collision avoidance in troublesome scenarios // IEEE Trans. Robot. Autom. – 2004. – Vol. 20, № 1. – P. 45–59.
2. Hoy M.C., Matveev A.S., Savkin A.V. Algorithms for collision-free navigation of mobile robots in complex cluttered environments: A survey // Robotica. – 2015. – Vol. 33, № 3. – P. 463–497.
3. Tovar B., Murrieta-Cid R., LaValle S. Distance-optimal navigation in an unknown environment without sensing distances // IEEE Trans. Robot. – 2007. – Vol. 23, № 3. – P. 506–518.
4. Wang M., Liu J.N. Fuzzy logic-based real-time robot navigation in unknown environment with dead ends // Robotics and Autonomous Systems. – 2008. – Vol. 56, № 7. – P. 625–643.
5. Васильев С.Н., Галяев А.А. Логико-оптимизационный подход в задачах преследования группы целей // Доклады Академии наук. – 2017. – Т. 474, № 6. – С. 1–7.
6. Васильев С.Н., Браништов С.А., Бузиков М.Э., Морозов Н.Ю. Групповое командное управление автономными мобильными аппаратами // Материалы 10-й Всероссийской мультиконференции по проблемам управления. – 2017. – Т. 2 «Робото-техника и мехатроника». – С. 251–252.
7. Otten J. NanoCoP: A Non-clausal Connection Prover // Internat. Joint Conference on Automated Reasoning. – Springer Internat. Publ. – 2016. – P. 302–312.
8. Васильев С.Н., Батурич В.А., Баянова Т.О. Многокритериальное принятие решений, основанное на получении оценочной функции в виде полинома третьего порядка // Управление большими системами. – 2008. – Вып. 22. – С. 5–20.

## СИНТЕЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ

Проф. Ю.В. Митришкин, студ. В.И. Кружков

Наиболее продвинутым устройствами осуществления управляемых термоядерных реакций в настоящее время являются токамаки [1]. Основной целью данной работы является разработка регуляторов, стабилизирующих вертикальное и горизонтальное положения плазмы в токамаке Глобус-М (ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН) при приемлемом качестве переходной функции (время порядка  $10^{-3}$  с, перерегулирование не больше 30%). На рис. 1 приведена структурная схема двухконтурной системы управления. Разработка регуляторов и анализ их работоспособности проводится на линейной модели плазмы 24-го порядка [2].

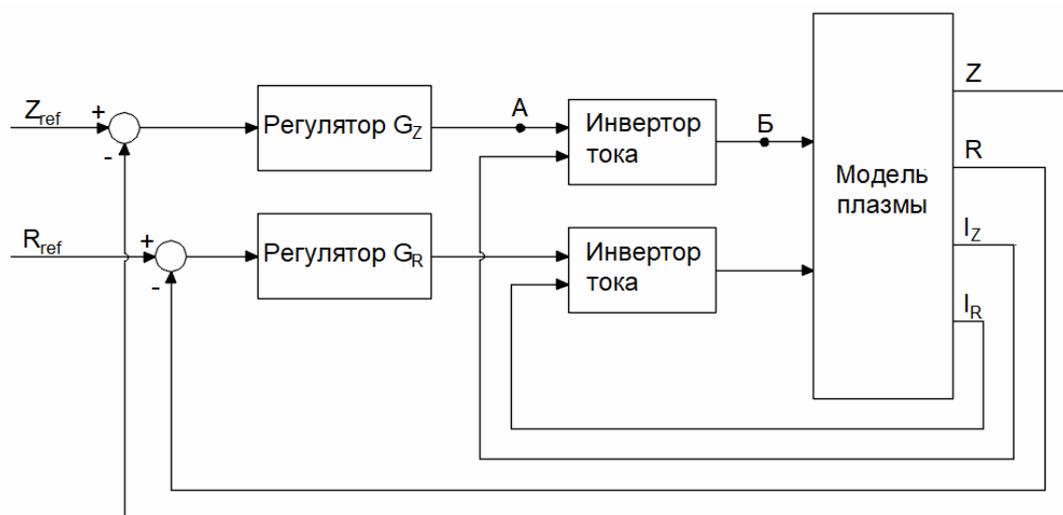


Рис. 1. Структурная схема контуров управления вертикальным и горизонтальным положениями плазмы в токамаке.

В работе для настройки регуляторов положения плазмы применен метод компенсации левых нулей и полюсов (КЛНП), т.е. расположенных в левой полуплоскости комплексной плоскости. Идея метода состоит в том, что регулятор разбивается на две последовательно соединенные передаточные функции. Первая компенсирует устойчивую часть системы, вторая стабилизирует оставшуюся неустойчивую часть.

Рассмотрим настройку КЛНП-регулятора  $G_Z$  вертикального неустойчивого положения плазмы, определяемого передаточной функцией (1). В ней все нули и полюса, кроме одного, левые. Первая часть в квадратных скобках регулятора (2) является обратной передаточной функцией к (1) за исключением неустойчивого полюса и компенсирует всю передаточную функцию кроме этого полюса. Для того, чтобы регулятор стал физически реализуем, вторая часть, в круглых скобках, должна содержать как минимум два полюса (степень числителя будет равняться степени знаменателя).

$$P_2(s) = \frac{K \prod_{i=1}^{n_1} (s + z_i)}{(s - p_0) \prod_{i=1}^{m_1} (s + p_i)}; \quad (1)$$

$$G_2(s) = \left[ \frac{\prod_{i=1}^{n_1} (s + p_i)}{\prod_{i=1}^{m_1} (s + z_i)} \right] \left( \frac{K_2}{(s + s_1)(s + s_2)} \right). \quad (2)$$

В итоге передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$L_2(s) = P_2(s)G_2(s) = \frac{KK_2}{(s - p_0)(s + s_1)(s + s_2)}; \quad (3)$$

Для расчета коэффициента  $K$  и полюсов  $s_1, s_2$  регулятора вычисляется передаточная функция замкнутой системы (4) и ее характеристический полином приравняется к эталонному полиному, обеспечивающему желаемое качество переходного процесса:

$$H_z(s) = \frac{L(s)}{L(s) + 1} = \frac{KK_z}{s^2 + (s_1 + s_2 - p_0)s^2 + (s_1s_2 - p_0(s_1 + s_2))s - s_1s_2p_0 + KK_z} \quad (4)$$

Для синтеза регулятора горизонтального положения плазмы метод КЛМП применяется аналогично.

Замкнутая система стабилизации положения плазмы включает в себя тиристорный инвертор тока (ИТ), работающий в автоколебательном режиме, в качестве исполнительного устройства [3]. На рис. 2 приведена мостовая схема силовой части ИТ и процессы автоколебаний в нем. За счет попарно-противофазного переключения тиристоров скачком изменяется ток в конденсаторе  $C$ , что позволяет изменять среднее значение напряжения на катушке управления  $L$ . Для настройки линейного регулятора необходима идентификация ИТ линейной моделью в окрестности рабочего режима.

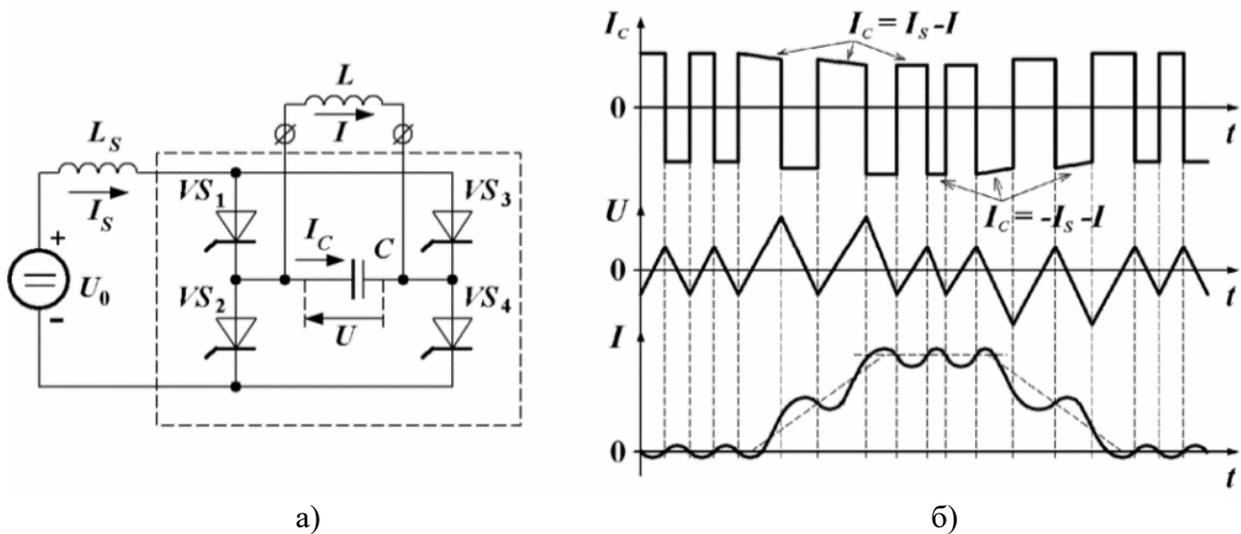


Рис. 2. Силовая часть (а) и процессы (б) в инверторе тока.

Для достижения рабочего режима использована схема, в которой инвертор тока аппроксимирован пропорциональным звеном, а управляющим устройством был выбран ПИД-регулятор, настроенный при помощи графического интерфейса PID Tuner в Matlab. После этого применялась полная модель ИТ с двумя входами и одним выходом (рис. 1). Приблизительно можно считать, что на второй вход подается константа, поэтому проведена идентификация между точками А и Б (рис. 1), моделью с одним входом и одним выходом с помощью команды n4sid, реализующей алгоритм, основанный на анализе подпространств специально сконструированных матриц. В результате ИТ идентифицируется линейной моделью второго порядка:

$$P_{\Omega}(s) = \frac{6,635 \cdot 10^{-2}(s + 5,937 \cdot 10^6)}{s^2 + 3,039 \cdot 10^4 s + 4,695 \cdot 10^8} \quad (5)$$

Заменяв полную модель инвертора тока на полученную линейную модель (5), имеем систему, состоящую только из линейных элементов. Регуляторы для нее можно настроить методом КЛНП.

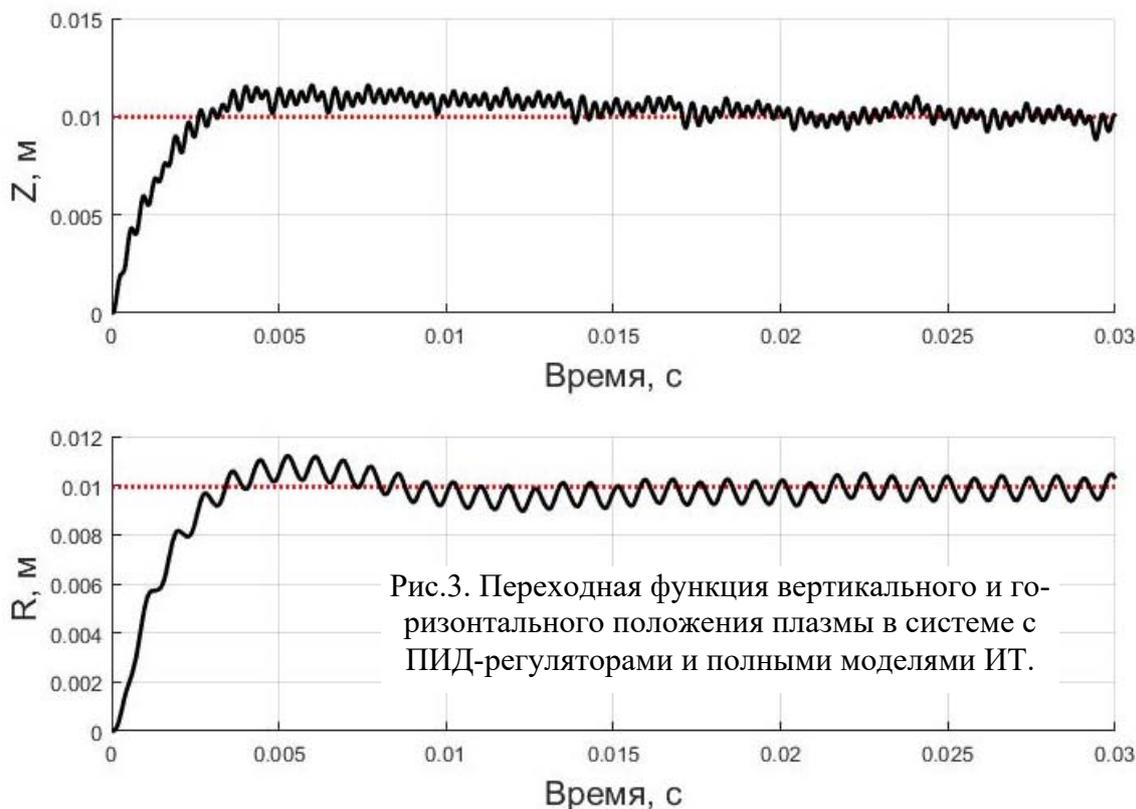


Рис.3. Переходная функция вертикального и горизонтального положения плазмы в системе с ПИД-регуляторами и полными моделями ИТ.

Для проверки работоспособности системы применено численное моделирование в среде MATLAB с применением графического средства SIMULINK. При решении дифференциальных уравнений использована численная схема с переменным шагом Дорманда-Принса (ode45). В численных экспериментах получены следующие результаты: для системы с линейной моделью (5) регуляторы работают удовлетворительно. При переходе на полную модель ИТ КЛНП-регулятор не обеспечивает устойчивость. Это связано с недостаточной робастностью такого регулятора. Система с ПИД-регулятором имеет большой запас робастной устойчивости и обеспечивает приемлемое качество управления (рис. 3).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант № 17-19-01022.

### Литература

1. Ю.В. Митришкин, П.С. Корнев, А.А. Прохоров, Н.М. Карцев, М.И. Патров. Управление плазмой в токамаках. Ч.1. Проблема управляемого термоядерного синтеза. Токамаки. Компоненты систем управления. Проблемы управления. — 2018. — № 1. — С. 2–20.

2. Корнев П.С., Митришкин Ю.В., Патров М.И. Реконструкция равновесного распределения параметров плазмы токамака по внешним магнитным измерениям и построение линейных плазменных моделей. — Мехатроника, автоматизация и управление, 2016, т. 17, № 4, с. 254—265.
3. Kuznetsov E.A., Mitrishkin Y.V., Yagnov V.A., Shcherbitsky V.N. Current Inverter as Actuator for Plasma Position Control Systems. Proc. The 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT2017), Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, pp. 485–489.

## УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ ПО СОСТОЯНИЮ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНЫХ МАТРИЧНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Асп. *Коньков А.Е.*, проф. *Митришкин Ю.В.*

Методом линейных матричных неравенств (ЛМН) с использованием обобщенной теоремы Ляпунова [1] решены задачи управления по состоянию корабельным паровым котлом и промышленной системой регулирования натяжения материала в зоне его транспортирования в поточной линии. Общая структурная схема систем управления для решения данных задач приведена на рис. 1.

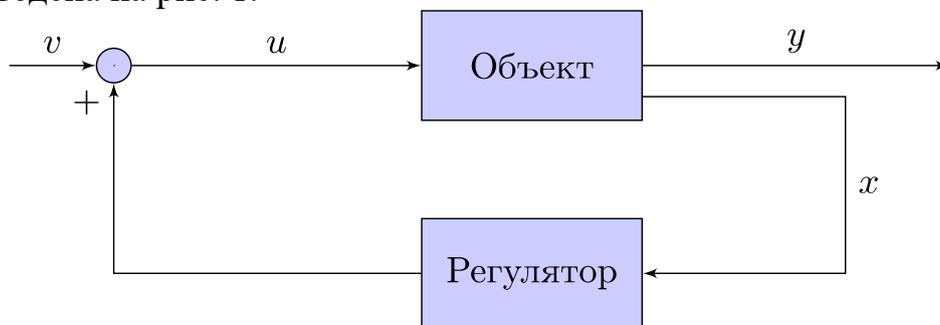


Рис. 1. Структурная схема системы управления по состоянию.

### Размещение полюсов в $\mathbb{D}$ -области

Требуется синтезировать дискретный регулятор по состоянию для корабельного парового котла [2] обеспечивающий определенную степень устойчивости замкнутой системы. Учитывая критерий Шура для системы в дискретном времени ( $|\lambda_i(A)| < 1$ ), полюса замкнутой системы будут помещены в  $\mathbb{D}$ -области в виде круга, матрицы ее характеристической функции:  $F_{\mathbb{D}}(s) = L + sM + \bar{s}M^T$ , где

$$L_1 = \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Синтезируемый регулятор должен находиться из решения задачи оптимизации  $\min \|K\|_2$ , то есть необходимо найти скаляр  $\gamma$  удовлетворяющий условию:

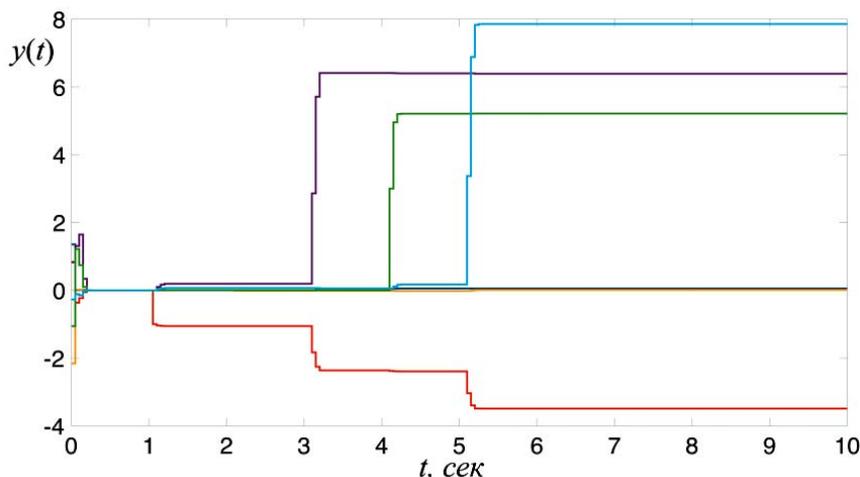
$$\|K\|_2 < \gamma \Leftrightarrow K^T K < \gamma I_n, K \in \mathbb{R}^{m \times n}. \quad (2)$$

Применив обобщенную теорему Ляпунова [1] и приведя с помощью леммы Шура [3] неравенство **Ошибка! Источник ссылки не найден.** к виду ЛМН, получим условие  $\mathbb{D}$ -устойчивости замкнутой системы с оптимальным критерием:

$$\begin{cases} \min \gamma, \\ \begin{bmatrix} -\gamma I_m & W \\ W^T & -\gamma I_n \end{bmatrix} < 0, \\ L_1 \otimes P + M_1 \otimes (A_d P) + M_1^T \otimes (A_d P)^T + M_1 \otimes (B_d W) + M_1^T \otimes (B_d W)^T < 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $A_d$  и  $B_d$  — матрицы системы и входа,  $P$  и  $W$  — решения системы **Ошибка! Источник ссылки не найден.**,  $\otimes$  — символ кронекерова произведения. Матрица дискретного регулятора определяется как  $K_d = WP^{-1}$ .

Радиус круга  $r$  в **Ошибка! Источник ссылки не найден.** выбирается в пределах  $r_{min} < r < 1$ , а  $r_{min}$  определяется границей разрешимости системы **Ошибка! Источник ссылки не найден.** На рис. 2 приведен результат моделирования синтезированной системы при ступенчатых входных воздействиях и случайных начальных условиях. Выходами объекта управления являются сигналы с датчиков давления и объема корабельного парово-



ГО КОТЛА.

Рис. 2. Реакция системы на ступенчатые входы.

## Статический робастный регулятор

В [4] обозначена проблема неробастности спектра при синтезе регулятора в промышленной системе регулирования натяжения материала в зоне его транспортирования в поточной линии методом модального управления. Требуется синтезировать статический регулятор по состоянию, обеспечивающий степень устойчивости системы [4] не меньше чем  $\eta = 25$  при заданных отклонениях модели объекта от номинальных. Эту задачу можно эффективно решить методом ЛМН. Поместим полюса в  $\mathbb{D}$ -область в виде полосы ( $\alpha = 25$ ,  $\beta = 50$ ), матрицы её характеристической функции:

$$L_2 = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

представим матрицу системы в виде:  $A(\delta(t)) = A_0 + \delta_1(t)A_1 + \delta_2(t)A_2$ , где  $A_0$  — невозмущенная матрица,  $A_1, A_2$  — матрицы, содержащие возмущаемые элементы,  $\delta_1(t), \delta_2(t)$  — параметры возмущения. Из условий неопределенностей следует, что параметры возмущения модели объекта образуют полиэдр [3], множество его экстремальных точек:  $\Delta_E = \{ \delta = [\delta_1 \delta_2] \mid \delta_i = \delta_i^- \text{ или } \delta_i^+, i = 1, 2 \}$ .

Применив обобщенную теорему Ляпунова, получим ЛМН, которое необходимо решить в каждой экстремальной точке для получения робастной системы управления:

$$X > 0, \quad L_2 \otimes P + M_2 \otimes (A(\delta_i)X) + M_2^T \otimes (A(\delta_i)X)^T + \\ + M_2 \otimes (BV) + M_2^T \otimes (BV)^T < 0, \quad (7)$$

где  $\delta_1 = 0$  и  $\delta_2 = 0,01$ ,  $\delta_1, \delta_2 \in \Delta_E$ ,  $A$  и  $B$  — матрицы системы и входа,  $X$  и  $V$  — решения системы (7). Матрица робастного регулятора определяется как:  $K = VX^{-1}$ . На рис. 3 приведена реакция системы управления на синусоидальное входное воздействие, выходной сигнал является суммой сигналов с датчиков скоростей системы натяжения материала. Возмущенный спектр замкнутой системы представлен на рис. 4, где отмечены значками: ● — полюса системы при  $\delta = 0$ , ■ — при  $\delta = 0,5\%$ , ▲ — при  $\delta = 1\%$ .

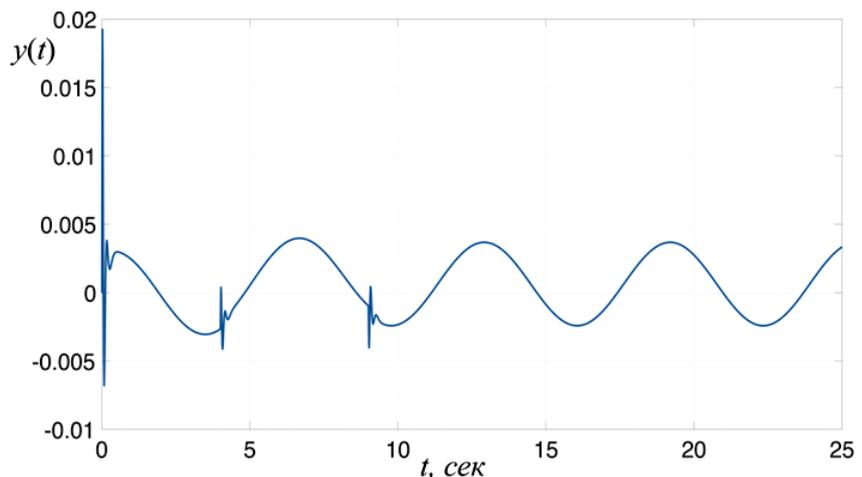


Рис. 3. Реакция системы на синусоидальный вход.

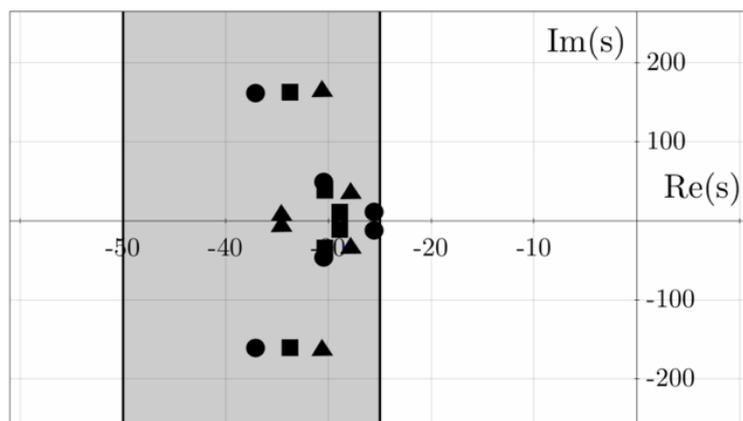


Рис. 4. Возмущенный спектр системы.

### Литература

1. Chilali M., Gahinet P., Apkarian P. Robust Pole Placement in LMI Regions // Automatic Control, IEEE Transactions. 2000. V. 2. P. 2257 - 2270.
2. Шильяк Д. Децентрализованное управление сложными системами. Пер. с англ. М. Мир, 1994г. 575с.
3. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С. Управление линейными системами при внешних возмущениях. Техника линейных матричных неравенств. М.: ЛЕНАНД, 2014. 560 с.
4. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблеме неробастности спектра в задачах модального управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 10. С. 8-13.

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОГО ПОКРЫТИЯ НА ОСНОВЕ МЕТАПОВЕРХНОСТИ В СРЕДНЕМ ИК-ДИАПАЗОНЕ

Асп. Домбровская Ж.О., проф. Боголюбов А.Н.

В тепловизорах обычно используются линзы из Ge. В актуальном диапазоне от 8 до 12 мкм этот материал привлекателен тем, что обладает почти нулевым поглощением, но у него высокий показатель преломления  $n$ , равный 4.0. Это приводит к большому отражению от линзы. Для уменьшения отражения используют однослойные покрытия. Последние представляют собой пластинку  $\lambda/4$ . Для нее оптимальный показатель преломления равен 2, однако таких материалов в природе не существует. На практике используют тонкие пленки из ZnSe ( $n \approx 2.4$ ) либо коммерческий материал Иртран-2 ( $n \approx 2.2$ ). К сожалению, они не обеспечивают полного подавления отражения ни на одной длине волны.

Альтернативным подходом является использование покрытий на основе метаповерхности [1]. Это направление представляется перспективным, поскольку удастся получить практически любой эффективный пока-

затель преломления покрытия. В данной работе рассматривается задача о безотражательном покрытии на основе метапленки из сферических частиц из РbTe ( $n \approx 5.6$ ), расположенной на границе раздела «воздух-германий». Были сформулированы ограничения на период решетки  $p$  и радиус частиц  $r$ , связанные с особенностями изготовления и границами применимости используемой модели [2], [3]. Была проведена оптимизация  $p$  и  $r$ , и получено несколько значений этих величин, обеспечивающих минимальное отражение на длине волны  $\lambda = 10$  мкм.

Приведем некоторые результаты. На рисунке 1 показаны спектры отражения  $|R(\lambda)|^2$ , соответствующие оптимальным геометрическим параметрам. Жирными темно-серыми линиями выделены участки, для которых справедливо дипольное приближение [4]. Жирными серыми линиями показано отражение от границы раздела без покрытия. Для сравнения жирной светло-серой линией показано отражение от линзы, покрытой оптимизированной тонкой пленкой из Иртрана-2.

Видно, что использование однослойного тонкопленочного покрытия не позволяет добиться нулевого отражения, но обеспечивает малое отражение ( $\sim 1-8\%$ ) во всем рассматриваемом диапазоне. В свою очередь, покрытие на основе метаповерхности ведет себя двояко. Оно позволяет получить нулевое отражение на выбранной длине волны, то есть работает как идеальный фильтр (левый рисунок). Либо это покрытие может играть роль широкодиапазонного фильтра (правый рисунок). При этом видно, что границы этого диапазона определяются положением электрического и магнитного дипольных резонансов (пунктирная линия).

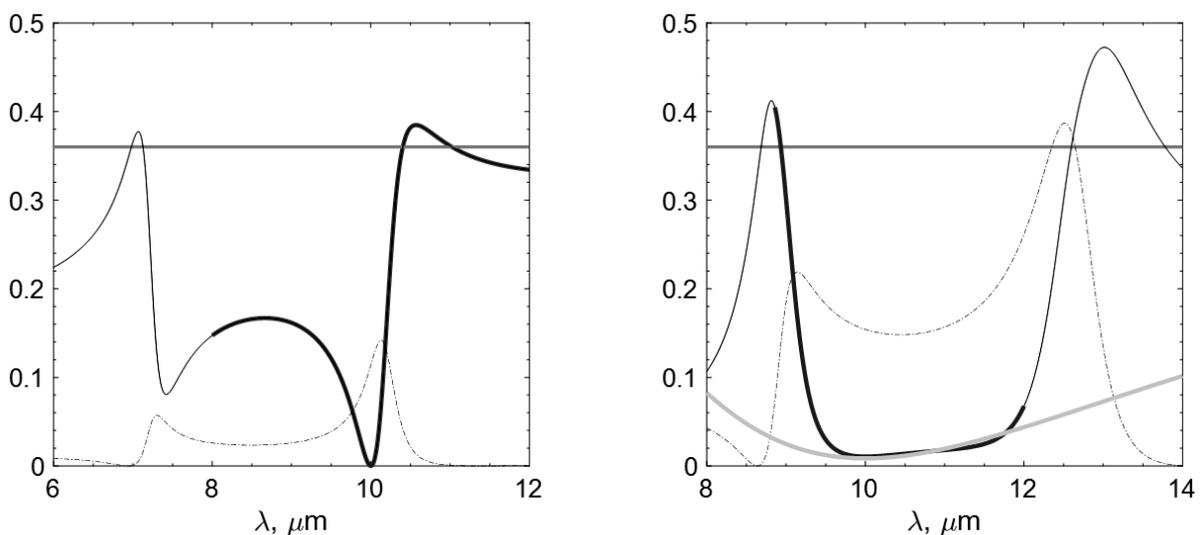


Рис. 1. Спектры отражения. Обозначения — см. текст.

## Литература

1. V.E. Babicheva, M.I. Petrov, K.V. Baryshnikova, and P.A. Belov, “Reflection compensation mediated by electric and magnetic resonances of all-dielectric metasurface,” *J. Opt. Soc. Am. B*, V. 34, P. D18, 2017.
2. Ж.О. Домбровская, “Проектирование изотропной полностью диэлектрической метаповерхности на подложке,” *Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии (Электронный научный журнал)*, Т. 18, С. 455, 2017.
3. Zh.O. Dombrovskaya, A.N. Bogolyubov, “Optimization of an isotropic metasurface on a substrate,” *Math. Meth. Appl. Sci.*, 2018 [подано в печать]
4. Zh.O. Dombrovskaya, A.V. Zhuravlev, G.V. Belokopytov, and A.N. Bogolyubov, “Phonon-polariton meta-atoms for far infrared range,” *Phys. Wave Phenom.* V. 41, P. 96, 2016.

## АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИНГУЛЯРНОЙ ЧАСТИ РЕШЕНИЯ СКАЛЯРНОЙ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ТЕЛЕ С КОНИЧЕСКИМИ ТОЧКАМИ

Проф. *А.Н. Боголюбов*, асп. *В.В. Ровенко*, доц. *И.Е. Могилевский*

В настоящее время весьма актуальны задачи дифракции на телах сложной формы, содержащих металлические и диэлектрические рёбра, конические точки. В настоящей работе рассматривается скалярная задача дифракции на металлическом теле, содержащем коническую особенность. Предполагается, что источники поля сосредоточены в конечной области, находящейся вне тела. На поверхности тела ставятся однородные условия Дирихле, на бесконечности — условия излучения Зоммерфельда. В окрестности конической точки ставится условие Мейкснера. Следует заметить, что при указанных условиях задача имеет единственное решение [3]. Математическая постановка задачи имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u + k^2 u = f(M) \quad \text{supp } f(M) \in D_0 \\ u|_S = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial r} - lku = \bar{o}\left(\frac{1}{r}\right), \quad r \rightarrow \infty \\ u \sim r^\beta, \quad \beta > -3/2 \end{array} \right. \quad (1)$$

Основная цель работы состоит в выделении сингулярной части поля в окрестности конической точки. Для детального исследования поля в этой области данная задача сначала рассматривается в случае бесконечного конуса в области  $G_0$  вне конуса. В дальнейшем использование срезающей

функции позволит исходную задачу дифракции на конечном теле свести к рассмотренной задаче в случае бесконечного конуса. Вводится сферическая система координат  $(r, \theta, \varphi)$  с центром в конической точке. Данный подход позволяет существенно упростить граничные условия, что дает возможность более детально исследовать свойства искомого решения. Основное уравнение задачи (1) преобразуется следующим образом: слагаемое  $k^2 u$  переносится в правую часть, слева остается только главная часть оператора Гельмгольца — оператор Лапласа. Условия на бесконечности заменяются принадлежностью решения к функциональному пространству специального вида, впервые введённому В.А. Кондратьевым, что позволит лучше охарактеризовать решение в окрестности конической точки и на бесконечности [1]. Вводится пространство функций  $V_\gamma^l$  с нормой ( $x$  — координата,  $l \geq 0$  — целое,  $\gamma$  — любое вещественное число):

$$\|u\|_{V_\gamma^l}^2 = \sum_{s=0}^l \int_{D_0} r^{2\gamma-2(l-s)} \left| \frac{\partial^s u}{\partial x^s} \right|^2 dV$$

Далее предполагается, что правая часть  $f(M) \in V_\gamma^l$ .

Сделаем замену переменных:

$$\tau = \ln \frac{1}{r}, r \in [0; +\infty) \Rightarrow r = e^{-\tau}, \tau \in (-\infty; +\infty)$$

Также проведём преобразование Фурье относительно переменной  $\tau$ :

$$\hat{u}(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} u(\tau, \theta, \varphi) e^{-i\lambda\tau} d\tau, \quad \hat{f}(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau, \theta, \varphi) e^{-2\tau} e^{-i\lambda\tau} d\tau$$

Из свойств преобразования Фурье для образа правой части уравнения  $\hat{F}(\lambda, \theta, \varphi)$  вытекает следующая оценка [1]:

$$\sum_{s=0}^l \int_{-\infty+i\hbar}^{\infty+i\hbar} |\lambda|^{2s} \|\hat{F}\|_{V^{\alpha-2s}(\mathcal{D})}^2 d\lambda \leq C \|f\|_{V_\gamma^l(\mathcal{D}_0)}^2, \quad \hbar = -\gamma + l + \frac{1}{2}$$

Используя свойства преобразования Фурье, получим уравнение

$$(l - \lambda)\lambda \hat{u} + \Delta_{\theta, \varphi} \hat{u} = \hat{F}, \quad u|_{\substack{\theta=\alpha \\ \lambda \in (-\infty; +\infty)}} = 0, \tag{2}$$

решение которого ищется в виде ряда по сферическим функциям:

$$\hat{u}(\lambda, \theta, \varphi) = \sum_{n,m} \hat{u}_n(\lambda) P_{nm}^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi}, \quad \hat{F}(\lambda, \theta, \varphi) = \sum_{n,m} \hat{F}_n(\lambda) P_{nm}^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi} \tag{3}$$

Здесь  $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ , а  $n_m$  определяется из соотношений  $P_{n_m}^{(m)}(\cos \alpha) = 0$ . Подробно свойства решений этого уравнения исследованы в работе [4]. Из (2) и (3):

$$\tilde{u}(\lambda, \theta, \varphi) = \sum_{n,m} \frac{f_n(\lambda)}{(i-\lambda)\lambda + n_m(n_m+1)} P_{n_m}^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (4)$$

С помощью обратного преобразования Фурье, получим решение искомой задачи, принадлежащее пространству Кондратьева  $V_{\gamma}^{l+2}$ . Однако, пока построенное в пространстве Фурье-образов решение (4) определено лишь на прямой  $h = -\gamma + l + \frac{1}{2}$ . Для построения его асимптотики, то есть представления решения в виде суммы функций, описывающих особенность, и гладкой части необходимо, чтобы функция (4) была определена в некоторой полосе  $h_1 < h < h_2$ , а для этого потребуется, чтобы функция  $f(M) \in V_{\gamma_1}^{l_1} \cap V_{\gamma_2}^{l_2}$  с разными индексами  $l_l, \gamma_l, l = 1, 2$ . Из (4) находятся особые точки Фурье-образа решения:

$$\lambda_{n,m} = 0,5i[1 \pm (2n_m + 1)]$$

Теорема о вычетах позволяет перейти от интегрирования по прямой  $\text{Im } \lambda = h_1$  к интегрированию по прямой  $\text{Im } \lambda = h_2$ , а находящиеся между ними полюсы  $\tilde{u}(\lambda, \theta, \varphi)$  из (4) позволяют получить асимптотическое представление решения. Использование срезающей функции  $\chi(r)$  (см. [5]) позволяет осуществить переход от искомой задачи к задаче на бесконечном конусе ( $d$  — некое число). Окончательное асимптотическое представление решения задачи дифракции в окрестности конической точки имеет вид:

$$u(\lambda, \theta, \varphi) = \chi C + \chi D + \tilde{u}(r, \theta, \varphi), \quad \chi(r) = \begin{cases} 1, r < d \\ 0, r > 2d \end{cases}$$

$$C = \sum_{h_1 < n_m < h_2} C_{n,m} r^{n_m} P_{n_m}^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi}$$

$$D = \sum_{h_1 < n_m + 1 < h_2} D_{n,m} r^{n_m + 1} P_{n_m}^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi}$$

Здесь  $\tilde{u}(r, \theta, \varphi)$  есть гладкая часть решения, построенная путём интегрирования по прямой  $\text{Im } \lambda = h_2$ ,  $C_{n,m}, D_{n,m}$  — константы.

Данный метод позволяет решать задачи дифракции не только с одной, но и с несколькими коническими особенностями. Он также применим при решении задач маскировки, например, при исследовании вопроса о прохождении луча в маскирующей оболочке [2].

### Литература

1. В. А. Кондратьев, “Краевые задачи для эллиптических уравнений в областях с коническими или угловыми точками” Тр. ММО 16, 209–292 (1967);
2. Могилевский И.Е., Ровенко В.В., “Математическое моделирование метода волнового обтекания в задачах маскировки”, ФОП, Т. 3, №. 4(13), 28–39, 2014.
3. Свешников А. Г., Могилевский И. Е. “Избранные математические задачи теории дифракции”. Москва 2012, 239 с.
4. Н.М. Macdonald, “Zeroes of the Spherical Harmonic  $P_{n_m}^{(m)}(\mu)$  considered as a Function of n” (p. 264–281) Proc. Lond. Math. Soc., 1899.
5. Назаров С.А, Пламеневский Б.А., “Эллиптические задачи в областях с кусочно-гладкой границей“, Москва, Наука, 1991, 334 с.

## ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РАСПРЕДЕЛЕННАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОСТРАНСТВА

*Проф. Голубцов П.В.*

Данные в современных исследованиях нередко имеют огромный объем, распределены между многочисленными сайтами и постоянно пополняются. В таких случаях собрать все относящиеся к исследованию данные на одном компьютере, как правило, невозможно и непрактично, поскольку один компьютер не сможет обработать их в разумные сроки. Подходящий алгоритм анализа данных должен, параллельно работая на многих компьютерах, извлекать из каждого набора исходных данных некоторую промежуточную компактную «информацию», постепенно объединять ее и, наконец, использовать накопленную информацию для получения результата. По прибытии новых данных он должен иметь возможность добавлять их к накопленной информации и, в конечном итоге, обновлять результат.

В работе [1] было показано, что для эффективной обработки распределенных данных ключевую роль играет возможность введения промежуточной формы представления информации, обладающей определенными алгебраическими свойствами. Ниже мы продолжим изучение информационных пространств на примере проблемы линейного оценивания в контексте распределенной обработки данных.

Рассмотрим схему линейного измерения [2,3] вектора  $x \in \mathcal{D}$  вида  $y = Ax + v$ , где  $y \in \mathcal{R}$  — результат измерения,  $A: \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{R}$  — линейный опе-

ратор и  $\mathbf{v} \in \mathcal{R}$  — случайный вектор шума с нулевым средним  $\mathbf{E}\mathbf{v} = \mathbf{0}$  и ковариационным оператором  $\mathbf{S} > \mathbf{0}$ .

Задача линейного оценивания вектора  $\mathbf{x}$  состоит в построении такого линейного отображения  $\mathbf{R}: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{D}$ , что оценка  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{R}\mathbf{y}$  максимально близка к  $\mathbf{x}$ , а именно,  $\mathbf{R}$  доставляет минимум функционалу  $H(\mathbf{R}) = \sup_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \mathbf{E}\|\mathbf{R}\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2$ . Эта задача имеет решение тогда и только тогда, когда оператор  $\mathbf{A}$  невырожден, т.е.,  $\mathcal{N}(\mathbf{A}) = \{\mathbf{0}\}$ . При этом оценка  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{R}\mathbf{y} = (\mathbf{A}^* \mathbf{S}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{S}^{-1} \mathbf{y}$  является несмещенной и обладает наименьшим ковариационным оператором  $\mathbf{Q} = \mathbf{R}\mathbf{S}\mathbf{R}^* = (\mathbf{A}^* \mathbf{S}^{-1} \mathbf{A})^{-1}$ .

Таким образом, исходные данные для линейного оценивания представляются тройкой  $\mathbf{D} = (\mathbf{y}, \mathbf{A}, \mathbf{S})$ , а процедура обработки  $\mathbf{P}$  состоит в преобразовании исходных данных в результат оценивания:  $\mathbf{P}(\mathbf{y}, \mathbf{A}, \mathbf{S}) = \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^* \mathbf{S}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{S}^{-1} \mathbf{y}$ . Отображение  $\mathbf{P}$  определено не всюду, а лишь тогда, когда оператор  $\mathbf{A}$  невырожден (и, следовательно,  $\mathbf{A}^* \mathbf{S}^{-1} \mathbf{A}$  обратим).

Пусть теперь имеется много независимых измерений одного и того же вектора  $\mathbf{x} \in \mathcal{D}$ : вида  $\mathbf{y}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{v}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , где  $\mathbf{v}_i \in \mathcal{R}_i$  — независимые случайные векторы с нулевыми средними  $\mathbf{E}\mathbf{v}_i = \mathbf{0}$  и ковариационными операторами  $\mathbf{S}_i: \mathcal{R}_i \rightarrow \mathcal{R}_i$ . Для их совместной обработки потребуется собрать соответствующие данные в одном месте и представить их как одно измерение вида  $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{v}$ , где

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{pmatrix} \in \mathcal{R}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_n \end{pmatrix}: \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{R}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{S}_n \end{pmatrix}: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}, \quad \mathcal{R} = \prod_{i=1}^n \mathcal{R}_i.$$

При большом числе измерений размерность объединенных данных может стать крайне большой, в результате чего данный подход станет практически нереализуемым. Однако, можно показать, что вся необходимая для дальнейшей обработки информация, относящаяся к  $i$ -му измерению может быть представлена парой  $(\mathbf{v}_i, \mathbf{T}_i)$ , где  $\mathbf{v}_i = \mathbf{A}_i^* \mathbf{S}_i^{-1} \mathbf{y}_i \in \mathcal{D}$  и

$T_i = A_i^* S_i^{-1} A_i: \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}$ , — неотрицательно определенный оператор. При этом, объединенным данным будет отвечать пара  $(v, T) = \bigoplus_{i=1}^n (v_i, T_i)$ , в которой  $v = \sum_{i=1}^n v_i$  и  $T = \sum_{i=1}^n T_i$ .

Будем называть пару  $(v, T) = (A^* S^{-1} y, A^* S^{-1} A)$  **канонической информацией** для данных  $(y, A, S)$ , а множество  $\mathfrak{Z} = \{(v, T) \mid T \in \mathfrak{S}_{\mathcal{D}}^+, v \in \mathcal{R}(T)\}$  всех таких пар каноническим **информационным пространством** для задачи линейного оценивания вектора из пространства  $\mathcal{D}$ . Здесь  $\mathfrak{S}_{\mathcal{D}}^+$  — множество неотрицательно определенных операторов на  $\mathcal{D}$  — выпуклый конус в линейном пространстве  $\mathfrak{S}_{\mathcal{D}}$  самосопряженных операторов на пространстве  $\mathcal{D}$ . Если  $\dim \mathcal{D} = m$  то  $\dim \mathfrak{S}_{\mathcal{D}} = \frac{m(m+1)}{2}$  и любой элемент информационного пространства  $\mathfrak{Z}$  может быть задан  $\frac{m(m+3)}{2}$  числами.

Очевидно, процесс линейного оценивания можно разбить на две фазы  $P = P_2 \circ P_1$ , где первая фаза  $P_1$  состоит в построении канонической информации:  $(v, T) = P_1(y, A, S) = (A^* S^{-1} y, A^* S^{-1} A)$ , а вторая  $P_2$  вычисляет результат оценивания на основании этой информации  $\hat{x} = P_2(v, T) = T^{-1} v$ .

В результате, схема обработки распределенных данных может быть трансформирована следующим образом. Из каждого отдельного фрагмента  $(y_i, A_i, S_i)$  данных выделяется каноническая информация  $(v_i, T_i)$ , которая впоследствии объединяется и используется для вычисления результата оценивания.

$$\hat{x} = P_2(v, T) = P_2\left(\bigoplus_{i=1}^n P_1(v_i, T_i)\right) = P_2\left(\bigoplus_{i=1}^n P_1(y_i, A_i, S_i)\right)$$

Отметим основные особенности такой модифицированной схемы: Объем памяти, требуемый для хранения информации в каноническом виде не зависит от объема представляемых исходных данных и составляет  $\frac{m(m+3)}{2}$  чисел. Выделение канонической информации  $(v_i, T_i)$  из  $i$ -того набора данных (преобразование  $P_1$ ) может проводиться на удаленных компьютерах параллельно и независимо. Передаются лишь компактные фрагменты выделенной канонической информации одинакового объема. Объединение частей канонической информации максимально упрощено (сво-

дится к покомпонентному сложению пар вида  $(v, T)$ . Ресурсоемкость второй фазы  $P_2$  не зависит от объема исходных данных. По мере поступления новых данных, потребуется лишь выделять из них каноническую информацию и «добавлять» ее к накопленной. При этом окончательную обработку  $P_2$  будет необходимо снова применять к компактной информации фиксированного объема. В результате, распределенность исходных данных способствует повышению эффективности обработки за счет естественного распараллеливания алгоритма.

Будем говорить, что информация  $(v, T)$  не хуже (не менее точна), чем  $(\bar{v}, \bar{T})$  если  $T \geq \bar{T}$  и писать  $(v, T) \succcurlyeq (\bar{v}, \bar{T})$ . Если построение оценки возможно (т.е., если  $\mathcal{N}(A) = \{0\}$ ), то более точная информация обеспечивает более точное оценивание. Оказывается, понятие точности информации приводит к такому же упорядочению на множестве моделей линейных измерений, как и понятие качества моделей измерений в [3,4] или информативности преобразователей информации в [5].

Рассмотрим свойства канонического информационного пространства  $\mathfrak{Z}$ , определенного выше.

**Существование** для любого исходного набора данных, даже в тех случаях, когда построение результата оценивания невозможно. Даже полное отсутствие измерений (несущее нулевую информацию) может быть представлено в каноническом виде  $0 = (0, 0)$ , т.е.  $v = 0 \in \mathcal{D}$  и  $T = 0: \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}$ .

**Полнота.** Каноническая форма содержит всю информацию, содержащуюся в исходных данных, а именно, она приводит к тому же результату, что и исходные данные, из которых она получена.

**Операция композиции  $\oplus$ .** На пространстве  $\mathfrak{Z}$  определена операция композиции  $\oplus$ , описывающая сложение фрагментов информации, отвечающих данным. При этом  $(\mathfrak{Z}, \oplus, 0)$  является коммутативным моноидом со свойством сокращения, т.е., для любых  $a, b, c \in \mathfrak{Z}$ :

$$a \oplus b = b \oplus a, \quad (a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c), \quad a \oplus 0 = a, \\ a \oplus b = a \oplus c \Rightarrow b = c,$$

но не имеет обратимых элементов отличных от  $0$ , т.е. не существует «отрицательной» информации.

**Предпорядок**  $\succcurlyeq$ . На пространстве  $\mathfrak{I}$  определено отношение, отражающее понятие точности информации, обладающее свойствами:  $a \succcurlyeq a$  (рефлексивность),  $a \succcurlyeq b \ \& \ b \succcurlyeq c \Rightarrow a \succcurlyeq c$  (транзитивность).

Кроме того, алгебраическая структура согласована со структурой порядка, а именно:

$a \succcurlyeq 0$ . Любая информация точнее, чем отсутствие информации.

$a \oplus b \succcurlyeq a, b$ . Композиция фрагментов информации не хуже, каждого из них.

$a \succcurlyeq b \ \& \ c \succcurlyeq e \Rightarrow a \oplus c \succcurlyeq b \oplus e$ . Операция композиции информации монотонна.

**Единственность** представления данных в каноническом виде. Для каждого элемента исходных данных существует единственное представление элементом пространства  $\mathfrak{I}$ , согласованное с операцией композиции и обеспечивающего соответствующий результат оценивания. В частности, поскольку результат оценивания не зависит от порядка данных в исходном наборе, каноническая информация не должна зависеть от порядка данных.

**Компактность.** Информация, представленная в канонической форме, занимает минимальный объем, не зависящий от объема представленных данных.

**Эффективность.** Представление промежуточной информации в канонической форме обеспечивает эффективное выполнение всех стадий обработки данных: *извлечение* канонической информации из исходных данных; *комбинирование* и накопление канонической информации; *вычисление результата* на основании накопленной канонической информации.

Отметим, что, как и в [1], чисто техническая попытка «распараллелить алгоритм», привела к математической структуре специального вида. Можно ожидать, что подобные информационные пространства, возможно, отражающие саму суть понятия информации, содержащейся в данных, всегда будут возникать в контексте задач оптимального принятия решений в распределенных системах.

### Литература

1. Голубцов П.В. Понятие информации в контексте задач обработки больших данных // НТИ Сер. 2. Информационные процессы и системы. – 2017. №1, – с. 31–36.
2. Пытьев Ю. П. Псевдообратный оператор. Свойства и применения // Мат. сб. – 1982. – Т. 118, № 5, – с. 19–49.
3. Пытьев Ю. П. Математические методы интерпретации эксперимента. – М.: Высшая школа, 1989.

4. Пытьев Ю. П. Задачи редукции в экспериментальных исследованиях // Мат. сб. – 1983. – Т. 120, № 2, – с. 240–272.
5. Голубцов П. В. Информативность в категории линейных измерительных систем // Пробл. передачи информ. – 1992. – Т. 28, № 2, – с. 30–46.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ НАБУХАНИЯ ГИДРОФИЛЬНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ ГЕЛЕЙ

Ст. препод. *Токмачев М.Г.*, в.н.с. *Ферапонтов Н.Б.*, доц. *Тробов Х.Т.*

В докладе рассматривается новая физико-математическая модель, описывающая кинетику изменения объема гранулы полимерного геля при изменении концентрации внешнего раствора [1–4]. Модель учитывает влияние следующих факторов: размер гранулы, изменение количества воды в геле, происходящее при возникновении разности химических потенциалов компонентов (в основном воды) внутри и снаружи гранулы, диффузия растворенного вещества в грануле и релаксация полимерной матрицы к положению равновесия под воздействием упругих сил. Особенностью модели является учет влияния приповерхностного слоя, образующегося в результате изменения объема гранулы и формирующегося вблизи поверхности гранулы полимера, что существенно влияет на кинетику исследуемого процесса.

Модель позволяет описывать как плавные изменения объема геля во времени, так и изменения, носящие экстремальный характер. При моделировании предполагается, что априори известны следующие параметры: размер гранулы полимера в воде; удельное количество полярных групп в полимере; изотерма сорбции воды полимером; концентрация растворенного вещества в исходном растворе; концентрация растворенного вещества в внешнем растворе; коэффициент диффузии растворенного вещества во внешнем растворе.

Для проверки адекватности модели была изучена кинетика набухания гранул сшитых ионитов: поликатионов АРА-4п и АВ17х8 и полианионов КУ2х4 и КУ2х8, а также сшитого поливинилового спирта ПВС-20 в воде и водных растворах ряда электролитов и сахарозы как вещества, раствор которого обладает повышенной вязкостью. Экспериментальные данные были получены методом оптической микрометрии. Исследовано влияние размера гранул, а также состава и концентрации раствора на кинетику набухания.

Были найдены функциональные зависимости изменения кинетических коэффициентов, которые выявили их общие свойства. В результате было установлено, что модель обладает предсказательной силой, то есть, определив значения кинетических коэффициентов на основании данных

одной экспериментальной кинетической кривой (одного эксперимента), можно описать характер набухания гранулы геля любого размера в растворе любой концентрации.

Решенная кинетическая задача важна для экспериментаторов. Перечень процессов с участием полимерных гелей достаточно велик и всегда характеризуется более медленной, по сравнению с растворами, кинетикой протекания. Результаты данной работы важны при определении составов анализируемых растворов, так как созданная методика позволяет находить время установления равновесия между полимером и анализируемым раствором. Также она может быть полезна в аналитической химии в методике, в которой по кинетической кривой или даже по ее части можно определять концентрацию внешнего раствора.

### Литература

1. Ферапонтов Н.Б., Токмачев М.Г., Гагарин А.Н. Свойства воды в растворах гидрофильных полимеров // Журнал физической химии, Москва, 2009 г., т. 83, № 8, с. 1487–1492.
2. Tokmachev M.G., Ferapontov N.B., Gagarin A.N. Analysis of the swelling or shrinking kinetics of crosslinked hydrophilic polymers by mathematical modeling // Journal of Mathematical Chemistry, 2017, Vol. 55, Issue 1, pp. 142–152.
3. Гагарин А.Н., Ферапонтов Н.Б., Токмачев М.Г. Кинетика набухания гелей сшитых полимеров на основе полистирола и поливинилового спирта в водных растворах электролитов и сахарозы // Коллоидный журнал, 2017, т. 79, № 6, стр. 705–712.
4. Токмачев М.Г., Ферапонтов Н.Б., Агапов И.О., Тробов Х.Т. Влияние свойств полимера и состава раствора на распределение, свойства и количество воды в набухших ионитах // Коллоидный журнал, 2018, т. 80, № 1, стр. 96–101.

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАХОЖДЕНИЯ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ ЭПР ПОСРЕДСТВОМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

*Балабуха Н.П., Коняев Д.А., доц. Шапкина Н.Е.*

Задача нахождения *эффективной поверхности рассеяния* (ЭПР) различного рода тел вызывает большой интерес как в теоретических [1–4], так и в практических [4–6] исследованиях в связи с проблемами радиолокации [4, 6]. При этом кроме однопозиционных ЭПР (приёмник находится в той же точке пространства, что и излучатель [1–7]), исследователей всё чаще интересуют двухпозиционные ЭПР — источник и излучатель разнесены

относительно друг друга [1, 4, 5]. Получение диаграмм ЭПР можно проводить различными способами.

*Во-первых*, для измерения этой характеристики объекта можно использовать открытые полигоны. К недостаткам этого способа можно отнести дороговизну, трудности, возникающие при отсечении различного рода помех, связанных как с отражениями от земной поверхности, так и с меняющимися метеорологическими условиями [4, 6, 7].

*Во-вторых*, это применение компактных полигонов, которые представляют собой специально оборудованные помещения, безэховые камеры (БЭК) относительно небольших размеров, позволяющие измерить необходимые характеристики электромагнитного поля [4, 6, 7]. Однако в компактных полигонах обычно измеряют однопозиционные диаграммы ЭПР [6]. Для измерений двухпозиционных диаграмм ЭПР требуется измерение ближнего поля исследуемого объекта при его облучении плоской волной, формируемой коллиматором, и последующий пересчёт ближнего поля в дальнюю зону. Такой подход для измерения двухпозиционных диаграмм ЭПР исследован недостаточно.

*В-третьих*, желаемые характеристики можно получить, прибегнув к математическому моделированию рассеяния электромагнитной плоской волны на рассматриваемом объекте. Этот подход позволяет получить данные высокой степени точности [8]. Однако существующих на сегодняшний день вычислительных ресурсов недостаточно для получения диаграмм ЭПР сложных, интересных с практической точки зрения объектов. Поэтому эффективным подходом к получению диаграмм ЭПР является измерение электромагнитного поля в ближней зоне и последующее вычисление необходимых полей в дальней зоне средствами математического моделирования [1, 2, 4, 5].

Для измерения электромагнитного поля в ближней зоне исследуемого объекта в компактных полигонах применяются плоские, цилиндрические или сферические сканеры [7]. По результатам этих измерений рассеянное поле и ЭПР вычисляются с использованием специальных алгоритмов. Такой подход уже много лет применяется при измерении диаграмм направленности антенн [1, 5, 7].

Существует несколько способов пересчёта электромагнитного поля, заданного на цилиндрической поверхности, во внешнюю по отношению к этой поверхности область. Во-первых, можно воспользоваться формулами Стреттона-Чу [8–0], тогда задача сводится к численному интегрированию заданных вектор-функций. Другим вариантом служит разложение поля, заданного на цилиндрической поверхности по цилиндрическим волнам и последующее вычисление полей в дальней зоне [2, 3]. Преимуществом последнего способа является возможность нахождения поля в дальней зоне лишь по двум компонентам поля, заданным на поверхности.

Однако в случае реальных измерений цилиндрическая поверхность, на которой производятся измерения, является конечной и ее необходимо отсечь по оси  $OZ$ . При этом указанные несобственные интегралы вдоль оси  $OZ$  необходимо заменить определёнными интегралами.

В данной работе моделируется получение двухпозиционных диаграмм ЭПР при облучении исследуемого объекта квазиплоской волной, формируемой коллиматором, и измерение поля в ближней зоне в случае сканирования по усеченной цилиндрической поверхности в резонансном диапазоне частот на примере дифракции на идеально проводящем конечном цилиндре. Этот объект с одной стороны достаточно прост для проведения модельных расчётов, с другой стороны является своего рода «нулевым» приближением реальных объектов, ЭПР которых необходимо получать [6].

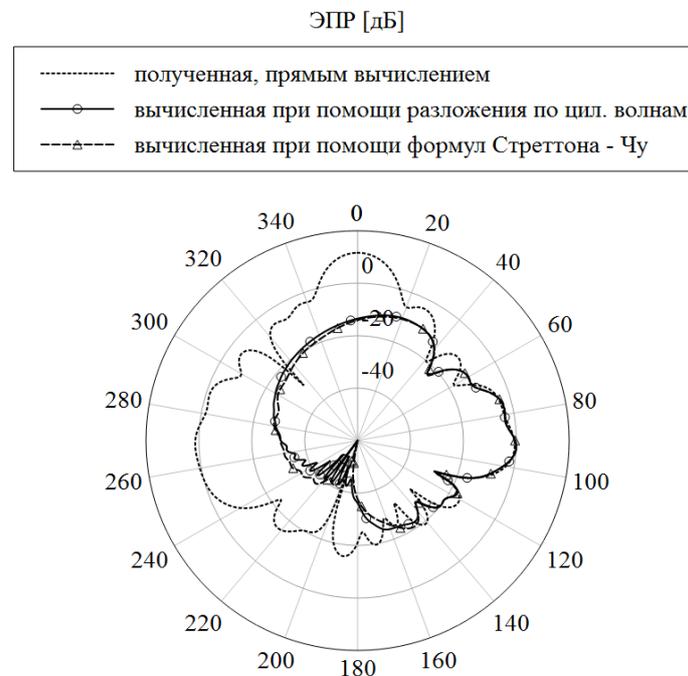


Рис. 4. Пример сравнения диаграмм ЭПР, полученных двумя способами, с диаграммой, вычисленной напрямую программным комплексом ФЕКО.

Для нахождения ЭПР объектов, а также электромагнитных полей во всей области, внешней по отношению к объекту, необходимо решить математическую задачу дифракции [8]. Для тел с бесконечно большой проводимостью наиболее эффективным подходом к поиску приближённого решения этой задачи является сведение её к интегральному уравнению, которое затем решается численно [8]. В случае идеально проводящих тел такие уравнения хорошо изучены, и реализовано большое количество программных пакетов для их решения. В работе для решения такого рода уравнений и вычисления поля в ближней зоне используется программный комплекс ФЕКО. Кроме того, пересчёт поля в дальнюю зону по формулам

Стреттона-Чу также осуществляется при помощи этого программного комплекса.

Результаты расчётов демонстрируют, что двухпозиционная диаграмма ЭПР на частотах, близких к резонансным, может быть получена путём пересчёта поля, измеренного в ближней зоне рассеивателя на ограниченном участке цилиндрической поверхности, при отсечении остальной ее части. В большинстве случаев отличие от точных величин максимумов диаграмм ЭПР в секторе углов наблюдения, меньшем на 20–30 град., чем сектор сканирования, не превышает 1–2дБ. Тогда как это расхождение в отдельных случаях может достигать 5–7 дБ. Во всех рассмотренных случаях наблюдается неплохое качественное совпадение с прямыми расчетами в секторе сканирования. Однако без детального исследования измеряемого объекта не представляется возможным заранее предсказать величину диапазона бистатических углов, где двухпозиционная диаграмма ЭПР вычисляется с заданной погрешностью.

Определение двухпозиционной диаграммы ЭПР для всех значений бистатического угла возможно с достаточно высокой точностью, если цилиндрическая поверхность «сканирования» замкнута (полная диаграмма ЭПР в секторе углов 0–360 градусов).

### Литература

1. Hansen T. B. et al. Bistatic RCS calculations from cylindrical near-field measurements —Part I: Theory //IEEE transactions on antennas and propagation. – 2006. – Т. 54. – №. 12. – С. 3846–3856.
2. W. M. Leach, “Probe Compensated Near-Field Measurements on a Cylinder” Ph.D. dissertation, School of Electrical Engineering, Georgia Institute of Technology, USA, 1972.
3. Leach W., Paris D. Probe compensated near-field measurements on a cylinder //IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1973. – Т. 21. – № 4. – С. 435–445.
4. Knott E. F. Radar cross section measurements. – Springer Science & Business Media, 2012.
5. Marr R. A. et al. Bistatic RCS calculations from cylindrical near-field measurements — Part II: Experiments //IEEE transactions on antennas and propagation. – 2006. – Т. 54. – №. 12. – С. 3857–3864.
6. Балабуха Н. П., Зубов А. С., Солосин В. С. Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния объектов. – Наука, 2007.
7. Бахрах Л. Д. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне. – Изд-во "Наука", Ленинградское отд-ние, 1985.
8. Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики [Учеб. пособие для вузов]. – Высш. шк, 1991.
9. Дж С. Теория электромагнетизма //М.: Гостехиздат. – 1948. – Т. 1.
10. Stratton J. A., Chu L. J. Diffraction theory of electromagnetic waves //Physical Review. – 1939. – Т. 56. – №. 1. – С. 99.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГАЛАКТИЧЕСКИХ И  
СОЛНЕЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ  
С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ЗЕМЛИ В ПРОЦЕССЕ ИНВЕРСИИ

Асп. Царева О.О., проф. Попов В.Ю., с.н.с. Малова Х.В., в.н.с. Попова Е.П.,  
академик РАН, почетный директор ИКИ РАН Зеленый Л.М.,  
н.с. Подзолко М.В.

Геомагнитное поле Земли  $\mathbf{V}_{Earth}$  нестабильно: длительные эволюционные изменения сменяются быстрыми инверсиями, о чем свидетельствуют палеомагнитные данные. По последним наблюдениям современное магнитное поле ослабевает, а его магнитные полюса смещаются, что позволяет говорить о начале инверсии. Определим  $\mathbf{V}_{Earth}$  аналитически с использованием модели IGRF-12 [1], ограничившись рассмотрением 2х первых мультиполей:

$$\mathbf{V}_{Earth} = \mathbf{V}_{dip} + \mathbf{V}_{quad} \quad (1)$$

Компоненты магнитного диполя  $\mathbf{V}_{dip}$  в геоцентрической системе координат  $(r, \theta, \phi)$  имеют вид:

$$\begin{aligned} B_r^{dip} &= 2 \left( \frac{R_E}{r} \right)^3 \left( g_1^0 \cos \theta + (g_1^1 \cos \phi + h_1^1 \sin \phi) \cdot \sin \theta \right), \\ B_\theta^{dip} &= - \left( \frac{R_E}{r} \right)^3 \left( -g_1^0 \sin \theta + (g_1^1 \cos \phi + h_1^1 \sin \phi) \cdot \cos \theta \right), \\ B_\phi^{dip} &= - \left( \frac{R_E}{r} \right)^3 \left( -g_1^1 \sin \phi + h_1^1 \cos \phi \right). \end{aligned} \quad (2)$$

А компоненты магнитного квадруполья  $\mathbf{V}_{quad}$  выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} B_r^q &= 3 \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{R_E}{r} \right)^4 \left( g_2^0 \frac{(3 \cos^2 \theta - 1)}{\sqrt{3}} + (g_2^1 \cos \phi + h_2^1 \sin \phi) \cdot \sin 2\theta + (g_2^2 \cos 2\phi + h_2^2 \sin 2\phi) \cdot \sin^2 \theta \right), \\ B_\theta^q &= - \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{R_E}{r} \right)^4 \left( -g_2^0 \sqrt{3} \sin 2\theta + (g_2^1 \cos \phi + h_2^1 \sin \phi) \cdot 2 \cos 2\theta + (g_2^2 \cos 2\phi + h_2^2 \sin 2\phi) \cdot \sin 2\theta \right), \\ B_\phi^q &= - \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{R_E}{r} \right)^4 \frac{1}{\sin \theta} \left( (-g_2^1 \sin \phi + h_2^1 \cos \phi) \cdot \sin 2\theta + (-2g_2^2 \sin 2\phi + 2h_2^2 \cos 2\phi) \cdot \sin^2 \theta \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $g_n^m(t)$  и  $h_n^m(t)$  — коэффициенты Гаусса, медленно меняющиеся со временем  $t$ . Значения коэффициентов с 1900 года по 2015 известны, их экстраполяция до 4500 года [2] показала, что при неизменной скорости убывания дипольных коэффициентов  $(g_1^0, g_1^1, h_1^1)$  старший из них  $g_1^0(t)$  обратиться в нуль к 3580-ому году, т.е. произойдет инверсия магнитного поля. Таким

образом, квадрупольная составляющая магнитного поля Земли в момент инверсии станет доминирующей.

Для нахождения увеличения радиационной опасности на поверхности Земли и околоземном пространстве в момент инверсии магнитного поля разработана численная модель, позволившая сравнить потоки ГКЛ и СКЛ (в минимумы и максимумы солнечной активности), проникающие на Землю (с учетом атмосферы) и МКС в периоды доминирования дипольного и квадрупольного полей. Показано, что средняя по планете доза радиации не превысит сегодняшнюю дозу более чем в 4 раза, что допустимо для человека. При этом вследствие изменения конфигурации поля образуется 4 новых каспа (сегодня это северный и южный полюса) — области более повышенной радиации (рис. 1). На орбите МКС мощность доз увеличится в 14 раз в связи с широтным перераспределением радиации. Мощность эффективной дозы радиации [3] вычислялась по формуле:

$$H_R = \frac{1}{\rho} \int \Phi(E) \cdot Q(E) \frac{dE}{dx} dE, \quad (4)$$

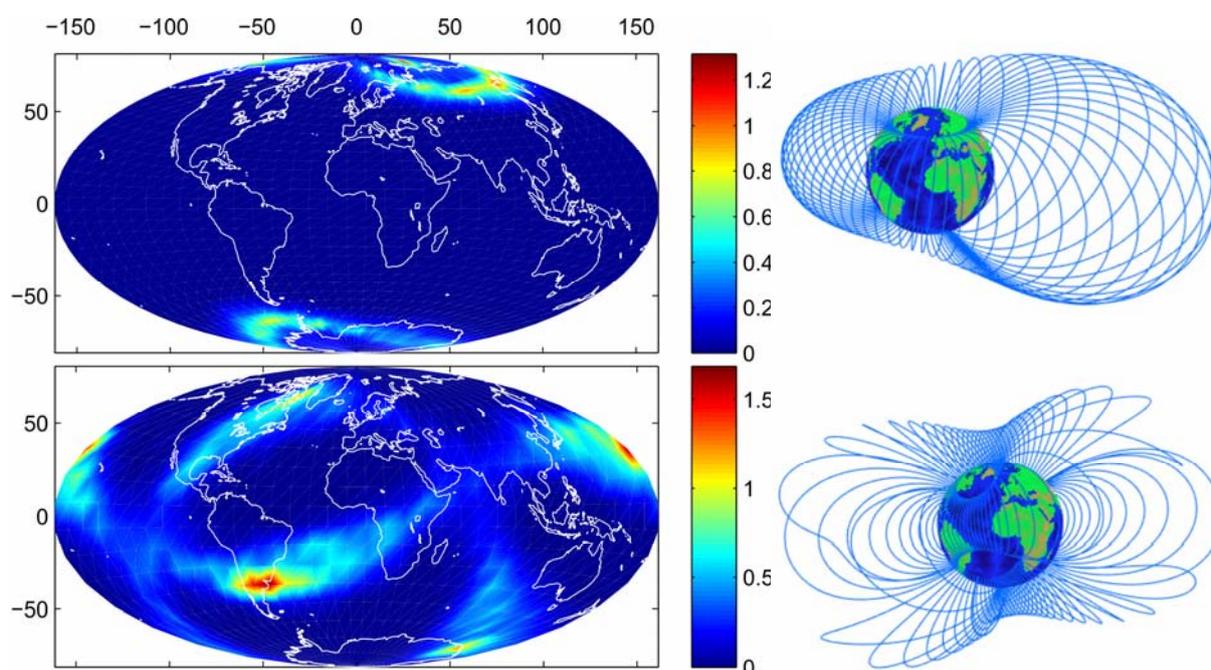


Рис. 1. Процентное отношение протонов на поверхности Земли к общему числу протонов, долетевших до границы атмосферы Земли (100 км) и соответствующие силовые линии полей в 2015 г. (вверху), в квадруполе (внизу).

где  $Q(E)$  — коэффициент качества ионизирующих излучений (ГОСТ 8.496-83 ГСИ);  $\rho$  — плотность вещества среды;  $dE/dx$  — ионизационные потери, описываемые известной формулой [4];  $\Phi(E)$  — дифференциальный

энергетический спектр, посчитанный использованием нашей численной модели.

В продолжении исследования радиационной обстановки в околоземном пространстве во время инверсии уделено также внимание частицам, образующим радиационные пояса. Среди всех возможных топологий квадрупольной области устойчивого захвата заряженных частиц существуют только в осесимметричной конфигурации поля [5]. Для их нахождения мы развили теорию Штермера на осесимметричный квадруполь [6,7,8], а также на суперпозицию диполя с квадруполем. На рис. 2 изображены магнитные силовые линии этих полей  $[\mathbf{B} \times \mathbf{dr}] = 0$ . В связи с разностью скоростей затухания напряженностей диполя и квадрупольной устойчивые круговые орбиты для их суперпозиции расположены на широтах  $\lambda^{(\pm)}$ , зависящих от расстояния  $r$ . Что усложняет вычисление радиуса Штермера из равенства центробежной и магнитной сил

$$\frac{mv^2}{r \cos \lambda^{(\pm)}} = evB(r, \lambda^{(\pm)}). \quad (5)$$

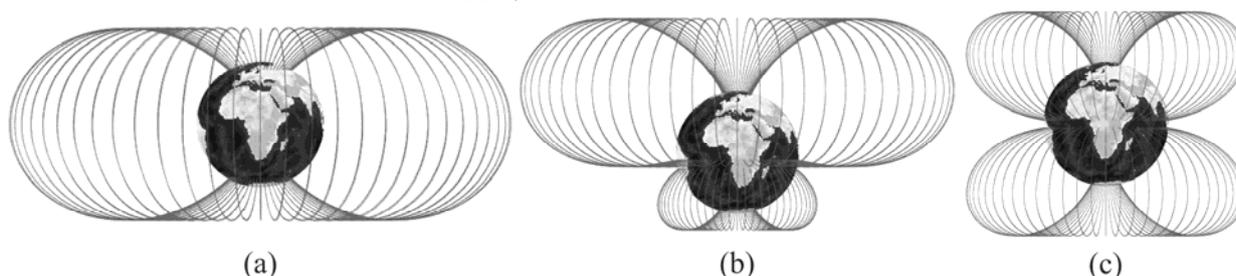


Рис.1. Магнитные силовые линии осесимметричного диполя (а), 2.5% диполя с квадруполем (б) и квадруполь (с).

В соответствии с инверсионным сценарием исследовано постепенное сокращение радиационных поясов при уменьшении дипольной составляющей современного геомагнитного поля. Полученные распределения плотности потоков протонов и электронов различных энергий на основе полуэмпирических моделей AP-8min и AE-8min [9], которые успешно применяются для электронов и протонов с энергиями в диапазоне 0.1–7 МэВ и 0.1–400 МэВ, позволили определить мощность доз радиации на различных магнитных оболочках в осесимметричном квадруполе по формуле (4). Если предполагать, что оси квадрупольной сохраняют свою современную несимметричную ориентацию, то радиационные пояса практически исчезнут, а присутствующие в них низкоэнергичные квазизахваченные частицы не внесут существенный вклад в околоземную радиацию.

### Литература

1. Thébault E., Finlay C.C., Toh H., *Earth, Planets and Space* **67** 158 (2015).
2. Царева О.О., Зелёный Л.М., Малова Х.В. и др., *УФН* **188** 207 (2018) (<https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.07.038190>)

3. Dietze G in *IRPA 10* (Hiroshima, 2001) (<http://www.irpa.net/irpa10/pdf/E03.pdf>)
4. Антонов Р.А., в сб. *Модель космоса Т.1* (под ред. Панасюка М.И., Новикова Л.С.) (М.: КДУ, 2007).
5. Vogt J., Glassmeier K.H., *J. Geophys. Res.*, **105**, 13.063-13.071, (2000).
6. Веселовский И.С., Кропоткин А. П., *Физика межпланетного и околоземного пространства*, 116 (2010).
7. Лонгейр М., М.: *Мир*, 400 (1983).
8. Urban E.W., *J Math. Physics*, **6** (1965) (<https://doi.org/10.1063/1.1704749>)
9. Кузнецов С.Н., *Избранные труды по солнечно-земной физике* (Под ред. Панасюка М.И.), 256 (2010).

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЫ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА С ДИПОЛИЗАЦИОННЫМИ ФРОНТАМИ В ХВОСТЕ МАГНИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

Асп., инж. *Пархоменко Е.И.*, с.н.с. *Малова Х.В.*, в.н.с. *Григоренко Е.Е.*,  
проф. *Попов В.Ю.*,  
академик РАН, почетный директор ИКИ РАН *Зеленый Л.М.*,  
член-корреспондент РАН, нач. отд. ИКИ РАН *Петрукович А.А.*

Многочисленный ряд экспериментальных и теоретических исследований, полученных в течение последнего десятилетия показал, что процессы ускорения в магнитосферном хвосте Земли [1–3] играют важную роль. Благодаря спутниковым наблюдениям Geotail, Cluster, THEMIS, MMS было собрано значительное количество экспериментальных данных, позволивших изучить некоторые процессы ускорения. Однако, причины многократного увеличения энергий частиц плазмы до сих пор не изучены. В процессе спутниковых наблюдений в магнитосферном хвосте было обнаружено присутствие частиц с энергиями порядка сотен кэВ, однако их происхождение до сих пор не объяснено.

Настоящая работа посвящена исследованию процесса ускорения частиц плазмы в тонких токовых слоях, которые образуются во время магнитосферных суббурь в хвосте магнитосферы Земли. Построена и исследована численная модель магнитной диполизации, которая включает в себя две временных шкалы: (1) фактическую диполизацию, когда нормальное магнитное поле изменяется в течение нескольких минут от минимального до максимального уровня; (2) резкие всплески (импульсы), интерпретируемые как прохождение частицами нескольких фронтов диполизации с характерными временными масштабами  $< 1$  мин. Модель позволяет изучать вклады в ускорение частиц в результате действия указанных

выше процессов (1)–(2). Общие магнитное и электрическое поля теоретической модели представляют собой суперпозицию компонент:

$$\mathbf{B}(z, t) = \mathbf{B}_0(z) + \Delta\mathbf{B}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 + \Delta\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

где  $\mathbf{B}_0(z)$  и  $\mathbf{E}_0$  — магнитное и электрическое поля базовой модели токового слоя;  $\Delta\mathbf{B}(t) = \Delta\{\mathbf{B}_d(t) + \mathbf{B}_{df}(t)\}$  — магнитное поле, включающее общую диполизацию  $\Delta\mathbf{B}_d(t)$  и множественные диполизационные фронты  $\Delta\mathbf{B}_{df}(t)$ , поступающие к наблюдателю в разные моменты времени  $t$ , полученные из наблюдений Cluster 20 июля 2013 года. Компоненты индукционного электрического поля  $\Delta\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  находились из уравнений Максвелла. В электрическом и магнитном полях интегрируем уравнения движения частиц массой  $m$  и зарядом  $Ze$ :

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{Ze}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] + Ze\mathbf{E} \quad (3)$$

Для расчетов использовалась функция распределения по скоростям в виде каппа-распределения:

$$f(\mathbf{v}) = \frac{n_0 A_{\kappa_z}}{2(\sqrt{\pi k} V_{\kappa_z})^3} \cdot \sum_{s=1,2} 1 + \frac{v_{\perp}^2 + (v_{\parallel} - (-1)^s v_D)^2 - (\kappa_z + 1)}{\kappa_z \cdot v_{\kappa_z}^2} \quad (4)$$

где  $n_0$  — плотность плазмы;  $v_{\kappa_z} = v_T \sqrt{2 - 3/\kappa_z}$  — нормированная тепловая скорость;  $\kappa_z$  — параметр каппа-распределения;  $v_D$  — дрейфовая скорость частиц;  $v_{\parallel}, v_{\perp}$  — соответственно, параллельная и перпендикулярная составляющие скоростей частиц. Для начальных распределений (4) получены энергетические спектры ускоренных частиц трех сортов: ионов водорода  $H^+$ , ионов кислорода  $O^+$  и электронов  $e^-$ , которые трассировались внутрь тонкого токового слоя толщиной  $L_z = 2000$  км.

Исходная система уравнений (3) была решена численно. Чтобы количественно определить эффективность механизмов ускорения частиц многокомпонентной плазмы, были построены энергетические спектры ускоренных частиц, показанные на рис. 1.

Показано, что чем ближе масштаб времени изменения поля к гирропериоду частиц, тем эффективнее перенос энергии от полей к частицам. Ионы кислорода  $O^+$  наиболее эффективно реагируют на наличие крупномасштабной диполизации, но менее чувствительны, чем протоны к диполизационным фронтам на более коротких временных масштабах. Протоны могут быть значительно ускорены в результате (1) и (2), но максимальный прирост энергии был обнаружен во время прохождения диполизационных фронтов. Электроны менее чувствительны, чем ионы, к механизмам (1) и

(2). Данная численная модель помогла объяснить появление в хвосте магнитосферы Земли ускоренных до сотен кэВ частиц плазмы: электроны  $e^-$  могут достигать максимальной энергии примерно 150 кэВ, ионы  $H^+$  — около 300 кэВ, а ионы кислорода  $O^+$  — 450 кэВ, что соответствует экспериментальным наблюдениям.

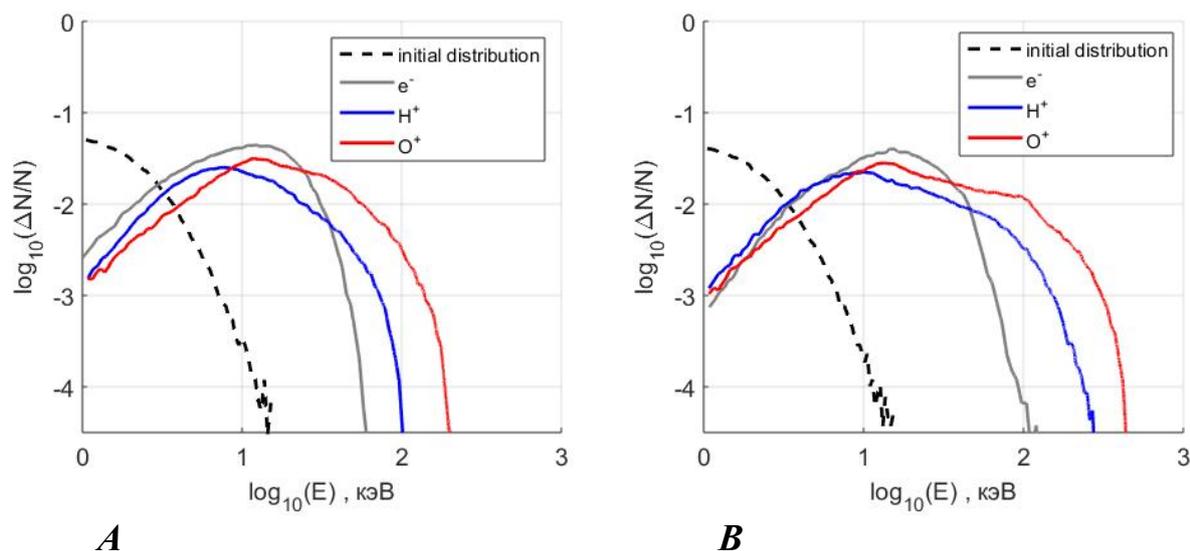


Рис. 1. Энергетические распределения частиц плазмы:  $H^+$ ,  $O^+$  и  $e^-$  ускоренных: а) во время диполизации  $\Delta B_d(t)$ ; б) во время прохождения множественных диполизационных фронтов  $\Delta B_{df}(t)$ .

### Литература

1. Sharma A. S., Nakamura R., Runov A., Grigorenko E.E., Hasegawa H., Hoshino M., Louarn P., Owen C.J., Petrukovich A., Sauvaud J.-A., Semenov V.S., Sergeev V.A., Slavin J.A., Sonnerup B.U.O., Zelenyi L.M., Fruit G., Haaland S., Malova H., Snekvik K. (2008) . Transient and Localized Processes in the Magnetotail, *Rev. Ann. Geophys.*, 26, 1–51, doi: 10.5194/angeo-26-955-2008.
2. Retino, A., R. Nakamura, A. Vaivads, Y. Khotyaintsev, T. Hayakawa, K. Tanaka, S. Kasahara, M. Fujimoto, I. Shinohara, J. P. Eastwood, M. Andre, W. Baumjohann, P. W. Daly, E. A. Kronberg, N. Cornilleau-Wehrin (2008). Cluster observations of energetic electrons and electromagnetic fields within a reconnecting thin current sheet in the Earth's magnetotail, *J. Geophys. Res. Space Physics*, 113, A12215, doi:10.1029/2008JA013511.
3. Yamada, M., R. Kulsrud, H. Ji, Magnetic reconnection (2010) . *Rev. Mod. Phys.*, 82, 603-664, doi:10.1103/RevModPhys.82.603.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОПЛАЗМЕННЫХ СТРУКТУР В СОЛНЕЧНОМ ВЕТРЕ

Доц. *Маевский Е.В.*, асп., м.н.с. *Кислов Р.А.*, с.н.с. *Малова Х.В.*,  
с.н.с. *Хабарова О.В.*, проф. *Попов В.Ю.*,  
член-кор. РАН, нач. отд. ИКИ РАН *Петрукович А.А.*

Солнечный ветер (СВ) представляет собой непрерывно исходящий от Солнца поток заряженных частиц (в основном электронов, протонов и  $\alpha$ -частиц) с вмороженным магнитным полем. При крупномасштабном усреднении солнечный ветер можно считать квазистационарным осесимметричным течением [1]. Области разной полярности магнитного поля разделены токовыми слоями (ТС). Структура СВ на разных гелиоширотах является одной из главных и до сих пор нерешенных проблем гелиофизики.

Исследуется стационарная осесимметричная система МГД-уравнений одножидкостной невязкой идеально проводящей плазмы околосолнечного пространства. Разработана численно-аналитическая модель, позволяющая получать распределения магнитогидродинамических параметров солнечной плазмы: скорости  $\mathbf{v}$ , магнитного поля  $\mathbf{B}$ , плотности тока  $\mathbf{J} = (\nabla \times \mathbf{B})/\mu_0$ , плотности  $\rho$  и давления  $P$ , согласующиеся с моделью Е. Паркера [2] и данными наблюдений.

Рассмотрим во внешности сферы  $r = 20R_s$  с центром в центре Солнца ( $R_s \approx 1.5 \cdot 10^8$  км – радиус Солнца) стационарную систему МГД-уравнений в безразмерных переменных:

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \nabla U = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3)$$

$$\rho(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + a_1 \nabla P - a_2 (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + a_3 \rho \frac{\mathbf{r}}{r^3} = 0, \quad (4)$$

$$\mathbf{v} \nabla \left( \frac{P}{\rho^\gamma} \right) = 0, \quad (5)$$

где  $\gamma = 5/3$ , а коэффициенты при выбранных единицах измерения имеют

следующие значения:  $a_1 = \frac{kT_0}{m_p v_0^2} \approx 0.022$ ,  $a_2 = \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0 v_0^2} \approx 1.2$ ,

$$a_3 = \frac{Gm_s}{v_0^2 r_0} = 0.025.$$

Исследуем систему уравнений (1–5) в сферических координатах  $(r, \theta, \varphi)$ . Условие вмороженности (1) с учетом осевой симметрии влечет коллинеарность полоидальных компонент  $(B_r, B_\theta) \parallel (v_r, v_\theta)$  векторов  $\mathbf{B}, \mathbf{v}$  и позволяет, полностью избавившись в уравнениях от вектора  $\mathbf{B}$ , переписать систему уравнений относительно  $X = (v_r, \tilde{v}_\theta, \tilde{v}_\varphi, P, \rho, K, \tilde{U})^T$  в виде

$$\frac{\partial X}{\partial r} = L(r, z, X) \frac{\partial X}{\partial z} + M(r, z, X), \quad (6)$$

где  $z = \cos \theta \in [-1, 1]$  — новая координата,  $K = \frac{B_r}{v_r} = \frac{B_\theta}{v_\theta}$ ,  $\tilde{v}_\theta = \frac{v_\theta}{\sin \theta}$ ,

$\tilde{v}_\varphi = \frac{v_\varphi}{\sin \theta}$ ,  $\tilde{U} = \partial U / \partial z$  — новые неизвестные,  $L(r, z, X)$ ,  $M(r, z, X)$  — матрицы, элементы которых являются рациональными функциями от компонент вектора  $X$  и координат  $(r, z)$ .

В случае малого магнитного поля, когда квадратичным по  $\mathbf{B}$  слагаемым в (4) можно пренебречь, положив  $a_2 = 0$ , уравнение (6) допускает при  $r \rightarrow \infty$  асимптотику:

$$\begin{aligned} v_r \sim 1, v_\theta \sim r^{-1}, v_\varphi \sim r^{-1}; B_r \sim r^{-2}, B_\theta \sim r^{-3}, B_\varphi \sim r^{-1}; \\ J_r \sim r^{-2}, J_\theta \sim r^{-3}, J_\varphi \sim r^{-3}; P \sim r^{-10/3}, \rho \sim r^{-2}. \end{aligned} \quad (7)$$

В нашей модели СВ — это направленное движение плазмы от Солнца с преобладанием компоненты  $v_r$ . ТС — это окрестность поверхности  $\theta = \Theta(r)$ , на которой компонента  $J_r$  (или  $J_\varphi$ ) имеет локальный экстремум при фиксированном  $r$ .

Для уравнения (6) численно решалась задача Коши с начальными данными на сфере  $r = 1$  (за единицу расстояния принято  $20R_S$ ). Разностные уравнения на сетке с узлами

$$r_i = 1 + ih_r, z_j = -1 + (j - \frac{1}{2})h_z, i = 0, \dots, n_r, j = 1, \dots, n_z, \text{ где } h_z = \frac{2}{n_z},$$

вводились следующим преобразованием:

$$X \rightarrow \frac{X_{i,j} + X_{i-1,j}}{2}, \frac{\partial X}{\partial r} \rightarrow \frac{X_{i,j} - X_{i-1,j}}{h_r}, \frac{\partial X}{\partial z} \rightarrow \begin{cases} \frac{-3X_{i,1} + 4X_{i,2} - X_{i,3}}{2h_z}, j = 1 \\ \frac{-X_{i,j-1} + X_{i,j+1}}{2h_z}, j = 2, \dots, n_z - 1 \\ \frac{X_{i,j-2} - 4X_{i,j-1} + 3X_{i,j}}{2h_z}, j = n_z \end{cases}$$

где  $X_{i,j}$  относится к точке  $(r_i, z_j)$ , а уравнение записывается в точке  $(r_{i-1/2}, z_j)$ .

Точность численного решения контролировалась следующим образом. Величины:

$$Y_1 = \frac{P}{\rho^\gamma}, Y_2 = \frac{B_r}{\rho v_r}, Y_3 = \frac{\tilde{U}}{r^2 \rho v_r}, Y_4 = \left( \left( 1 - a_2 \frac{B_r^2}{\rho v_r^2} \right) r \tilde{v}_\varphi + a_2 \frac{\tilde{U} B_r}{\rho v_r^2} \right) (1 - z^2)$$

удовлетворяют единому уравнению  $v_r \frac{\partial Y}{\partial r} - \frac{(1 - z^2) \tilde{v}_\theta}{r} \frac{\partial Y}{\partial z} = 0$ , поэтому между ними сохраняются функциональные зависимости, имеющиеся в начальных данных. Для дополнительного контроля вводились искусственные неизвестные, связанные алгебраическими зависимостями с физическими неизвестными задачи.

Начальные данные задачи Коши для уравнения (6) были выбраны в следующем виде

$$v_r = v_r^0 + v_r^2 \cos^2 \theta, v_\theta = 0, v_\varphi = (44.5 - 5.8 \cos^2 \theta) \sin \theta \text{ км / с};$$

$$B_r = B_r^1 \cos \theta + B_r^2 (3 \cos^2 \theta - 1), B_\varphi = 0; \rho = \rho^0 - \rho^2 \cos^2 \theta, T = T^0;$$

где в  $v_r$  заложена зависимость СВ от широты: быстрый на полюсах и медленный на экваторе; в  $v_\varphi$  предполагается независимость угловой скорости вращения плазмы от  $r$  при  $r \leq 20R_s$  (коротация); в  $\rho$  учтено уплотнение плазмы в приэкваториальной области; в  $B_r$  предполагается наличие дипольной и (симметричной) квадрупольной составляющих; условия для  $v_\theta$ ,  $B_\varphi$  и температуры  $T$  выбраны максимально простыми.

Численный эксперимент показал, что:

- при  $a_2 = 0$  не возникают ТС, т.е. компоненты тока не имеют значительных по величине локальных экстремумов;
- асимптотика (7) удовлетворительно работает вне ТС и при настоящем значении  $a_2 \approx 1.2$ ;
- зависимость  $v_r$  от  $\theta$  практически не меняется с ростом  $r$ , а профили зависимостей остальных величин — укрупняются;
- при дипольном граничном распределении  $B_r$  возникает экваториальный ТС, при квадрупольном — два ТС, симметричных относительно экватора.

### Литература

1. Писанко Ю.В. // Солнечный ветер. Москва 2011.
2. Parker E.N. // Astrophys. J., 1958. V. 128. P. 664.

## КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОКОВОГО СЛОЯ ВО ВНЕШНЕМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Асп., м.н.с. *Кислов Р.А.*, с.н.с. *Малова Х.В.*,  
проф. *Веселовский И.С.*, проф. *Попов В.Ю.*

В работе обобщена одномерная кинетическая модель бесстолкновительного токового слоя Харриса для случая ненулевого внешнего гравитационного поля. Последнее приводит к асимметрии в распределении магнитного поля, плотности тока и плазмы, а также к возникновению поперечного электрического поля (Паннекука-Росселанда). Подробно рассмотрен простейший случай однородного гравитационного поля, котором удаётся решить уравнения модели аналитически. В случае произвольного гравитационного поля уравнения модели сводятся к квадратурам. С физической точки зрения, принципиальным отличием от однородного случая будет неизбежное появление ненулевой плотности заряда в токовом слое, зависящей от расстояния до нейтральной линии.

Рассмотрим стационарный токовый слой во внешнем гравитационном поле. Пусть параметры слоя меняются только в поперечном направлении, которому соответствует ось  $z$ . Иными словами, мы рассматриваем одномерный токовый слой. Пусть стационарный токовый слой описывается бесстолкновительным уравнением Власова:

$$(\mathbf{v}, \nabla) f_q + \frac{q}{m_q} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{B}] + \frac{m_q}{q} \mathbf{g}, \nabla_v \right) f_q = 0$$

где индекс  $q$  — сорт составляющих плазму частиц. Будем считать, что в слое содержатся только протоны и электроны, которые будут обозначаться индексами  $+$  и  $-$  соответственно. Электрический и векторный потенциалы удовлетворяют уравнениям Пуассона:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi = -4\pi e \int_{-\infty}^{\infty} (f_+ - f_-) d^3v$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} A_y = -\frac{4\pi e}{c} \int_{-\infty}^{\infty} (f_+ - f_-) v_y d^3v$$

Решения уравнения Максвелла-Власова являются в общем случае произвольными функциями интегралов движения частиц. Запишем интегралы движения для ионов:

$$\alpha_1 = v_x$$

$$\alpha_2 = v_y + \frac{e}{m_+ c} A_y$$

$$\alpha_3^2 = v^2 + \frac{2e\varphi}{m_+} + 2\theta - \alpha_1^2 - \alpha_2^2 = v_z^2 + \frac{2e\varphi}{m_+} + 2\theta - 2\frac{e}{m_+c}v_y A_y - \left(\frac{e}{m_+c}A_y\right)^2$$

Здесь  $\theta$  — гравитационный потенциал. Первые два интеграла связаны с  $x, y$  компонентами импульса, последний — с полной энергией. Далее предположим, что при  $z = 0$  равны нулю все потенциалы и магнитное поле. Тогда функция распределения вида

$$f_+ = \left(\frac{m_+}{2\pi T}\right)^{3/2} n \cdot \exp\left(-\frac{m_+}{2T}(\alpha_1^2 + (\alpha_2 - v_+)^2 + \alpha_3^2)\right) = \\ = \left(\frac{m_+}{2\pi T}\right)^{3/2} n \cdot \exp\left(-\frac{m_+(v_x^2 + (v_y - v_+)^2 + v_z^2)}{2T}\right) \cdot \exp\left(-\left(\frac{e\varphi}{T} + \frac{m_+}{T}\theta - \frac{e}{Tc}v_y A_y\right)\right)$$

является решением уравнения Максвелла-Власова и совпадает с максвелловской функцией распределения при  $z = 0$ . Здесь  $n$  — нормировка для концентрации,  $v_+$  — дрейфовая скорость ионов. Считаем для простоты плазму однотемпературной.

Ограничимся случаем однородных электрического и гравитационного полей. В этом простейшем случае мы сразу получаем  $\varphi = -Ez$ ,  $\theta = \frac{2eEz}{m_+ - m_-}$ . Последняя формула даёт известное выражение для электрического поля Паннекука-Росселанда (Neslusan, 2001). С учётом сделанных предположений уравнение Пуассона для векторного потенциала сводится к

$$\frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} = a \cdot \exp(-bA - kZ)$$

где  $A_y = A_0 A$ ,  $z = rZ$ ,  $a = \frac{4\pi n e u}{c A_0} r^2$ ,  $b = \frac{e z}{T c} A_0$ ,  $k = \pm 1$ ,  $A_0$  — единица измерения вектор-потенциала,  $r$  — единица измерения длины,  $u$  — величина дрейфовой скорости. При  $z = 0$  равны нулю векторный потенциал и его производная. С учётом обозначения  $s = bA + kZ$  получим безразмерное решение для магнитного поля:

$$B = -\frac{k}{b} \frac{1 + \sqrt{\frac{2ab + k^2}{k^2}} \operatorname{th}(\sqrt{2ab + k^2} Z)}{1 + \sqrt{\frac{k^2}{2ab + k^2}} \operatorname{th}(\sqrt{2ab + k^2} Z)} + \frac{k}{b}$$

Соответствующая безразмерная плотность тока равна

$$j = -\frac{2ak}{\sqrt{2ab + k^2}} \frac{1}{\left(1 + \sqrt{\frac{k^2}{2ab + k^2}} \operatorname{th}\left(\sqrt{2ab + k^2} Z\right)\right)^2} c k^2 \left(\sqrt{2ab + k^2} Z\right)$$

где  $cA_0/4\pi r^2$  — единица измерения плотности тока. Концентрация имеет вид

$$N = \frac{ac}{2u} \frac{1}{\left(1 + \sqrt{\frac{k^2}{2ab + k^2}} \operatorname{th}(\sqrt{2ab + k^2}z)\right)^2 \operatorname{ch}^2(\sqrt{2ab + k^2}z)}$$

где единицей измерения концентрации является  $n$ . Полученные решения для магнитного поля будет интересно сравнить результатами (Harris, 1962). В предельном случае слабой гравитации  $ab \gg 1$  наши решения согласуются с решениями Харриса (Harris, 1962). Сравнение решений для поля и плотности токов приведено на рис. 1. На рисунке использовались параметры  $a = 0.4$ ,  $b = 0.4$ ,  $k = -1$ .

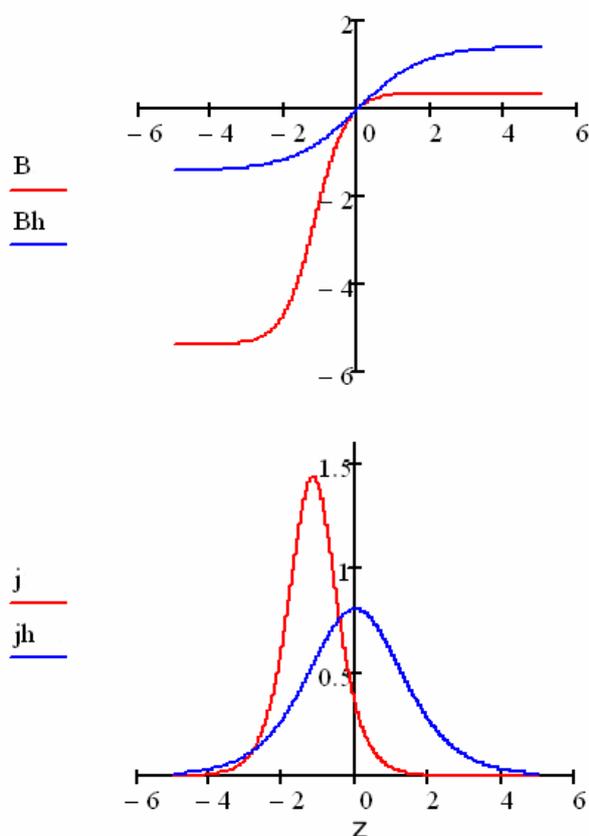


Рис. 1. Зависимости магнитных полей от  $z$  (верхний рисунок) и плотности тока (нижний рисунок). Красным цветом выделены решения, полученные в данной работе, синим — решения Харриса [Harris 1962]. Величины на графиках являются безразмерными.

### Литература

1. Harris E.G. (1962), On a plasma sheath separating regions of oppositely directed magnetic field. *NuovoCimento*, 23, 1, 115–121, doi:10.1007/BF02733547.
2. Neslusan L. (2001), On the global electrostatic charge of stars *A&A* 372, 913–915, doi:10.1051/0004-6361:20010533.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕАВТОНОМНОЙ СВЯЗИ  
В МОДЕЛИ КУРАМОТО ДВУХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ:  
ПРИЛОЖЕНИЕ К СОЛНЕЧНОМУ ДИНАМО

магистрант *Савостьянов А.С.*, проф. *Шаповал А.Б.*, г.н.с. *Шнирман М.Г.*

Эмпирический анализ солнечной активности, основан на обработке таких разнообразных данных как количество и площадь групп солнечных пятен, измерения солнечного ветра, ультрафиолетового излучения и геомагнитных индексов [1]. Выясняется, что, как правило, указанные временные ряды синхронизированы, видимо, из-за существования базовых квазипериодичностей: ~11-летний солнечный цикл, вековой цикл Гляйсберга, 27-дневный цикл, связанный с вращением Солнца вокруг своей оси. Тем не менее, имеют место эпизоды внезапной потери синхронизации между отдельными временными рядами, которые до сих пор не объяснены в рамках классической теории магнитного гидродинамо. Недостаточное понимание механизма функционирования солнечного динамо может быть связано с неполным знанием о вариации меридиональной циркуляции и роли этой вариации в функционировании солнечного динамо.

Моделирование нелинейных осцилляций можно проводить в рамках модели Курамото связанных нелинейных осцилляторов. Обзор модели и её приложений приведён, например, в [2]. Первые результаты применения этой модели к солнечному динамо позволили установить связь между существенными особенностями в эволюции фазовой разницы различных компонент солнечной активности и поведением коэффициента связи между солнечными осцилляторами [3]. В простейшей версии модели предполагается наличие двух маятников с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , фазами  $\theta_1(t)$  и  $\theta_2(t)$  соответственно, взаимодействие которых определяется некоторой функцией  $\kappa(t)$ :

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 = \omega_1 + \omega_2 \\ \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2 = \omega_1 - \omega_2 - \kappa(t) \sin(\theta_1(t) - \theta_2(t)) \end{cases}$$

Теория модели Курамото и её обобщений построена в предположении автономности взаимодействия между осцилляторами:  $\kappa(t) \equiv \kappa$ . В этом случае синхронизация осцилляторов обеспечивается *синхронизационным неравенством*:  $|\kappa(t)| \geq |\omega_1 - \omega_2|$ . В случае неавтономной связи  $\kappa(t)$ , насколько нам известно, до сих исследовались свойства прямой задачи по нахождению фаз.

Помимо прямой задачи в модели Курамото изучают обратную задачу по восстановлению взаимодействия между осцилляторами по известным сериям  $x(t)$  и  $y(t)$  в предположении о близости системы к стационарному

состоянию; в частности, скользящая корреляция в окне общего периода близка к косинусу фазовой разности в случае ее медленного изменения, т.е.  $\kappa(t) = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\sin(\arccos(\cos(\omega_1 - \omega_2) \cdot t))}$ , поэтому задача сводится к конструированию маятников, близких к стационарному состоянию, из данных серий  $X(t)$  и  $Y(t)$ ; данная процедура подробно обсуждалась в [3].

В настоящей работе исследуется обратная задача для модели Курамото с неавтономной связью между осцилляторами. Мы формулируем задачу о качестве восстановления неавтономной связи следующим образом. Сначала решается прямая задача с некоторой заданной связью  $\kappa_0(t)$ . Её решение «подаётся» на вход обратной задачи, в результате которой возникает восстановленная связь  $\kappa_1(t)$ . Качество восстановления определяется в терминах близости функций  $\kappa_0(t)$  и  $\kappa_1(t)$ . Показано, что процедура восстановления  $\kappa_0(t)$  является адекватной в случае выполнения синхронизационного неравенства.

Далее мы исследуем вопрос о влиянии нарушения синхронизационного неравенства на качество восстановления. С этой целью задаются несколько семейств исходных функций  $\kappa_0(t)$ , при которых возникает временное нарушение синхронизационного неравенства: кусочно-константные  $\kappa_0(t) = d + \Delta d \cdot I[T_0; T_0 + s]$ , синусоидальные  $\kappa_0(t) = A \sin(Bt + \epsilon) + C$ , авторегрессионный случайный процесс AR(1)  $\kappa_0(t_n) = \alpha \kappa_0(t_{n-1}) + \xi_n$ , где  $\xi_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ , линейная комбинация синусоидальной функции и авторегрессии  $\kappa_0(t) = A \sin(Bt + \epsilon) + C + x_0(t_n)$ , где  $x_0(t_n) = \alpha x_0(t_{n-1}) + \eta_n$  и  $\eta_n \sim N(0, \sigma^2)$ .

В работе установлены следующие результаты.

- Процедура восстановления связи обладает памятью.
- В случае авторегрессионной связи между осцилляторами, вероятность достигнуть полной де-синхронизации является экспоненциальной функцией масштабного параметра  $1 - \alpha$  авторегрессии.
- В случае связи, представленной линейной комбинацией и авторегрессии, стандартное отклонение авторегрессии масштабирует восстановленную связь.

Теоретические результаты работы тестируются на солнечных данных. Используются временные ряды polar faculae [4], характеризующие северную и южную полусферу Солнца. Установлена адекватность восстановления связи в диапазоне времени 1910–2015 за исключением аномального солнечного цикла 20, во время которого произошла так называемая смена лидерства между солнечными полусферами (примерно в 1964 году).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда, проект №17-11-01052.

### Литература

1. Mayaud, P.-N. (1972), The aa indices: A 100-year series characterizing the magnetic activity, *J. Geophys. Res.*, 77(34), 6870–6874, doi:10.1029/JA077i034p06870.
2. Acebron, J. A., Bonilla, L. L., Vicente, C. J. P., Ritort, F. and Spigler, R. (2005), The Kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena, *Rev. Mod. Phys.*, 77,137, doi:10.1103/RevModPhys.77.137.
3. Blanter, E.M., Le Mouél, J.-L., Shnirman, M.G. et al.(2014), Kuramoto model of non-linear coupled oscillators as a way to understand phase synchronization: application to solar and geomagnetic indices, *J. Sol. Phys.*, 289: 4309. doi:10.1007/s11207-014-0568-9.
4. Munoz-Jaramillo, A., Sheeley Jr., R., Zhang, J., Deluca, E., (2012), Calibrating 100 Years of Polar Faculae Measurements: Implications for the Evolution of the Heliospheric Magnetic Field, *The Astrophysical Journal*, 753, 146, doi:10.1088/0004-637X/753/2/146.

## О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ НАБЕГАНИЯ НА БЕРЕГ ПРИЛИВНЫХ ВОЛН И ВОЛН ЦУНАМИ

Студ. *Иванов А.В.*, г.н.с. *Елизарова Т.Г.*

Моделирование набегания на берег волн цунами и приливных волн имеет важное значение для оценки безопасности побережья, поэтому этой проблеме посвящено значительное количество исследований, таких как [1], [2]. Примером уравнений, описывающих движение волн в прибрежной и в глубоководной частях акватории, является модель мелкой воды (МВ), которая представляет собой упрощённый вариант полных уравнений Навье-Стокса [3]. При распространении волн на большие расстояния в глубоководных частях акватории моря или океана можно использовать линеаризованные уравнения МВ и их дальнейшие упрощения. Последнее значительно упрощает численное решение задачи по сравнению с полной нелинейной постановкой. Однако для расчёта набегания волны на берег и её движения в области мелководья требуется использовать полные нелинейные уравнения МВ. В этом случае для решения задачи в целом требуется сшивание решений в глубоководной и мелководной областях, что, в зависимости от модели, представляет собой отдельную проблему. Поэтому актуальной темой является разработка единого, сквозного алгоритма для численного решения задачи распространения волны и её взаимодействия с берегом.

В данной работе для численного решения нелинейных уравнений МВ используется квазигазодинамический подход [4]. В этом подходе исходные уравнения гидродинамики усредняются по некоторому малому промежутку времени и предполагается, что за малое время усреднения

общая картина течения меняется мало. Последнее позволяет использовать разложение в ряд Тейлора для вычисления соответствующих производных по времени и выразить их из исходных уравнений МВ. Полученные таким образом уравнения называются регуляризованными уравнениями мелкой волны (РУМВ). Решение РУМВ производится при помощи явной по времени разностной схемы с аппроксимацией всех пространственных производных центральными разностями.

Для описания движения волны в области мелководья проводится следующая процедура. В областях мелководья коэффициент регуляризации  $\tau$ , входящий в РУМВ, может принимать большие значения, увеличивая искусственную диссипацию алгоритма. Для исключения этого эффекта предлагается использовать пространственные сетки, адаптивные к батиметрии акватории. При этом площадь ячеек должна меняться пропорционально толщине слоя жидкости  $s \sim h$ , обеспечивая приблизительное постоянство значения  $\tau$ . Впервые такой подход был предложен в [5] и опробован в [6].

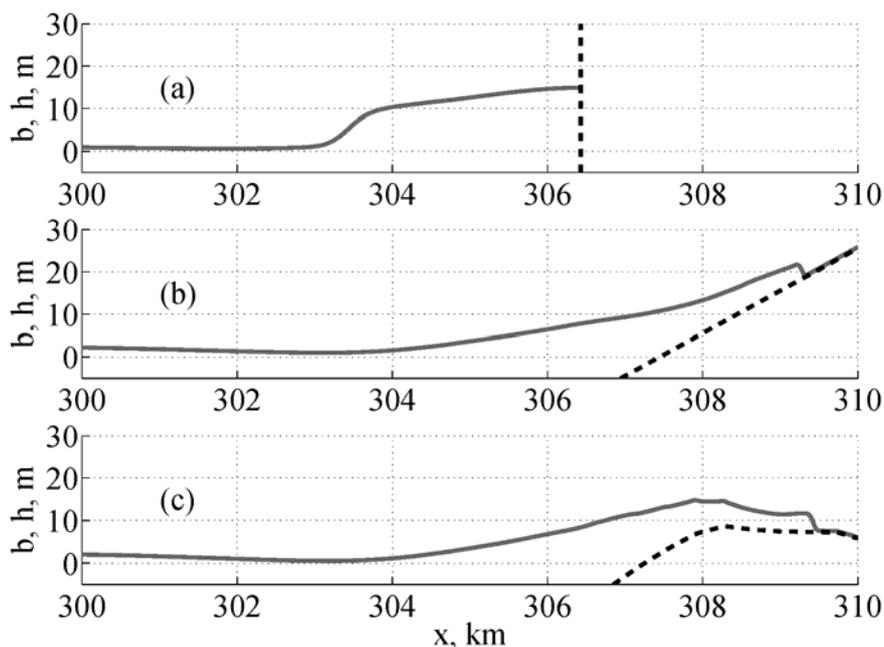


Рис. 5. Накат волны на: вертикальную стенку (а), наклонный берег (b) и реальный берег (с).

В ряде программ, использующихся для практических расчетов взаимодействия приливных волн и волн цунами с берегом, реальная береговая линия заменяется вертикальной стенкой, расположенной на некотором расстоянии от линии берега. В процессе моделирования рассчитывается высота заплеска на вертикальную стенку, по результатам которого вычисляется расстояние, на которое волна может распространиться на реальный берег. Это расстояние оценивается по имеющимся приближенным формулам для берега с постоянным наклоном [2]. Такая методика расчета позволяет не

учитывать сложные для численного моделирования процессы затопления и осушки.

В данной работе на основе РУМВ с использованием адаптивных к батиметрии берега сеток проведено прямое численное моделирование заплеска волны на вертикальную стенку и на серию наклонных стенок с целью проверки приближенных формул, используемых в прикладных расчетах. В заключение приведен расчет взаимодействия волны с реальным берегом, представляющим собой часть побережья Японии, подвергшегося цунами 2011 г.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 16-01-00048а.

### Литература

1. Z. Kowalik. Introduction to numerical modeling of tsunami waves. Fairbanks, January, 2012.
2. Levin B., Nosov M. Physics of Tsunamis, Second Edition. — Springer International Publishing AG Switzerland, 2016. — P. 388.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. — Москва: Наука, 1986.
4. Булатов О.В., Елизарова Т.Г. Регуляризованные уравнения мелкой воды и эффективный метод численного моделирования течений в неглубоких водоёмах. ЖВМиМФ. 2011. Т. 51(1). С. 170–184.
5. Носов М.А. Адаптация расчетной сетки при моделировании волн цунами. Математическое Моделирование. 2017. т. 29. № 12. с. 63–76.
6. Полякова В.С. Применение регуляризованных уравнений мелкой воды в численном моделировании волновых процессов в морских акваториях: диплом. работа. Москва. МГУ им. М.В. Ломоносова. 2017.

## УЛУЧШЕНИЕ РЕДУКЦИИ ИЗМЕРЕНИЯ ПРИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ИНТЕРЕСУЮЩЕЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ АПРИОРИ ИЗВЕСТНОМУ ВЫПУКЛОМУ ЗАМКНУТОМУ МНОЖЕСТВУ

Физик Балакин Д.А., проф. Пытьев Ю.П.

Рассмотрим типичную схему измерений, в которой на входе измерительного преобразователя (ИП) формируется сигнал  $f$ , принадлежащий евклидову пространству  $\mathcal{F}$ , см. [1]. ИП преобразует  $f$  в сигнал

$$\xi = Af + v, \quad (1)$$

где  $A: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{X}$  — оператор, моделирующий физические процессы в ИП (и далее обозначающий моделируемый им ИП), взаимодействующим с измеряемым объектом, определяющие преобразование  $f$  в сигнал  $Af$ ,  $\mathcal{X}$  —

евклидово пространство значений  $\xi$ ,  $\nu$  — погрешность измерения. Согласно теории измерительно-вычислительных систем [1, 2], для достижения максимальной точности интерпретации требования к ИП существенно различны в зависимости от того, как используется его выходной сигнал — непосредственно интерпретируется исследователем или поступает на вход вычислительного преобразователя (ВП), преобразующего этот сигнал. В отличие от математической редукции измерения как оптимального метода интерпретации данных измерительного эксперимента [1, 2], такие широко распространенные методы «обработки» результатов измерений, как метод наименьших квадратов [3] и его регуляризованные варианты [4–6], метод максимальной энтропии [7] и др. не гарантируют максимальную точность интерпретации, поскольку в этих методах решения задач интерпретации данных измерений находятся путем минимизации функционалов, не имеющих прямого отношения к погрешности интерпретации. Однако априорная информация о возможных значениях сигнала, используемая (явно или неявно) при регуляризации (например, физические характеристики объектов часто неотрицательны), может быть достаточной для того, чтобы оценка погрешности метода, не учитывающего все свойства схемы измерения, оказалась близкой к оптимальной.

Результат измерения зависит от характеристик измеряемого объекта, взаимодействующего с ИП, а исследователя, как правило, интересуют характеристики исследуемого объекта, не возмущенного измерением. Связь характеристик измеряемого и исследуемого объектов моделируется идеальным ИП, заданным оператором  $U: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{U}$ . На вход идеального ИП поступает тот же сигнал, что и на вход реального ИП, но на его выходе сигнал  $Uf$  равен характеристике исследуемого объекта, интересующей исследователя. ВП преобразует сигнал  $\xi$  в наиболее точную оценку  $Uf$ . Определение преобразования является задачей редукции результата  $\xi$  измерения (1) на ИП  $A$  к виду, свойственному измерению на идеальном ИП  $U$ . Задача редукции состоит в отыскании оператора редукции  $R: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$ , для которого  $R(\xi)$  — наиболее точная версия  $Uf$ .

Если в (1)  $f$  — априори произвольный вектор, принадлежащий  $\mathcal{F}$ ,  $\nu$  — случайный вектор, принимающий значения в  $\mathcal{X}$ , имеющий математическое ожидание  $\mathbb{E}\nu = 0$  и невырожденный ковариационный оператор  $\Sigma_\nu: \forall x \in \mathcal{X} \quad \Sigma_\nu x \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}\nu(x, \nu)$ , то линейный оператор  $R_*: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}$  редукции определяется как минимизирующий максимальную по  $f$  среднеквадратичную (с. к.) погрешность интерпретации  $R\xi$  как результата  $Uf$  измерения на идеальном ИП  $U$ :  $h(R, U) \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{f \in \mathcal{F}} \mathbb{E} \|R(\xi) - Uf\|^2 \sim \min_{R: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{U}}$ . Эта погрешность минимальна [1] при  $R_* = U(\Sigma_\nu^{-1/2} A)^{-1} \Sigma_\nu^{-1/2}$  и равна

$h(R_*, U) = \text{tr}(U(A^* \Sigma_v^{-1} A)^{-1} U^*)$ , где  $^{-}$  обозначает операцию псевдообращения, если  $U(I - A^{-} A) = 0$ , и равна бесконечности, если это не так.

В докладе рассмотрено использование в редукции информации о принадлежности  $f$  априори заданному множеству  $\mathcal{F}_{\text{pr}}$  или о принадлежности  $Uf$  априори заданному множеству  $\mathcal{U}_{\text{pr}}$ . В предлагаемом методе [8] эта информация использована для улучшения качества редукции с помощью проецирования оценки на заданное множество. Рассмотрены следующие способы проецирования:  $\Pi(\cdot)$  — минимизацией евклидова расстояния  $\|\cdot\|$  до множества и  $\Pi_{\Sigma_{R_*\xi}}(\cdot)$  — минимизацией расстояния Махаланобиса  $\|\Sigma_{R_*\xi}^{-1/2} \cdot\|$ , связанного с ковариационным оператором  $\Sigma_{R_*\xi} = U(A^* \Sigma_v^{-1} A)^{-1} U^*$  оценки линейной редукции  $R_*\xi$ . В докладе приведены результаты сравнения:

- оценки, определенной рекуррентным процессом  $\hat{f}_{i+1} = \Pi\left(\tilde{R}\left(\xi^T \quad \hat{f}_i\right)^T\right)$ ,  $i = 0, 1, \dots$ ,  $\hat{f}_0 = R_*\xi$  при  $U = I$ , где  $\tilde{R}$  — оператор редукции измерения по схеме  $\left(\xi^T \quad \hat{f}_i\right)^T = \left(A^T \quad I\right)^T f + \left(v^T \quad \tilde{v}^T\right)^T$ , в котором  $R_*\xi$  и полученная на предыдущем этапе рекуррентного процесса оценка комбинируются как некоррелированные результаты «основного» измерения  $\xi$  и фиктивного измерения  $\hat{f}_i$  при произвольном ковариационном операторе его погрешности, и результат затем проецируется на  $\mathcal{F}_{\text{pr}}$ ;

- оценки, определенной неподвижной точкой отображения  $\hat{f} \mapsto \Pi\left(\tilde{R}\left(\xi^T \quad \hat{f}\right)^T\right)$  — шага рекуррентного процесса, т. е. такой  $\hat{f}$ , что  $\hat{f} = \Pi\left(\tilde{R}\left(\xi^T \quad \hat{f}\right)^T\right)$ , и

- оценки, определенной неподвижной точкой отображения  $\hat{u} \mapsto \Pi_{\Sigma_{R_*\xi}}\left(\tilde{R}_{\Sigma_{R_*\xi}}\left(\xi^T \quad \hat{u}^T\right)^T\right)$ , где  $\tilde{R}_{\Sigma_{R_*\xi}}$  — оператор редукции измерения для ИП  $\left(A^T \quad U^T\right)^T$  при шуме, ковариационный оператор которого  $\begin{pmatrix} \Sigma_v & 0 \\ 0 & \Sigma_{R_*\xi} \end{pmatrix}$ ,

- поскольку каждое указанное отображение не увеличивают с. к погрешность оценки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 18-07-00424.

### Литература

1. Пытьев Ю. П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. 3 изд. М.: Физматлит, 2012.
2. Пытьев Ю. П. Измерительно-вычислительный преобразователь как универсальное средство измерений // Мир измерений. 2013. № 6. С. 3–8.
3. Linear Models and Generalizations: Least Squares and Alternatives / C.R. Rao et al. 3<sup>rd</sup> ed. Berlin: Springer-Verlag, 2007.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. 2 изд. М.: Наука, 1979.
5. Численные методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов и др. М.: Наука, 1990.
6. Engl H.W., Hanke M., Neubauer A. Regularization of Inverse Problems. 1<sup>st</sup> ed. Dordrecht: Springer Nature, 1996.
7. Леонов А.С. Обобщение метода максимальной энтропии для решения некорректных задач // Сибирский математический журнал. 2000. Т. 41, № 4. С. 863–872.
8. Балакин Д. А., Пытьев Ю. П. Сравнительный анализ качества редукции для вероятностной и возможностной моделей измерения // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2017. № 2. С. 3–14.

## КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

В.н.с. *Белинский А.В.*, физик *Сингх Р.*

Рассмотрены невырожденный параметрический процесс  $\omega_2 \rightarrow \omega_{11} + \omega_{12}$  и одновременная генерация суммарных частот  $\omega_{11} + \omega_2 \rightarrow \omega_{31}$  и  $\omega_{12} + \omega_2 \rightarrow \omega_{32}$  в кристаллах с регулярной доменной структурой (РДС) и квадратичной нелинейностью. Предложено численное решение этой задачи при полном учете квантово-механического взаимодействия всех пяти мод и истощения накачки. Оно основано на том, что гамильтониан взаимодействия диагонализуется. Находим собственные значения и их собственные вектора, с помощью которых определяем эволюцию матрицы плотности во времени. Далее нетрудно найти среднее количества фотонов взаимодействующих мод и их взаимных корреляций. Для сравнения эта же задача решена методами теории возмущений и в приближении заданного поля. Сходство результатов всех трех методов наблюдается лишь на начальном этапе эволюции, затем появляются значительные расхождения, которые нами исследованы. Впервые получены результаты квантового описания для больших длин взаимодействия с помощью численного метода. Обнаружены почти периодические осцилляции среднего числа фотонов. Найдены моды жесткой корреляции и антикорреляции. Первые могут стать хорошими кандидатами для восстановления

изображений методами компьютерной обработки информации. Найден новый эффект инверсии взаимной корреляции мод генерируемого излучения при превышении определенной длины взаимодействия.

## КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ

Ст. преп. *Терентьев Е.Н.*,  
lead developer *Shilin-Terentyev N.E.*, EPAM Systems, USA

Пользователь методов сверх разрешения должен иметь возможность оценивать применимость разработанных методов сверхразрешения. Классификация разновидностей методов сверхразрешения производится по величине промежутка между минимальным значением Модуляционной Передаточной Функции (МПФ)  $M(O)$  (для дискретной Аппаратной Функции (АФ)  $O$ ) и нулем.

**Основные понятия.** Прибор с АФ  $O$  присутствует в линейной модели регистрации изображений  $I_\delta = O_\sigma * I_x$ , звездочкой  $*$  обозначаем операцию свертка. Значками SD (стандартное отклонение)  $\delta$  и  $\sigma$ , отмечаем, что измеренное изображение  $I_\delta$  и АФ  $O_\sigma$  известны с ошибками. Вначале будем предполагать точную модель регистрации изображений  $I = O * I_x$ , т.е. SD  $\delta = \sigma = 0$ . Обозначим  $md = \min|M(O)|$  — не настраиваемый и  $mD = \min|M(pO)|$  — настраиваемый промежуток МПФ  $M(O)$  и нулем. Если  $md > 0$ , то  $R = O^{-1}$  и  $I_x = R * I$ .

LO — множество обратимых дискретных  $pR = pO^{-1}$   
{O} — множество дискретных АФ O

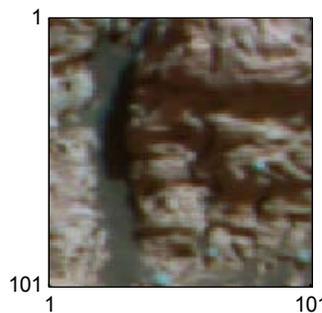
Дискретизации  $\sphericalangle$

$LO = \{pO \mid [Loc, dx, DIAP]\}$

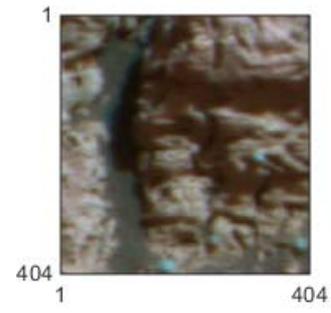


$\{O\} \sphericalangle parO$

$LO \subset \{O\} \sphericalangle parO$



Исходная сетка  $dx=1$



Интерполяция  $dx=1/4$

Рис. 1. Иллюстрации основных понятий концепции и исходные Марсианские изображения.

### Классификаторы

Классифицируются методы сверхразрешения по величине промежутка  $0 \leq md \leq 1$  для АФ  $O$  в точной модели регистрации изображений  $I = O * I_x$ . Для неточной модели регистрации изображений  $I_\delta = O_\sigma * I_x$  пред-

стоит построить отдельные классификаторы по клеткам от А до Е, и таким образом построить общий Классификатор, включающий точные и приближенные методы сверхразрешения.

<b>А</b>  $O=D_K$ $md=M(D_K)=1$  Обращение не нужно	<b>В</b>  $O \sim D_K$ $1 \leq md \leq 10^{-1}$ $R=O^{-1}$  Обычное обращение	<b>С</b> $M(O), M(pO)$ $10^{-1} \leq md \leq 10^{-4}$ $4$  $md \rightarrow mD$ $pR=pO^{-1}$ Для изме- рений низкой точ- ности	<b>Д</b> $M(O), M(pO)$ $10^{-4} \leq md \leq 10^{-5}$ $5$  $md \rightarrow mD$ $pR=pO^{-1}$ Для изме- рений высокой точ- ности	<b>Е</b> $M(O), M(pO)$ $Iz \leq md \leq 10^{-5}$ $md \rightarrow mD$ $pR=pO^{-1}$ Модельные эксперименты	<b>Ф</b> $M(O) \sim D_K$  $0 \leq md \leq Iz = 10^{-13}$ Из-за ошибок мантиссы вычисления не имеют смысла
--	--	---	--	--	---

Рис. 2. Классификатор методов сверхразрешения.

### Выбор адекватной модели в методах С, Д и Е

Основная задача по выбору АФ  $pO=pR^{-1}$  ставится как задача на минимум:

$$\min_{LO} \{ \|pR\| \mid \text{Err}(pO) \leq \text{err} \}, \quad LO = \{ pO \mid [Loc, dx, DIAP] \} \quad (1)$$

с построением Характеристикой Адекватности Модели (ХАМ) АФ О [2,3]

$$\{ x=Nor(pR), y=Err(pO), z=II(pR * O) \} \quad (2)$$

С ХАМ АФ О (2) представлены методы от А до Е, отмеченные светлыми прямоугольниками. ХАМ дискретной модели с  $dx = 1$  и размером области определения  $Loc = 12$  соответствует методу С. ХАМ непрерывной модели с  $dx = 1/4$ ,  $Loc = 12$  ближе к методам Д, Е, см. рис. 3.

Если ХАМ непрерывной модели изображать в одном масштабе, то ХАМ непрерывной модели условно займет место длинного прямоугольника, помеченного  $\text{Err}(pO) = 3.1$  и  $dx = 1/4$ , см. Рис.3.

### Асимптотическое утверждение

Если устремим  $\delta \rightarrow 0$  и  $\sigma \rightarrow 0$  и АФ  $O_\sigma \rightarrow O$ , то при  $mD \rightarrow md > 0$  имеет место  $pR_\sigma * I_\delta \rightarrow R * I = I_x$ , т.е. приближенное решение стремится к точному; аналогично известной формулировке о связи точного и регуляризованного решений акад. Тихонова А.Н. [1].

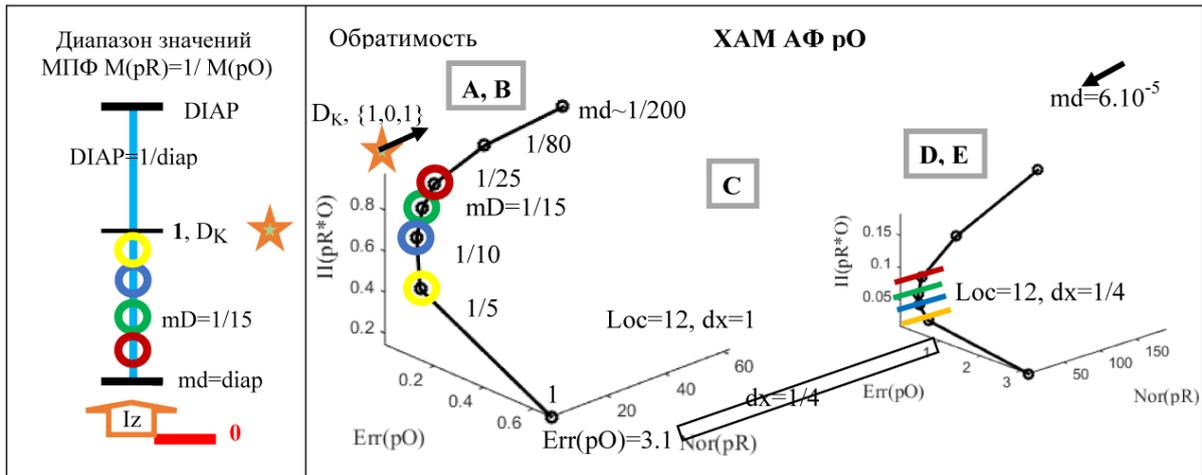


Рис. 3. Промежутки  $md = \min|M(O)|$ ,  $mD = \min|M(pO)|$  и ХАМ АФ рО.

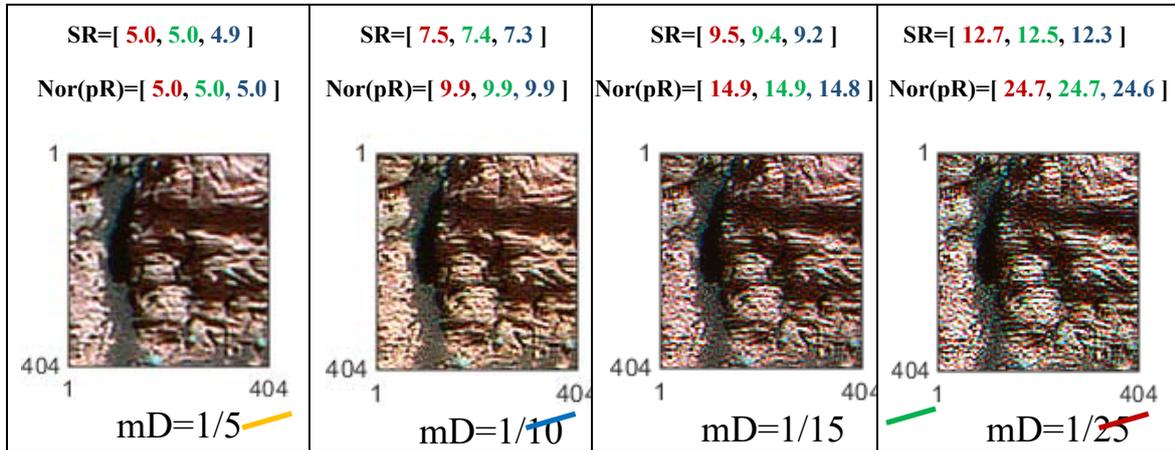


Рис. 4. Сверхразрешения SR и реакции на шум Nor(pR) с интерполяцией  $dx = 1/4$ .

**Обсуждение.** Математическая фокусировка — регулировка увеличения разрешения изображений начинается с уменьшения от единицы регулируемого промежутка  $mD \leq 1$ . При  $mD = 1$  в результате остаются исходные изображения. С уменьшением  $mD$  растут величины сверхразрешения SR и реакции на шум Nor(pR), см. рис. 3,4.

Для однобайтовых изображений (низкой точности метод C) ограничение (неадекватность) реализуется около  $mD \sim 1/25$ , появляются изменяющиеся (“выбиваются” красные) мелкие детали в изображении (высокой реакцией на шум – Nor(pR)), см. рис. 4. Поэтому считаем, для однобайтовых изображений, как в нашем примере ( $\delta \sim 3-5\%$ ), допустимы величины  $SR \sim 9.5$ . Для двух байтовых изображений ожидается сверх- разрешение  $SR \sim 20-30$ , методы типа D [2-4].

Конечно, в Классификаторе должны быть диапазоны величины: SD  $\delta$ ,  $\sigma$ , SR,  $\Pi(pR*O)$ , Nor(pR) и Err(pO) (2) с указанием областей адекватности по длинам  $md$ ,  $mD$ .

По сути концепция сверхразрешения с Классификатором является основой идеи Математического микроскопа в самых различных областях с методами В, С, D и, возможно, E.

### Литература

1. А.Н. Тихонов, М.В. Уфимцев “Статистическая обработка результатов эксперимента” изд. Московского университета, 1988.
2. Е.Н. Терентьев, Н.Е. Терентьев//Известия РАН, серия физическая, 2015, том 79, № 12, с. 1633–1637.
3. Terentiev, E.N. and Terentiev, N. E.//ISSN 1062-8738, Bulletin of the Russian Academy of Science. Physics, 2015, Vol.79, No 12, pp.1427–1431, DOI 10.3103/S1062873815120229
4. Е.Н. Терентьев, Н.Е. Терентьев, Ю.А. Пирогов, И.И. Фаршакова//Ученые записки физического факультета, 9 с., №6, 1761005(2017).

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАДИЕНТНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ В ИЗОБРАЖЕНИЯХ

Ст. преп. *Терентьев Е.Н.*, lead developer *Shilin-Terentyev N.E.*, EPAM Systems, USA,  
студ. *Приходько И.Н.*, студ. *Фаршакова И.И.*

Предлагается изображение (скалярное поле)  $P$  связать с двумерным векторным полем  $G = \text{grad } P$ . Методы анализа формы полей  $G$  позволяют в изображениях  $P$  точно локализовать, например, Дорожные Знаки (ДЗ), метки на корпусах Интегральных Схем, зрачки глаз в изображениях лица и т.п.

**2D Конечномерная Теорема Отсчетов (КМТО):** Дан 2-х мерный массив отсчетов  $D=f(x_0, y_0)$  в квадрате, матрицы  $H^{(0)}(x_0)$  и  $H^{(n)}(x)$ , тогда функция  $f^{(nx,ny)}(x, y)$  [1]:

$$f^{(nx,ny)}(x, y) = \sum_{kx, ky=1}^N c_{kx, ky} * H^{(nx)}(kx, x) * H^{(ny)}(ky, y), \quad kx, ky = 1: N \quad (1)$$

$$\begin{aligned} c_{kx, ky} &= (f(x_0, y_0), H^{(0)}(kx, x_0) * H^{(0)}(ky, y_0)) = \\ &= \sum_{x_0, y_0=1}^N f(x_0, y_0) * H^{(0)}(kx, x_0) * H^{(0)}(ky, y_0), \quad kx, ky = 1: N \end{aligned} \quad (2)$$

проходит через точки отсчетов  $f^{(nx,ny)}(x_0, y_0)$ . Скалярные произведения (2) реализует Прямое ДПФ, а Фурье ряд (1) реализует Обратное ДПФ с интерполяцией, если  $dx < 1$ .

Операции математического анализа и теории поля сводятся к операциям над Фурье гармониками  $H^{(n)}(x_0)$  и  $H^{(n)}(x)$ : при  $n > 0$  реализуем дифференцирование  $n$ -го порядка и при  $n < 0$  – интегрирование  $n$ -го порядка [1].

Приведем пример записи градиента от двухмерного числового массива чисел  $D=f(x_0,y_0)$ , функция  $f^{(0,0)}(x,y)$  проходит через точки отсчетов в квадрате  $(x_0, y_0)$ :

$$grad D = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} D, \frac{\partial}{\partial y} D \right\} = \{ f^{(1,0)}(x, y), f^{(0,1)}(x, y) \} \quad (3)$$

Приведенная 2D МКТО — основа получения градиентных полей для точного определения положения локальных объектов. Ниже в иллюстрациях демонстрируется возможности данного подхода по точному оцениванию положения Зрачка Глаза (ЗГ) и ДЗ.

Поворотом векторов градиентного поля (3) на  $\pi/2$  мы переходим к ортогональному полю. Добавление к скалярному изображению таких двух полей открывает новые возможности в постановке задач семантического анализа изображений.

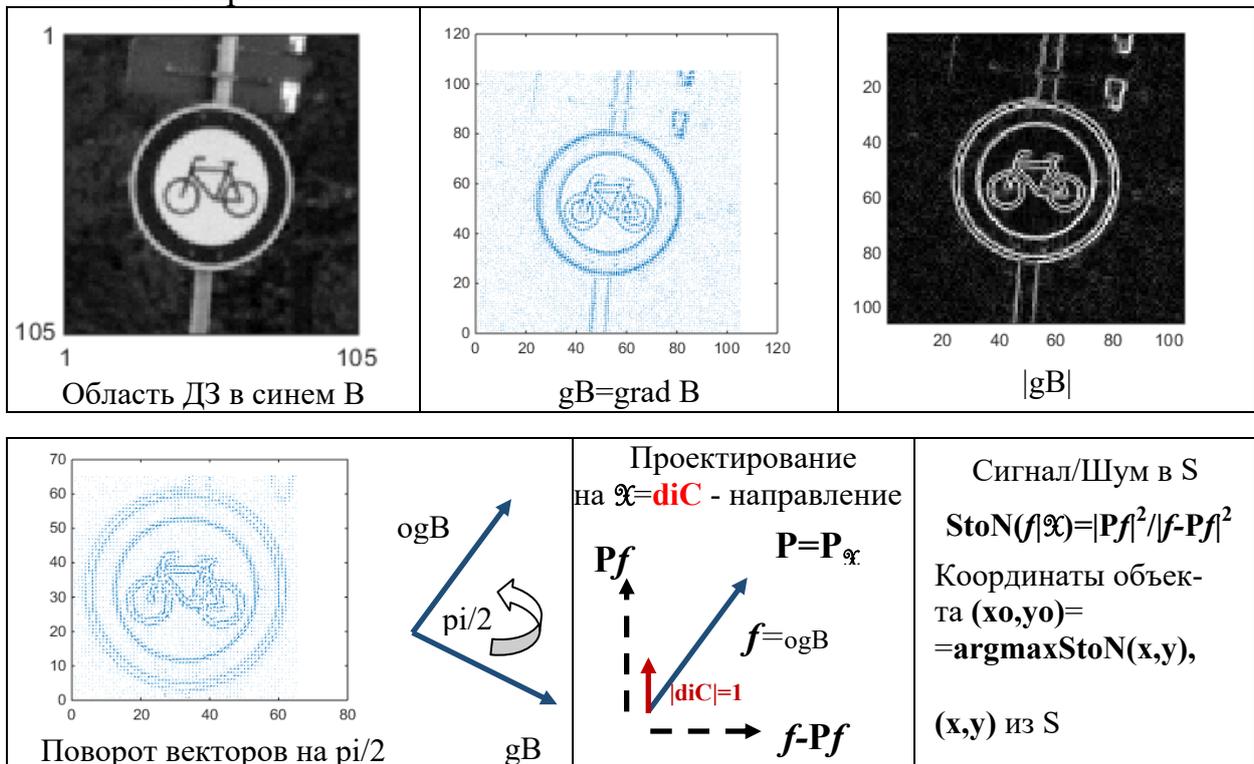


Рис. 1. Пример области изображения с ДЗ, градиентного поля, операции проектирования вектора (повернутого градиента) на направление diC и конструкция функции Сигнал/Шум в области сканирования S для определения положения ДЗ.

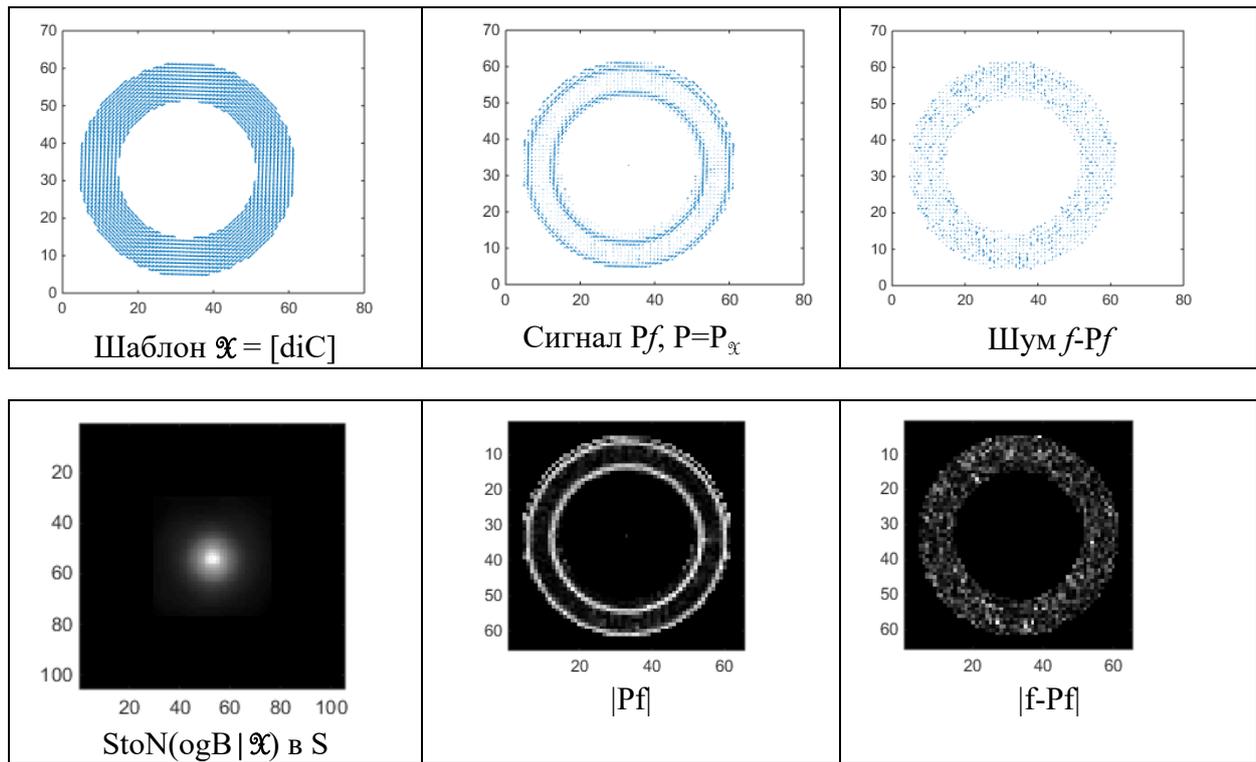
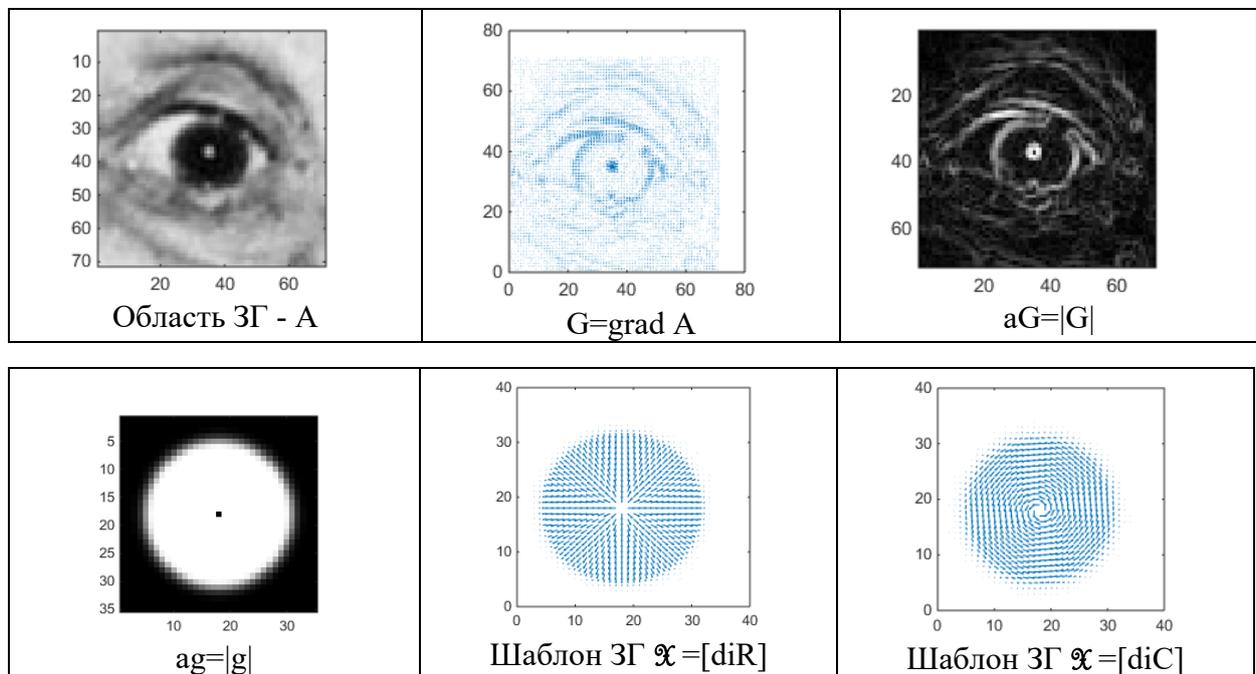


Рис. 2. Компоненты функции StoN и ее значения в области сканирования S.



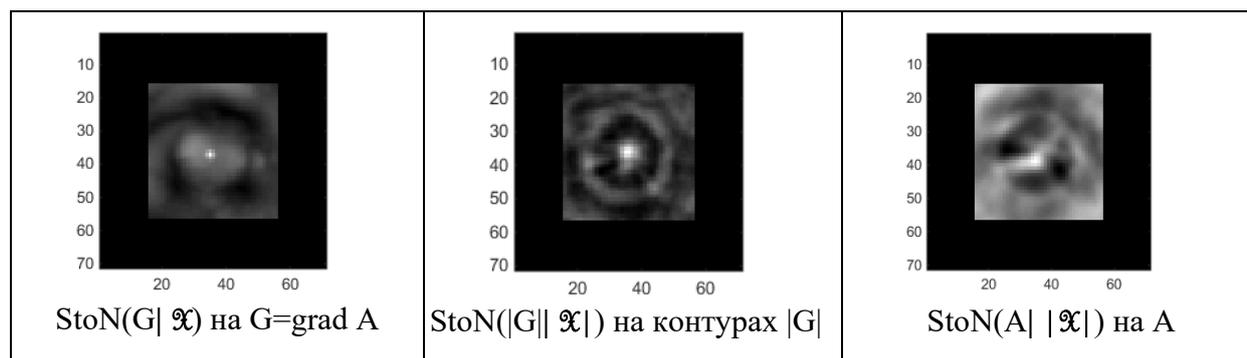


Рис. 3. Пример оценивания положения ЗГ путем использования изображения А, контурного изображения |G| и предлагаемого метода с использованием векторного поля G.

**Выводы.** Возможность точного оценивания положения ДЗ открывает новые пути в решении задачи семантического анализа изображений типа “чтение ДЗ” роботом Навигатора. Оценка точного расстояния между ЗГ дает возможность постановки новых семантических задач в оценивании параметров типа “черты лица” для реализации методов распознавания изображений лиц. В планах задачи оценивания параметров вихрей [2] в космических изображениях Земли.

### Литература

1. Терентьев Е.Н., Терентьев Н.Е.//Процессы в геосредах, № 4(9), с. 355–362 (2016).
2. Е.Н. Терентьев, Н.Е. Терентьев, И.И. Фаршакова, Конечномерные Теоремы Отсчетов в моделировании вихрей, Труды школы-семинара <<Волны-2017>>. Математическое моделирование в радиофизике и оптике, с. 56–58, Красновидово, 4–9 июня, 2017.

**Подсекция:**  
**МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ**

Сопредседатели  
профессор А. М. Салецкий, профессор Б. С. Ишханов,  
доцент П. А. Форш

## ВЕРОЯТНОСТЬ В ФИЗИКЕ: ИСТОКИ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Проф. Николаев П.Н.

Хотя представление о вероятности в науке восходит к работам Лукреция [1], актуальность данной тематики в последующем вплоть до настоящего времени не стала меньше в науке в целом и в физике в частности [2-4]. Переосмысливаются прежние представления о природе статистических закономерностей в физике и их связи с динамическими закономерностями [5-8]. Это связано с целым рядом факторов, главным из которых стало превращение данной области из места общефилософских дискуссий в область конкретных физических исследований.

Вероятностные представления были введены в физику при разработке молекулярно-кинетической теории газов Максвеллом в 1860 году [9] и получении на этой основе закона распределения молекул по скоростям. Позже эти представления более широко использовались Больцманом [10]. Завершением работ Больцмана стала статистическая механика Гиббса, положенная в основу всей статистической термодинамики [11].

Иногда полагают, что "понятие вероятности впервые вошло в теоретическую физику через молекулярную интерпретацию необратимости" [12]. Также часто связывают становление статистической картины мира с именем Гиббса [13,14]. Но так или иначе это связано с возникновением и развитием статистической физики [15,16].

В рамках классической механики возникла глубокая эргодическая теория, определяющая те условия, при которых для рассматриваемой системы при определенных условиях применима термодинамика [17]. Вместе с тем, в рамках данной теории не учитывается макроскопический характер таких систем [5]. Учет макроскопического характера этих систем приводит к существенному расширению тех классов, для которых статистические закономерности могут быть поняты в рамках динамической теории.

В квантовой механике статистические закономерности характерны уже для отдельной частицы, что следует из стандартной интерпретации квантовой механики. При таком подходе вероятностное описание в принципе не может быть сведено к динамическому.

Другое представление о сущности квантовой механики было у А. Эйнштейна, который пришел к выводу, что "квантовая механика описывает ансамбль систем, но не отдельные системы" [18, с. 621]. Дискуссия по этому вопросу происходит до настоящего времени в рамках обсуждения парадокса Эйнштейна-Подольского-Розена (парадокс ЭПР).

Предложен также целый ряд других интерпретаций квантовой механики. В частности, М.Б. Менский предлагает подход, основанный на концепции Эверетта, получивший название многомирового. Он полагает, что "концептуальные проблемы квантовой механики возникают не из практи-

ческих надобностей, таких как расчет реальных систем, и не из эксперимента, но из желания сделать теорию более логичной и последовательной" [19].

Сложность рассматриваемой проблемы заключается и в том, что на саму природу вероятностных методов взгляды ученых существенно различны. На это обратил внимание Поппер, который писал: "Нигде субъективистская эпистемология не распространяется столь сильно, как в области исчисления вероятностей" [20, с. 482].

Открытия в физике нового времени, связанные с методом молекулярной динамики (ММД) и новыми представлениями о физическом вакууме, привели к дальнейшему развитию представлений о статистических и динамических закономерностях, а вместе с тем и о причинности с точки зрения открытых новых законов.

Физическая теория вначале сформировалась как наука, в основе которой были положены динамические закономерности. Дальнейшее ее развитие привело к тому, что в физической науке стали широко использоваться и методы, основанные на вероятностных законах.

Вопрос о соотношении статистических и динамических закономерностей неоднократно ставился как в физике, так и в более широком познавательном, философском смысле. Особое значение имеет исследование природы этих закономерностей, что позволит свести поведение сложных систем (например, биологических, социальных и т.п.) к поведению более простых систем.

В рамках физики в понимании статистических закономерностей был сделан существенный прогресс, основанный, в первую очередь, на исследовании молекулярной динамики для исследования систем, состоящих из большого числа частиц.

В результате были подтверждены основные положения статистической физики. Но это было не просто сведение статистических закономерностей к динамическим в рамках классической статистической физики, а определение именно их природы, то есть условий, при которых статистические закономерности имеют место в динамических системах.

Общепринятая в настоящее время статистическая интерпретация квантовой механики, получившая экспериментальное подтверждение, позволила значительно продвинуться в понимании процессов, происходящих как в микромире, так и в макромире. При этом во второй половине двадцатого века появляются экспериментальные работы, посвященные локализации отдельных микрочастиц и их изучению.

В 1989 году Х. Демельт и В. Пауль были удостоены Нобелевской премии по физике "за разработку метода удержания одиночных ионов" [21]. Свою речь при получении Нобелевской премии Х. Демельт закончил словами: "В заключение я бы хотел процитировать строку из Уильяма

Блейка "Увидеть мир в песчинке" и намекнуть на возможную параллель - увидеть мир в электроде".

### Литература

1. Лукреций. О природе вещей. М.: издательство АН СССР, 1958.
2. Karczewski M., Markiewicz M., Kurzyński P. // Phys. Rev. Lett. 2018. 120. 080401.
3. Spielman I.V. // Nature. 2017. 545. P. 293.
4. Jiang S.-H., Xu Z.-P., Su H.-Y., Pati A.K., Chen J.-L. // Phys. Rev. Lett. 2018. 120. 050403.
5. Боголюбов Н.Н. // История и методология естественных наук. Вып. 30. Физика. М.: издательство Московского университета, 1983. С. 3.
6. Базаров И.П., Николаев П.Н. // Вопросы философии. 1986. № 7. С. 142.
7. Николаев П.Н., Николаева О.П. Природа статистических и динамических закономерностей в физике // Николаев П.Н. Михаил Васильевич Ломоносов и развитие физики в Московском университете. М., 2013, с. 106.
8. Nature. 2017. 550. P. 185.
9. Кудрявцев П.С. Максвелл. М., 1956.
10. Больцман Л. Лекции по теории газов. М.: ГИТТЛ, 1956.
11. Гиббс Дж. В. Термодинамика. Статистическая механика. М.: Наука, 1982.
12. Пригожин И. От существующего к возникающему. М., 1985.
13. Винер Н. Кибернетика и общество. М., 1958.
14. Сачков М.В. // Вопросы философии. 2006. № 1. С. 80.
15. Уленбек Г. // УФН. 1971. 103. С. 275.
16. Кадомцев Б.Б. Динамика и информация. М., 1997.
17. Penrose O. // Rep. Prog. Phys. 1979. 42. N 12. P. 1939.
18. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 3. М., 1966.
19. Менский М.Б. // Вопросы философии. 2004. № 6. С. 64.
20. Поппер К. Логика и рост научного знания. М., 1983.
21. Hans Dehmelt // Nature. 2018. 545. P. 290.
22. Демельт Х. // УФН. 1990. 160. С. 129.

### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ, ВЫЗЫВАЮЩИЕ ЗАТРУДНЕНИЕ У ШКОЛЬНИКОВ, СТУДЕНТОВ И ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

Доц. Рыжиков С.Б., вед. н. с. Рыжикова Ю.В.

В курсе электростатики существует ряд вопросов, на первый взгляд простых, и по уровню доступных даже школьникам, но на самом деле вызывающих серьезные затруднения у студентов 2-го курса при изучении электричества. К сожалению, в большинстве учебников эти вопросы не

рассматриваются, поэтому даже преподаватели не всегда могут правильно на них ответить.

1. Устройство громоотвода, точнее, молниеотвода. На протяжении 20 лет на экзаменах по электричеству автор задавал вопросы об устройстве молниеотвода студентам 2-го курса, сдававшим электромагнетизм. Из примерно 200 опрошенных студентов НИ ОДИН не дал исчерпывающего ответа на этот вопрос. Большинство студентов (и то не все) правильно рисуют заземленный металлический стержень и даже правильно указывают, что вблизи острия должна быть большая напряженность поля. Но при попытке объяснить, как он работает, у них получается не молниеотвод, а «молниепривод».

К сожалению, в большинстве школьных и даже Вузовских учебниках этот вопрос подробно не обсуждается. В некоторых учебниках утверждается, что основной механизм действия молниеотвода – это притяжение молний. В действительности, молнии попадают в молниеотвод достаточно редко. Механизм действия молниеотвода демонстрируется на лекциях на физическом факультете МГУ: «колесо Франклина» и «электрический ветер». Студенты видят своими глазами, что напряжение вблизи острия столь велико, что оно ионизирует воздух (в основном – это ионы воды), приводит ионы в движение (возникает коронный разряд), и ионы оседают на острие, а заряды по проводнику уходят на землю. Колесо Франклина за счет ударов ионов вращается, а «электрический ветер» от острия задувает свечку. Далее остается сделать простое логическое заключение, что раз ионы вблизи острия ушли, то проводимость воздуха мала, и это уменьшает вероятность попадания молнии в молниеотвод [1]. Но это заключение студенты сделать не могут. Заметим, что в устройстве молниеотвода нет ничего запредельно сложного, и его можно объяснять не только студентам, но и школьникам.

Если молния все же попадает в молниеотвод, то она уйдет в землю, не причинив зданию вреда. Именно этим утверждением ограничивается объяснение действия молниеотвода во многих учебниках. Нельзя назвать это объяснение неправильным, но его также нельзя назвать полным.

2. Устройство электрофорной машины. Электрофорную машину демонстрируют не только на лекциях в МГУ, но и во многих школах. При этом часто ошибочно считается, что накопление заряда происходит за счет трения щеток о стекло, подобно тому, как получается заряд при трении стеклянной палочки о шерсть. В действительности с обеих сторон электрофорной машины находятся щетки из металла. Возникает вопрос: почему в одной лейденской банке накапливается положительный заряд, а в другой – отрицательный? Ответ на этот вопрос студенты обычно дать не могут. Первичное разделение заряда должно произойти ДО начала вращения колеса, иначе она не сможет накопить заряд. Например, можно потерять

эбонитовую палочку о шерсть, и приложить ее к электроду. Механизм дальнейшего накопления заряда кратко описан в учебнике [2], причем это единственный современный учебник, где описано устройство электрофорной машины. К сожалению, именно эти страницы студенты обычно пропускают. В школьных учебниках такого описания нет вовсе.

3. Изображение силовых линий системы зарядов. Хорошо известно, что силовые линии должны начинаться и кончаться либо на зарядах, либо в бесконечности. При этом возникает проблема нарисовать силовые линии для системы из трех одинаковых зарядов, расположенных правильным треугольником. Дело в том, что вблизи центра треугольника все силовые линии направлены к центру! Их некуда заканчивать!

Расчеты приведены на рис. 1. Показаны направления силовых линий в точках, отстоящих от центра треугольника на расстоянии  $0,1a$ ,  $0,3a$ ,  $0,5a$  и  $0,7a$ , где  $a$  – расстояние между зарядами.

Нужно обратить внимание, что такая ситуация не противоречит теореме Гаусса и тому факту, что в электростатике не бывает устойчивого равновесия. Его и не будет в пространстве, а теорема Гаусса не запрещает устойчивое равновесие на плоскости. К сожалению, этот вопрос нигде в учебной литературе не обсуждается. Представляется разумным в этом случае изображать силовые линии пунктиром. Заметим, что для четырех зарядов, расположенных в вершинах квадрата такой проблемы нет.

Указанные вопросы не являются основополагающими. Их непонимание не мешает усвоению остальных разделов курса «электростатики». Но в тоже время они представляют определенный интерес, и потому хочется обратить внимание на эти вопросы составителей учебников и пособий по физике.

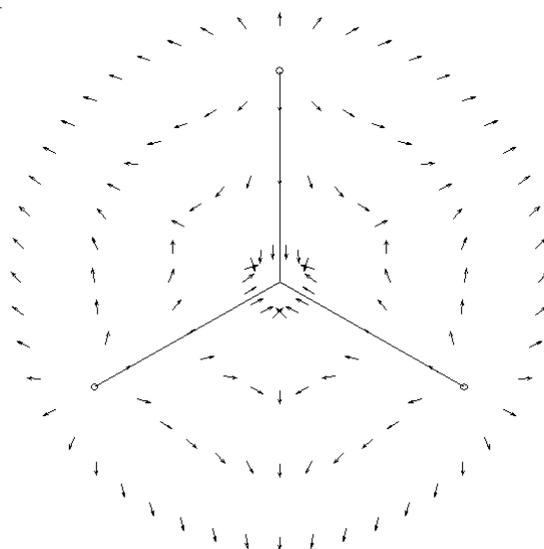


Рис. 1. Направления напряженности электрического поля в системе из трех зарядов.

### Литература

1. Элементарный учебник физики: Учеб. пособие. В 3 т. / Под ред. Г.С. Ландсберга: Т. 2. – М.: Наука. Физматлит. 1995.
2. В.А. Алешкевич. Электромагнетизм. – М.: Физматлит. 2014.

### ОБ ОРГАНИЗАЦИИ ДИСТАНЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ, ВСТРОЕННЫХ В СИСТЕМУ КОНКУРСНОГО ИСПЫТАНИЯ

Ст. преп. *Бушина Т.А.*, доц. *Парфенов К.В.*, доц. *Томази-Вшивцева П.А.*

В настоящее время растет интерес молодежи к инженерно-техническим специальностям. Одним из способов повышения интереса учащихся школьного возраста к профильным предметам и выбору профессии является создание олимпиад, в частности по физике, включающих в себя как очный, так и заочный туры. Однако таким образом охватывается только аудитория уже ранее заинтересованных в данном предмете учащихся, в то время, как достаточно большое число талантливых школьников занимается в прикладных кружках, где нет практики решения задач, а ведутся только инженерная и экспериментальная творческие деятельности.

Именно на таких школьников был рассчитан разработанный нами образовательный цикл. Он был встроен в Олимпиаду школьников «Роботфест-2018», проводимой в рамках программы «Робототехника: инженерно-технические кадры инновационной России». Организаторами Олимпиады являются Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова и Фонд поддержки социальных инноваций Олега Дерипаска «Вольное Дело». Олимпиада проводилась в два этапа. Первый этап состоял из окружных и региональных отборов, фестивалей и чемпионатов с соревнованиями команд из 2-5 человек по робототехнике и решением прикладных задач по физике, которые заключались в конструировании и программировании роботов. Роботы должны были автономно выполнять ряд задач, таких как переезд через горку, отбивание мяча, проезд по линии и определение цвета. По результатам первого этапа определялись команды, проходящие на второй, заключительный этап, который в зависимости от направлений, мог состоять из двух – практического и теоретического, или только одного – теоретического тура. Так как соревнования были командными, то индивидуальный уровень понимания физики процессов и явлений у каждого участника известен не был. Понятно, что такие прикладные задачи вполне решаемы и без знания теоретической части физики как предмета простым экспериментальным путем. В первом туре участники демонстрировали умение анализировать неудачи и делать выводы на основе обобщен-

ния полученных экспериментальных данных, что является показателем их потенциальной возможности быстрого освоения теоретических навыков решения такого рода задач физики. Чтобы реализовать такую возможность у всех конкурсантов, повысить индивидуальную мотивацию к физике и уверенность в собственных теоретических навыках, до заключительного этапа нами был проведен заочный курс-тренинг доступный всем участникам команд, прошедших в заключительный этап. Таким образом, к началу заключительного этапа участники приходили уже подготовленными к теоретическому туру.

Практический тур заключительного этапа проводился в очной форме на Всероссийском робототехническом фестивале «РобоФест-2018». Участники, чьи роботы показали лучшие результаты и продемонстрировавшие в собеседовании понимание явлений физики, с которыми пришлось столкнуться при решении прикладных задач робототехники, получали индивидуальные приглашения на участие во втором (теоретическом) туре. Теоретический тур заключительного этапа, олимпиада «Робофест» являлся индивидуальным конкурсом школьников по общеобразовательному предмету физика, состоял из решения задач всем разделам физики и проводился в очной форме на площадках МГУ. Таким образом, весь конкурс, начиная с отборочного и заканчивая заключительными этапами, сформировал единый образовательный цикл.

Обсуждаемый образовательный цикл был разработан с учетом имеющегося у школьников интереса к робототехнике с целью выявить мотивированных слушателей на этапе их обучения в средних и старших классах школы, предоставить им равные образовательные возможности и дополнительно поднять их уровень физикознания так, чтобы учащиеся смогли проявить себя на очном туре олимпиады по физике. Кроме того, еще одной целью введения в олимпиаду «Робофест» курса по решению задач физики было погружение школьников, участников технологического фестиваля «Робофест» в предмет физика на основе имеющихся интересов и мотиваций. Базовым интересом послужила склонность учащихся к конструированию роботов, способных выполнять предлагаемые конкурсом виды деятельности на базе основных элементов стандартных конструкторов. На основе этих заданий были сформулированы составляющие инженерное решение задачи по физике для отборочного заочного тура, спроектирован расширенный учебный курс по физике и проведен завершающий очный тур олимпиады по физике в рамках фестиваля.

Структура занятий включала в себя следующие элементы: теоретическое введение к каждому занятию; трансляция занятия по решению задач, проводимого здесь и сейчас с возможностью задать вопрос преподава-

телю через чат и видеозаписью занятия для возможности повторного просмотра; домашнее задание. В теоретическом введении в сжатой, но максимально доступной форме излагались основные понятия и законы, необходимые для решения задач по рассматриваемой теме. На видеотрансляции подробно разбирались большое количество задач общеразвивающего плана, стандартных и олимпиадных задач. Несмотря на то, что курс в основном был ориентирован на подготовку к физической олимпиаде, первые два типа задач были ориентированы именно на тех детей, которые недавно примкнули к курсу и для которых серьезные задачи олимпиадного уровня еще недоступны. Именно такие дети в основном были «целевой аудиторией», и задача состояла в том, чтобы «сбить страх» перед решением физических задач, максимально заинтересовать и увлечь их физикой как учебным предметом. Много внимания уделялось также формированию понятийного аппарата, обсуждению характерных для школьников ошибок. Для отработки и закрепления навыка, полученного на видеотрансляции, предлагалось домашнее задание. Оно было реализовано в режиме автопроверки полученных ответов с автоматическими наводящими подсказками при неверных ответах ученика и возможностью проработать авторское решение. Обратная связь преподавателя и школьников была реализована через чат в момент трансляции; форум и обмен личными сообщениями вне трансляции, что компенсировало дефицит непосредственной коммуникации ученик-учитель, возникающий в режиме работы онлайн-формата.

Мы провели работу с 727 школьниками из 74 регионов России, из них 596 приняло участие в написании олимпиады.

На данный момент, мы первыми в мире реализовали возможность выявления детей, склонных к техническому аналитическому мышлению, мотивации и подготовки их в контролируемом длительном отборе среди ребят в любой год обучения начиная с 7 по 11 классы независимо от их начальной подготовки и локации относительно Москвы.

Результатом такой методической и педагогической работы стало получение заинтересованных, а теперь и ориентированных на конкретную профессию школьников, умеющих решать конкурсные задачи по физике. Приятным побочным эффектом оказалось повышение квалификации наставников и учителей, работающих с этими школьниками, которые неожиданно для нас с интересом и вниманием отнеслись к учебному курсу. В целом проект оказался удачным, что позволяет рассчитывать на то, что в дальнейшем работа в этом направлении будет продолжена.

Работа проводилась в рамках приоритетного направления развития МГУ и проекта МГУ – школе при поддержке фонда «Вольное дело».

ТЕСТИРОВАНИЕ ПО УЧЕБНОМУ КУРСУ МАГИСТРАТУРЫ  
«ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКО-  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН» КАК СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ,  
КОНТРОЛЯ И КОНСТРУИРОВАНИЯ КУРСА

Доц. *Боков П.Ю.*, ст. преп. *Селиверстов А.В.*

В 2016 г. на физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова был изменён учебный план магистратуры. В план первого семестра была включена новая для физфака дисциплина «Общие вопросы методики преподавания физико-математических дисциплин». Объем учебного курса — 34 часа, занятия проходят в форме еженедельных поточных лекций, которые читают доценты кафедры общей физики П.Ю. Боков и А.А. Якута, имеющие большой опыт преподавания как в средней, так и в высшей школе. Лекции проходят в больших поточных аудиториях и при необходимости сопровождаются демонстрациями. В качестве основы для регулярной обратной связи лектора и аудитории используются мини-опросы. Параллельно с этим курсом обучающиеся проходят педпрактику.

Необходимо отметить, что бакалавры и магистранты физического факультета не изучают других дисциплин психолого-педагогического содержания, и этот курс не в состоянии всесторонне охватить дидактику, методику преподавания физики, вопросы нормативно-правовой базы современного образования. Его цель — дать общие представления о формах и содержании процесса обучения с акцентом на понятийный аппарат физико-математических дисциплин.

В соответствии с этим курс решает ряд задач, в числе которых: ознакомление слушателей с нормативно-правовой базой образования в России и историей российского физического образования, формирование начальных представлений о дидактике и методике, обзор различных форм и методов преподавания в высшей школе, рассмотрение построения учебных курсов физико-математического цикла и особенностей их преподавания в классическом университете. На примере различных разделов курса общей физики анализируются структура и содержание учебной дисциплины на физическом факультете МГУ.

По итогам обучения преподавателями проводился опрос: в свободной форме студентам предлагалось написать краткую характеристику прослушанного курса. Большинство магистрантов в своих ответах отметило практическую направленность курса, указало полезность содержания курса с точки зрения прохождения ими педагогической практики.

Аттестация студентов проводится в форме компьютерного тестирования. По результатам тестирования принимается решение об аттестации обучающихся за данный курс. Формализация оценивания тестирования

позволяет устанавливать необходимый уровень минимальных требований для получения зачёта. На одном потоке тестирование проводится в специализированной среде, разработанной для Центра контроля качества образования (ЦККО) физического факультета МГУ, и позволяет использовать только задания с выбором ответа. На другом оно реализовано в среде управления учебными курсами Moodle. Рассмотрим его более подробно.

В 2016/17 учебном году тестирование состояло из 16 вопросов; в 2017/18 году к ним добавилось ещё 6. В настоящее время вопросы выбираются из банка заданий. Всего заданий в банке 56, 22 из них случайным образом выбираются и становятся основой теста для данного студента. На выполнение теста отводится 30 минут. В процессе выполнения теста обучающиеся могут переключаться между заданиями, ответы фиксируются только после окончания тестирования.

Среда Moodle позволяет использовать задания различных типов: закрытые с выбором одного (всего 8 заданий) или нескольких (27) ответов, на соответствие (8), на упорядочивание (11), открытые (2). Последний тип использовался только для ввода целочисленных значений, что позволило полностью автоматизировать проверку результатов тестирования. По содержанию вопросы тестирования разбиваются на несколько почти равнозначных групп: «Законодательство РФ в области образования» (16), «Основы дидактики» (5), «Общие вопросы физико-математического образования» (11), «Методика преподавания курса общей физики» (13), «Предметная компетентность преподавателя физики» (11). В 2017/18 учебном году в последнюю группу были добавлены вопросы типа «Расположите понятия в порядке усложнения (развития)». Они направлены на понимание не только самого предмета, но и логики его развития и изложения — в соответствии с принципом «от простого к сложному».

В заданиях с множественным выбором ответа оцениваются как правильные, так и ошибочные ответы: +1 балл равномерно распределен между всеми верными утверждениями и –1 балл — между всеми неверными. В итоге, выполняя задание, студент может как повысить, так и понизить суммарную оценку за тест.

Кроме того, среда Moodle позволяет получить развёрнутую статистику по выполненным заданиям. Необходимо отметить, что студенты гораздо хуже отвечают на вопросы, формулировка которых отличается от известной им заранее (при аналогичном содержании).

Тестирование показало, что студенты гораздо хуже отвечают на те вопросы, которые плохо поддаются простому заучиванию и диагностируют сформированность причинно-следственных связей в масштабе совокупности понятий. Поэтому при чтении курса в следующем году на такие вопросы планируется обратить особое внимание.

Таким образом, переформулирование вопросов, добавление в банк теста новых вопросов, включение вопросов не только на проверку знания дидактических единиц, но и на установление между ними причинно-следственных связей позволяет делать тест инструментом, выявляющим не просто процент верно данных ответов тем или иным студентом, но и более тонко градируют персональную успешности студента.

Анализ выполнения студентами теста показал, что большая их часть (65% в 2016/17 уч.г., 72% в 2017/18 уч.г.) успешно справляется с первой попытки. Остальным предлагается еще раз поработать с материалом опубликованных на сайте кафедры общей физики презентаций и пройти тест повторно. При повторном выполнении теста, как правило, все участники тестирования успешно с ним справляются.

#### ОПЫТ СОЗДАНИЯ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ ПОСОБИЙ К КУРСУ «ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН» ДЛЯ СТУДЕНТОВ МАГИСТРАТУРЫ

Доц. Якута А.А.

С 2016 года на физическом факультете МГУ имени М.В. Ломоносова читается лекционный курс «Общие вопросы методики преподавания физико-математических дисциплин» (лекторы – доценты П.Ю. Боков и А.А. Якута) для студентов 2-го курса магистратуры. Необходимость включения этого курса в рабочий план магистратуры связана с наличием соответствующих требований в действующем образовательном стандарте МГУ. В частности, указанным стандартом установлено, что выпускники магистратуры Московского университета должны обладать профессиональной компетенцией, необходимой для ведения преподавательской работы в школе.

При разработке плана лекционного курса [1] авторы пришли к выводу о том, что необходимо включить в состав изучаемого материала сведения, которые могут быть полезными магистрантам при планировании, подготовке и проведении основных видов занятий не только для школьников, но и для студентов бакалавриата – как по общим дисциплинам физико-математического профиля, так и по специальным курсам. Такой подход полностью отвечает требованию образовательного стандарта об обязательном прохождении студентами магистратуры педагогической практики, в рамках которой они привлекаются к проведению учебных занятий в студенческих группах на 1-2 курсах физического факультета МГУ.

В процессе подготовки лекционного курса и его чтения выяснилось, что весьма актуальным является вопрос об учебно-методической литера-

туре, которую можно рекомендовать студентам. Известные учебные пособия, содержание которых относится к проблематике читаемого курса, ориентированы преимущественно на студентов педагогических специальностей вузов. В этих пособиях подробно освещается общепедагогическая проблематика, разбираются вопросы теории и методики обучения физике в школе, а также отдельные аспекты методики преподавания в высшей школе – причем объем сообщаемых сведений значительно превышает образовательные потребности студентов магистратуры физического факультета.

В связи с этим возникла необходимость в подготовке специальных учебных пособий, содержание которых соответствует содержанию и структуре читаемого лекционного курса. Два таких пособия [2, 3] были разработаны в течение 2017/18 учебного года.

Основной целью первого пособия [2] является формирование у студентов базисного набора знаний, относящихся к общей педагогике, методике преподавания, составу различных учебных дисциплин, а также общим целям преподавания этих дисциплин и задачам, решаемым преподавателем в ходе педагогического процесса.

В первой главе рассмотрены основные принципы и вопросы дидактики, принципы построения учебных дисциплин и различные модели учебных курсов. Вторая глава посвящена общему изучению основных составных частей учебных дисциплин и их содержанию. Рассматривается лекция как одна из основных составных частей учебной дисциплины, ее цели и задачи, структура лекции по дисциплинам общей физики, теоретической физики, математике. Третья глава посвящена вопросам поддержки лекций по общей физике демонстрационными экспериментами. Рассматриваются цели и задачи, решаемые с помощью демонстрационного эксперимента, а также вопросы техники постановки и методики показа демонстрационного эксперимента. Глава 4 посвящена семинарским занятиям и экспериментальным практикумам по физике – их целям, задачам и основным этапам. В пятой главе рассматриваются различные системы оценивания учебных достижений обучающихся – зачет, зачет с оценкой, экзамен, рейтинг и обсуждаются возможные способы мотивации обучающихся. Шестая глава посвящена некоторым вопросам методики чтения лекций по дисциплинам естественнонаучного профиля: рассматривается основное содержание лекции – понятийный аппарат, определения, формулировки, теоремы, математическая запись закономерностей, работа преподавателя с аудиторией, с доской, с демонстрационным экспериментом. Наконец, седьмая глава содержит краткие сведения из истории физического образования в Московском университете.

Основной целью второго пособия [3] является сообщение студентам основных, наиболее важных сведений, содержащихся в федеральном законе «Об образовании в Российской Федерации», в государственных образо-

вательных стандартах и собственных образовательных стандартах МГУ имени М.В. Ломоносова по направлению «Физика», а также формирование общих представлений о структуре и содержании базовых учебных физических дисциплин, преподаваемых студентам бакалавриата физического факультета МГУ.

Первая глава пособия посвящена изучению основ нормативной и правовой базы образовательного процесса: кратко рассматриваются основные положения закона «Об образовании в Российской Федерации» и некоторые вводимые в нем понятия – в том числе, уровни образования и профессиональные образовательные стандарты. Во второй главе обсуждаются вопросы компетенций, учета академических достижений обучающихся (академические часы, зачетные единицы), понятие квалификационной работы. Рассматривается образовательный стандарт МГУ, структура и содержание программы учебной дисциплины в классическом университете. В лекциях 3 – 6 изучаются структура и содержание учебной дисциплины на физическом факультете МГУ. Рассмотрение ведется на примерах разделов общего курса физики – «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электричество и магнетизм», «Оптика». Обсуждаются планы лекций, основные изучаемые модели и законы, важнейшие лекционные демонстрации, планы семинарских занятий, базовые теоретические задачи, соответствующие разделы физического практикума. В последней, седьмой главе, изучаются структура и содержание учебных дисциплин «Введение в квантовую физику» и «Атомная физика», и кратко рассматриваются особенности преподавания математических дисциплин, дисциплин теоретического курса физики и специальных курсов в бакалавриате физико-математического направления классических университетов.

Учебные пособия изданы, а также размещены в свободном доступе на сайте кафедры общей физики <http://genphys.phys.msu.ru> в разделе, предназначенном для студентов магистратуры. Пособия активно используются студентами, и результаты освоения ими учебного материала по данным пособиям можно считать положительными – более 95% студентов магистратуры первого учебного потока физического факультета МГУ, сдававших зачет по соответствующему лекционному курсу, сдали его с первого раза.

### **Литература**

1. Боков П.Ю., Якута А.А., Салецкий А.М. Лекционный курс «Общие вопросы методики преподавания физико-математических дисциплин» для студентов магистратуры физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 20. Педагогическое образование. – 2017. – 2. – С. 72-79.
2. Якута А.А. Состав, цели и задачи учебной дисциплины: основы методики подготовки и проведения лекций, семинарских занятий и практикумов. – Учебное пособие. М.: МЦНМО, 2017.

3. Якута А.А. Нормативно-правовое и учебно-методическое обеспечение учебного процесса при преподавании физико-математических дисциплин. – Учебное пособие. М.: МЦНМО, 2017.

### ВСТУПИТЕЛЬНОЕ ИСПЫТАНИЕ ПО ФИЗИКЕ В УНИВЕРСИТЕТСКУЮ ГИМНАЗИЮ МГУ

Ст. преп. *Бушина Т.А.*, доц. *Боков П.Ю.*, ст. преп. *Селиверстов А.В.*

Университетская гимназия, новое структурное подразделение МГУ, была открыта в 2016 г. Первый набор учащихся осуществлялся в два этапа: на выездных экзаменах, а затем в проектной летней школе в образовательном центре для одарённых детей «Сириус» (г. Сочи). С 2017 г. второй этап испытаний проводится на базе самой гимназии, поэтому возникла необходимость разработать методику подготовки и проведения профильного экзамена по физике. При этом желательно было проверять не только уровень теоретической подготовки по физике, так как успешность освоения программы в Университетской гимназии определяется не только ей. Кроме того, результаты испытания должны были допускать однозначность их оценивания. В итоге в качестве формы вступительного испытания был выбран анализ результатов практической работы, тематика которой основана на материале школьного курса физики для основной школы, но несколько выходит за его рамки.

Особенностью организации и проведения вступительного испытания в Университетскую гимназию явилось то, что проверялись не только конкретные знания, но и ряд ключевых компетенций и универсальных учебных действий: получение информации в аудиовизуальной форме; способность к рефлексии; письменная речь; проведение вычислений; доказательство; систематизация, выявление закономерностей; планирование и проведение эксперимента, обработка и представление его результатов. Это позволило нивелировать различия в подготовке абитуриентов и сделать прогноз о соответствии ближней зоны развития каждого из них требованиям учебного процесса гимназии.

В конкурсном задании абитуриентам гимназии было предложено экспериментально определить содержимое четырёх различных «чёрных ящиков». Каждый из них представлял из себя двухполюсник, содержащий один из следующих элементов: резистор, лампа накаливания, полупроводниковый диод или конденсатор достаточно большой ёмкости. Для резистора дополнительно необходимо было определить величину электрического сопротивления, для лампы накаливания — зависимость температуры нити накала от приложенного напряжения. Всем было представлено однотипное оборудование для сборки цепи постоянного тока и проведения электриче-

ских измерений в ней: источник постоянного тока с индикацией силы тока и напряжения, цифровой мультиметр, набор проводов. Для источника тока и мультиметра были сделаны краткие инструкции, отражающие необходимые для выполнения задания режимы работы.

Характеристики элементов были подобраны таким образом, чтобы сила тока в измерениях характеристик различных элементов находилась примерно в пределах одного диапазона измерений мультиметра для сокращения времени выполнения работы. При питании цепи от максимально возможного напряжения источника (30 В) она не превышала 200 мА — предельного значения измеряемой мультиметром на большей части диапазонов силы тока (также эта величина является безопасной для человека). Постоянная времени заряда/разряда конденсатора в сочетании с остальными элементами электрической цепи (при входном сопротивлении мультиметра порядка 1 МОм) составляла 20–30 секунд, что позволяло без дополнительных приборов заметить нестационарность силы тока.

Оценка экзаменационной работы проводилась по 20-балльной шкале. Критерии оценивания были объединены в четыре группы, каждая из которых оценивалась в 5 баллов: «Эксперимент»: проведение эксперимента абитуриентом, обработка его результатов и их представление, в том числе графическое; «Математика»: анализ первичных результатов эксперимента, выявление закономерностей, расчёт характеристик элементов там, где это требовалось; «Теория»: описание свойств «чёрных ящиков» и сопоставление их со свойствами известных элементов электрических цепей, обоснование соответствия; «Логика»: структура отчёта, его развёрнутость, связность изложения.

Организация вступительного испытания подразумевала, что аудиторские подготовительные занятия — его неотъемлемая часть. Они включали в себя следующее:

**Установочная лекция «Как электричество изменило жизнь человека»** с демонстрацией экспериментов. Лекция была посвящена истории изучения электрических явлений и их применению в науке и технике. Она наглядно показала, что электричество давно вышло из лабораторий и сейчас является неотъемлемой частью нашей повседневной жизни. Благодаря оборудованию Кабинета физических демонстраций абитуриенты смогли воочию увидеть многие явления, о которых школьники часто слышат, но не имеют возможности наблюдать — увидеть и понять, как они используются в бытовых приборах. Отдельное внимание было уделено физическим основам техники безопасности при работе с электрическими приборами и цепями.

**Лекция по обработке и представлению результатов эксперимента.** Основные вопросы, рассмотренные на этой лекции: измерительные приборы (цифровые и аналоговые); виды измерений (прямые, косвенные,

совместные); погрешности измерений (случайные и систематические); классификация систематических погрешностей по причине их возникновения; способы определения приборных погрешностей; правила округления результатов измерений и погрешностей; правила графического представления результатов физических измерений; правила оформления результатов физического эксперимента; правила написания основных результатов и выводов физического эксперимента, ориентированные на предстоящее вступительное испытание.

**Лекция об элементах электрических цепей.** В лекции рассматривались принципы работы различных элементов цепей, физические свойства и их количественные характеристики. Рассказывалось об измерении электрических величин, различных видах измерительных приборов (амперметры и вольтметры, стрелочные и цифровые, идеальные и неидеальные и т.п.). Более подробно, чем в установочной лекции, были рассмотрены резисторы, полупроводниковые диоды и конденсаторы, их поведение в цепях с постоянной ЭДС. Каждая лекция завершалась подробными ответами на вопросы слушателей. Материалы всех лекций в электронном виде были розданы слушателям.

Прошедшим конкурсный отбор было предложено заполнить анкету, чтобы высказать свое мнение о проведении этого этапа отборочных испытаний. Подавляющее большинство опрошенных отметило, что лекции дали им много новой информации и подчеркнули то, что эти лекции были ориентированы не только на получение новых знаний, но и оказали большую помощь в проведении лабораторной работы. Почти никто раньше не был знаком с материалом лекции про погрешности и способы их обработки. Также большинство отметило, что лекция по элементам электрических цепей также была очень интересной, некоторые почти ничего не знали про ВАХ элементов (кроме резистора).

В результате вступительных испытаний в классы с профильным изучением физики было отобрано 60 абитуриентов, из них 59 успешно справились с программой первого семестра. Таким образом, результат проведения вступительного испытания по физике показал что методика его проведения была разработана удачно, проведённый экзамен выполняет свои задачи. Форму этого испытания в будущем можно оставить неизменной, варьируя лишь тематику заданий.

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ УМК «ФИЗИКА 10–11» А. В. ГРАЧЁВА И ДР.  
В КЛАССАХ РАЗЛИЧНЫХ ПРОФИЛЕЙ ОБУЧЕНИЯ  
УНИВЕРСИТЕТСКОЙ ГИМНАЗИИ

Доц. *Боков П.Ю.*, ст. преп. *Буравцова В.Е.*, ст. преп. *Бушина Т.А.*,  
уч. *Коротова И.А.*, проф. *Салецкий А.М.*, ст. преп. *Селиверстов А.В.*

Университетская гимназия (УГ МГУ) была открыта 1 сентября 2016 года. Обучение в гимназии проводится по 5 профилям: математическому, инженерному, естественнонаучному, историко-филологическому и социально-экономическому. Преподавание физики с момента открытия курировалось кафедрой общей физики физического факультета под руководством проф. А.М.Салецкого. В качестве основного учебника по курсу физики выбран учебно-методический комплекс (УМК) А.В.Грачева и др. (издательство Дрофа-Вентана). В состав УМК для 10-11 классов входят: учебники «Физика 10» и «Физика 11», комплект рабочих тетрадей (по четыре на каждый класс).

Этот выбор был сделан, исходя из ряда соображений. Во-первых, учебники являются разноуровневыми и позволяют преподавать физику и на базовом (2–3 часа в неделю), и на профильном уровнях (4–5 часов в неделю). Во-вторых, они имеют высокие учебно-методический и научно-методический уровни, обеспечивают преемственность в изучении физики в школе и вузе. В-третьих, УМК создан авторским коллективом сотрудников кафедры общей физики, имеющих большой опыт работы со школьниками, проведения олимпиад различного уровня и вступительных испытаний. Большая часть учителей гимназии — преподаватели той же кафедры, что позволяет организовать взаимодействие между авторами и учителями, развивать содержание УМК и формы работы с ним.

В 2017/18 учебном году завершается апробация УМК в УГ, причём в классах разных профилей физика преподавалась в различном объёме: 2 часа в неделю (базовый уровень), 3 (углублённый) или 5 (профильный).

Опыт работы показал, что для большинства гимназистов, изучающих физику в объёме 3 ч. и более, материал изложен доступно. Учителя и ученики отмечают последовательность и логичность изложения материала, точность формулировок. Некоторые темы для углубленного уровня (метод векторных диаграмм, элементы специальной теории относительности) представлены достаточно подробно, некоторые — недостаточно (гидростатика, объяснение работы полупроводниковых приборов, трансформатора, генератора переменного тока, электродвигателя, циклотрона), некоторые отсутствуют (гидродинамика, закон Дальтона). Однако на базовом уровне многие ученики считают изложение чересчур формализованным, математизированным, мало использующим качественное описание явлений и примеры из повседневной жизни, но перегруженным частными случаями. Поэтому разделение на «базовые» и «профильные» параграфы удобно: возможно, во многих параграфах можно выделить фрагменты для

качественного понимания основных принципов, исторического материала, описания интересных фактов, опытов и открытий, имеющих мировоззренческое значение, проявления физических закономерностей в технике, биологии, химии, других науках; также можно выделить место для рассмотрения частных случаев, необходимых для более глубокого понимания предмета физики, её современного состояния и тенденций развития. Возможно, эту задачу проще решить не дополнительными главами в основном учебнике, а отдельным изданием.

Отдельно стоит упомянуть справочно-библиографический аппарат изданий. Выделение цветом формулировок, оформление кратких итогов тем, алфавитный указатель упрощают работу с учебником и прививают школьникам навыки самостоятельной работы с научной литературой. Желательно более информативное оформление колонтитулов. Необходимо отметить и художественное оформление: многие иллюстрации запомнились ученикам.

Входящие в комплект рабочие тетради являются огромным подспорьем при самостоятельной подготовке к сдаче выпускных экзаменов в форме ЕГЭ, но в процессе обучения требуется более дифференцированный подбор заданий. Учащиеся профильного уровня считают нецелесообразными большие затраты времени на повторение и закрепление больших объёмов знаний, представляющихся им простыми. Они пытаются сосредоточиться на решении задач повышенной сложности, но часто не чувствуют рубеж, на котором перестают разбираться в тонкостях теории. Это неизбежно приводит к падению уровня владения предметом.

Для базового же уровня основной задачей мы считаем обучение школьников «узнаванию» физических явлений, выделению из ряда похожих, пониманию их причин — решение количественных задач без понимания практической ценности теоретических знаний в этом не поможет. Для этой цели необходимо больше качественных вопросов, которым отводится недостаточно места.

В учебнике после каждого параграфа даны вопросы для самопроверки и задачи. Однако крайне желательно (особенно для тех профилей, в которых физика является профильным предметом) появление сборника задач, прототипом которого можно было бы считать пособия В.А.Погожева и А.И.Гомоновой «Сборник задач по физике. Механика» и Н.В. Турчиной, Л.И. Рудаковой, О.И. Сурова и др. «Физика - 3800 задач по физике для школьников и поступающих в ВУЗы», ставшей библиографической редкостью вскоре после издания. Возможно, необходим не задачник, а сборник рабочих заданий (по уровням), содержащий то, чего не хватает в учебнике: дополнительные материалы к теме, разбор решений количественных задач, в том числе сложных, качественные задачи. Он может занять нишу между рабочей тетрадью и задачами олимпиадного уровня, мотивируя учеников, более равномерно распределяя учебную нагрузку и способствуя их интеллектуальному росту.

Частично эту проблему может решить создание пособия для преподавателя: рекомендации по соответствующему данному профилю объёму информации, подобранные по темам задачи, тесты, контрольные работы.

Об успешности применения данного УМК в Университетской гимназии может говорить тот факт, что все учащиеся 11-х классов гимназии выразили желание участвовать в опросе, результаты которого вошли в настоящий доклад, большинство из них положительно оценило учебники и предложило немало улучшений. Это говорит о том, что УМК полезен и интересен для учащихся различных профилей и уровней изучения физики.

### РАЗРАБОТКА СПЕКТРОМЕТРА ВИДИМОГО ДИАПАЗОНА ДЛЯ ЛЕКЦИОННЫХ ДЕМОСТРАЦИЙ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Доц. *Головнин И.В.*, ст. преп. *Селиверстов А.В.*

При современной скорости развития научного оборудования состояние парка демонстрационных приборов сильно проигрывает оснащению научных лабораторий. Это усиливает отрыв общих курсов физики от текущего состояния науки, акцентируя внимание студентов на экспериментальных достижениях минимум вековой давности и снижая мотивацию как к посещению лекций, так и к изучению курса в целом. Поэтому на лекциях необходимы не только классические экспериментальные установки, но и приборы последних поколений.

Однако в существующем виде их сложно использовать: они ориентированы на эргономические требования индивидуального использования, часто не удовлетворяют дидактическому принципу наглядности, представляя для неподготовленного слушателя «чёрный ящик». К тому же наглядное представление результатов, как правило, осуществляется не на этапе проведения эксперимента, а позже, при обработке и интерпретации его результатов. Это затрудняет внедрение в лекционную практику количественного эксперимента, хотя технические предпосылки к этому появились ещё в 90-х годах XX века, с развитием и удешевлением персональных компьютеров.

Одна из возможных областей использования современных экспериментальных техник в демонстрационном эксперименте — анализ состава видимого оптического излучения (спектральный анализ). В силу психофизиологии восприятия цвета человеческому глазу недоступен непосредственный анализ спектра, элементы с пространственной дисперсией позволяют получить изображение спектра и качественно его проанализировать. Но в большой аудитории появляются специфические технические требо-

вания к источнику излучения для того, чтобы возможно было быстро получить изображение спектра, по размеру и яркости пригодное для восприятия слушателями: источник должен быть достаточно мощным для проекции спектра, желательна направленность излучения для уменьшения паразитной засветки аудитории и т.п. Поэтому, как правило, информацию о спектральном составе излучения студенты не могут экспериментально верифицировать.

Однако сейчас существует большое количество решеточных спектрометров с возможностью компьютерной обработки сигнала. Используя ПЗС-линейки и специализированное программное обеспечение, можно быстро получить спектр излучения источника. Для того, чтобы использоваться на лекциях, подобный научный прибор должен удовлетворять ряду требований. Он должен легко настраиваться, предоставлять наглядную информацию и получать её быстро, иметь понятный состав. Точность измерений с помощью такого прибора должна определяться требованиями демонстрационного эксперимента. Она может быть хуже, чем у лабораторного оборудования.

Для использования в учебном эксперименте и в лекционных демонстрациях был разработан спектрометр, позволяющий не только производить спектральные измерения, но и наглядно показать конструкцию прибора, методы его сборки и настройки. Главной особенностью его конструкции является её «прозрачность»: прибор собран на базе оптической скамьи из конструкционного профиля и закрыт легко снимаемым кожухом. Каждый из оптомеханических элементов крепится на своей каретке, свободно перемещающейся вдоль скамьи, а для некоторых элементов предусмотрена дополнительная юстировка в плоскости, перпендикулярной оптической оси прибора. В состав учебного спектрометра входят:

- источники излучения: галогенная лампа и светодиоды 405, 525, 596 и 630 нм;
- коллиматор, состоящий из двух собирающих линз (фокусное расстояние 25 мм) и держателя для жидкостной кюветы;
- входная щель с фиксированными значениями ширины (500, 100 и 40 мкм);
- входная собирающая линза с фокусным расстоянием 150 мм;
- прозрачная пластиковая дифракционная решетка, 300 штр/мм;
- выходная собирающая линза с фокусным расстоянием 150 мм;
- ПЗС-линейка для регистрации спектров (TCD 1304DG, 12 бит, USB интерфейс);
- светонепроницаемый кожух.

Также для работы в первом порядке дифракции решетки предусмотрен фильтр второго порядка (цветное стекло КС-17), перекрывающий часть приемной апертуры ПЗС-линейки.

Основные характеристики прибора определяются качеством сборки и юстировки. При корректной настройке прибора диапазон регистрируемых длин волн составляет от 400 до 1000 нм, а спектральное разрешение при использовании щели 100 мкм — не хуже 8 нм.

Для точной настройки, калибровки и регистрации спектров разработано программное обеспечение на базе LabView, которое позволяет регистрировать сигнал с ПЗС-линейки. Это программное обеспечение также позволяет задавать время экспозиции линейки, количество усреднений по спектрам, сохранять измеряемые спектры и выводить на экран уже сохраненные данные.

С помощью представленного спектрометра возможна быстрая и последовательная демонстрация общих принципов работы такого класса приборов, а также проведение ряда количественных и качественных измерений:

1. Обзор основных элементов спектрометра и его оптической схемы.
2. Юстировка оптических элементов.
3. Калибровка спектрометра.
4. Качественное изучение спектрального состава света, например, с непрерывным или линейчатым спектром.
5. Количественное изучение одного спектра: измерение спектральной плотности интенсивности для различных длин волн или расстояния между спектральными компонентами.
6. Количественное изучение (в том числе сравнение) нескольких спектров. Такая возможность необходима при изучении абсолютно чёрного тела, сравнения спектров излучения и поглощения или поглощения и люминесценции, спектров рассеяния (например, отличия рассеяния Рэлея от рассеяния Ми) и т.п.

В пп. 4–6 упомянуты также те демонстрации, которые требуют небольших модификаций оптической схемы прибора. Это, во-первых, оптоволоконный узел для ввода в оптическую схему спектрографа излучения от внешнего источника, который позволит расширить список изучаемых объектов. Во-вторых, крайне желательна настройка оптической схемы на большую разрешающую способность (порядка 1 нм). Это позволит не только демонстрировать высокую монохроматичность лазерного излучения, но и показывать дублетный характер некоторых спектральных линий (например, жёлтой линии ртути).

О ДИНАМИКЕ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ ФИЗИЧЕСКОГО  
ФАКУЛЬТЕТА МГУ В ОСЕННЕМ СЕМЕСТРЕ 2017/2018 г.  
С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕСТИРОВАНИЙ

Ст. науч. сотр. *Терентьев М.А.*

На физическом факультете МГУ действует Центр контроля качества образования, который занимается организацией поточных компьютерных тестирований знаний студентов. Результаты тестирований используются как инструмент оперативной оценки успеваемости студентов и качества преподавания. Информация о работе ЦККО доступна на сайте <http://ckko.phys.msu.ru/>

Образцы использования результатов тестирования для анализа учебного процесса представлены в [1-4]. Данное исследование продолжает начатый в [3-4] анализ рейтингов учебных групп, полученных по данным отдельных тестирований. Для анализа взяты средние баллы учебных групп 1 и 2 курсов, сформированные по итогам тестирований, проведённых ЦККО в осеннем семестре 2017/2018 учебного года. Посредством средних баллов анализируется динамика успеваемости учебных групп по выбранным дисциплинам в течение семестра. Основное внимание уделяется качеству работы преподавателей в группах, ввиду чего средние баллы вычислены по фактической явке на тестирования с целью отсеечения влияния неактивных студентов (неявка составила менее 10%).

Как и в [4], в данном исследовании сравнивались отклонения средних баллов учебных групп от среднего по курсу с нормировкой на среднее по курсу (тем самым отклонение среднего балла группы от среднего по курсу тем более значимо, чем сложнее тест, причём для более сложного теста разброс средних баллов групп также будет больше). Отклонения от среднего выбранной группы в различных тестах коррелируют, если они направлены в одну сторону и разница между ними не слишком большая.

Данные для сравнения по отдельно взятым дисциплинам на 1 и 2 курсах представлены на Рис. 1 – Рис. 4. Например, Рис. 1 показывает, что успеваемость по механике в группах 101, 105, 111, 113 и 118 падала в ходе семестра (что может говорить о недоработках преподавателей в этих группах). Напротив, успеваемость по механике в группах 103, 104 и 116 росла (что говорит об эффективной работе преподавателей в них). Средние баллы остальных групп слабо изменялись (с поправкой на случайные колебания). Аналогичные выводы о динамике успеваемости групп можно сделать в отношении других дисциплин.

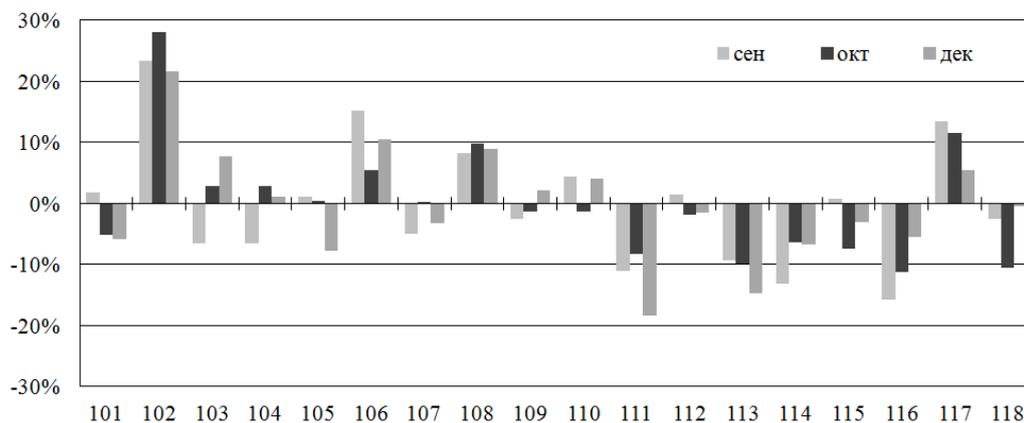


Рис. 1. Отклонения средних баллов групп от среднего по курсу в трёх тестах по механике в разные месяцы осеннего семестра 2017/2018 г. на 1 курсе.

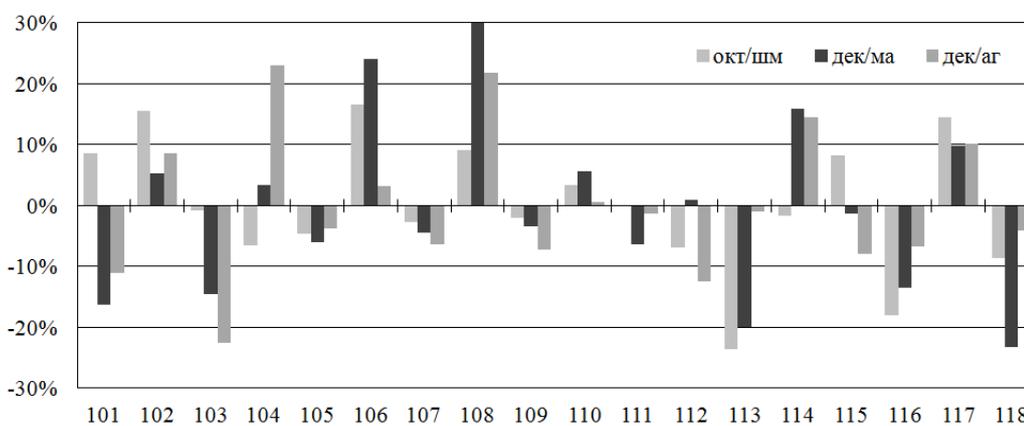


Рис. 2. Отклонения средних баллов групп от среднего по курсу в тестах по школьной математике, матем. анализу и аналит. геометрии в разные месяцы осеннего семестра 2017/2018 г. на 1 курсе.

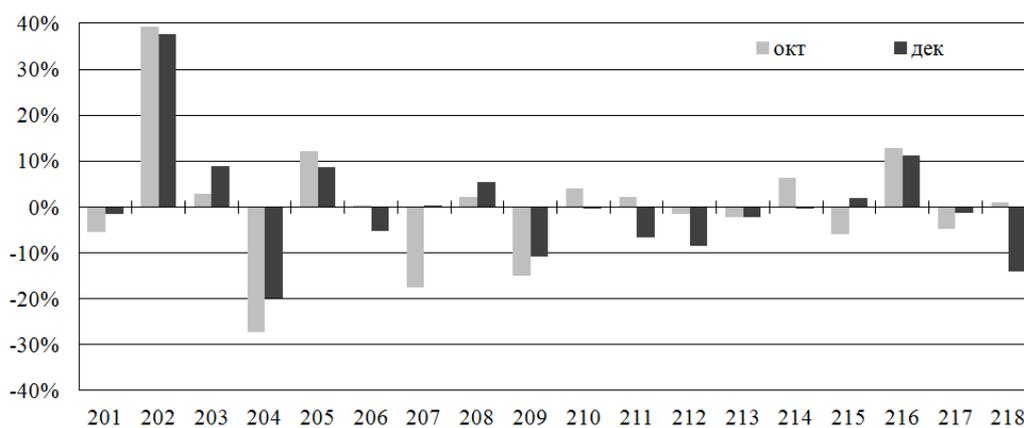


Рис. 3. Отклонения средних баллов групп от среднего по курсу в двух тестах по электромагнетизму в разные месяцы осеннего семестра 2017/2018 г. на 2 курсе.

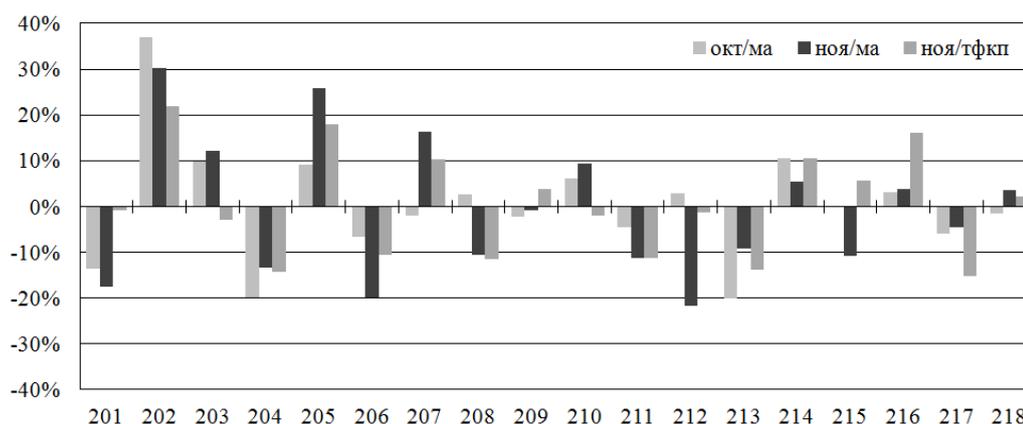


Рис. 4. Отклонения средних баллов групп от среднего по курсу в двух тестах по математическому анализу и ТФКП в разные месяцы осеннего семестра 2017/2018 г. на 2 курсе.

Большой интерес представляет также рейтинг студентов, построенный по результатам совокупности тестирований, прошедших в данном семестре. Делая различные выборки из этого рейтинга и рассматривая отклонения средних баллов групп по всем тестам от среднего по выборке, можно, например, оценить пропорции хорошо и плохо успевающих студентов в каждой группе.

### Литература

1. Терентьев М.А. Итоги сессии и результаты тестирования // Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция физики. Сб. тезисов докладов. М: Физический факультет МГУ, 2014. Стр. 118-120.
2. Терентьев М.А. Рейтинг учебных достижений студентов по результатам тестирований // Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция физики. Сб. тезисов докладов. М: Физический факультет МГУ, 2015. Стр. 126-128.
3. Терентьев М.А. Рейтинг учебных групп физического факультета по данным тестирований // Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция физики. Сб. тезисов докладов. М: Физический факультет МГУ, 2016. Стр. 142-145.
4. Терентьев М.А. Динамика успеваемости учебных групп на 1 и 2 курсах физического факультета по данным тестирований в ЦККО // Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция физики. Сб. тезисов докладов. М: Физический факультет МГУ, 2017. Стр. 205-209.

## СТРОБОСКОПИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Проф. *Кротов С.С.*, ст. н. с. *Шутеев С.А.*

Одним из самых трудных разделов курса общей физики, читаемых как в университетах, так и особенно в высших учебных заведениях инженерной направленности, является механика твердого тела. А поскольку впоследствии профессиональные знания по этому разделу являются базовыми и очень востребованными для использования при реализации многих современных инженерных проектов, научно-технических разработок в области машиностроения, робототехники и проч., необходимо обеспечить глубокое усвоение этого материала.

Подробный анализ пользующихся спросом курсов механики позволяет констатировать, что в них отсутствуют необходимые наглядные демонстрации, способствующие усвоению такого ключевого понятия механики, как ось мгновенного вращения твердого тела. Существующая практика преподавания базируется при изложении данных вопросов на апелляции, в первую очередь, к воображению и образному мышлению, которые далеко не у всех студентов развиты, что в результате приводит к поверхностному усвоению материала. Более того, в тех немногочисленных лекционных демонстрациях, используемых при изучении кинематики твердого тела, можно обнаружить, как, например, в случае качения колеса, что у соответствующей оси мгновенного вращения визуализируемой, в лучшем случае, оказывается всего одна точка. Что же касается всех остальных точек этой оси, то реальная их «демонстрация» подменяется абстрактными рассуждениями, апелляцией к авторитету преподавателя, строится на простом доверии студента преподавателю. В предложенном нами демонстрационном устройстве, совершающем сложное вращательное движение, мы реализуем прямую визуализацию целого отрезка неподвижной оси мгновенного вращения твердого тела. Соответствующие точки этой оси жестко связаны с движущимся твердым телом и в соответствующий момент времени оказываются неподвижными. Тем самым, представление о «мгновенном вращении твердого тела» относительно этой оси в предлагаемом нами устройстве получает наглядное доказательство и будет способствовать его глубокому усвоению.

Известен вариант устройства [1, 2] для демонстрации стробоскопического эффекта, представляющий собой прямолинейный кусок однородной трубки (тонкостенной металлической, или полихлорвиниловой) с двумя цветными точками на концах, например, на одном конце красная точка, на другом – зеленая. Пусть отношение длины трубки  $L$  к длине ее диаметра  $d$  равно целому числу  $N$ . Положим  $N$  равным трем для определенности. Сложное вращение трубки на ровной поверхности, достигаемое резким

нажатием пальца на конец трубки, позволяет в установившемся режиме вращения (суперпозиция вращений вокруг центральной оси трубки и вокруг оси перпендикулярной к трубке и проходящей через ее середину) наблюдать 3 неподвижных точек, красных, если нажали на конец с красной точкой, или зеленых, если нажали на конец с зеленой точкой.

Кратко, это явление объясняется тем, что в устойчивой фазе движения трубки суперпозиция двух сосуществующих вращательных движений такова, что отношение угловых скоростей вращения относительно оси трубки и вертикальной оси будет равно отношению длины трубки к диаметру ее основания. Всякий раз, когда красная торцевая точка (при «надавливании» при запуске трубки на ее красный конец) оказывается наверху, ее мгновенная скорость (в результате двух встречных движений) обращается в нуль (она неподвижна). Из-за стробоскопического эффекта (инерции зрения) при условии, что указанное выше отношение равно целому числу, мы получим картину неподвижных изображений красных точек, число которых будет равно этому отношению (ровно столько раз за время полного оборота трубки красная точка окажется наверху). Мгновенные скорости движения соответствующих зеленых точек, оказавшихся наверху трубки, обусловленные двумя отмеченными выше движениями, будут направлены в одну сторону. Это приведет к тому, что зеленые точки, оказавшиеся сверху, невозможно будет увидеть из-за большого значения их результирующей мгновенной скорости, - их изображения «размываются» (как и у многих других попадающих в поле зрения движущих точек трубки). При «надавливании» при запуске трубки на ее зеленый конец вектор угловой скорости вращения трубки относительно вертикальной оси изменит направление, а направление вращения вокруг оси трубки останется тем же, и легко сообразить, что система красных «неподвижных» точек «изменит» цвет на зеленый.

Очевидно, в каждый момент времени две точки трубки – нижняя зеленая и верхняя красная будут неподвижны при запуске трубки с красного конца. А вместе с ними и вся прямая, проходящая через эти точки и жестко связанная с трубкой, также «мгновенно» неподвижна. Из этих рассуждений следует, что у движущейся трубки «ось мгновенного вращения» проходит через верхнюю (неподвижную) точку красного конца и нижнюю точку зеленого конца. С течением времени эта «ось мгновенного вращения» будет сама вращаться против часовой стрелки при запуске красного конца, если смотреть на трубку сверху. Поэтому при надавливании при запуске трубки на ее зеленый конец, ось мгновенного вращения при движении трубки изменит направление своего вращения, и вся картина точек поменяет свой цвет.

Таким образом, если бы эту ось удалось визуализировать, то помимо трех неподвижных изображений красных концов и близко прилегающих к

ним точек, мы бы могли наблюдать целых три равномерно окрашенных и замирающих на мгновение отрезков оси вращения. Именно в реализации этой ситуации и состоит основная идея усовершенствованного устройства.

С этой целью заменим прямую цилиндрическую трубку на два прямых одинаковых тонкостенных конуса с общей осью симметрии и соприкасающихся их вершинами (рис. 1). Сохраним при этом то же (кратное) отношение длины общей фигуры (суммы высот конусов) к диаметрам оснований конусов. Новая геометрия закручиваемой фигуры (при сохранении сценария запуска для «трубки-двойного конуса») приведет к тому, что в каждый момент времени общая образующая двух конусов, соединяющая точку касания с горизонтальной поверхностью основания левого конуса и верхнюю точку основания правого конуса будет **СОВПАДАТЬ С МГНОВЕННОЙ ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ**.

Если теперь правильно покрасить по одной образующей каждого конуса, то при соблюдении кратного отношения длины и диаметра получим из-за стробоскопического эффекта изображения «застывших» на мгновение и окрашенных (и при этом уже не размытых) образующих (радиусов) одного из конусов (в зависимости от направления закрутки трубки).

Мы предложили качественное описание движение трубки. Как известно, у неголономных систем (в частности, при наличии сухого трения и явления застоя), каковой и является наша система, можно выделить две фазы движения – **начальную** (фазу запуска) и **установившуюся** через некоторое характерное для данной системы время. При этом динамика установившейся фазы оказывается, как правило, нечувствительной к деталям запуска системы. После запуска такие системы после определенного для каждой системы интервала времени оказываются «пойманными в динамическую ловушку». Учитывая, что трубка на плоскости при неподвижном положении ее центра характеризуется двумя степенями свободы – угол-угол (один – это угол поворота относительно оси трубки, а второй угол – это угол поворота трубки относительно вертикальной оси), мгновенное положение трубки можно «задать» точкой на



Рис. 1. Устройства демонстрации стробоскопического эффекта.

поверхности тора. Говорят, что устойчивая фаза вращающейся трубки «живет» на **инвариантном торе** и ее траектория (в случае кратного отношения длины к диаметру трубки) оказывается замкнутой винтовой линией. Ее составляющими, очевидно, будут два перемещения по поверхности тора с кратными периодами - вдоль и поперек тора, отвечающие указанным выше двум вращениям трубки. Этот тип движения вообще очень необычен. Почти для каждого начального движения такой нелинейной системы, характеризуемого диссипативной динамикой (проскальзыванием вначале), говорят, что после запуска система постепенно «подстраивается» к режиму бездиссипативного движения, «оказываясь» в результате на бездиссипативном торе, называемом ее **глобальным аттрактором**.

Авторы выражают искреннюю благодарность сотруднику кафедры акустики В.А. Рожкову за помощь в реализации основных идей работы.

### Литература

1. Tokieda T. **Roll Models**. *Amer. Math. Monthly*. **287**(2013), 265 – 282.
2. <https://www.youtube.com/watch?v=JuuYFt8bahE>

## О МАЯТНИКЕ КАПИЦЫ И НЕ ТОЛЬКО...

Проф. *Кротов С.С.*, ст. н. с. *Шутеев С.А.*

Жесткий маятник, подвес которого совершает принудительные колебания в вертикальном направлении, в зависимости от частоты и амплитуды вынужденных колебаний точки подвеса, может совершать большое число разнообразных видов движения. Некоторые движения этой простой механической системы оказываются неожиданно сложными и зачастую противоречат нашей интуиции. Поведение такого маятника интенсивно изучается вот уже более столетия. Он вызывает неослабевающий интерес не только как пробный камень новых методов исследования нелинейных систем, но и потому, что дифференциальное уравнение маятника часто встречается в самых разных проблемах современной физики. Механические аналоги различных физических систем допускают непосредственную визуализацию движения, что очень полезно как для понимания поведения сложных систем, так и вообще для развития физической интуиции.

Интересная черта в поведении жесткого маятника с осциллирующей точкой подвеса заключается в возможности *динамической стабилизации* перевернутого положения равновесия. Речь идет о том, что при достаточно больших значениях частоты и вполне конкретных значениях амплитуды осцилляций точки подвеса приведенный в перевернутое положение маятник не опрокидывается, более того, при умеренных отклонениях от верти-

кали он возвращается к своему перевернутому положению. В целом, отклоненный от вертикали маятник будет совершать сравнительно медленные колебания около перевернутого положения на фоне быстрых осцилляций подвеса. На это широко известное предсказание классической механики впервые, по-видимому, обратил внимание А. Стефенсон [1,2] еще в 1908 году. Физическое объяснение динамической стабилизации перевернутого маятника было предложено академиком П.Л. Капицей [3,4] в 1951 году, выполнившим также и детальное экспериментальное исследование необычного явления. С тех пор этот вариант установившегося движения указанной нелинейной системы стали называть «маятником Капицы». Интерес к маятнику Капицы не утихает и в современных работах, например [5, 6].

В нашей работе рассматривается альтернативная конструкция маятника Капицы, позволяющая наглядно продемонстрировать критерий динамической стабилизации состояния равновесия «перевернутого» маятника. Хорошо известно, что в простейшем случае этот критерий выражается в виде неравенства, в которое входят длина математического маятника -  $l$ , частота вертикальных вибраций точки подвеса -  $\Omega$ , амплитуда вибраций -  $A$  и ускорение свободного падения -  $g$ , а именно:

$$(\Omega \cdot A)^2 > 2gl. \quad (1)$$

Рассмотрим тонкостенную гладкую изнутри тороидальную трубку, по которой может без трения скользить тяжелый шарик. Пусть диаметр шарика чуть меньше внутреннего диаметра трубки и одновременно много меньше большого радиуса трубки  $R$  (рис. 1).

Введем прямоугольную систему координат  $OXYZ$  так, что ее начало совпадает с центром трубки, ось  $OX$  направлена вертикально вниз, ось  $OY$  горизонтальна и направлена направо, а ось  $OZ$  – горизонтальна и направлена на нас. Тогда положение шарика, находящегося внутри трубки, будет характеризоваться двумя его координатами  $x(t)$  и  $y(t)$ , которые при неподвижном центре трубки связаны соотношением  $x^2 + y^2 = R^2$ .

Пусть плоскость трубки совпадает с вертикальной плоскостью  $OXY$ , а ее центр движется по вертикали по закону  $X(t) = A \cos(\Omega t)$ . Положение шарика относительно трубки будем характеризовать углом поворота  $\theta(t)$  радиуса трубки, проведенного из ее центра в точку мгновенного нахождения шарика относительно вертикальной оси  $OX$  (рис. 1). Координаты шарика относительно неподвижной системы координат получим тогда в виде:

$$X(t) = R \cdot \cos\theta(t) + A \cdot \cos(\Omega t), Y(t) = R \cdot \sin\theta(t) \quad (2)$$

Уравнение движения шарика запишем относительно неинерциальной системы отсчета, связанной с вертикально колеблющейся трубкой. Тогда помимо сил давления со стороны стенок трубки, направленных в центр

трубки, и вертикально направленной силы тяжести на него «будет действовать» еще и сила инерции, направленная вертикально и равная

$$mA \cdot \Omega^2 \cdot \cos(\Omega t)$$

где  $m$  – масса шарика.

Уравнение моментов, записанное относительно оси, связанной с центром трубки и параллельной оси OZ, после очевидного преобразования получим в виде:

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{g}{R} \cdot \sin\theta(t) - \frac{A}{R} \Omega^2 \cdot \cos(\Omega t) \cdot \sin\theta(t). \quad (3)$$

Приближенное решение этого уравнения Матье, являющегося обобщением уравнения математического маятника, будем искать, следуя подходу Капицы, в виде:

$$\theta(t) = \phi(t) + \alpha(t) \quad (4)$$

где  $\phi(t)$  – «медленная» и  $\alpha(t)$  – «быстрая» составляющие общего движения системы.

После ряда преобразований с учетом малости отношения  $A/R$  и определяющего вклада «медленной» величины  $\phi(t)$  в (4) получим:

$$\ddot{\phi}(t) + \left[ \frac{A^2}{2R^2} \Omega^2 \cos\phi(t) + \frac{g}{R} \right] \sin\phi(t) = 0 \quad (5)$$

Рассмотрение этого уравнения позволяет получить три равновесных положения системы  $\phi_1, \phi_2$  и  $\phi_3$  (отсчитываемых по или против часовой стрелки):

$$\phi_1 = 0, \phi_2 = \pi, \cos\phi_3 = -\frac{2gR}{\Omega^2 A^2}.$$

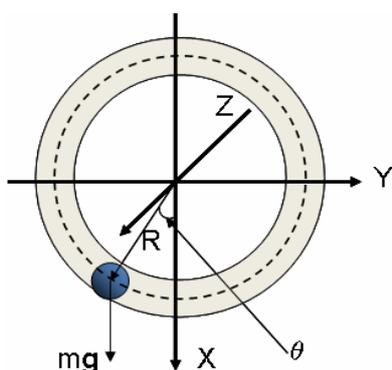


Рис. 1. Система координат тороидальной трубки с шариком.

Очевидно, третье соотношение имеет смысл тогда, когда задающие движение системы параметры удовлетворяют неравенству:

$$\frac{2gR}{\Omega^2 A^2} \leq 1. \quad (6)$$

Решение  $\phi_1 = 0$  устойчиво всегда, решение  $\phi_2 = \pi$  будет устойчивым только при выполнении неравенства (6), решение  $\phi_3$  всегда неустойчиво.

Таким образом, критерием устойчивости предлагаемой конструкции маятника Капицы является выполнение неравенства:

$$\frac{2gR}{\Omega^2 A^2} \leq 1$$

### Литература

1. Stephenson A. **On an induced stability**. *Phil. Mag.* **15**(1908), 233 – 236.
2. Stephenson A. **On an induced stability**. *Phil. Mag.* **17**(1909), 765 – 766.
3. Капица П.Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса. *ЖЭТФ*, 21(1951), 588 – 597.
4. Капица П.Л. Маятник с вибрирующим подвесом. *УФН*, 44(1951), 7 – 20
5. Citro R. et al. Dynamical stability of a many-body Kapitza pendulum. *Annals of Physics* 360 (2015) 694–710.
6. Gilary I., Moiseyev N., Rahav S., Fishman S. **Trapping of particles by lasers: the quantum Kapitza pendulum**. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 36(25)(2003).

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРНЕТА В ЛАБОРАТОРНОМ ПРАКТИКУМЕ

Ст. преп. *Платонова И. В.*

Система обучения физики в высшей школе существует много десятилетий. Этот хорошо отлаженный учебный комплекс включает в себя лекционные занятия, лабораторный практикум, решение задач. Но в связи с реформой высшей школы, наблюдается устойчивая тенденция к существенному изменению этой традиции преподавания. Так, на естественных факультетах произошло резкое сокращение часов обучения физике: семинары и лабораторные работы - раз в две недели. Из-за такого существенного изменения в программе, лектору приходится существенно перестраивать свой курс. Лекций и семинаров хватает только на краткое изложение основных тем, поэтому лекторы многие темы или не рассматривают, или оставляют часть материала на самостоятельное обучение. И студенту приходится сталкиваться с целым рядом проблем. Особенно часто это проявляется при подготовке студентов к лабораторным работам. Не успевая прочитать темы на лекциях, преподаватели выносят этот материал на физический практикум и самостоятельную работу студентов. И студент вынужден самостоятельно изучать новый учебный материал. А если в школе этой темы не было, то проблема для студента становится просто неразрешимой (1).

Как уже неоднократно говорилось на конференциях, посвященных изучению физики ВУЗах, большая часть студентов, поступивших на факультеты нефизических специальностей, не имеет знаний школьной физики в объеме, необходимом для успешного обучения физике в ВУЗе.

По данным, полученным на основе опросов и контроля знаний в процессе обучения, студентов, полностью освоивших курс общей физики порядка 10%, около 60% студентов имеют обрывки знаний разного уровня, и около 30% не знают физику совсем.

В то же время, возможности информационных технологий естественным образом привели к необходимости пересмотра как учебной программы по физике, так и к внедрению современных технологий обучения.

Мнения преподавателей по вопросу использования интернета в обучении физики разделились. По мнению противников использования информационных технологий, только реальный эксперимент может служить убедительным доказательством справедливости того или иного физического закона и явления. Только лабораторная работа, сделанная своими руками, поможет студенту понять суть явления или физического закона.

Кроме того, использование интернета имеет ряд отрицательных факторов. Несмотря на большое количество учебников и учебных пособий, первое, что делают студенты, это ищут информацию именно в интернете. Как не обидно, но сегодня книги заменяются новыми информационными источниками. Объем информации, выложенный в интернете, огромен. Вряд ли стоит говорить, насколько не точной или искаженной является эта информация, не вся эта информация в интернете является научно доказанной. В качестве примера можно привести формальное скачивание студентами материалов с сайтов интернет при подготовке рефератов без понимания сути вопроса. Уже не шпаргалки, написанные на листочке бумаги, а сотовые телефоны используются в качестве шпаргалки при подготовке ответов на экзаменационные билеты, а при собеседовании обнаруживается полное незнание дисциплины. Для выполнения даже простых арифметических действий многие студенты обращаются к компьютеру, не понимая ни смысла поставленной задачи, ни назначения выполняемых ими же действий.

И очевидно, что не стоит ждать изменений в сложившейся ситуации. Этот процесс общения студентов с интернетом будет развиваться и углубляться дальше. Благодаря новым информационным технологиям, происходит изменение и самого учебного процесса, и роли преподавателя. Задача преподавателя существенно меняется. Теперь встает задача помочь студенту найти не просто нужную, но и верную информацию. Современный преподаватель должен владеть информационными технологиями, чтобы научить студента критически оценивать информацию, полученную из различных источников интернета, научить студента анализировать информацию и правильно использовать ее.

Автоматизация физических экспериментов с помощью компьютера, занятия в компьютерных классах, использование информационного среды в сети интернет, мультимедиа демонстрации на лекционных занятиях, лабораторный практикум на установках, удаленных от исследователя – вот тот неполный перечень инноваций, которые позволяют решить многие непростые методические задачи, сделать курс физики увлекательным, интересным.

Тщательно подобранная тематика виртуальных работ лишь дополняет программу традиционного практикума. А если для демонстрации физи-

ческих явлений в обычной учебной аудитории не имеется условий, то виртуальный практикум становится незаменимым.

В современной системе обучения появляются моменты, когда обращение к интернету становится просто необходимым. Хочется сказать и еще об одном аспекте использования интернета – как помощника в подготовке домашнего задания к выполнению лабораторных работ. В курсе физики есть много материала, для усвоения которого надо представить общую картину события или последовательность действий, которую невозможно продемонстрировать или вообще нельзя увидеть. Как один из примеров, можно говорить о разделе курса общей физики “Волновая оптика”, где рассматриваются основные темы “Интерференция”, “Дифракция” и “Поляризация”. Представить себе, что такое “когерентность волн” или “зоны Френеля” для ребят представляет определенную трудность. Вот здесь то и помогут мультимедийные презентации. С помощью анимации многие вещи можно показать наглядно и понятно.

Кроме того, в интернете существует большой ресурс различных физических фильмов и демонстраций.

При подготовке к практикуму по темам “Интерференция”, “Дифракция” и “Поляризация” студентам в качестве домашней подготовки к лабораторной работе, может быть рекомендован просмотр интернет - фильмов и написание конспекта именно по фильму. На опросе студенты показывают хорошее понимание материала, заинтересованность в обсуждении данной темы и интерес при выполнении лабораторной работы. Отзывы самих ребят о просмотренных научных фильмах были самые положительные.

Но хочется подчеркнуть, что использование интернета - это не возможность переложить обучение студента на новые технологии, а это возможность заинтересовать ребят изучаемым предметом, сделать его более понятным и доступным в обучении.

### **Литература**

1. Неделько В.И., Хунджуа А.Г. Информационное обеспечение курса «Физика» для студентов нефизических специальностей в условиях кризиса естественно-научного образования. Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция «Физика». М., Физфак МГУ. 2012., Москва, Россия, 2-6 апреля 2012

### **КОМПЬЮТЕРНОЕ ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ: КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ**

*Доц. Иванов В.Ю., ст. преп. Иванова И.Б.*

Изучение общей физики традиционно начинается с механики. Саму же механику обычно начинают изучать с таких ее разделов как кинематика и динамика материальной точки. Это первые два раздела механики, с кото-

рыми сталкиваются люди, желающие освоить данную область знаний. Помочь им в изучении данных разделов должна программа дистанционного изучения физике, разрабатываемая авторами доклада. Поскольку физика является прикладной наукой, то помимо освоения теории, человек, изучающий физику, должен научиться хорошо решать задачи. Для этого, по мнению авторов, надо прежде всего освоить алгоритмы решения, которые используются в соответствующих разделах физики. Понять их проще на примере так называемых классических задач физики. В разделах кинематика и динамика материальной точки такими задачами являются: задача о движении тела, брошенного под углом к горизонту (кинематика) и задача о движении двух тел, связанных невесомой, нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок, которая известна в механике как задача о машине Атвуда (динамика). Именно эти две задачи авторы взяли в качестве основных при разработке дистанционной обучающей программы по физике [1].

Программа представляет из себя интерактивную среду, в которую погружается обучающийся. После краткого знакомства с теорией можно выбрать интересующий раздел (пока это кинематика или динамика материальной точки). После выбора раздела человек получает практическую задачу, которую необходимо решить. Предусмотрено несколько вариантов задачи с постепенно повышающейся степенью сложности как в разделе кинематика, так и в разделе динамика. Учащийся, зная исходные формулы, решает поставленную задачу. Задачи снабжены числовыми данными, поэтому в результате решения должен быть получен числовой ответ, который следует ввести в компьютер. Если ответ верный, то можно переходить к следующей задаче раздела для освоения нового аспекта изучаемой проблемы. Если ответ неверный, то человеку следует найти ошибку, чтобы понять, что он сделал неправильно, и здесь начинается процесс обучения. Программа попросит вернуться к началу решения задачи и будет выдавать подсказки, начиная с простых наводящих советов, и кончая фактической выдачей всех формул, из которых складывается алгоритм решения задачи. В результате планируется, что человек освоит алгоритм и сможет решить поставленную задачу.

Исследуемой задачей в разделе **кинематика материальной точки** является классическая задача о движении тела, брошенного под углом к горизонту. Задача формулируется следующим образом:

Из артиллерийского орудия произведен выстрел под углом  $\varphi$  к горизонту. Величина начальной скорости снаряда равна  $V_0$ . Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Требуется определить основные характеристики движения снаряда, а именно:

Модуль вектора скорости снаряда через время  $t$

Модуль вектора перемещения снаряда через время  $t$

Модуль тангенциального ускорения снаряда через время  $t$

Модуль нормального ускорения снаряда через время  $t$

Радиус кривизны траектории снаряда через время  $t$

Угол между векторами скорости и ускорения снаряда через время  $t$

Определение указанных характеристик позволит полностью описать движение снаряда и вычислить такие его более простые характеристики, как дальность полета, максимальная высота подъема, время полета, которые обычно приводятся в литературе по данному вопросу. Как уже было сказано, если получен неверный ответ задачи, то программа с помощью наводящих вопросов и определенных подсказок должна помочь человеку найти ошибку, чтобы он смог решить поставленную задачу. Так, например, в задаче о нахождении модуля нормального ускорения снаряда через время  $t$  предусмотрены следующие подсказки:

Подсказка 1. Запишите закон движения снаряда в виде:  $x(t) = V_0 t \cos \varphi$ ,  $y(t) = V_0 t \sin \varphi - \frac{gt^2}{2}$ , продифференцируйте его по времени и найдите модуль

вектора скорости снаряда по формуле:  $V = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$ .

Подсказка 2. Найдите модуль тангенциального ускорения снаряда по формуле:  $a_\tau = \frac{dV}{dt}$  и модуль нормального ускорения по формуле:

$$a_n = \sqrt{g^2 - a_\tau^2}.$$

Исследуемой задачей в разделе **динамика материальной точки** является классическая задача о машине Атвуда. Задача формулируется так:

Простейшую машину Атвуда можно схематически представить следующим образом: на невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены две неравные массы  $m_1$  и  $m_2$ . Трение в оси блока отсутствует. Требуется найти:

Модуль ускорения масс  $a$ ; Модуль силы натяжения нити  $T$ ; Модуль силы  $F$ , действующей на ось блока; Модуль ускорения центра масс системы.

После нахождения указанных характеристик можно решать более общие задачи о динамике движения тел системы, например, такую: пусть массы грузов одинаковы и равны  $m$ . На один из грузов кладут дополнительную массу (перегрузок)  $\Delta m$ . Найти силу давления перегрузка на основной груз во время движения.

При неверном решении выдаются подсказки. Так, например, в задаче о нахождении ускорения масс предусмотрены следующие подсказки:

Подсказка 1. Вследствие невесомости нити и отсутствия трения в оси блока силы натяжения нити, приложенные к массам  $m_1$  и  $m_2$ , одинаковы по модулю и равны  $T$ .

Подсказка 2. Вследствие нерастяжимости нити ускорения масс  $m_1$  и  $m_2$  одинаковы по модулю и противоположны по направлению.

Подсказка 3. Запишите второй закон Ньютона для масс системы в виде:  $m_1 a_1 = m_1 g - T$ ,  $m_2 a_2 = m_2 g - T$  и уравнение кинематической связи в

виде:  $a_1 + a_2 = 0$ . Решите полученную систему уравнений относительно  $a_1$  или  $a_2$ .

Первые две подсказки заставляют учащегося задуматься. Последняя дает готовый алгоритм решения задачи. Если в результате проведенной работы человек сможет получить правильный ответ без подсказок, то можно считать, что он усвоил изучаемую тему. Численные ответы к задачам вводятся в компьютер, а не выбираются из предложенных вариантов. Это позволяет исключить случайность выбора правильного ответа, а также усложняет его нахождение, что, на наш взгляд, помогает лучше усваивать изучаемый материал. Демонстрационный вариант описываемой обучающей программы находится на сайте дистанционного образования МГУ.

В заключение отметим, что решение физических задач – это творческий процесс, и знания готовых алгоритмов иногда недостаточно, чтобы получить ответ. Необходимо проявить определенную смекалку, но без знания алгоритмов и формул решить любую физическую задачу невозможно. Умение решать задачи приходит с практикой. Создаваемая авторами программа дистанционного обучения физике поможет учащимся в практическом освоении алгоритмов решения классических задач общей физики.

### Литература

1. Иванов В.Ю., Иванова (Полякова) И.Б. От компьютерного тестирования к компьютерному обучению. Учёные записки физического факультета МГУ, №3, 163001, 2016.

## ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ НА ХИМИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ ФИЛИАЛА МГУ В ГОРОДЕ БАКУ

Доц. *Зотеев А.В.*, ст. преп. *Платонова И.В.*

В этом году исполняется 10 лет с момента открытия филиала Московского государственного университета в городе Баку. Одним из первых факультетов, открытых в филиале, был химический. 1,5 года назад был открыт и физический факультет. На сегодняшний день открыто и обучает студентов уже на 6 факультетов филиала:

- химический факультет
- филологический факультет
- физический факультет
- факультет прикладной математики
- экономический факультет

С самого начала для преподавателей, привлечённых к этой работе, обозначилось немало проблем. Планы, учебные пособия, вахтовый метод преподавания и прочее, все было непонятно и неопределенно. Но вот про-

шло десять лет, и теперь можно подвести некоторые итоги и рассказать о них на примере химического факультета.

Начать, наверное, стоит с проблемы номер один: не смотря на конкурс при поступлении на этот факультет 2-2,5 человека на место, базовый уровень школьной подготовки оставляет желать много лучшего. И прежде всего по математике.

Ситуация усугубляется тем, что, в отличие от московских студентов, начало занятий и программа освоения материала по высшей математике может значительно отставать от процесса обучения по физике. Увы, это объективно связано с особенностями организации приезда преподавателей из Москвы вахтовым методом. Следует отметить при этом, что в курсе общей физики уже на ранней стадии обучения необходимо использовать математический аппарат, связанный с вычислением интегралов, в том числе криволинейных, поверхностных и объёмных, пусть и в простейших ситуациях. Также необходимо и владение основами векторной алгебры.

В рамках московских лекций по высшей математике существует договорённость с ведущими лекторами, о проведении специальных вводных обзорных занятий по этим необходимым для продвижения по курсу общей физики темам и отработки минимальных навыков. В бакинском филиале, увы, эту работу приходится в значительной степени брать на себя самим преподавателям физики.

Серьёзной проблемой считаем отсутствие возможности привлекать во время чтения курса лекций весь доступный в московских условиях арсенал физических демонстраций. Физика, как известно, наука экспериментальная. Невольное превращение её в "меловую" ("фломастерную"), то есть апелляция только к умозрительным опытам и соответствующим "картинкам" на доске, как нам кажется, наилучшему усвоению материала не способствует.

Также приходится только сожалеть, что работа в физическом практикуме происходит не параллельно лекционным и семинарским занятиям, как это принято у нас в МГУ, а зачастую перед (когда у учащихся нет ещё даже минимальных теоретических сведений и практических навыков), между (что уже гораздо лучше), но иногда и ПОСЛЕ завершения лекционно-семинарского блока обучения. Последний вариант нам представляется крайне неудачным для сбалансированности всего процесса физического образования на факультете. Большинство студентов уже получили зачёт по всем разделам, изучаемым в данном семестре, а им предлагается ещё "помучиться, нажимая на кнопки" в рамках физического практикума, причём под руководством совсем других преподавателей.

Ещё несколько слов о составе и возможностях собственно самого физического практикума. Для его организации было закуплено современное оборудование с набором лабораторных работ по части тем изучаемого материала. К плюсам этих установок следует отнести, вероятно, хорошую электронную и приборную оснащённость всей аппаратуры, позволяющую

управлять, регистрировать данные и, в некоторых случаях, обрабатывать результаты эксперимента с помощью персонального компьютера.

К сожалению, сам выбор конкретных работ практикума существенно ограничен по сравнению с "ассортиментом" задач, которые студенты могут выполнять на базе общего физического практикума физического факультета МГУ. В результате некоторые важные для актуального курса темы "остаются за бортом" экспериментальной работы в практикуме. Такими, например, крайне полезные для освоения материала, вопросы "динамика и кинематика поступательного движения твёрдого тела при наличии вязкого трения" (задача №31 московского физического практикума на кафедре ОФиФКСВ), "законы сохранения при движении твёрдого тела" (крутильный баллистический маятник и маятник Максвелла – задачи №14 и 15) "электростатика" (точнее вопрос о структуре электростатического поля покоящихся заряженных тел – задача №1), "законы постоянного тока" (задача №2), "электромагнитная индукция" (задача №63), "свободные и вынужденные колебания механических и электрических систем" (задача №5, 20, 45, 46), "переменный ток" (задача №4 и 55), "упругие волны – звук" (задача №41).

Другие сопутствующие проблемы.

В учебном расписании филиала в городе Баку предусмотрено проведение занятий с "укороченными" академическими парами - время одного занятия составляет 1 час 20 минут. Как не странно, это способно заметно изменить привычный ритм работы - изложения материала на лекциях и отработки необходимых навыков решения задач на семинарах.

Вахтовый метод организации образовательного процесса влечёт неизбежные трудности и у самих учащихся. Ежедневные лекции и семинарские занятия с учётом значительных временных затрат на перемещения учебный кампус – дом (кампус располагается за городом, а живут студенты в основном в городе, некоторые в отдалённых районах) оставляют мало возможностей для регулярного выполнения домашнего задания. И уж тем более для специальной подготовки к контрольной работе и зачёту по блоку тем курса. Так называемый «метод погружения», дающий зачастую положительные результаты в лингвистической области образования, как нам кажется, малоэффективен в нашем случае.

Стоит отметить, что рабочими планами не предусмотрены часы на проведение отдельных, специальных занятий для проведения зачётов ни по семинарам, ни по физическому практикуму. В московских условиях преподаватель, ведущий семинарские занятия, обычно ведёт и занятия в практикуме у одной из подгрупп. Он может достаточно индивидуально подходить к успехам или трудностям в учебном процессе того или иного студента или по крайней мере корректировать действия своего коллеги, проводящего вместе с ним занятия в практикуме в данной группе. И в течение семестра и особенно ближе к его завершению всегда есть возможность для проведения дополнительных корректирующих или компенсирующих заня-

тий с отдельными или даже с определённой группой студентов. Как результат – добросовестно занимающийся студент даже при наличии некоторых пропусков занятий по тем или иным объективным причинам, как правило, может рассчитывать на своевременное получение зачёта по предмету и нормальный режим подготовки к экзамену.

Увы, в учебном процессе в рамках Бакинского филиала дело со всем этим обстоит намного сложнее. Зачётные занятия зачастую вынужденно переносятся на время сессии. На консультации отводится всего один день накануне самого экзамена без всякого «зазора» на дополнительную подготовку.

Отметим теперь и ряд положительных сторон в организации учебного процесса. Для учащихся созданы все возможные в рамках вышеуказанных объективных обстоятельств условия для занятий: начиная от мелочей в виде централизованно закупаемых учебных аксессуаров (калькуляторов, всевозможной канцелярии и проч.) и до прекрасно оборудованных и тщательно обслуживаемых помещений учебных корпусов и большой библиотекой, где предоставлены все необходимые учебные пособия и сопутствующая литература. Немало потрудились для создания оптимальных условий обучения и преподаватели московского университета, участвующие в проекте. Ими уже написаны и из года в год продолжают пополняться курсы учебной литературы специально для студентов Бакинского филиала, учитывающие многие из упомянутых выше специфических факторов.

Небольшой по численности набор учащихся на факультет позволяет тесно работать с ними деканату и учебной части. Они знают обо всех студентах, их проблемах и всячески помогают их решить.

Все учащиеся свободно владеют русским языком, понимая сложные специфические слова. Подавляющее большинство студентов, поступающих на факультет, из «русского сектора». Так здесь называют школы, в которых ведется преподавание на русском языке.

Студенты живут полноценной учебной, а позже и научной жизнью. У них, как и у их московских сверстников в МГУ проходят «Ломоносовские чтения», где они готовят доклады и выступают перед профессорско-преподавательским составом. На дипломную практику они приезжают в Москву, где выполняют свою дипломную работу на химическом факультете МГУ. Защита дипломов также проходит в Москве. Студентам оплачивают перелет и проживание в Москве.

В заключении хочется отметить самое доброе и уважительное отношение к нам, преподавателям, со стороны, как студентов, так и со стороны администрации и всех вспомогательных служб университета.

**Подсекция:**  
**НАУКИ О ЗЕМЛЕ**

Сопредседатели  
профессор М.А. Носов, академик И.И. Мохов,  
профессор В.Б. Лапшин,

## ВКЛАД ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ПОДВОДНЫХ СКЛОНОВ В ВАРИАЦИИ ПРИДОННОГО ДАВЛЕНИЯ

Проф. *Носов М.А.*, студент *Карпов В.А.*, физик *Семенцов К.А.*,  
м.н.с. *Колесов С.В.*

До второй половины 20-го века землетрясения и цунами регистрировались исключительно наземными сейсмостанциями и береговыми мареографами. Начало развития донной сейсмологии – если не рассматривать отдельные ранние эксперименты, например [1] – приходится на 1960-е годы [2]. Примерно в это же время был предложен «гидрофизический» метод прогноза цунами, основанный на обнаружении волн вдали от берега датчиками давления, установленными на дне океана [3, 4]. В настоящее время, пройдя путь существенного технического развития, глубоководные измерения активно используются для мониторинга землетрясений и цунами [5, 6].

Из современных глубоководных регистраторов цунами наибольшей известностью среди специалистов пользуется система DART, насчитывающая к настоящему времени около 60 станций, установленных в различных регионах Мирового океана [6, 7]. Кроме того, функционируют различные региональные глубоководные измерители уровня моря, например, DONET [8], NEPTUNE [9], EMSO [10] и др.

По сравнению с береговыми мареографами, глубоководные регистраторы цунами обладают целым рядом преимуществ, среди которых мы в первую очередь выделим заблаговременность выявления волны и неуязвимость измерительной системы по отношению к разрушающему воздействию катастрофических цунами [7, 11]. Пожалуй, единственным серьезным недостатком глубоководных регистраторов цунами является зашумленность сигнала проявлениями сейсмических и гидроакустических волн. Вблизи сейсмического источника уровень этих шумов может превосходить уровень сигнала цунами на несколько порядков [12, 13]. Понимание физических процессов, ведущих к формированию сигналов, регистрируемых донными датчиками давления, имеет важное значение для корректного выделения сигнала цунами с целью его дальнейшего использования для решения задач оперативного прогноза цунами [14–16].

В работах [17, 18] на основе натуральных данных, доступных в конце 20-го века, обсуждались особенности и природа сигналов, регистрируемых донными измерителями. О неослабевающем интересе к проблеме свидетельствует недавняя публикация [19], в которой проводится теоретический анализ закономерностей формирования вариаций давления на ровном дне в несжимаемом океане и анализируются современные натурные данные.

Землетрясение Tokachi-oki 2003 явилось первым цунамигенным событием, эпицентр которого располагался в непосредственной близости от

сенсоров донной обсерватории Kushiro-Tokachi/JAMSTEC [12]. С анализом этих данных связан значительный прогресс на пути понимания свойств сигналов, регистрируемых донными обсерваториями [12, 13, 20–23]. К сожалению, особенности установки сенсоров станции Kushiro-Tokachi затрудняли интерпретацию результатов измерений. Дело в том, что датчики давления и сейсмометры располагались на значительном удалении друг от друга (4km) и, кроме того, существовала некоторая неопределенность с ориентацией осей акселерометров. Система донных обсерваторий DONET, развернутая JAMSTEC в 2006–2011 гг., оказалась свободной от указанных недостатков.

В настоящей работе мы представляем анализ полного набора данных (вариации давления и трехкомпонентные акселерограммы), зарегистрированных обсерваториями DONET во время землетрясения Tohoku 2011. Акцент в работе сделан на взаимосвязь вариаций придонного давления и ускорений движения дна, наблюдаемую по натурным данным, а также на физическую интерпретацию и развитие математической модели этого явления. Особое внимание уделяется обсуждению вклада горизонтальных компонент ускорения движения дна в вариации придонного давления.

Великое Японское землетрясение (Tohoku 2011) произошло 11 марта 2011 года в 05:46 UTC. По данным JMA его эпицентр располагался в точке с координатами 38.322N, 142.369E, а моментная магнитуда составила  $M_w=9.0$  [27]. Землетрясение и последовавшие за ним волны цунами были успешно зарегистрированы десятью обсерваториями DONET, расположенными на расстоянии около 800 км от эпицентра основного сейсмического события.

Каждая обсерватория DONET обладает блоком измерения давления (PG) и сейсмоблоком, которые размещены на удалении не более 10 метров друг от друга. Сейсмоблок (OBS) включает в себя два сейсмометра: широкополосный велосиметр и акселерометр [24, 25, 28]. Несмотря на отдаленность расположения обсерваторий DONET от эпицентра, сила землетрясения была столь велика, что это вызвало насыщение широкополосных велосиметров, в итоге для анализа оказались пригодны только данные акселерометров.

В дальнейшем анализе мы будем использовать трехчасовые записи (с 05:30 UTC до 08:30 UTC 11 марта 2011), полученные PG и трехкомпонентными акселерометрами OBS. Частота оцифровки данных PG - 10 Гц. Исходная частота оцифровки сейсмических данных 200 Гц. Для обеспечения возможности кросс-спектрального анализа акселерограммы были приведены к частоте 10 Гц.

На первом этапе для исследования взаимосвязи вариаций давления и ускорений применялся кросс-спектральный анализ [29]. В целях уменьшения случайной ошибки «квадрата когерентности» (MSC) и «сдвига фазы»

(PL) использовались усредненные оценки этих величин. Усреднение было осуществлено с помощью метода Уелча [30].

Результаты кросс-спектрального анализа вариаций давления и вертикальной компоненты ускорения показали, что для каждой из десяти обсерваторий существует диапазон частот (примерно от 0.02 до 0.1 Гц), в котором величина когерентности (MSC) весьма близка к единице, а разница фаз (PL) – к нулю. Наблюдаемый характер кросс- спектров говорит о том, что в означенном диапазоне частот вариации давления с хорошей точностью пропорциональны вертикальной компоненте ускорения движения дна.

При внимательном рассмотрении кросс-спектров можно заметить, что для большинства станций наблюдаются незначительные отклонения MSC от 1 и PL от 0. Эти отклонения особенно хорошо заметны для обсерваторий B06, B08 и C09, которые расположены в областях с наклонным дном. При этом «идеальными» кросс-спектрами (MSC=1, PL=0) обладают сигналы, за регистрируемые обсерваториями A02, E17 и E18, которые расположены на практически горизонтальных участках дна. Наблюдаемые особенности кросс- спектров позволяют выдвинуть гипотезу о том, что отклонения могут быть объяснены вкладом в вариации давления горизонтальных сейсмических движений подводных склонов.

Линейная связь между вариациями давления и вертикальной компонентой ускорения дна соответствует 2-му закону Ньютона, записанному для водяного столба единичной площади, который совершает вынужденные колебания в вертикальном направлении, следуя за движениями дна

$$p = \rho H a_z \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $H$  – глубина океана,  $a_z$  – вертикальная компонента ускорения движения дна. Формула (1) упоминается в различных работах, например [17, 19], где в качестве единственного ограничения на ее применимость указано, что жидкость следует считать несжимаемой. На самом деле из классической механики известно, что для точного выполнения формулы (1) необходимо, чтобы водный слой двигался как твердое недеформируемое тело, неразрывно связанное с дном. Реальный океан не похож на означенный модельный объект, т.к. вертикальные движения дна возбуждают в водном слое не только вынужденные колебания, но гравитационные и акустические волны. Вклад волн в вариации давления определяется закономерностями, отличными от формулы (1). Вклад поверхностных гравитационных волн в колебания придонного давления пропорционален амплитуде этих волн, которая, в свою очередь, пропорциональна амплитуде движений дна. А вклад гидроакустических волн пропорционален скорости движения дна. Итак, ожидать точного выполнения связи (1) можно только в том случае, когда движения дна не возбуждают ни гравитаци-

онных, ни акустических волн. Именно такая ситуация реализуется при колебаниях дна в частотном диапазоне  $f_g < f < f_{ac}$ , где  $f_g \approx 0.366\sqrt{g/H}$  и  $f_{ac} = c/4H$  – предельные значения частот поверхностных гравитационных и акустических волн, формируемых движениями дна ( $g$  – ускорение силы тяжести,  $c$  – скорость звука в воде) [7, 25].

Несложно убедиться, что теоретическая оценка предельных частот хорошо соответствует фактически наблюдаемому частотному диапазону, в котором  $MSC$  близка к единице, а  $PL$  – к нулю. В дальнейшем частотный диапазон  $f_g < f < f_{ac}$  будем именовать диапазоном вынужденных колебаний.

Кросс-спектральный анализ позволяет установить только факт пропорциональности вариаций давления и вертикальной компоненты ускорения. Проверить, насколько точно в реальности выполняется формула (1), можно с помощью спектрального анализа.

Спектральный анализ показывает, что в диапазоне вынужденных колебаний спектральные кривые (измеренные вариации давления и измеренные вертикальные ускорения, помноженные на плотность и глубину –  $\rho H a_z$ ) либо полностью совпадают, либо их ход очень близок – вплоть до повторения мелких особенностей спектра. Заметные различия наблюдаются для обсерваторий В06, С09, Е18, и, в несколько меньшей степени, для В08. Напомним, что кросс-спектры для обсерваторий В06, В08 и С09, расположенных вблизи подводных склонов, так же показывали некоторую несогласованность вариаций давления и вертикального ускорения.

Отдельного комментария заслуживает различие спектров для обсерватории Е18. Кросс-спектр в этом случае показывает практически идеальную пропорциональность давления и ускорения. Более того, тонкая структура спектральных кривых в диапазоне вынужденных колебаний фактически идентична. Отличается только уровень сигнала (примерно в 1.7 раза). Столь значительная ошибка в определении величины  $\rho H$  маловероятна. Неточность калибровки датчика давления, как показывает совместный анализ данных РГ по всем 10 обсерваториям [26], также исключается. Скорее всего, в данном случае проявилась неточность калибровки акселерометров обсерватории Е18. Отсюда следует, что сопоставление спектров вариаций придонного давления и вертикальных ускорений движения дна может быть использовано на практике для проверки точности калибровки сенсоров *in situ*.

Для теоретического анализа свойств поля давления, вызываемого в океане сейсмическими движениями дна малой амплитуды, рассмотрим слой идеальной однородной сжимаемой жидкости переменной глубины, находящийся в поле силы тяжести. Начало прямоугольной системы коор-

динат расположим на невозмущенной поверхности воды. Ось  $Oz$  направим вертикально вверх, а оси  $Ox$  и  $Oy$  – горизонтально. С учетом сделанных предположений уравнения гидродинамики сводятся к классическому волновому уравнению, дополненному граничными условиями на свободной поверхности и на дне (см., например, [7, 31]).

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \Delta F = 0, \quad (2)$$

$$z = 0: \quad \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$z = -H(x, y): \quad \frac{\partial F}{\partial n} = (v_b, n), \quad (4)$$

где  $F$  – потенциал скорости течения,  $v_b$  – вектор скорости движения дна,  $n$  – нормаль к поверхности дна. Поле динамического давления связано с потенциалом следующей формулой:  $p = -\rho \partial F / \partial t$ .

Отклик слоя жидкости на движения дна, описываемый уравнениями (2)-(4), включает в себя гравитационные поверхностные волны, акустические волны и вынужденные колебания. В общем случае все три физических явления сосуществуют во времени и пространстве, и все они вызывают вариации придонного давления. Гравитационные и акустические волны способны распространяться как вдоль источника, так и вне его. Поэтому вклад волн в давление на дне определяется не только свойствами источника, но и свойствами трассы распространения волн. В противоположность волнам, вынужденные колебания приурочены к области источника и времени его активности. Следовательно, вклад вынужденных колебаний в вариации давления определяется исключительно свойствами источника.

Уравнения для описания вынужденных колебаний могут быть получены из системы (2)-(4), если пренебречь сжимаемостью воды и силой тяжести ( $c = \infty, g = 0$ ). Переходя в уравнениях от потенциала к давлению, получаем

$$\Delta p = 0, \quad (5)$$

$$z = 0: \quad p = 0, \quad (6)$$

$$z = -H(x, y): \quad \frac{\partial p}{\partial n} = (a_b, n). \quad (7)$$

где  $a_b \equiv (a_x, a_y, a_z)$  – вектор ускорения движения дна.

В случае океана постоянной глубины вклад в вариации давления вносит только вертикальная компонента ускорения. Если величина  $a_z$  не зависит от горизонтальных координат, то тогда давление также не зависит от горизонтальных координат, и единственным возможным решением уравнения Лапласа (5) является линейная функция:  $p = C_1 z + C_2$  где  $C_1$  и  $C_2$  –

константы интегрирования. Удовлетворяя граничным условиям (6) и (7), получаем

$$p = -\rho a_z z. \quad (8)$$

Давление на дне, вычисляемое по формуле (8), в точности соответствует величине, определяемой формулой (1).

Рассмотрим далее океан переменной глубины. Если уклоны дна невелики, то можно полагать, что изменение динамического давления в жидкости вдоль направления нормали к дну определяется линейной функцией  $p = C_1 \zeta + C_2$ , где  $\zeta$  – координата, отсчитываемая от свободной поверхности воды в направлении нормали к дну. Определяя константы интегрирования из граничных условий (8) и (9), получаем

$$p = -\rho(a_b, n)\zeta. \quad (9)$$

Для давления на дне (при  $\zeta = -H / n_z$ ) формула (9) дает

$$p = \rho(a_b, n) \frac{H}{n_z} = \rho H \left( a_x \frac{\partial H}{\partial x} + a_y \frac{\partial H}{\partial y} + a_z \right). \quad (10)$$

Из выражения (10) вытекает, что при наличии градиента глубин горизонтальные компоненты ускорения способны обеспечить дополнительный вклад в придонное давление. Вклад горизонтальных компонент пропорционален уклону дна, который в реальности редко превышает 0.1. Следовательно, несмотря на то, что в сейсмических волнах горизонтальные компоненты ускорения обычно превосходят вертикальные, не следует ожидать, что вклад горизонтальных ускорений в вариации давления будет преобладающим.

Обсерватории DONET устанавливались на более-менее горизонтальных участках дна. Поэтому значительный прямой вклад в давление в смысле формулы (10) горизонтальные компоненты обеспечить не могли. Скорее всего, этот вклад вносили горизонтальные движения близлежащих склонов. Для проверки этой гипотезы далее оценим дальное действие локализованного источника вариаций давления. Рассмотрим гармонические колебания осесимметричного участка дна в бассейне постоянной глубины

$$a_z(r, t) = a_0(r) e^{i\omega t}, \quad (11)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  – расстояние до центра колеблющегося участка,  $a_0(r)$  – функция, описывающая пространственное распределение ускорения,  $\omega$  – циклическая частота.

Решение задачи (5)-(7) для осесимметричного источника (11) может быть найдено аналитически с помощью преобразования Фурье–Бесселя

$$p(r, z, t) = -\rho e^{i\omega t} \int_0^{\infty} \frac{X(k) \sinh(kz) J_0(kr)}{\cosh(kH)} dk, \quad (12)$$

$$X(k) = \int_0^{\infty} r a_0(r) J_0(kr) dr. \quad (13)$$

где  $J_0$  – функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка.

Выберем наиболее простую форму колеблющегося участка дна

$$a_0(r) = A_0 \theta(R - r), \quad (14)$$

где  $R$  – радиус колеблющегося источника,  $A_0$  – амплитуда ускорения. В этом случае интеграл (13) легко рассчитывается аналитически. Итоговая формула для расчета давления на дне имеет следующий вид

$$p(r, -H, t) = A_0 \rho H e^{i\omega t} \int_0^{\infty} \frac{\hat{R} J_0(\hat{k}\hat{r}) J_1(\hat{k}\hat{R}) \tanh(\hat{k})}{\hat{k}} d\hat{k}. \quad (15)$$

Под знаком интеграла (15) фигурируют безразмерные переменные  $\hat{R} = R/H$ ,  $\hat{r} = r/H$  и  $\hat{k} = kH$ . Из формулы (15) видно, что амплитуда вариаций давления всегда пропорциональна величине  $A_0 \rho H$ , а характер убывания давления с расстоянием определяется интегралом. Численное исследование интеграла показало, что вне зависимости от радиуса источника при удалении от его границы давление спадает экспоненциально быстро. Удаление от границы источника на расстояние, равное одной глубине, снижает амплитуду давления примерно на порядок. Следовательно, донный датчик эффективно регистрирует вариации давления, создаваемые колебаниями дна в радиусе не более 1-2 глубин океана.

Если наши рассуждения и, в частности формула (10), верны, то должна существовать линейная комбинация временных рядов компонент ускорения  $G_x a_x + G_y a_y + a_z$ , обладающая «идеальным» кросс-спектром с давлением. И действительно, такие комбинации могут быть найдены путем подбора коэффициентов  $G_x$  и  $G_y$ . В качестве критерия «идеальности» мы использовали величину интеграла по кривой MSC в диапазоне частот вынужденных колебаний. Для идеального кросс-спектра эта величина должна быть максимальной.

В результате проведенного анализа установлено, что «дефекты» MSC и PL (красные кривые) действительно могут быть исправлены при учете горизонтальных компонент ускорения. Примечательно, что получаемые при этом значения величин  $G_x$  и  $G_y$  можно интерпретировать как средневзвешенный уклон дна в области, прилегающей к донной observa-

тории (для В06:  $G_x = 0.041$  и  $G_y = 0.046$ ; для С09:  $G_x = 0.029$  и  $G_y = 0.065$ ).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 16-55-50018).

### Литература

1. Ewing, M., Vine, A.: Deep-sea measurements without wires or cables. *Eos, Transactions American Geophysical Union* 19(1), 248–251 (1938). doi:10.1029/TR019I001P00248
2. Bradner, H.: Seismic measurements on the ocean bottom. *Science* 146(3641), 208–216 (1964)
3. Soloviev, S.L.: The tsunami problem and its importance for Kamchatka and the Kuril Islands. The tsunami problem, Nauka, 7–50 (1968). In russian
4. Jaque, V.N., Soloviev, S.L.: Distant registration of tsunami type weak waves on the shelf of kuril islands. *Doklady USSR Academy of Sciences, Earth science section* 198(4), 816–817 (1971). In russian
5. Suetsugu, D., Shiobara, H.: Broadband ocean-bottom seismology. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 42, 27–43 (2014)
6. Rabinovich, A.B., Ebl'e, M.C.: Deep-Ocean Measurements of Tsunami Waves. *Pure and Applied Geophysics* 172(12), 3281–3312 (2015). doi:10.1007/s00024-015-1058-1
7. Levin, B.W., Nosov, M.A.: *Physics of Tsunamis*, 2nd edn. Springer, Cham (2016). doi:10.1007/978-3-319-24037-4. pp.388
8. Kaneda, Y.: The advanced ocean floor real time monitoring system for mega thrust earthquakes and tsunamis-application of donet and donet2 data to seismological research and disaster mitigation. In: *OCEANS 2010*, pp. 1–6 (2010). doi:10.1109/OCEANS.2010.5664309. IEEE
9. Barnes, C.R., Team, N.C.: Building the world's first regional cabled ocean observatory (neptune): Realities, challenges and opportunities. In: *OCEANS 2007*, pp. 1–8 (2007). doi:10.1109/OCEANS.2007.4449319
10. Favali, P., Beranzoli, L.: Emso: European multidisciplinary seafloor observatory. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 602(1), 21–27 (2009). doi:10.1016/j.nima.2008.12.214
11. Titov, V., Rabinovich, A.B., Mofjeld, H.O., Thomson, R.E., Gonz'alez, F.I.: The global reach of the 26 december 2004 sumatra tsunami. *Science* 309(5743), 2045–2048 (2005). doi:10.1126/science.1114576
12. Watanabe, O., Matsumoto, H., Sugioka, H., Mikada, H., Suyehiro, K., Otsuka, R.: Offshore monitoring system records recent earthquake off japan's northernmost island. *Eos, Transactions American Geophysical Union* 85(2), 14–15 (2004). doi:10.1029/2004EO020003

13. Nosov, M.A., Kolesov, S.V.: Elastic oscillations of water column in the 2003 tokachi-oki tsunami source: in-situ measurements and 3-d numerical modelling. *Natural Hazards and Earth System Sciences* 7(2), 243–249 (2007)

14. Nosov, M.A., Grigorieva, S.S.: Tsunami forecasting based on deepwater-station data. *Moscow University Physics Bulletin* 70(4), 326–332 (2015). doi:10.3103/S002713491504013X

15. Gusman, A.R., Sheehan, A.F., Satake, K., Heidarzadeh, M., Mulia, I.E., Maeda, T.: Tsunami data assimilation of cascadia seafloor pressure gauge records from the 2012 haida gawaii earthquake. *Geophysical Research Letters* 43(9), 4189–4196 (2016). doi:10.1002/2016GL068368

16. Takahashi, N., Imai, K., Ishibashi, M., Sueki, K., Obayashi, R., Tanabe, T., Tamazawa, F., Baba, T., Kaneda, Y.: Real-time tsunami prediction system using donet. *Journal of Disaster Research* 12(4), 766–774 (2017). doi:10.20965/jdr.2017.p0766

17. Filloux, J.H.: Pressure fluctuations on the open-ocean floor off the gulf of california: Tides, earthquakes, tsunamis. *Journal of physical oceanography* 13(5), 783–796 (1983)

18. Webb, S.C.: Broadband seismology and noise under the ocean. *Reviews of Geophysics* 36(1), 105–142 (1998)

19. An, C., Cai, C., Zheng, Y., Meng, L., Liu, P.: Theoretical solution and applications of ocean bottom pressure induced by seismic seafloor motion. *Geophysical Research Letters* 44(20), 10272–10281 (2017). doi:10.1002/2017GL075137

20. Nosov, M.A., Kolesov, S.V., Ostroukhova, A.V., Alekseev, A.B., Levin, B.W.: Elastic oscillations of the water layer in a tsunami source. *Doklady Earth Sciences* 404(7), 1097–1100 (2005). Springer

21. Li, W., Yeh, H., Hirata, K., Baba, T.: Ocean-bottom pressure variations during the 2003 tokachi-oki earthquake. In: *Nonlinear Wave Dynamics: Selected Papers of the Symposium Held in Honor of Philip LF Liu's 60th Birthday*, pp. 109–126 (2009). doi:10.1142/9789812709042\_0005. World Scientific

22. Ohmachi, T., Inoue, S.: Dynamic tsunami generation process observed in the 2003 Tokachi-oki, Japan earthquake, pp. 159–168. World Scientific, New Jersey (2010). doi:10.1142/9789812838148\_0009

23. Bolshakova, A., Inoue, S., Kolesov, S., Matsumoto, H., Nosov, M., Ohmachi, T.: Hydroacoustic effects in the 2003 tokachi-oki tsunami source. *Russian Journal of Earth Sciences* 12(2), 1–14 (2011). doi:10.2205/2011ES000509

24. Nakano, M., Tonegawa, T., Kaneda, Y.: Orientations of DONET seismometers estimated from seismic waveforms. *JAMSTEC Report of Research and Development* 15, 77–89 (2012). in Japanese

25. Matsumoto, H., Nosov, M.A., Kolesov, S.V., Kaneda, Y.: Analysis of pressure and acceleration signals from the 2011 tohoku earthquake observed by

the donet seafloor network. *Journal of Disaster Research* 12(1), 163–175 (2017). doi:10.20965/jdr.2017.p.0163

26. Nurislamova, G.N., Nosov, M.A.: The horizontal motion of a water layer during the passage of tsunami waves based on data from a dense ocean-floor network of deepwater sea-level stations. *Moscow University Physics Bulletin* 71(5), 520–525 (2016). doi:10.3103/S0027134916050143

27. Japan Meteorological Agency. [http://www.jma.go.jp/jma/en/2011\\_Earthquake/Information\\_on\\_2011\\_Earthquake.html](http://www.jma.go.jp/jma/en/2011_Earthquake/Information_on_2011_Earthquake.html) Accessed 2018-01-31

28. Araki, E., Yokobiki, T., Kawaguchi, K., Kaneda, Y.: Background seismic noise level in donet seafloor cabled observation network. In: *Underwater Technology Symposium (UT), 2013 IEEE International*, pp. 1–4 (2013). doi:10.1109/UT.2013.6519858. IEEE

29. Bloomfield, P.: *Fourier Analysis of Time Series: an Introduction*, 2nd edn. Wiley series in probability and statistics. Applied probability and statistics section. Wiley, New York (2000)

30. Bendat, J.S., Piersol, A.G.: *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, 4th edn. Wiley series in probability and statistics. Wiley, Hoboken, N.J (2010)

31. Landau, L.D., Lifshitz, E.M.: *Fluid Mechanics.*, 2nd edn. *Course of theoretical physics*, vol. 6. Pergamon Press, Oxford, England; New York (1987)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ АТМОСФЕРЫ ПРИ ОБТЕКАНИИ ГОР (НА ПРИМЕРЕ КРЫМА).

В.н.с. *Кожевников В.Н.*

Гидродинамическое моделирование явления обтекания гор атмосферой имеет давнюю историю. Достаточно полные обзоры таких работ можно найти в [1, 2]. В последние годы серьезные успехи были достигнуты в этой области на основе построения нелинейных стационарных двумерных аналитических мезомасштабных моделей. В самые последние годы создаются и используются нелинейные численные модели обтекания гор, в которых учитываются не только трехмерные особенности рельефа, но и ряд других важнейших факторов явления, – например, турбулентные процессы в приземном слое. Однако по-прежнему теоретические модели нуждаются в проверке их репрезентативности для исследования данного очень сложного природного явления. Настоящая работа посвящена исследованию данной проблемы в отношении нелинейной аналитической модели [1]. Эта стационарная двумерная открытая модель основана на сведениях проблемы

к решению уравнения Гельмгольца для возмущений функции тока  $\psi'$ . Коэффициент уравнения обратно пропорционален масштабу Лира  $\lambda_c$ , введенному в [3]. Этот масштаб определяет свойства возмущений и так зависит от характеристик натекающего потока:

$$\lambda_c = 2\pi \frac{U}{N}, \quad N^2 = \frac{g(\gamma_a - \gamma)}{T_1}, \quad (1)$$

где  $U$ ,  $N$  и  $\gamma$  – скорость, частота плавучести и вертикальный градиент температуры,  $\gamma_a$  – сухоадиабатический градиент,  $T_1$  – характерная температура,  $g$  – ускорение силы тяжести. Модель позволяет рассчитывать не только поле  $\psi'$  (и, значит, траектории движения), но также и поле возмущений температуры по формуле

$$T' = -\frac{(\gamma_a - \gamma)\psi'}{U}. \quad (2)$$

Ранее модель использовалась в [3] (см. также [1]) для исследования конкретных случаев явления обтекания атмосферой Крымских гор в районе г. Ялта. Речь идет об измерениях пространственных характеристик волновых облаков *As lentic*, проведенных 8.09.1975 и 15.07.1976. Для проведения настоящего анализа указанных наблюдений теоретическая модель была усовершенствована: 1) в нее был введен учет изменений градиентов  $\gamma$  при переходе от тропосферы к более высоким слоям атмосферы, была создана трехслойная модель, в которой послойно изменялись значения  $\gamma$ ; 2) был введен учет переноса влаги вдоль траекторий движения, что позволило рассчитывать поле относительной влажности  $F_{\text{отп}}$  и, значит, теоретически определять контуры облаков. В натекающем потоке зависимость удельной влажности от высоты  $z$  задавалась функцией, которая позволяла учитывать быстрое убывание ее с высотой и локальные изменения на отдельных уровнях (правда только только плавные). Двумерные характеристики рельефа находились путем применения специальной процедуры обработки карты высот. В расчетах форма рельефа воспроизводилась с точностью по высоте не ниже 30 м. При задании  $U$  и  $\gamma$  использовались данные радиозондирования в Севастополе и Симферополе. Анализ показал, что при введении в расчет значений  $\gamma$  не следует обращать внимание на резкие изменения на отдельных высотах, показываемых зондированием, и использовать их усредненные значения. Как было показано в [5], изменения  $U$  с высотой могут оказывать более серьезное влияние на орографические возмущения. Однако на данном этапе такие изменения решено было не учитывать и применять усреднение данных радиозондирования. Наконец, предыдущий опыт таких исследований показал, что картина возмущений резко меняется при изменении скорости даже всего на 0.25 м/с, а с такой точностью по данным стандартного зондирования среднюю ско-

рость натекающего потока определить невозможно. Отсюда был сделан вывод: не связывать жестко модельные расчеты с данными зондирования, а сравнивать результаты измерений облаков с целым набором вариантов расчета возмущений и затем выбирать из них те, которые наиболее качественно предсказывают наблюдавшиеся облака.

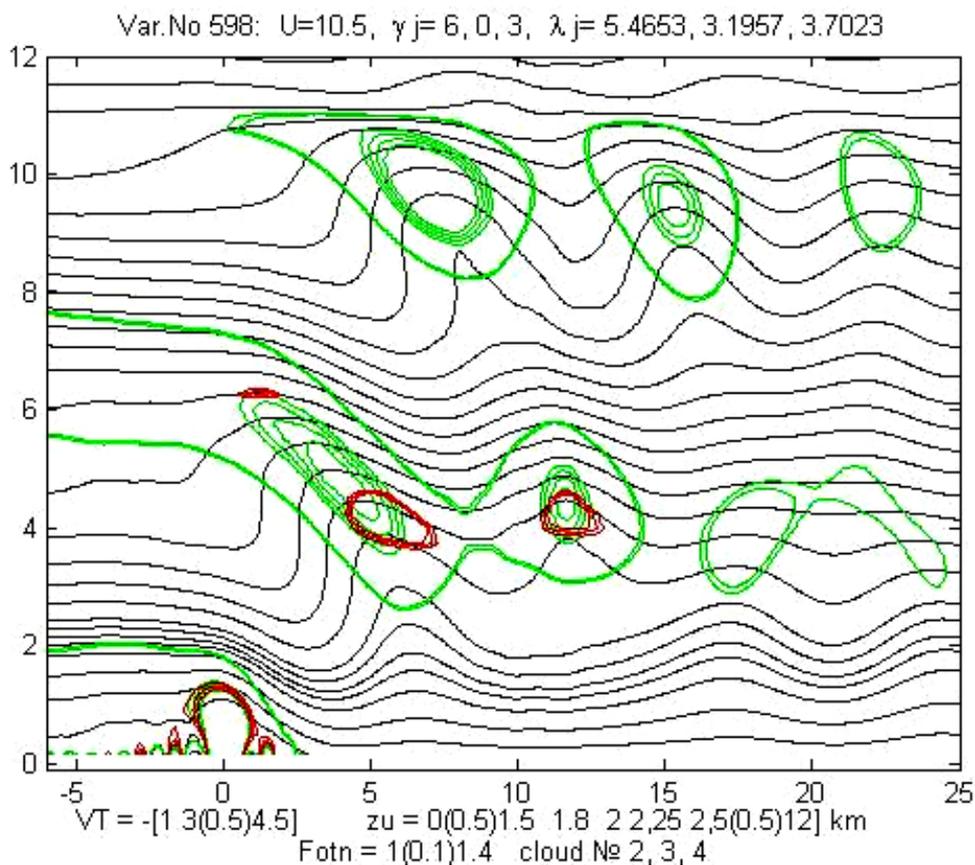


Рис. 1. Рассчитанные возмущения атмосферы и положение наблюдавшихся облаков (вертикальная проекция, 8.09.1975).

На рисунках представлены результаты данных расчета и измерений пространственных характеристик волновых облаков. Черным цветом здесь воспроизводятся траектории движения частиц воздуха слева направо. Значение высот  $z_u$  этих траекторий в натекающем потоке даны под рисунками. Показана часть расчетной области в вертикальной плоскости, перпендикулярной линии гор – до высот в 12 км и по горизонтали для диапазона  $-6 < x < 25$  км; начало координат совмещено с положением гребня гор. Изолинии возмущений  $T'$  представлены зеленым цветом, их диапазон дается величиной  $VT$  под рисунками в граду-сах. Изолинии  $F_{otn}$  представлены красным цветом и позволяют видеть теоретическое положение облаков в пространстве (1 соответствует 100 % влажности). Над рисунками даны: номер варианта расчета, значения  $U$ ,  $\gamma$  и  $\lambda_c$  в тропосфере и вышележащих

слоях. Данные измерений координат облаков на рисунках представлены условными дугами синего цвета. Высота дуг примерно воспроизводит вертикальную толщину облаков, горизонтальная протяженность – их ширину.

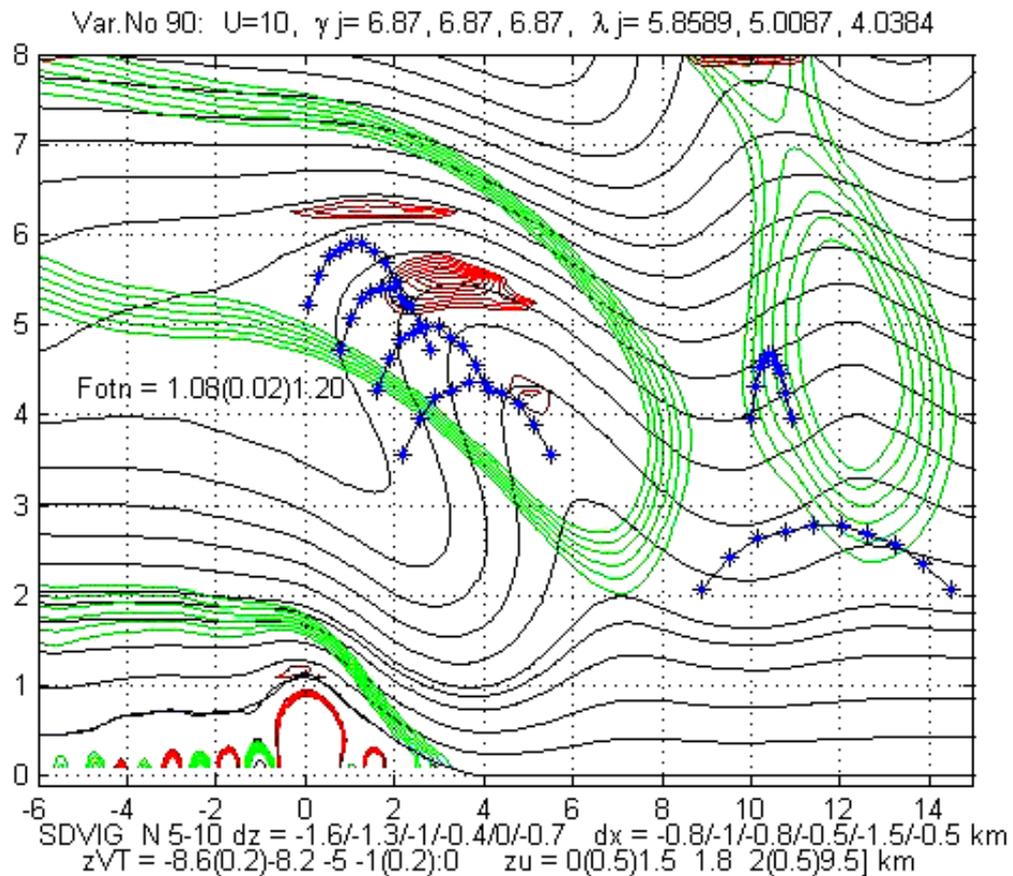


Рис. 2. Рассчитанные возмущения атмосферы и положение наблюдавшихся облаков (вертикальная проекция, 15.07.1976).

8.09 одновременно в зоне возмущений наблюдалось 3 облака, 15.07 – 6 облаков. Поле траекторий свидетельствует, насколько сложно изменяются возмущения по пространству. На высотах 3-5 и 7-10 км над подветренным склоном гор возмущения имеют роторный характер [6]. Ниже по потоку у границы любого ротора располагается область гребней очень резких вертикальных смещений частиц воздуха. Эту область условно будем называть фронтом возмущений. Как нетрудно видеть, линия такого фронта заметно отклонена от вертикали навстречу потоку. Такая картина периодически повторяется по мере удаления от горы во всех направлениях. При этом период близок к величине масштаба Лира. Рассчитанные контуры облаков располагаются в области отрицательных  $T'$  - в соответствии с требованием адиабатичности. То, что они не всегда попадают в зону максимальных возмущений, связано с тем, что в натекающем потоке влажность мо-

жет резко изменяться по  $z$ . Положение наблюдавшихся облаков качественно подтверждает описанную картину возмущений. В случае 8 сентября (рис.1) два облака «высвечивают» существование первого фронта возмущений, а одно – второго (ниже по потоку). В случае 15 июля (рис.2) о наличии 1-го фронта говорят 4 облака. Они к тому же подтверждают предсказание теории о том, что этот фронт заметно наклонен навстречу потоку. О втором фронте указывают два остальных облака. Нижнее из них, как видим, попадает в зону отрицательных  $T'$  лишь касательно. Этого и следовало ожидать, поскольку в модели не учитывалось наличие приземного турбулентного слоя. Важно обратить внимание также на то, что облака первого фронта «высвечивают» практически тот же диапазон высот, что предсказывает теория. Это позволяет утверждать, что модель дает возможность оценивать не только фазы орографических волн, но и их амплитуды.

Исследование показало, что созданная нелинейная аналитическая модель репрезентативно воспроизводит характеристики возмущений вне приземного слоя и может с успехом использоваться как для исследований физики рассматриваемого явления, так и для проведения ряда практически важных оценок. Представляется, что будет полезно применять ее для отладки численных моделей, а также для исследования физических законов рассматриваемого природного явления.

### Литература.

1. Кожевников В.Н. Возмущения атмосферы при обтекании гор. Москва, "Научный Мир", 160 стр. с илл., 1999.
2. Y.-L. Lin. Mesoscale Dynamics. Cambridge, University Press, 2007, 630 p.
3. Lyra G. Theorie der stationaren Leewellenstromung in freien Atmosphere // Z. Angew. Math. und Mech. 1943. V. 23. №. 1. P. 1–28.
4. Кожевников В.Н., Бибикова Т.Н., Журба Е.В. Орографические волны, облака и роторы с горизонтальной осью над горами Крыма. Изв. АН, ФАО, т. 22, №. 7, стр. 682-690, 1986.
5. Кожевников В.Н., Моисеенко К.Б., Волков Б.И. Обтекание гор при сдвиге скорости потока. Изв. РАН, ФАО, Т.52, №6, стр. 660-668, 2016.
6. Long R. R. Some aspects of the flow of stratified fluids. III. Continuous density gradients. Tellus, 1955, v.7, No.3.

## НАКЛОН ГРАФИКА ПОВТОРЯЕМОСТИ В СЕЗОННЫХ КОМПОНЕНТАХ НАВЕДЕННОЙ СЕЙСМИЧНОСТИ ОБЛАСТИ КОЙНА-ВАРНА, ЗАПАДНАЯ ИНДИЯ

Ассист. *М.Г. Потанина*, доц. *В.Б. Смирнов*, проф. *Р. Чадда*, д.ф-м.н. *А.В. Пономарев*, проф. *В.О. Михайлов*, студент *И.М. Карташов*, н.с. *С.М. Строганова*.

Проведен анализ пространственно-временной динамики сезонных компонент наведенной сейсмичности в области Койна-Варна в Западной Индии [Смирнов и др., 2017]. Имеющийся каталог землетрясений позволяет провести оценки наклона графика повторяемости для выявленных сезонных компонент наведенной сейсмичности в интервале 1983-2015 годов, когда представительная магнитуда стала равна 3. Объем каталога землетрясений  $M \geq 3$  за указанные 33 года составляет 596 событий, т.е. в среднем 18 событий в год или 1.5 события в месяц. Такая статистика не позволяет получить оценки наклона графика повторяемости в пределах каждого годового цикла, поэтому был применен метод накопления эпох. Был сформирован сводный годовой каталог событий, в котором были собраны землетрясения за все 33 года, расположенные в пределах года (время события в составном каталоге – время в году без учета номера самого года). Такой сводный каталог обеспечивает статистику 50 событий в месяц, что позволяет сделать оценки параметров режима в скользящем окне и выявить их внутригодовые вариации.

При таких небольших объемах месячных выборок стандартные оценки погрешностей и доверительных интервалов могут быть некорректны, поэтому было проведено статистическое моделирование на случайных каталогах. Формировались случайные каталоги того же объема (512 событий) с равномерным распределением событий во времени (экспоненциальным распределением интервалов между событиями) и распределением Гуттенберга-Рихтера по магнитудам при значении наклона графика повторяемости, оцененном по всем натурным данным. Затем из этого синтетического каталога формировался сводный годовой каталог (как это делалось для реального каталога), и выполнялись оценки параметров в скользящих окнах по тем же программам, что и для реального каталога. Такая процедура повторялась многократно (3000-10000 раз), вычислялись средние значения и стандартные отклонения оцениваемых параметров.

Результаты оценок активности и наклона графика повторяемости в годовом цикле представлены на рисунке 1. Годовой цикл замыкался по кругу, так что январь следовал за декабрем. Видно, что вариации наклона графика повторяемости выходят за интервал «одна сигма» (66% уровень значимости).

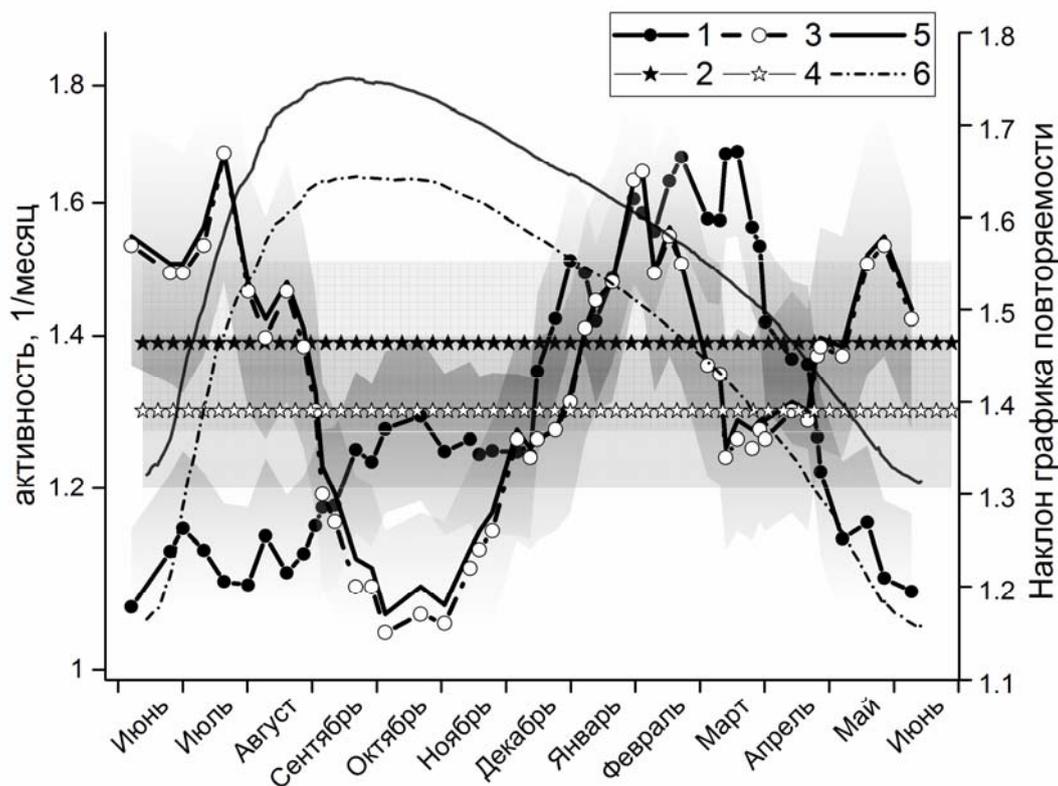


Рис. 1. Годовой цикл изменения уровня воды, сейсмической активности и наклона графика повторяемости. Активность по данным – сейсмического (1) и случайного (2) каталога с доверительными интервалами. Наклон графика повторяемости по данным сейсмического (3) и случайного (4) каталога с доверительными интервалами. Уровень воды в водохранилищах: 5– Койна, 6 – Варна.

На рисунке видны обнаруженные по данным каталога M4+ при активизации после завершения заполнения водохранилища Варна в 1993-м году немедленная осенняя активизация сейсмической активности в сентябре-октябре и существенная «задержанная» весенняя активизация в феврале-марте, сливающаяся на сводном годовом интервале с дополнительной зимней активизацией в декабре-январе, появившейся после затухания весенней компоненты – после 2005-го года. На интервале активизации как немедленной, так и задержанной сезонных компонент, наклон графика повторяемости уменьшается, а на интервале уменьшения активности в этих компонентах – увеличивается. В период активизации зимней компоненты наклон графика повторяемости увеличивается вместе с увеличением активности.

Изменения наклона графика повторяемости в сезонных компонентах свидетельствует о перераспределении процесса разрушения по масштабным уровням. Уменьшение наклона графика повторяемости на стадии активизации сезонной сейсмичности соответствует сценарию укрупнения сейсмических очагов, характерному для сценария слияния и роста трещин

(ЛНТ), а увеличение его на спаде активности отвечает сценарию афтершоковой релаксации. Такие изменения были ранее выявлены нами для невулканических сейсмических роев, ассоциированных с движением флюида [Потанина и др., 2011, 2015].

По результатам выполненной работы подготовлена и сдана в печать статья Смирнов и др., 2018.

### Список использованной литературы

1. Смирнов В.Б., Шринагеш Д, Пономарев А.В., Чадда Р., Михайлов В.О., Потанина М.Г., Карташов И.М., Строганова СМ. Режим сезонных вариаций наведенной сейсмичности в области водохранилищ Койна-Варна, Западная Индия. Физика Земли, №3, с. 1–10, 2017.
2. Смирнов В.Б., Михайлов В.О., Пономарев А.В., Arora K., Chadha R.K., Srinagesh D, Потанина М.Г. О динамике сезонных компонент наведенной сейсмичности в области Койна-Варна, Западная Индия. Физика Земли, 2018, в печати.
3. Потанина М., Смирнов В., Бернар П. Развитие роевой активности в Коринфском рифте в 2000-2005 гг. // Физика Земли, N7, 2011, с.54-66
4. Потанина М., Смирнов В., Пономарев А., Бернар П., Любушин А.А., Шозиёв Ш.П. Особенности акустической эмиссии при флюидной инициации разрушения по данным лабораторного моделирования // Физика Земли, N2, 2015, с.127-138

## МЕХАНИЗМЫ ГЕНЕРАЦИИ СВОБОДНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В ОКЕАНЕ ПОВЕРХНОСТНЫМИ СЕЙСМИЧЕСКИМИ ВОЛНАМИ

Физик *Семенцов К.А.*, зав. отделением, проф. *Носов М.А.*,  
м.н.с. *Колесов С.В.*, вед. инж. *Большакова А.В.*

**Ключевые слова:** цунами, гравитационные волны в океане, поверхностные сейсмические волны, численное моделирование, теория длинных волн, линейная потенциальная теория волн

При анализе записей глубоководных обсерваторий DONET, полученных во время катастрофического события Тохоку 11 марта 2011 г., был обнаружен эффект генерации свободных гравитационных волн пробегающими по дну поверхностными сейсмическими волнами [1]. Механизмы, ответственные за формирование означенного эффекта, обсуждались в работах [1-3]. Целью настоящего исследования является проверка и уточнение теоретических представлений о механизмах генерации гравитационных волн в океане бегущими по дну возмущениями. Метод исследования — численные эксперименты с применением «комбинированной» модели,

построенной в рамках линейной потенциальной теории и теории длинных волн [4].

Известно, что в океане постоянной глубины плоское возмущение, бегущее по дну с постоянной скоростью, не может возбуждать свободные гравитационные волны. Отклик водного слоя представляет собой вынужденное возмущение. Причем в формировании вынужденного возмущения принимает участие только вертикальная компонента движения дна, вклад горизонтальных компонент ничтожно мал [5]. В океане переменной глубины картина меняется. Теперь не только вертикальные, но и горизонтальные компоненты бегущего по дну возмущения (сейсмической волны) могут возбуждать свободные гравитационные волны. Примечательно, что механизмы генерации гравитационных волн в этих двух случаях оказываются принципиально различными.

Гравитационные волны, возбуждаемые вертикальной компонентой сейсмической волны, возникают благодаря перестройке вынужденного возмущения непосредственно над скачком глубин. Теоретические оценки показывают, что амплитуда гравитационных волн, возникающих таким образом, составляет не более 1% от амплитуды сейсмической волны. Результаты численных экспериментов, проведенных на модельных рельефах дна, подтверждают полученные оценки.

Гравитационные волны, возбуждаемые горизонтальными компонентами сейсмической волны, возникают благодаря тому, что при ее прохождении через области с неровным дном становится возможным вытеснение воды в вертикальном направлении. Иными словами, подводные склоны становятся локализованными в пространстве источниками свободных гравитационных волн. В этом случае теоретические оценки показывают, что при типичных уклонах дна амплитуда гравитационных волн, возникающих таким образом, составляет порядка 10% от амплитуды горизонтальных движений дна в сейсмической волне. Серия проведенных численных экспериментов подтверждает теоретические оценки и позволяет установить, каким образом на амплитуду гравитационных волн влияют характеристики подводного склона (его протяженность, глубина, перепад глубин).

Помимо характеристик подводного склона другим важным параметром, влияющим на амплитуду гравитационных волн, является частота колебаний подводного склона при прохождении сейсмической волны. Задача о генерации цунами колебаниями участка дна рассматривалась аналитически в работе [6]. Теперь, после обнаружения свободных гравитационных волн, возбуждаемых бегущими сейсмическими волнами, исследования, начатые в той работе, приобретают новую практическую значимость. Зная связь между амплитудой и частотой поверхностной сейсмической волны и амплитудой, и частотой возбуждаемой гравитационной волны, мы можем получить информацию о сейсмической волне на основе записей волны

гравитационной. Такая информация может быть полезна для уточнения механизма очага землетрясения в том случае, если в некоторой точке наблюдения отсутствует донный сейсмометр, но имеется донный датчик давления.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 16-55-50018, 16-35-00232)

### Литература.

1. Носов М.А., Семенцов К.А., Колесов С.В., Матсумото Х., Левин Б.В. Регистрация гравитационных волн, образованных в океане поверхностными сейсмическими волнами при землетрясении 11 марта 2011 г. у побережья Японии // Доклады Академии наук, издательство Наука (М.), том 461, № 5, с. 593-598
2. Семенцов К.А., Носов М.А., Колесов С.В., Ву Ю. Численное моделирование гравитационных волн, возбуждаемых в океане низкочастотными поверхностными сейсмическими волнами, на основе записей GPS-станций // Вестник Московского Университета. Серия 3: Физика, астрономия, издательство Изд-во Моск. ун-та. (М). — 2017. — № 6. — С. 108–113.
3. Семенцов К.А., Колесов С.В., Носов М.А. Карпов В.А., Матсумото Х., Канада Й. Генерация свободных гравитационных волн в океане пакетом поверхностных сейсмических волн // Ученые записки физического факультета Московского Университета. — 2017. — № 4. — С. 1740504.
4. Колесов С.В., Носов М.А. Трехмерная численная модель волн цунами. // Уч. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. — 2016. — № 3. — С. 163904–163904
5. Levin B.W., Nosov M.A. Physics of Tsunamis, Second Edition, Springer, 2016
6. Носов М.А. Генерация цунами колебаниями участка дна // Вестн. Моск. ун-та, Физ. Астрон. 1992, 33, №1. С. 109-110.

### ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РОЕВОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ.

Ассист. *М.Г. Потанина*, доц. *В.Б. Смирнов*, д.ф-м.н. *А.В. Пономарев*, ст.н.с. *А.В. Патонин*, студент *Н. Бондаренко*, н.с. *С.М. Строганова*

Исследование акустической эмиссии при лабораторном деформировании образцов горных пород широко распространено как один из наиболее перспективных подходов для выяснения закономерностей сейсмичности. Широкий спектр возможностей создания различных циклов нагружения, с контролем возникающих деформаций, позволяет смоделировать в лаборатории сейсмические рои – локализованные в пространстве и време-

ни группы близких по магнитуде землетрясений. Природа подобных явлений обширна, механизмы возникновения и развития множественны и однозначно не выяснены. Одной из гипотез возникновения сейсмических роев является флюидная (в частности, водяная) природа [Потанина и др., 2011].

Проведены серии экспериментов по моделированию сейсмических роев как на различных геоматериалах, находящихся в сухом или флюидонасыщенном состоянии, так и при разных условиях нагружения. Получены базы данных каталогов акустической эмиссии, синхронизованные с возбуждающими воздействиями. Пилотный анализ показал определяющую роль флюида для возникновения роев при первичном насыщении образцов.

Полученные результаты частично опубликованы в статьях: Потанина и др., 2015, Лапшин и др., 2016.

#### **Список использованной литературы**

1. Потанина М., Смирнов В., Бернар П. Развитие роевой активности в Коринфском рифте в 2000-2005 гг. // Физика Земли, №7, 2011, с.54-66
2. Потанина М., Смирнов В., Пономарев А., Бернар П., Любушин А.А., Шозиёв Ш.П. Особенности акустической эмиссии при флюидной инициации разрушения по данным лабораторного моделирования // Физика Земли, №2, 2015, с.127-138
3. Лапшин В.Б., Патонин А.В., Пономарев А.В., Потанина М.Г., Смирнов В.Б., Строганова С.М. Инициация акустической эмиссии в обводненных образцах песчаника. // Доклады Академии наук, Т. 469, № 1, 2016, с. 97-101.

#### **АВТОМАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ЦУНАМИОПАСНОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ**

*М.н.с. Колесов С.В., проф. Носов М.А., вед. инж. Большакова А.В.,  
спец. по уч.-метод. раб. Нурисламова Г.Н., физик Семенцов К.А.,  
студент Карпов В.А.*

Создан прототип автоматизированной системы оценки цунамиопасности землетрясений, ориентированной на простоту, скорость работы и использование минимума входных данных. Входными данными для системы являются механизм очага землетрясения, который обычно становится доступным в течение 15-30 минут после сейсмического события, и глобальные данные о рельефе дна (ГЕВСО). Данные механизма очага землетрясения предоставляются в публичный доступ различными организациями, в частности Геофизической службой Российской академии наук, Гео-

физической службой США (USGS) и Немецким Центром наук о Земле (GEOFON).

Работа системы состоит из трех последовательных этапов. На первом этапе по механизму очага землетрясения вычисляется векторное поле ко-сейсмической деформации дна. Для этого применяются формулы Окада и эмпирические связи, позволяющие определить размеры площадки разрыва и величину подвижки по сейсмическому моменту. На втором этапе рассчитывается начальное возвышение воды в источнике цунами и определяется потенциальная энергия этого возвышения, по которой производится оценка интенсивности цунами по шкале Соловьева-Имамуры. Начальное возвышение рассчитывается с учетом вертикальной и горизонтальной составляющих деформации дна, локальной батиметрии и сглаживающего эффекта водного слоя. Для определения связи между потенциальной энергией начального возвышения воды в источнике цунами и интенсивностью результирующего цунами было проведено дополнительное исследование. Статистически обработано более 200 исторических событий из баз данных по цунами HTDB/WLD и NGDC/WDS. Полученная зависимость используется для оценки интенсивности цунами и соответствующего доверительного интервала. На завершающем третьем этапе проводится численное моделирование распространения волны цунами в рамках теории длинных волн. Результатом расчета являются временные развертки колебаний уровня в наборе заданных точек, времена добегаания волны цунами, а также распределение максимальных высот волн.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проектов 16-55-50018, 16-05-00053.

## ВОЛНОВЫЕ АТТРАКТОРЫ И КАСКАД ВОЛНОВОЙ ЭНЕРГИИ В НЕПРЕРЫВНО СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ И ВРАЩАЮЩИХСЯ СРЕДАХ

*Доц. Сибгатуллин И.Н.*

Перенос механической энергии от крупномасштабных приливных течений в глубоководном океане является одним из ключевых и не конца не понятых вопросов в океанологии и аналогичных задачах астрофизики. Приливные силы являются значительным источником энергии перемешивания глубоководного океана. Из порядка четырёх тераватт приливной энергии около двух с половиной тераватт поглощается на мелководье, и оставшаяся часть распространяется по всей толще океана порождая внутренние волны.

Открытие волновых аттракторов позволяет по новому взглянуть на проблему переноса и распределения механической энергии. В виду особо-

го дисперсионного соотношения для внутренних волн, частота внешних возмущений определяет лишь направление с силой гравитации и в результате при наличии монохроматического волнопродуктора в среде с постоянной стратификацией (постоянной частотой плавучести) для пучков внутренних волн возникают новые правила игры в бильярд: при отражении от поверхностей сохраняется угол с вертикалью, а не с поверхностью. Если два параллельных луча падают на наклонную по отношению к вертикали стенку, то после отражения по новым правилам расстояние между ними может либо уменьшиться, либо увеличиться. Лео Маас впервые показал удивительный математический факт, заключающийся в том, что фокусировка превалирует на расфокусировкой, и вследствие этого в замкнутых геометриях с наклонными стенками практически всегда существуют замкнутые пути, к которым сходятся все пучки монохроматических волн после многочисленных отражений.

Трассировка лучей — или игра в бильярд — соответствует волнам малой амплитуды или линейной теории. По линейной теории фокусировка волн на аттракторе бесконечна, что приводит к бесконечной аккумуляции энергии. В реальных жидкостях такого быть не может и численные эксперименты показывают каким образом происходит диссипация энергии вблизи лучей аттрактора. К настоящему времени теория линейных двумерных аттракторов внутренних волн развита достаточно хорошо. И основной интерес представляют трёхмерные и турбулентные режимы. Нам впервые удалось смоделировать квазидвумерную постановку для аттракторов внутренних волн, так что эксперимент и численный расчёт хорошо соответствуют как качественно, так и количественно. Оказалось, что в экспериментах большую роль играет диссипация на боковых стенках, что объясняет неудачные попытки сопоставления численных и лабораторных экспериментов авторами предшествующих работ. Прямое численное моделирование является вызовом для данного класса задач поскольку для выяснения закономерностей турбулентных режимов требуется решать сильно нелинейную задачу на больших временах при числе Прандтля–Шмидта около 700. Для решения уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска (с сохранением нелинейных и вязких членов) мы использовали метод спектральных элементов, позволяющий решать задачу в неортогональной геометрии с сохранением высокого порядка аппроксимации.

В непрерывно стратифицированных жидкостях роль восстанавливающей силы для возникновения волновых движений играет плавучесть. Аналогичную роль во вращающихся объёмах однородной жидкости играет сила Кориолиса. Дисперсионное соотношение для линеаризованной и невязкой системы уравнений для вращающихся масс жидкости связывает частоту внешних возмущений  $\omega_0$  и угловую скорость вращения  $\Omega$  с углом распространения волны к оси вращения:  $\omega_0(2\Omega) = \cos \theta$ .

Для большого класса вращающихся астрофизических объектов характерны наклонные с осью вращения границы. Мы смоделировали вращающийся трёхмерный слой с трапециевидной образующей [1] и описали структуру трёхмерного волнового аттрактора для различных типов внешних воздействий. Расчёты показали, что в отличие от внутренних волн в трапецеидальных бассейнах, во вращающихся системах неустойчивость развивается в азимутальном направлении. При увеличении амплитуды внешних воздействий наблюдается каскад триадных резонансов, приводящий к развитой волновой турбулентности. Примечательно, что при тех же амплитудах внешних воздействий, но в отсутствие аттракторов (при прямоугольном сечении) турбулентности не возникает.

### Литература

1. Ilias Sibgatullin, Evgeny Ermanyuk, Leo Maas, Xu Xiulin, and Thierry Dauxois. Direct numerical simulation of three-dimensional inertial wave attractors. IEEE Conference Proceedings, 17526262, 2017. <http://dx.doi.org/10.1109/ispras.2017.00029>
2. F. Beckebanze, C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, and L. R.M. Maas. Damping of quasi-two-dimensional internal wave attractors by rigid-wall friction. Journal of Fluid Mechanics, 841:614–635, 2018. <http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2018.107>
3. G. Pillet, E. V. Ermanyuk, L. Maas, I. N. Sibgatullin, and T. Dauxois. Internal wave attractors in 3d geometries: trapping by oblique reflection. Journal of Fluid Mechanics, (accepted), 2018.
4. C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, E. V. Ermanyuk, S. Joubaud, and T. Dauxois. Scale effects in internal wave attractors. PHYSICAL REVIEW FLUIDS, 2(11):114803, 2017. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevFluids.2.114803>
5. T. Dauxois, C. Brouzet, E. Ermanyuk, S. Joubaud, D. Le Tourneau, and I. Sibgatullin. Energy cascade in internal wave attractors. Procedia IUTAM, 20:120–127, 2017 <http://dx.doi.org/10.1016/j.piutam.2017.03.017>
6. C. Brouzet, E. V. Ermanyuk, S. Joubaud, I. Sibgatullin, and T. Dauxois. Energy cascade in internal-wave attractors. EPL (Europhysics Letters), 113(4):44001, 2016. <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/113/44001>
7. I. Sibgatullin and M. Kalugin. High-resolution simulation of internal waves attractors and impact of interaction of high amplitude internal waves with walls on dynamics of waves attractors. ECCOMAS Congress 2016 - Proceedings of the 7th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, 4:7130–7137, 2016. <http://dx.doi.org/10.7712/100016.2323.11224>
8. C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, H. Scolan, E. V. Ermanyuk, and T. Dauxois. Internal wave attractors examined using laboratory experiments and 3d numerical simulations. Journal of Fluid Mechanics, 793:109–131, 2016. <http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2016.119>

## ВЛИЯНИЕ СЕЗОННОЙ СТРАТИФИКАЦИИ В СЕВАСТОПОЛЬСКОЙ БУХТЕ НА СОДЕРЖАНИЕ МЕТАНА В ВОДЕ

С.н.с. Будников А.А., с.н.с. Иванова И.Н., с.н.с. Малахова Т.В.,  
студент Линченко Е.В.

В работе рассматриваются сезонные изменения в водах Севастопольской бухты температуры  $T$ , солёности  $S$ , растворенного кислорода  $O_2$ , а также содержания метана  $CH_4$  и его эмиссии в атмосферу.

Комплексные измерения проводились в августе 2017 г. с борта научного катамарана ФГБУН ИМБИ. С помощью зондов RCM 9 LW (Aanderaa) и YSI 600 OMS были проведены зондирования на 8 станциях, расположенных по разрезу Севастопольской бухты от устьевой зоны к кутовой части бухты (р. Черная). Параллельно измерялись скорость ветра  $U_w$  и его направление, температура воздуха  $T_v$ . Содержание  $CH_4$  в поверхностной воде определяли на 25 станциях методом фазово-равновесной дегазации [1]. Измерения проводили на хроматографе HP 5890 с набивной колонкой и пламенно-ионизационным детектором.

В условиях сильной летней плотностной стратификации (средняя по глубине частота Вайсяля-Брента  $N=19 \cdot 10^2$  Гц) преобладал северо-восточный ветер со скоростью  $U_w=2-4$  м/с,  $T_v = 31-32^\circ\text{C}$ , волнение 0-1 балла. На рис. 1 показаны распределение солёности воды  $S$  и растворенного в воде кислорода  $O_2$  по глубине и вдоль по разрезу.

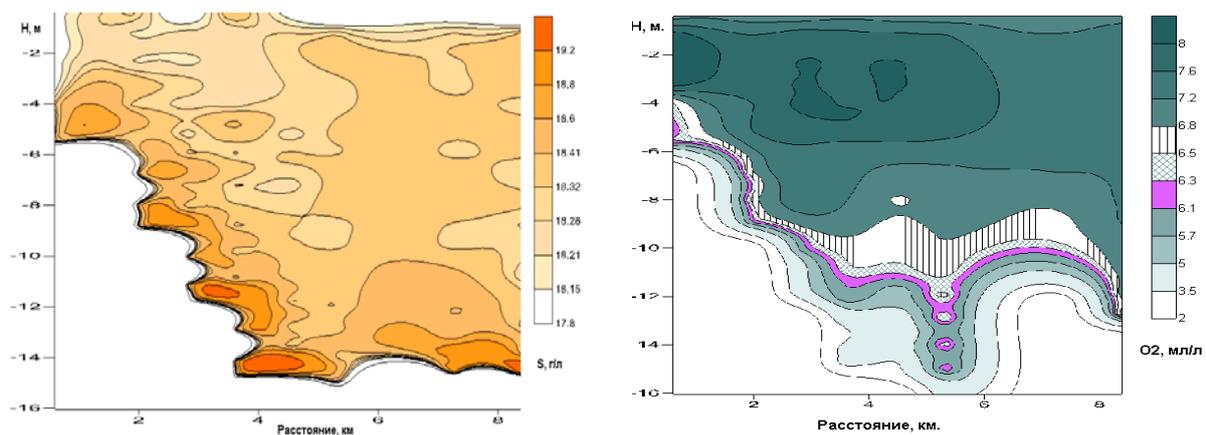


Рис. 1. Распределения  $S$  а) и  $O_2$  б) по глубине и вдоль по разрезу от устьевой зоны к кутовой части бухты (р. Черная). Август 2017 г.

Заметное опреснение в бухте не наблюдается. Влияние речного стока на  $O_2$  в придонных слоях прослеживается по всей бухте. Полученные данные по температуре и распределению концентрации взвеси показывают, что более холодная и чистая вода из открытого моря фактически блокирует интрузию вод реки Черная в середине Севастопольской бухты. Анало-

гичные результаты, показывающие блокировку вод реки Черная морскими водами получены в работе [2] для июня месяца.

Диапазон концентраций метана в поверхностной воде бухты в августе находился в пределах от 22 до 122 нмоль·л<sup>-1</sup>. Пространственное распределение метана имело эстуарный характер: концентрация метана уменьшалась в направлении от места впадения р. Черной к открытому морю. Усредненный поток метана из воды в атмосферу составил 22 мкмоль·м<sup>-2</sup>·сут<sup>-1</sup>

Аналогичная серия комплексных зондирований по семи станциям от устьевой зоны к кутовой части бухты была проведена 20 февраля 2018 г. с 9.00 до 15.00. В это время происходит интенсивное конвективное опускание холодных поверхностных вод, что ведет к равномерному перемешиванию. Данные были получены при слабой зимней стратификации (средняя по глубине частота Вяйсяля-Брента  $N=7 \cdot 10^{-2}$  Гц), ветре со скоростью  $U_w=5-6$  м/с северо-восточного направления,  $T_v=2-6^\circ\text{C}$ , волнении 1-2 балла. Наблюдалось достаточно сильное дрейфовое течение на поверхности. В поле температуры было получено равномерное перемешивание по всей глубине в бухте, кроме увеличения на 1-2 °С вблизи устья реки Черная. На рис. 2 показаны распределение S и O<sub>2</sub> по глубине и вдоль по разрезу.

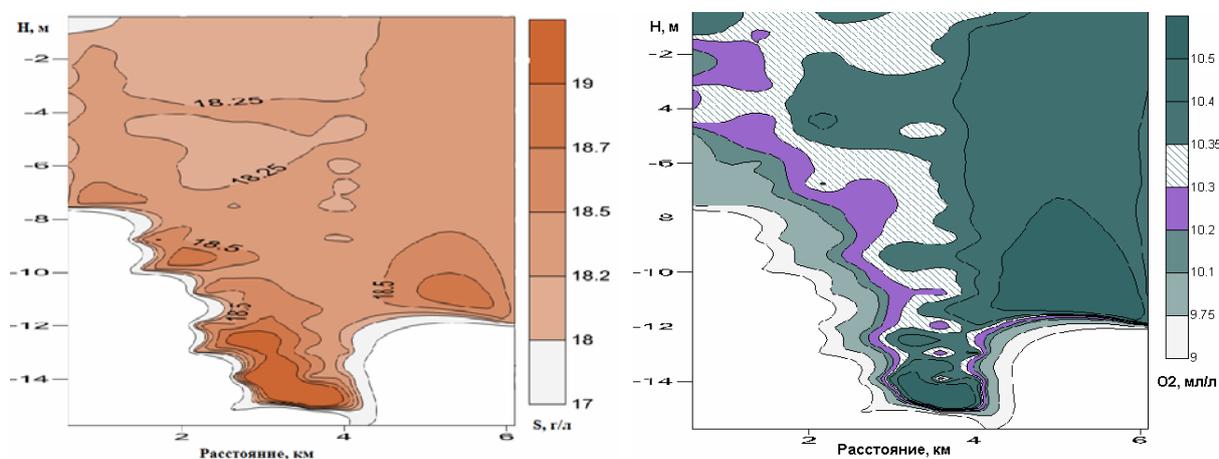


Рис. 2. Распределения S а) и O<sub>2</sub> б) по глубине и вдоль по разрезу от устьевой зоны к кутовой части бухты (р. Черная). Февраль 2018 г.

Заметное опреснение в поверхностном слое наблюдалось только вблизи устья реки Черная. Содержание O<sub>2</sub> в поверхностных водах в приустьевой зоне было примерно на 0,2-0,3 мл/л меньше, по сравнению с остальной акваторией бухты, что соответствует его уменьшению при увеличении температуры на 1 °С. Аналогичные данные получены в работе [2]. Измерения в зимний период показывают, что при слабой стратификации и северо-восточном ветре 5-6 м/с, влияние вод реки Черная на гидрофизические процессы в бухте оказывается незначительно.

В феврале диапазон концентраций метана в воде составил 11-188 нмоль·л<sup>-1</sup> (среднее 74 нмоль·л<sup>-1</sup>). Также, как и летом, максимум отмечался в кутовой части бухты – наиболее распресненной по сравнению с остальной частью акватории. Среднее значение эмиссии метана в атмосферу составило 61 мкмоль·м<sup>-2</sup>·сут<sup>-1</sup>.

Источником метана в бухте могут быть как процессы его продукции непосредственно в толще воды, так и поступление за счет диффузии из донных осадков, которое имеет особое значение для мелководных хорошо перемешиваемых акваторий.

Преыдушие исследования показали, что в феврале по сравнению с другими исследованными сезонами в донных осадках Севастопольской бухты наблюдались максимальные концентрации метана. В условиях интенсивного конвективного перемешивания вод поверхностные слои могут обогащаться метаном, поступающим в придонные слои за счет диффузии из донных осадков. Тогда как во время летней плотностной стратификации концентрации метан в верхнем слое вод должны обеспечиваться процессами образования в толще, лежащей над термоклинном.

### **Результаты**

Основное влияние на гидрофизические процессы в бухте в августе и феврале оказывают морские воды. Влияние вод реки Черная фиксировалось только в кутовой части бухты, где для обоих сезонов были получены максимальные значения концентрации растворенного в воде метана.

В целом в августе наблюдались пониженные относительно февраля концентрации метана в поверхностном слое воды Севастопольской бухты. Данные свидетельствуют о том, что устойчивая летняя плотностная стратификация блокирует поступление метана с придонными слоями воды к поверхности, тогда как интенсивное конвективное зимнее перемешивание повышает его содержание за счет поступления насыщенных метаном придонных масс воды.

### **Литература**

1. Большаков А.М., Егоров А.В. Об использовании методики фазово-равновесной дегазации при газометрических исследованиях // *Океанология*. - 1987. - 27. - № 5. - С. 861-862.
2. Кондратьев С.И.. Особенности распределения растворенного кислорода в водах Севастопольской бухты в 2006-2007 годах // *Морской гидрофизический журнал*. №2, стр.63-76, 2010 г.

## ВЛИЯНИЕ ГЛУБИНЫ И НАКЛОНА ДНА ВОДОЕМА НА СКОРОСТЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ТЕРМОБАРА

Ст. науч. сотр. *Блохина Н.С.*, студент *Селин Д.И.*

Формирование термических и динамических полей в пресных водоемах весной и осенью связано с возникновением и развитием в них термобара (ТБ). Термобар представляет собой вертикальный фронтальный раздел от поверхности до дна с температурой максимальной плотности воды (для пресной воды  $T_{\max}=4^{\circ}\text{C}$ ). Весенний термобар зарождается у берега при достижении поверхностных вод температуры  $4^{\circ}\text{C}$ . По мере прогрева водоема он распространяется к его центру и исчезает при превышении температуры поверхности водоема  $4^{\circ}\text{C}$ . В глубоких водоемах он может существовать несколько месяцев. Ограничивая обмен веществом и энергией между водами по разные стороны от ТБ, он определяет термодинамическое и экологическое состояние водного объекта. ТБ так же определяет временные различия пространственного распределения планктонных сообществ, рыб, птиц и млекопитающих в водоемах. Все это говорит о важности изучения динамики распространения ТБ в водоемах.

Многочисленные изменения на озерах показали, что на формирование и развитие термобара огромное влияние оказывает не только гидрометеорологическая ситуация, но и форма, размеры и рельеф дна озёрной котловины. Однако изучение влияния морфологических особенностей водоема на распространение ТБ ранее не проводилось.

В работе с помощью математического моделирования [1,2] получены зависимости скорости распространения весеннего термобара в водоеме с учетом его глубины и наклона дна. Это позволяет, используя количественные характеристики подводного рельефа (уклонов наклона дна и глубин) реального озера (например Ладожского озера [3]) построить изолинии пространственно-временной изменчивости местоположения термобара по акватории водоема.

Для моделирования влияния морфология дна водоема на динамические характеристики термобара рассматривалось движение вязкой несжимаемой жидкости в двумерной прямоугольной области с наклонной правой границей. Решалась система уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска и уравнение теплопроводности в переменных функции тока ( $\psi$ ) и вихря ( $\varphi$ ) с учетом аномальной зависимости плотности пресной воды от температуры в районе  $4^{\circ}\text{C}$ :

$$\rho(T) = \rho_0(4^{\circ}\text{C}) - \rho_0(4^{\circ}\text{C})\gamma(T - 4^{\circ}\text{C})^2. \quad (1)$$

Здесь  $T$  – температура и  $\rho$  – плотность воды;  $\rho_0$  – плотность воды при  $4^{\circ}\text{C}$ ;  $\gamma=0.000085^{\circ}\text{C}^{-2}$ .

В безразмерном виде система уравнений имела вид:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial \phi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial \phi}{\partial x_3} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} \right) - 2(T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right) \quad (3)$$

$$\Delta \psi = \varphi. \quad (4)$$

$$\mu^2 = \frac{C^3}{s} \int_S \left[ 4 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right)^2 - (T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] ds \quad (5)$$

Здесь  $\mu = \nu_T / H \sqrt{gH}$  – безразмерный коэффициент обмена,  $T_4$  – безразмерное значение температуры максимальной плотности пресной воды,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\gamma$  – коэффициент в формуле (1),  $s$  – площадь области решения задачи,  $C$  – эмпирический коэффициент.

Граничные условия задавались следующим образом. На дне водоема и правой наклонной боковой границе – условия прилипания и непроницаемости для скорости и отсутствия потока тепла. На левой границе – условие симметрии для всех переменных. На верхней границе – условие свободной границы для скорости и тепловой поток, состоящий из явного и скрытого потоков тепла, прямой солнечной радиации, длинноволнового излучения. Задача решалась численно.

Рассматривались водоёмы глубиной  $H$  от 8 м до 192 м и шириной  $L=4000$  м (половина водоёма). Угол наклона дна водоема  $\alpha$  изменялся от  $0.715^\circ$  до  $11.44^\circ$ . Температура атмосферы принималась равной  $T_a=20^\circ\text{C}$ , а относительная влажность воздуха  $f=60\%$ . Поток прямой солнечной радиации, поступающий на поверхность водоема равнялся  $Q_R=700$  Вт/м<sup>2</sup>.

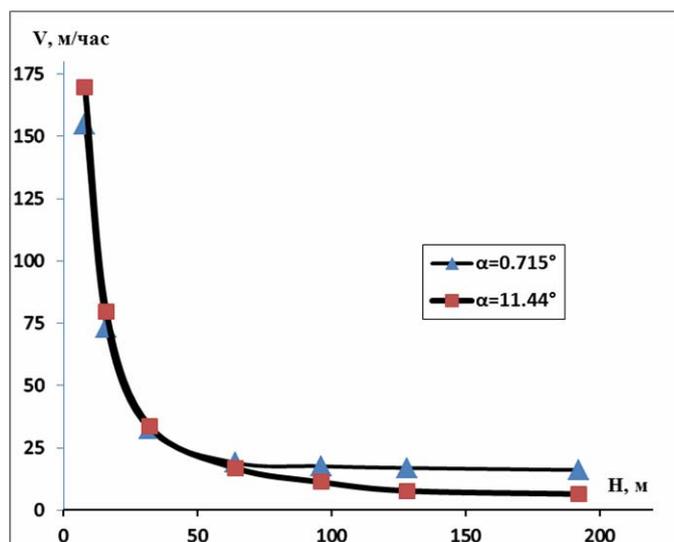


Рис.1. Скорость  $V$  перемещения термобара в зависимости от глубины водоема при углах наклона прибрежной зоны  $\alpha = 0.715^\circ$  и  $11.44^\circ$ .

Результаты расчетов скоростей перемещения термобара  $V$  для разных глубин водоема при углах наклона прибрежной зоны  $\alpha = 0.715^\circ$  и  $11.44^\circ$  представлены на Рис.1. Аналогичные зависимости при промежуточных углах  $\alpha$  лежат между кривыми, представленными на этом рисунке. Все они подчиняются степенной зависимости изменения скорости  $V$  от глубины водоема  $H$ . Наибольшие

скорости  $V$  наблюдаются при малых глубинах. Они резко уменьшаются с увеличением глубины водоема. В интервале рассчитанных углов и при заданных гидрометеорологических параметрах получено, что ТБ быстрее перемещается при малых глубинах водоема и большем наклоне дна. Разница при  $H=8$  м составляет 8%. С увеличением глубины водоема, скорости распространения ТБ для разных углов  $\alpha$  и одинаковых глубин приближаются, а при глубине  $H=32$  м они становятся одинаковы. Дальнейшее увеличение  $H$  приводит к тому, что скорости распространения ТБ становятся больше при малых  $\alpha$ . Так при  $H=192$  м и  $\alpha = 0.715^\circ$   $V=16,1$  м/ч, а при  $\alpha =$  **Ошибка! Ошибка связи.** в 2.5 меньше раза.

Полученные в работе скорости перемещения термобара весной удовлетворительно совпадают с результатами натуральных наблюдений на озере Ладога. Использование данных распределения глубин и уклонов дна Ладожского озера [3] и полученных в работе зависимостей скоростей перемещения ТБ позволяет построить изолинии его расположения по акватории озера в различные моменты времени после зарождения.

### Литература

1. Блохина Н.С., Орданович А.Е., Савельева О.С // Вод. ресурсы. 2001. **28**, № 2. С. 224 (*Blokhina N.S., Ordanovich A.E., Savel'eva O.S.* // Water Resources. 2001. **28**, N 2. P. 201. DOI:10.1023/A:1010339919712).
2. Блохина Н.С., Овчинникова А.В., Орданович А.Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 2. С. 60 (*Blokhina N.S., Ovchinnikova A.V., Ordanovich A.E.* // Moscow University Phys. Bull. 2002. **57**, N 2. P. 73).
3. Науменко М.А.// Известия Российской академии наук. Серия географическая. 2013. №1. С.62.

**Подсекция:**  
**ГАЗОДИНАМИКА, ТЕРМОДИНАМИКА  
И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ**

Сопредседатели  
профессор Н.Н. Сысоев, профессор И.А. Знаменская,  
профессор В.М. Шибков

## ВЫСОКОСКОРОСТНАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ДИНАМИКИ СВЕРХЗВУКОВОЙ ГИДРОАБРАЗИВНОЙ СТРУИ

Проф. Знаменская И.А., зав. каф., проф. Сысоев Н.Н.,  
нач. отдела Шишов Я.Н.

В последние годы проводятся экспериментальные и теоретические исследования функционирования процессов истечения из струеформирующих сопел [0, 0]. В работе [0] исследовались струи, истекающие из сопла с диаметром 4.5-5 мм при давлении от 5 до 350 кПа. Авторы показали, что скорость струи постоянна в пределах погрешности вплоть до расстояния 50 см от сопла. При развитии импульсной жидкой струи топлива со сверхзвуковой скоростью были зарегистрированы ударно-волновые конфигурации [0].

В данной работе показаны результаты оптических исследований начальной стадии истечения свободной струи воды из сопла сверхзвуковой гидроабразивной струи в атмосферу при давлении воды до сопла 400 МПа. В качестве источника такой струи использовалась установка гидроабразивной резки Flow WaterJet Mach3. Регистрирующим устройством являлась высокоскоростная камера Photron FASTCAM SA5 с временным разрешением съемки в видимом диапазоне до 750 тыс. кадров в секунду с экспозицией 1 мкс. Все эксперименты в настоящей работе выполнены при скорости съемки 100 000 кадров/с и временем экспозиции 10 мкс. Время прохождения струей области видеосъемки от сопла до отбойника составляло 1 – 3 мс. Размер области видеосъемки составил 105x175 мм пространственное разрешение 192x320 px. Схема регистрации теневого изображения включала лампу подсветки, одиночный или составной полупрозрачный экран, исследуемый объект, высокоскоростную камеру. Объектив камеры сфокусирован на область струи.

Из полученных фильмов, регистрирующих выход струи из сопла и прохождение до нижней области контакта, отобраны изображения через каждые 0.1 мс или 0.05 мс. Полученные цифровые последовательные изображения были обработаны в программе Microsoft Paint. Обработка изображений велась также на основе кросс-корреляционного анализа смещения точек соседних изображений (вариант теневого PIV).

Визуально определялась граница высокоскоростной струи, положение которой от времени в координатах кадра пересчитывалось в координаты в пространстве эксперимента. Первичная граница названа основным лидером струи. Визуально различимые вторичные возмущения - струи, распространяющиеся по среде струи за основным лидером струи названы вторичными лидерами. Для них зависимости координат от времени также были исследованы.

На рис.1 показаны мгновенные изображения различных стадий истечения струи, полученные на фоне подсвеченного экрана за счет эффекта

поглощения света в жидкости. Показано, что скорость лидера струи имеет скорости 60 до 200 м/с. На границе раздела струя-окружающий воздух на поздней стадии процесса наблюдается неустойчивость Кельвина-Гельмгольца.

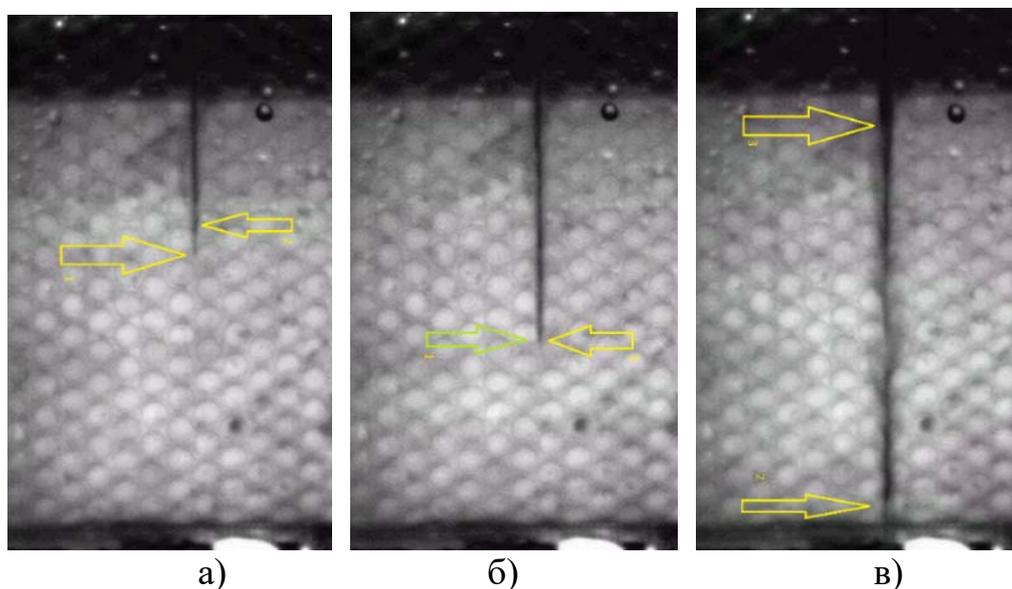


Рис. 1. а) визуализация струи с двумя лидерами; б) момент, когда вторичный лидер нагоняет основного лидера; в) лидеры струи 2, 3.

Показано, что основной лидер струи, распространяясь по невозмущенной области, в конце концов нагнан вторым лидером,двигающимся по возмущенной среде с большей скоростью. Третий лидер струи движется с большей скоростью чем первый, но близкой к скорости второго лидера.

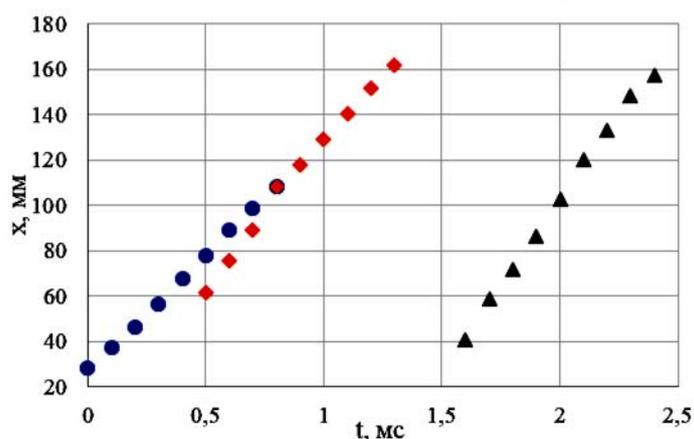


Рис. 2 Графики зависимости положения лидеров 1 (круги), 2 (ромбы), 3 (треугольники) от времени.

В результате обработки полученных данных визуализации, получены графики динамики развития струй. Показано, что скорость лидера струи имеет скорости 60 до 200 м/с. На рис.2. видно, что второй лидер нагоняет

основного лидера струи и замедляет свою скорость. Скорость основного лидера струи  $99 \pm 9$  м/с, скорость второго лидера до слияния,  $154 \pm 32$  м/с, а после слияния -  $107 \pm 8$  м/с. Скорость третьего лидера составила  $146 \pm 30$  м/с. Время между кадрами: а) – б) – 0.3 мс, б) – в) – 1.1 мс.

Таким образом, в настоящей работе с помощью высокоскоростной оптической регистрации и цифровой обработки изучен быстропротекающий процесс выхода водной струи в воздух из струеформирующего сопла установки гидроабразивной резки. Исследовано явление суперпозиции лидеров в процессе формирования сверхзвуковой струи. Показано, что скорость лидера струи имеет скорости до 200 м/с, при этом возникают вторичные лидеры, движущиеся в абсолютной системе координат быстрее основного лидера струи.

### Литература

1. Kyriaki Maniadaki, Thomas Kestis, Nicholaos Bilalis. Aristomenis Antoniadis. A finite element-based model for pure waterjet process Simulation// Int J Adv Manuf Technol. 2007. 31. P. 933–940; DOI: 10.1007/s00170-005-0274-8.
2. Guha A., Barrona R.M., Balachandar R. An experimental and numerical study of water jet cleaning process// Journal of Materials Processing Technology. 2011. V. 211. P. 610-618; DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2010.11.017.
3. Л.С. Котоусов Исследование скорости водяных струй на выходе сопел с различной геометрией. – Журнал технической физики, 2005, том 75, вып. 9.
4. Anirut Matthujak, Kulachate Pianthong, Kazuyoshi Takayama, B. E. Milton. «Experimental Study of Ignition over Impact-Driven Supersonic Liquid Fuel Jet», 2013; DOI: 10.1155/2013/928970.

### ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЗАДАЧИ РИМАНА (РАСПАДА РАЗРЫВА)

Проф. Знаменская И.А.

Задача о распаде произвольного разрыва («Riemann problem» в англоязычной литературе) формулируется следующим образом: Пусть в момент времени  $t = 0$  при  $x < 0$  находится однородный газ с параметрами  $u_0$ ,  $p_0$ ,  $\rho_0$ , а при  $x > 0$  – газ с параметрами  $u_1$ ,  $p_1$ ,  $\rho_1$ . Газы могут быть различны по своим термодинамическим свойствам и обладать различными значениями характеризующих их параметров. Необходимо определить движение газа, возникающее при  $t > 0$ . В результате, при  $t > 0$ , начальный разрыв распадается на несколько сильных и слабых разрывов. Распад разрыва реализуется, при столкновении ударных волн или ударной волны с контакт-

ным разрывом. Для одномерного случая задача о распаде разрыва имеет автомодельное аналитическое решение, которое впервые было получено Н.Е. Кочиным в 1924 году [1]. Н.Е. Кочин показал, что в зависимости от распределения параметров идеального газа в начальный момент, произвольный разрыв распадается на: а) либо две ударные волны б) либо две волны разрежения в) либо на ударную волну и волну разрежения, движущиеся в разные стороны. Во всех случаях на месте произвольного разрыва остается контактный разрыв. Аналитическое решение данной задачи используется во многих схемах численного моделирования. Одной из самых популярных схем является схема Годунова.

Экспериментальная реализация распада разрыва между двумя покоящимися газами затруднена из-за конечного времени исчезновения перегородки между двумя объемами газа. Часто в качестве экспериментальной реализации задачи о распаде разрыва рассматривают течение, возникающее в ударной трубе после разрыва диафрагмы. Поток в ударной трубе может быть описан одномерной системой уравнений Эйлера. В действительности, такой процесс далек от идеальной постановки задачи о распаде разрыва в связи с конечностью времени разрушения материальной перегородки и неоднородностью ее разрушения [2].

Разряды наносекундной длительности являются уникальным средством для мгновенной, с газодинамической точки зрения, реализации условий распада разрыва. Энерговклад в области пробоя, а следовательно, и нагрев газа, происходит за несколько десятков наносекунд, за такое короткое время газодинамические неустойчивости не успевают развиваться и газ можно считать неподвижным.

На границе импульсного плазменного образования в результате реализации условий распада разрыва возникают: ударная волна, волна разрежения и контактная поверхность.

При инициировании поверхностного разряда длительностью около 100 нс (плазменного листа) в результате распада разрыва на границе газ-плазма формируются ударная волна (близкая к плоской), контактная поверхность, а также волна разрежения. Волна разрежения движется к поверхности, вдоль которой разряд инициирован, затем отражается от нее, меняя направление движения на противоположное и догоняет контактную поверхность. В результате взаимодействия волны разрежения с контактной поверхностью последняя замедляется, и практически остается далее на месте – на постоянном расстоянии от поверхности [3].

Аналогичная динамика разрывов имеет место при цилиндрической симметрии – при наносекундном цилиндрическом разряде наносекундной длительности (например, при контрагированной форме объемного импульсного разряда). В этом случае волна разрежения отражается от оси симметрии течения [4].

Показано, что идеально плоские разрывы реализуются при эффекте контролируемого распада разрыва на мгновенно возникающей поверхности газ-плазма, совпадающей с плоской поверхностью ударной волны, движущейся в прямоугольном канале ударной трубы при иницировании импульсного объемного разряда с предионизацией УФ излучением от плазменных листов. После ионизации с помощью наносекундного объемного разряда газа перед фронтом ударной волны, распространяющейся в газодинамическом канале, исходная ударная волна распадается на три поверхности разрыва – 2 ударных волны и контактную поверхность.

Во всех трех конфигурациях контактная поверхность отделяет область газа за ударной волной от области неравновесной релаксирующей плазмы – две области одинакового давления и скорости.

Высокоскоростная теневая съемка динамики разрывов после распада плоского разрыва проводилась на временном интервале от 1.5 до 40 мкс. Использовалась высокоскоростная камера Photron FastCam SA5. Частота кадров составляла от 150 до 525 тыс. кадров/с. Экспозиция каждого кадра – 1 мкс. Получены серии анимаций возникающих разрывов [5]. Регистрация динамических параметров возникших после распада разрыва поверхностей разрыва позволяет определить долю электрической энергии, перешедшей во внутреннюю энергию газа на стадии протекания тока разряда.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 17-08-00560.

### Литература

1. Н.Е., Кочин. К теории разрывов в жидкости. Собрание сочинений. б.м. : Т. 2. М.-Л. АН СССР, 1949. С. 5-42.
2. Штеменко Л. С. Образование ударной волны в ударной трубе // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 1972. — № 5. — С. 607–611.
3. Mursenkova I. V., Znamenskaya I. A., Lutsky A. E. Influence of shock waves from plasma actuators on transonic and supersonic airflow // Journal of Physics D — Applied Physics. — 2018. — Vol. 51, no. 10. — P. 105201 (1)–105201 (11).
4. I. A. Znamenskaya et al. Visualization of flow by blast waves produced by pulsed discharge // Journal of Flow Visualization and Image Processing. — 2016. — Vol. 23, no. 1-2. — P. 15–24.
5. Igor Doroshchenko, Irina Znamenskaya, Dmitry Koroteev, and Tahir Kuli-zade  
When shock is shocked: Riemann problem dynamics at pulse ionization of a shock wave // Physics of Fluids. — 2017. — Vol. 29, no. 10.

## НОВЫЙ МЕТОД РЕГИСТРАЦИИ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ НА ОСНОВЕ ТЕРМОГРАФИИ

Проф. Знаменская И.А., ст.н.с. Коротеева Е.Ю.

Предложен и апробирован новый бесконтактный метод исследования поля скоростей пограничного турбулентного слоя жидкости при неизотермическом течении на основе высокоскоростной инфракрасной термографии. Метод позволяет измерять мгновенные и усредненные поля скоростей методом беззасевого трассирования. Физической основой метода является эффект поглощения инфракрасного излучения в воде.

Исследование пристенных течений жидкостей представляет интерес для фундаментальных проблем, связанных с турбулентными течениями и ряда инженерных приложений, включающих применение струйных систем для интенсификации процессов тепло — и массообмена. Неизотермические течения жидкости реализуются в затопленных струйных течениях, а также при смешении свободных струй различной температуры. Исследования импактных струй сосредоточены, в основном, на изучении процессов теплообмена в области взаимодействия струи с преградой [1-3]. Образующиеся в слое смешения вихревые образования оказывают существенное воздействие на процессы переноса и теплообмена в области взаимодействия струи с преградой. Наблюдаются локальные изменения характеристик теплообмена (в частности, поверхностное распределение числа Нуссельта), которые объясняют ламинарно-турбулентным переходом в пограничном слое, увеличением кинетической энергии турбулентности в пристенной струе или динамикой крупномасштабных вихревых структур. Численный расчет течений в пограничном слое, образующемся при натекании струи на твердую преграду, напрямую связан с фундаментальной проблемой моделирования турбулентных течений. Задача усложнена отсутствием достаточной базы экспериментальных данных. Для решения проблемы, в частности, в ОАО «ОКБМ Африкантов» была создана специализированная лаборатория гидродинамических испытаний, выполняющая экспериментальные исследования, представительные с точки зрения адаптации и верификации CFD программ [4,5]. Для исследования турбулентных пристенных течений газа на сегодняшний день доступны разнообразные контактные и бесконтактные экспериментальные методы: оптические теневые методы; методы, основанные на трассировании потока частицами; на использовании сажемазляных, термоиндикаторных и других покрытий. Для экспериментальной визуализации затопленных течений несжимаемой жидкости перспективным представляется применение комбинации PIV и PLIF методов [6]. В то же время область пограничного слоя смешения жидкости остается практически недоступной.

В настоящей работе предложен и апробирован новый метод исследования поля скоростей в пограничном слое жидкости при неизотермическом течении на основе высокоскоростной инфракрасной (ИК) термографии. В методе термографии высокоскоростных потоков жидкости регистрация тепловых полей проводится через стенки, прозрачные для ИК излучения [5,7]. В экспериментах с затопленной импактной струей горячая струя воды, погруженная в резервуар с холодной водой, натекала на вертикальную стенку резервуара с окном из фторида кальция диаметром 50 мм. Проводилась съемка ИК-камерой FLIR SC7000 с рабочим диапазоном длин волн 3.7-4.8 мкм. В этом диапазоне более 90% ИК-излучение проходит через окно из фторида кальция, поглощаясь при этом в слое воды порядка 0.1 мм, что позволяет при фокусировке камеры на внутренней стенке окна регистрировать тепловое излучение из тонкого пограничного слоя. Съемка проводилась на частоте от 200 до 400 Гц.



Рис. 1. Элемент экспериментальной установки для исследования затопленной импактной струи воды.

Предложенный [8] бесконтактный метод трассирования тепловыми точками - (ТТТ) - позволяет измерять векторные поля скоростей жидкости методом беззасевого трассирования. Из полученных в ходе экспериментов тепловизионных фильмов вырезаются и экспортируются серии изображений для дальнейшей обработки в программе кросс-корреляционной обработки "Davis" фирмы LaVision. Программой измеряется смещение тепловых точек на двух соседних кадрах в рамках одной ячейки, то есть смещение пикселей с одной и той же градацией серого. Строится корреляционная функция одной и той же ячейки на двух кадрах, в которой выделя-

ются максимумы, по максимумам определяются скорости в ячейке. Обработка проводилась с использованием трех проходов кросс-корреляции. Мгновенное поле скоростей строилось на основании сравнения двух соседних кадров с экспозицией около 1 мс. Для получения усредненного поля использовались данные по серии кадров с той же экспозицией. Примеры мгновенного и усредненного по 100 кадрам поля скоростей в пограничном слое зоны взаимодействия импактной затопленной струи с окном из фторида кальция представлены на Рис. 2. Ламинарная область в центральной

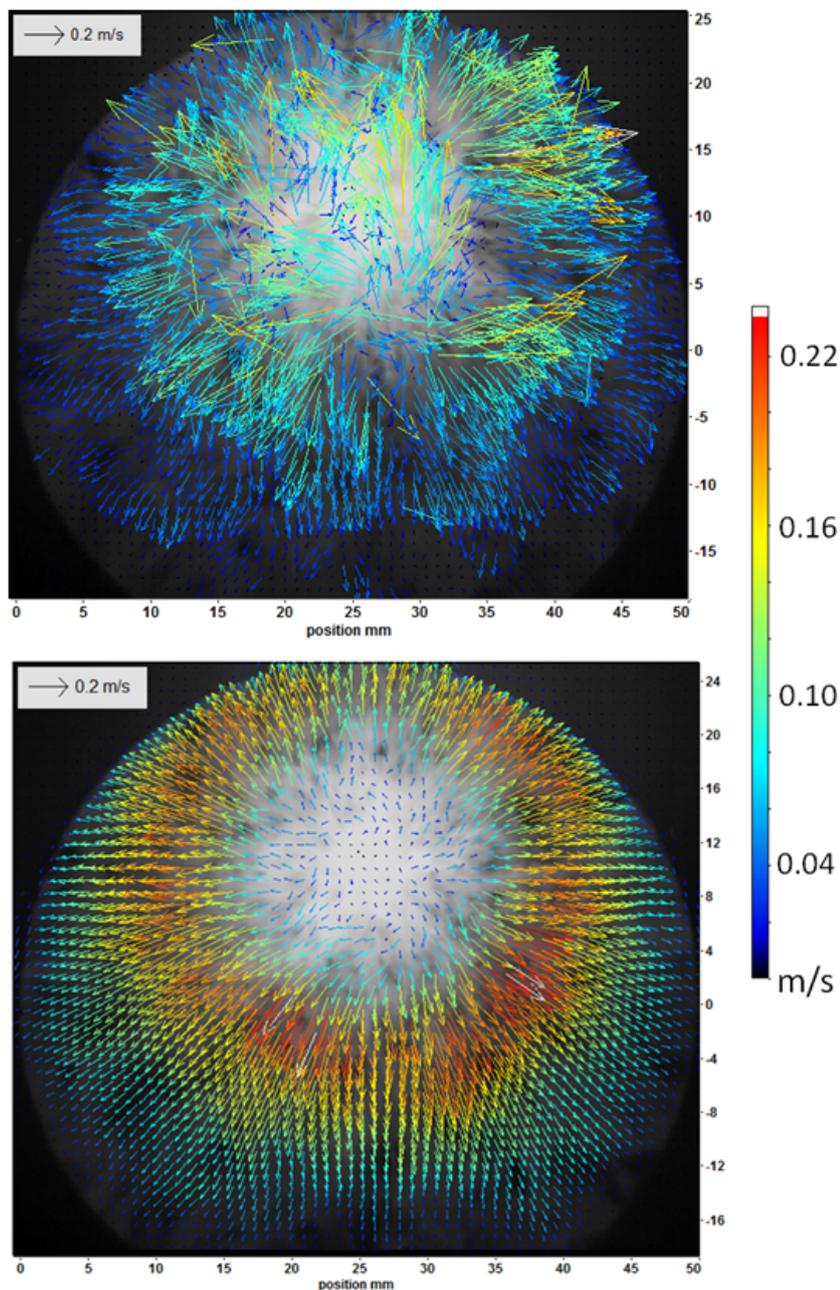


Рис. 2. Импактная затопленная струя: мгновенное (слева) и среднее (справа) поля скоростей.

части изображения имеет однородную зону интенсивного теплообмена; на усредненном изображении тепловые точки повышенной температуры практически отсутствуют. Таким образом, на усредненных изображениях визуализирована область ламинарно-турбулентного перехода (граница центрального пятна без векторов) и распределение усредненной скорости турбулентного течения в пограничном слое зоны растекания при взаимодействии импактной струи со стенкой.

Таким образом, в работе предложен и апробирован метод визуализации и количественного анализа параметров тонкого пристенного слоя жидкости на основе высокоскоростной ИК термографии – метод трассирования тепловыми точками ТТТ. Проведено построение полей и профилей скоростей. Определены области ламинарно-турбулентного перехода для импактных струй.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-38-60186).

### Литература

1. Carlomagno GM, Ianiro A, Thermo-fluid-dynamics of submerged jets impinging at short nozzle-to-plate distance: a review // *Exp. Thermal Fluid Sci.* 2014. V.58, P.15–35.

2. Zuckerman N, Lior N. Jet impingement heat transfer: physics, correlations, and numerical modeling // *Adv. Heat Transfer.* 2006, Vol.39, P.565–631.

3. Волков К.Н. Взаимодействие круглой турбулентной струи с плоской преградой // *ПМТФ.* 2007. Т. 48, №. 1. С. 55–67.

4. М.А. Большухин и др. Актуальные задачи развития экспериментальной базы для верификации CFD кодов при использовании в атомной энергетике. "Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева". 2012. №1 (94). С. 100-106.

5. Знаменская И.А., Фомичев В.И., Большухин М.А. Способ тепловизионного определения количественных пульсационных характеристик турбулентности неизотермического потока жидкости. Патент РФ № 2677793 от 30.09.2014.

6. A. S. Nebuchinov, Y. A. Lozhkin, A. V. Bilsky, and D. M. Markovich, "Combination of PIV and PLIF methods to study convective heat transfer in an impinging jet," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 80, pp. 139–146, 2017.

7. М.А. Большухин, И.А. Знаменская, В.И. Фомичев. Метод количественного анализа быстропротекающих тепловых процессов через стенки сосудов при неизотермическом течении жидкости // *Докл. АН,* 2015, Т. 465(1), С. 38–42.

8. E. Koroteeva, I. Znamenskaya, P. Ryazanov, A. Novinskaya / *Velocimetry of water boundary layer flows by thermal imaging // e-Proceedings of 11 Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing (PSFVIP-11).* — University of Kumamoto, Japan, 2017. — P. 087–1–087–3.

## ИНФРАКРАСНАЯ ТЕРМОГРАФИЯ ОПТИЧЕСКИ ТОНКИХ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ

Ст. н. с. *Винниченко Н.А.*, аспирант *Пуштаев А.В.*,  
асс. *Плаксина Ю.Ю.*, проф. *Уваров А.В.*

Как правило, инфракрасная (ИК) термография используется в газовой динамике для измерения температуры твердых поверхностей, свободной поверхности жидкости или определения тепловых потоков на твердой стенке. Если нужно измерить распределение температуры в воздушном потоке, в поток устанавливают тонкий экран или сетку с известной излучательной способностью в ИК диапазоне (ИК термография с использованием твердых маркеров). Необходимость введения в поток твердых маркеров обусловлена почти полной прозрачностью воздуха для ИК излучения, однако, в [1] был предложен новый бесконтактный способ измерения полей температуры в течениях воздуха — инфракрасная термография оптически тонких сред (ИКТОТС), основанный на небольшом отличии коэффициента пропускания воздуха в ИК диапазоне от единицы. Проведенное сравнение с другими экспериментальными методами — теневым фоновым методом, ИК термографией с использованием твердых маркеров, а также с численным моделированием для естественной конвекции над горизонтальной нагретой пластиной показало хорошую точность ИКТОТС, а также выявило преимущества этого метода: простоту экспериментальной реализации, высокое пространственное разрешение, возможность измерений в режиме реального времени. В настоящей работе производится дальнейшая апробация ИКТОТС на примере естественной конвекции вблизи вертикальной нагретой пластины и струи горячего воздуха, исходящей из осесимметричного сопла. Кроме того, предложен и применен в задаче об испарении этилового спирта с горизонтальной нагретой пластины вариант ИКТОТС с одновременным измерением полей температуры и концентрации пара, основанный на гипотезе подобия распределений температуры и концентрации.

При съемке ИК камерой непрозрачного объекта с излучательной способностью  $\varepsilon$  через слой воздуха с коэффициентом пропускания  $\tau$  полное излучение, которое регистрируется камерой, состоит из излучения объекта, излучения воздуха и отраженного от объекта излучения окружающих предметов

$$W_{tot} = \varepsilon\tau W_{obj} + (1 - \tau)W_{air} + (1 - \varepsilon)\tau W_{refl} \quad (1)$$

Обычно в термографии (1) используется для определения температуры объекта по известным  $\varepsilon$ ,  $\tau$ ,  $T_{air}$  и  $T_{refl}$ , а также калибровочной функции  $W = f(T)$ , которая связывает поток излучения и температуру. В ИКТОТС инфракрасная камера снимает через исследуемое течение однородный фон

с известной температурой, и (1) используется для определения температуры воздуха по известным  $\varepsilon$ ,  $\tau$ ,  $T_{obj}$  и  $T_{refl}$ . Ключевым параметром является коэффициент пропускания  $\tau$  — именно его отличие от единицы определяет величину второго слагаемого в правой части (1) и позволяет измерять мгновенные поля температуры воздуха, осредненные вдоль пути луча. Для инфракрасных камер, работающих в диапазоне длин волн 2-5 мкм, в частности, для использованного в настоящей работе тепловизора FLIR SC7700-M (3.7-4.8 мкм), коэффициент поглощения инфракрасного излучения в воздухе  $\alpha$  определяется концентрацией углекислого газа и для типичных условий составляет 0.05-0.07 м<sup>-1</sup>, что соответствует  $\tau \approx 0.997$  для пути луча 5 см.

При измерениях полей температуры в осесимметричных течениях  $\tau$  меняется в зависимости от локальной длины пути луча. Если использовать темный фон, отраженным излучением можно пренебречь и (1) с учетом  $\tau = \exp(-\alpha l) \approx 1 - \alpha l$  принимает вид

$$W_{tot} = W_{obj} \left( 1 - 2\alpha \sqrt{R^2 - x^2} \right) + 2\alpha \int_x^R W_{air}(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}}, \quad (2)$$

где  $x$  — расстояние до оси симметрии,  $R$  — максимальное значение  $x$ . Расчет температуры воздуха в этом случае проводится с использованием обратного преобразования Абеля.

При измерениях в воздухе у поверхности испаряющейся жидкости коэффициент пропускания зависит от концентрации пара с

$$\tau = \tau_0 e^{-\alpha_{vap} c l / \mu_{vap}}, \quad (3)$$

где  $\tau_0$  — коэффициент пропускания чистого воздуха,  $\alpha_{vap}$  — молярный коэффициент поглощения для пара (м<sup>2</sup>/моль),  $\mu_{vap}$  — молярная масса пара. В случае, если выполнены условия подобия полей температуры и концентрации пара (подобны граничные условия, число Льюиса близко к 1, отсутствует объемная конденсация), концентрация пара является функцией температуры, что позволяет найти поля и температуры, и концентрации пара с помощью ИКТОТС. Аналогичный подход для теневого фонового метода был использован в [2].

Измерения температуры воздуха при конвекции в пограничном слое у вертикальной нагретой пластины выявили определенное ограничение применимости ИКТОТС: уравнение (1) не учитывает излучение, исходящее непосредственно от нагретого твердого тела, поэтому оно может значительно исказить значения температуры воздуха вблизи твердой стенки. Этот эффект можно уменьшить, фокусируя объектив камеры на плоскость дальнего от камеры конца твердого тела. Средние по времени распределения температуры в струе горячего воздуха из строительного фена, полу-

ченные ИКТОТС, показаны на рис. 1. Для низких температур струи наблюдаются заметные шумы, ИКТОТС не хватает чувствительности. При высоких температурах струи результаты хорошо согласуются с показаниями термопар, размещенных на оси струи, с учетом того, что термопары дают заниженные значения из-за радиационного теплообмена между термопарой и стенами комнаты.

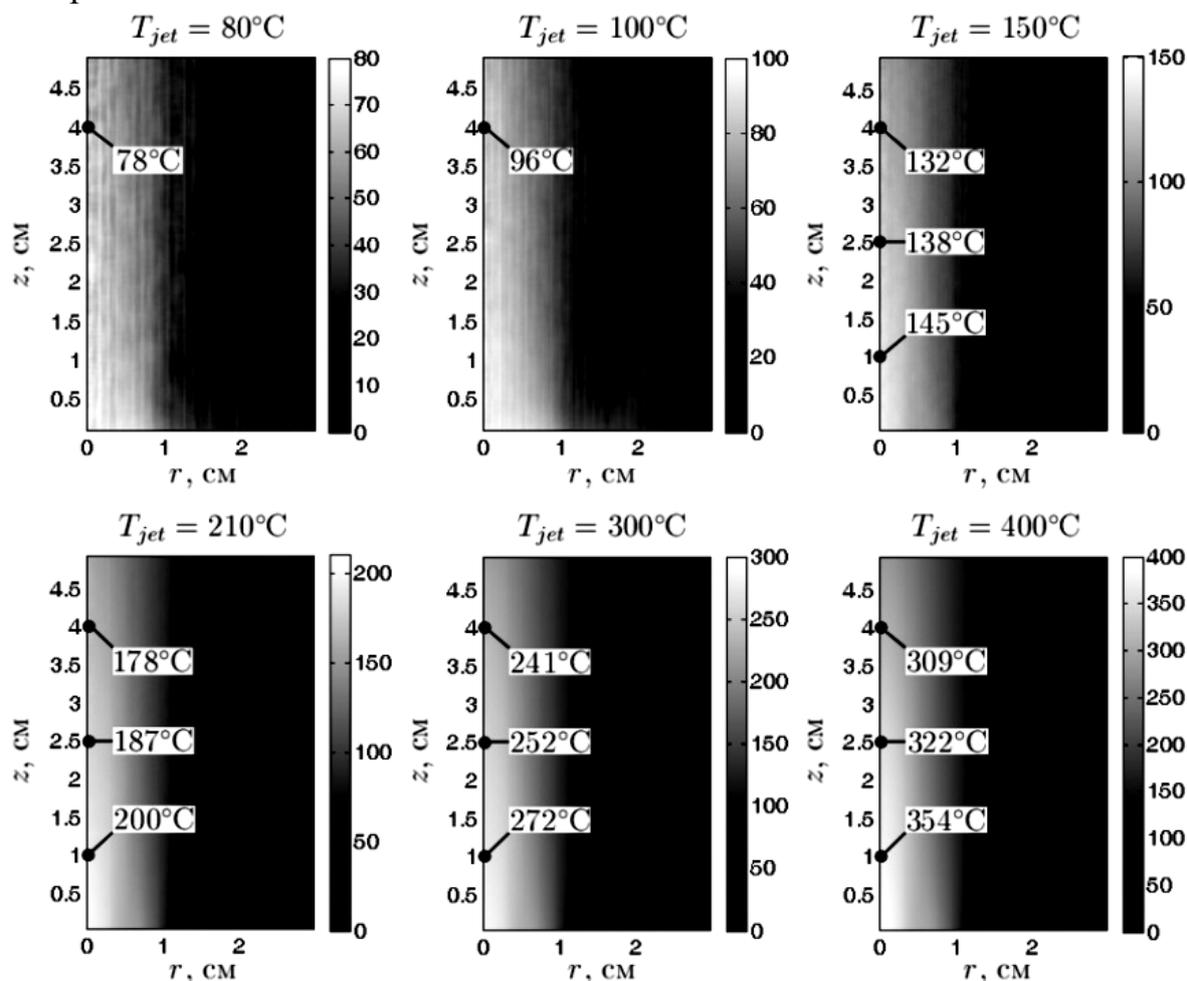


Рис. 1. Распределения температуры ( $^{\circ}\text{C}$ ) в направленной вверх струе горячего воздуха. Диаметр сопла 22 мм, скорость струи 15 м/с. Среднее по времени течение считалось осесимметричным.

Работа была выполнена с использованием оборудования, приобретенного за счет средств Программы развития Московского университета.

### Литература

1. Vinnichenko N., Plaksina Yu., Yakimchuk O., Soldatenkova K., Uvarov A. Air flow temperature measurements using infrared thermography // Quant. InfraRed Thermogr. J. 2017. v. 14. № 1. P. 107-121.

2. Винниченко Н.А., Плаксина Ю.Ю., Якимчук О.С., Пуштаев А.В., Уваров А.В. Соотношение температурных и концентрационных эффектов

при конвекции паров в воздухе // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2016. № 3. 163601.

## ЧИСЛЕННОЕ 3D МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА НА ВРАЩАЮЩИХСЯ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТАХ

Ст.н.с. *Коротеева Е.Ю.*,

н.с. *Щепанский М.С.* (Латвийский Университет, Рига, Латвия)

Благодаря высоким значениям коэффициента теплопроводности жидкие металлы находят широкое применение в энергетике, в частности, в качестве эффективного теплоносителя в ядерных реакторах. В большинстве технических систем и экспериментальных установок движение жидких металлов (в основном, свинца и его сплавов) осуществляется при помощи электромагнитных насосов (ЭМН). Применение ЭМН основано на проводящих свойствах жидких металлов: если жидкий металл, по которому течет электрический ток, поместить во внешнее магнитное поле, он придет в движение за счет действия силы Лоренца. ЭМН износостойкие, не требуют наличия механических элементов в металле, просты в техническом обслуживании и на сегодняшний день являются более предпочтительными по сравнению с традиционными механическими насосами, особенно в приложениях, предполагающих высокие плотности энерговыделения.

Накачка жидкого металла в индукционных ЭМН может осуществляться как генератором переменного тока, так и за счет вращения системы постоянных магнитов. Возросший интерес к последней технологии за последние два десятилетия связан со значительным снижением стоимости постоянных магнитов. В Институте Физики Латвийского Университета (IPUL) с 2000 года ведутся разработки и производство насосов на вращающихся постоянных магнитах (НВПМ) для экспериментальных и промышленных приложений. Дизайн надежных и мощных НВПМ предполагает улучшение таких параметров, как давление накачки и скорость потока жидкости. Разработка численных моделей НВПМ является чрезвычайно важной задачей, поскольку их теоретический анализ ограничен простой геометрией, а экспериментальные исследования зачастую сопряжены с техническими и экономическими трудностями.

Предложены два принципиальных дизайна НВПМ: цилиндрический и дисковый насос [1-2]. Дисковый насос состоит из двух железных дисков с радиально расположенными магнитными полюсами, а канал, по которому осуществляется течение жидкого металла, расположен между дисками. В отличие от цилиндрического, геометрия дискового насоса несимметрич-

на и существенно трехмерна, а течение жидкого металла не может быть описано в рамках простой 2D модели.

В данной работе впервые предложена численная МГД-модель течения жидкого металла в канале цилиндрического насоса [3]. Модель предполагает проведение сопряженного электромагнитного и гидродинамического расчета на основе итеративного подхода. Модель протестирована на результатах экспериментов в контуре со сплавом свинец-висмут. Расчет расширен на большие давления (до 7 бар), недоступные для экспериментальных измерений. Получены и проанализированы кривые давление-расход для сплава свинец-литий при различных значениях частоты вращения системы постоянных магнитов.

Работа выполнена при поддержке European Social Fund (проект № 2013/0018/1DP/1.1.1.2.0/13APIA/VIAA/061).

### Литература

1. I.E. Bucenieks, High pressure and high flowrate induction pumps with permanent magnets, *Magnetohydrodynamics* 39 (2003) 411-417.
2. I. Bucenieks, K. Kravalis, Efficiency of EM induction pumps with permanent magnets, *Magnetohydrodynamics* 47 (2011) 89-96.
3. E. Koroteeva, M. Scepanakis, I. Bucenieks, E. Platacis. Numerical modeling and design of a disk-type rotating permanent magnet induction pump. *Fusion Eng. Des.* 106 (2016), 85-92

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ С ОБЛАСТЬЮ ГОЛОВНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Проф. Знаменская И.А., проф. Сысоев Н.Н., доц. Черников В.А., аспирант Наумов Д.С.

Цель работы - исследование возможности использования плазмоидных образований для изменения сверхзвукового течения около модели и повышения полноты сгорания топлива в сверхзвуковом потоке. Данной проблеме посвящено достаточно много работ []. Проведен анализ динамики плазмоида и быстропротекающих ударно-волновых процессов, сопровождающих генерацию плазменного образования в сверхзвуковом струйном течении.

Время нарастания тока импульсного разряда, используемого для создания плазменного образования - около 5 микросекунд, реализуемый в генераторе плазмы быстрый ввод электрической энергии в газ приводит к образованию ударных (взрывных) волн, движущихся со сверхзвуковыми скоростями и существенно влияющими на поток. Для визуализации эволюции свечения плазменной струи, динамики ударно-волновых конфигу-

раций и неоднородностей использовалась высокоскоростная цифровая камера FASTCAM SA5. Была проведена покадровая съемка процесса взаимодействия плазмOIDных образований и возникающего при их генерации течения с областью сверхзвукового потока с головной ударной волной перед моделью в течение промежутков времени 150-200 мкс после инициирования разряда для различных значений скорости потока, истекающего из сопла; напряжения и тока. Использовались режимы съемки 150000 к/сек и 325000 к/сек, интервал между кадрами составлял соответственно около 7 мкс и около 4 мкс.

При истечении сверхзвукового потока из сопла (Рис.1 а,б), и его взаимодействии с препятствием (корпусом плазмотрона) через некоторое время после запуска потока устанавливается сверхзвуковое обтекание тела с отошедшей головной ударной волной. На рис.1а приведена схема течения и обозначены его основные структурные элементы. Течение имеет ось симметрии. На рис 1.б представлен теневой кадр стадии стационарного обтекания плазмотрона (до инициирования тока разряда) с головной ударной волной, образовавшейся в результате обтекания модели сверхзвуковой струей из сопла, число Маха потока при набегании на тело – около 2. Величина отхода от тела головной ударной волны при этом составляет около 2 мм. Осциллограмма тока приведена на рис 2.

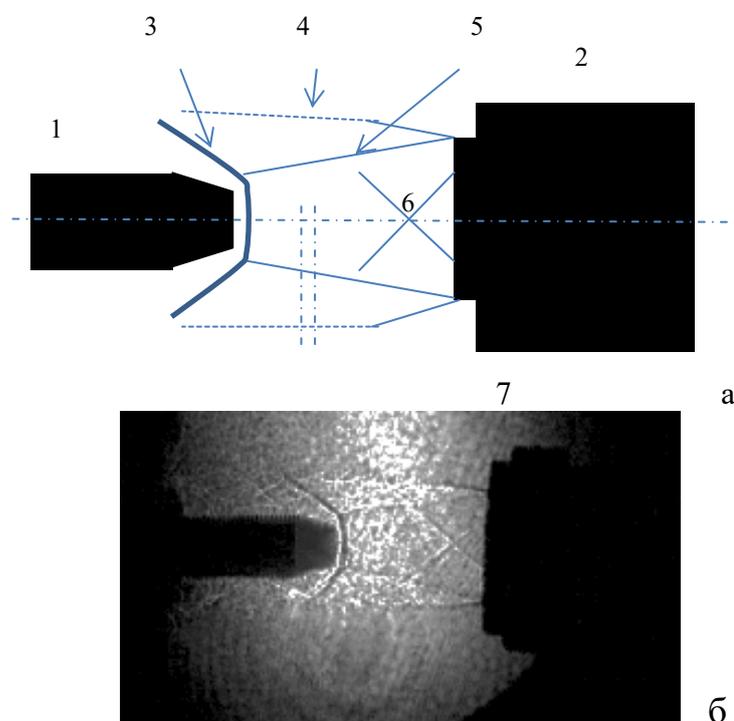


Рис. 1. Схема сверхзвукового течения (до инициирования плазменного образования): 1—обтекаемый генератор ПО, 2— сверхзвуковое сопло, 3—головная ударная волна, 4—внешняя граница слоя смешения, 5— внутренняя граница слоя смешения, 6— висячие скачки уплотнения, 7— величина отхода головной ударной волны

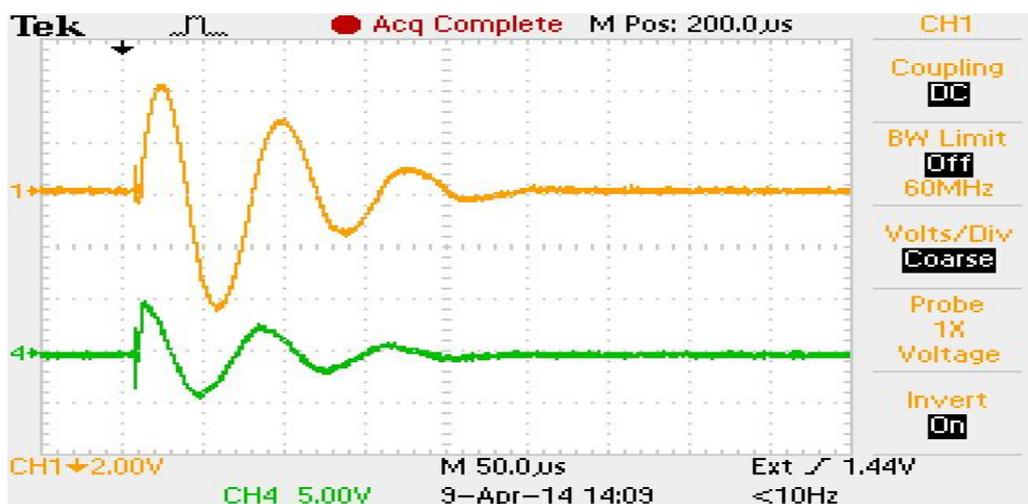


Рис.2.

Получены фильмы (серии последовательных кадров) процесса взаимодействия плазменного образования с областью головной ударной волны. Момент времени  $t$  – время инициирования тока разряда. После инициирования разряда на теневых изображениях видно растущее в течение времени 2-10 мкс плазменное образование; затем фиксируется засветка излучением плазмы области головной ударной волны и носовой части плазмотрона. Форма плазмодного образования близка к сферической. Размер плазменного образования около 4 см сохраняется в течение примерно 100 мкс, при этом внутри образования неравновесная плазма (очевидно неоднородная и нестабильная), постоянно генерирует звуковые возмущения (Рис. 3.1-3.4)). Размер плазменного образования коррелируется с колебаниями тока разряда.

Экспериментальные исследования показали, что после генерации квазистационарного плазмоида в сверхзвуковом потоке за время его существования (около 100 -120 мкс) меняется режим сверхзвукового обтекания модели с головной ударной волной. В частности, перестраивается ударный слой, значение отхода головной волны от модели на оси симметрии увеличивается в несколько раз. При этом число Маха обтекания существенно снижается, что может быть использовано при решении различного рода прикладных задач.

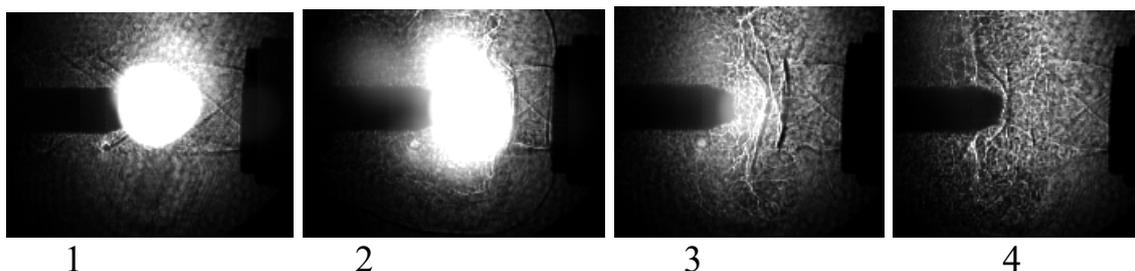


Рис.3.

### Литература

1. Azarova, O.A. Knight, D.D. An approach of drag force decrease for combined cylinder AD bodies under the action of microwave and laser energy deposition. *Aerospace Science and Technology* Volume 64, 1 May 2017, pp 154-160
2. Schülein, E., Zheltovodov, A. Effects of steady flow heating by arc discharge upstream of non-slender bodies. *Shock Waves*, 2011, 21 (4), pp. 383-396.
3. Георгиевский П. Ю., Левин В. А. Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. — 2003. — № 5. — С. 154–167.

### ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА НА СТЕПЕНЬ ИОНИЗАЦИИ ВОЗДУХА В ПЛАЗМЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПУЛЬСИРУЮЩЕГО РАЗРЯДА

Физик *Логунов А.А.*, проф. *Шибков В.М.*, в. н. с. *Шибкова Л.В.*, студент *Кокоулин Н.М.*, студент *Корнев К.Н.*

Работа посвящена исследованию физических процессов, протекающих в неравновесной плазме нестационарного поперечно-продольного разряда, создаваемого с помощью стационарного источника питания, и изучению влияния скорости дозвуковых и сверхзвуковых воздушных потоков на основные характеристики пульсирующего разряда. Исследования влияния скорости потока на характеристики пульсирующего разряда проводились на экспериментальной установке, состоящей из вакуумной барокамеры, камер высокого давления воздуха и пропана, системы для создания сверхзвукового потока, прямоугольного расширяющегося аэродинамического канала с присоединенным воздухопроводом, высоковольтного источника питания для создания газоразрядной плазмы, системы синхронизации и диагностической аппаратуры. Параметры высокоскоростного потока (скорость, массовый расход, температура и плотность) экспериментально определялись по измеренным значениям статического давления в аэродинамическом канале и полного давления воздуха в ресивере. Основные параметры пульсирующего разряда определялись с помощью автоматизированной системы сбора и обработки информации. Данная система позволила в масштабах реального времени проводить регистрацию сигналов от электрических зондов, импульсных датчиков давления, термодатчиков, фотоэлектронного умножителя, цифрового спектрографа,

тензодатчиков, безындукционного малого сопротивления, высоковольтного безындукционного делителя.

При включении источника постоянного напряжения между катодом и анодом происходит пробой воздуха по кратчайшему расстоянию. Образующаяся при этом плазменная перемычка начинает сноситься высокоскоростным воздушным потоком. Длина плазменного канала, скользящего в направлении потока вдоль горизонтально расположенных электродов, начинает увеличиваться и искривляется. Плазменный канал после фиксации на концах электродов продолжает вытягиваться в виде петли вниз по направлению распространения потока. Длина канала увеличивается, падение напряжения на нем растет и может превысить пороговое пробойное значение. После этого по кратчайшему расстоянию между электродами происходит новый пробой, и процесс повторяется периодически с некоторой частотой повторения. В экспериментах могут реализовываться два режима поддержания разряда. В первом случае плазменная петля достигает максимально возможной в условиях эксперимента длины без промежуточных повторных пробоев. Во втором случае в течение развития одной петли реализуется несколько (от одного до пяти) дополнительных повторных пробоев. Формирование разрядной петли в потоке периодически повторяется.

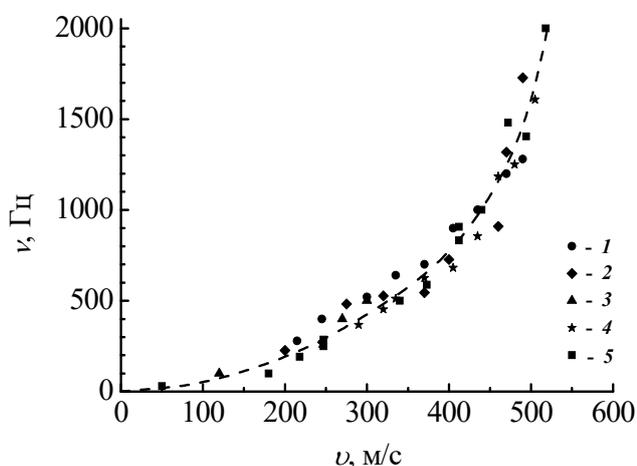


Рис. 1. Частота пульсаций плазменной петли в зависимости от скорости потока при различных значениях разрядного тока  $i_{\max}$ : 1 – 5.2, 2 – 9.8, 3 – 12.5, 4 – 14.5, 5 – 15.5 А.

разряда от скорости воздушного потока. Увеличение скорости потока приблизительно в пять раз от 100 м/с до 520 м/с приводит к значительному, в 40 раз, увеличению частоты пульсаций от 50 Гц до 2 кГц. Следует также обратить внимание на то, что частота пульсаций монотонно возрастает при переходе от дозвуковых к сверхзвуковым скоростям.

Зависимость частоты пульсации плазменной петли от скорости воздушного потока при различных значениях разрядного тока представлена на рис. 1. Видно, что при любых фиксированных значениях скоростей дозвуковых и сверхзвуковых воздушных потоков частота пульсаций почти не зависит от величины разрядного тока, изменяясь в пределах 100 Гц при изменении разрядного тока от 2 до 16 А. В эксперименте наблюдается сильная зависимость частоты пульсации

На рис. 2 приведены зависимости концентрации электронов от скорости воздушного потока в плазме поперечно-продольного пульсирующего канального разряда на различных расстояниях от электродов:  $z = 1$  см (1) и  $z = 3$  см (2). Измерения проводились при фиксированном значении разрядного тока  $i = 15.5$  А. Видно, что на расстоянии 1 см от электродов при увеличении скорости потока от 150 м/с до 500 м/с концентрация электронов возрастает почти в сорок раз от  $10^{15}$  см<sup>-3</sup> до  $3.7 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>. С увеличением расстояния от электродов до  $z = 3$  см электронная концентрация при всех скоростях потока уменьшается приблизительно в 2-3 раза, но также как и при  $z = 1$  см линейно нарастает с увеличением скорости.

Зависимость усредненной по времени и длине канала величины напряженности электрического поля в плазме пульсирующего разряда от скорости воздушного потока при различных значениях разрядного тока представлена на рис. 3. Видно, что при фиксированной скорости потока увеличение разрядного тока приводит к уменьшению электрического поля в плазме разрядного канала. Тогда как при всех значениях разрядного тока увеличение скорости воздушного потока приводит к росту поля, при этом при малых разрядных токах поле растет быстрее, чем при больших  $i$ . Возрастание напряженности электрического поля с ростом скорости потока объясняется тем, что для замыкания плазменной петли на катод в условиях пульсирующего разряда в высокоскоростном потоке необходимым условием является

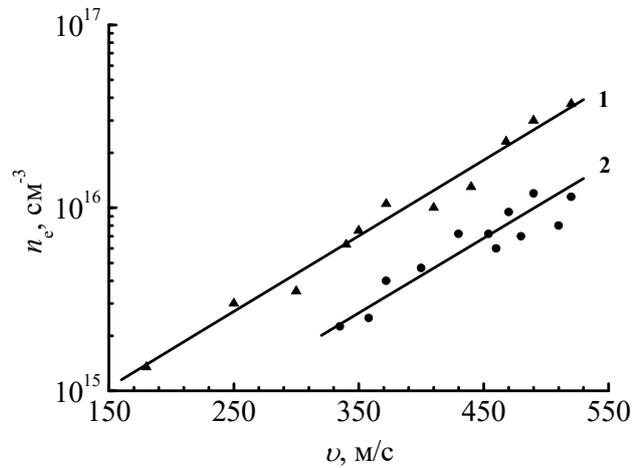


Рис. 2. Зависимость концентрации электронов от скорости потока воздуха в плазме пульсирующего канального разряда на различных расстояниях от электродов  $z = 1$  см (1) и  $z = 3$  см (2).  $i = 15.5$  А.

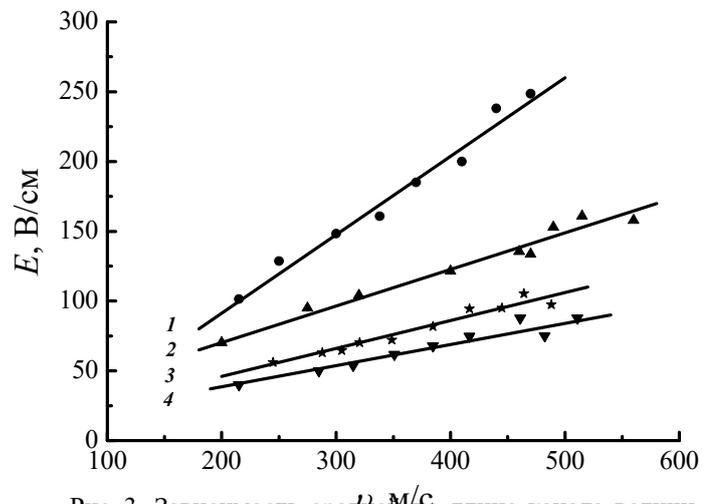


Рис. 3. Зависимость средней по длине канала величины напряженности электрического поля в плазме пульсирующего разряда от скорости воздушного потока. Максимальное значение разрядного тока: 1 – 5.5, 2 – 9.8, 3 – 14.5, 4 – 15.5 А.

увеличение скорости дрейфа положительных ионов, а это возможно только при увеличении электрического поля.

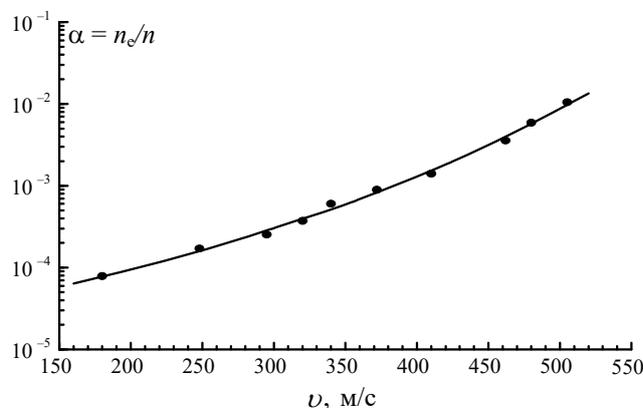


Рис. 4. Зависимость степени ионизации воздуха в плазме пульсирующего разряда от скорости потока воздуха при  $i = 15.5$  А,  $z = 1$  см.

Зависимость степени ионизации воздуха в плазме пульсирующего разряда от скорости потока воздуха при  $i = 15.5$  А и  $z = 1$  см представлена на рис. 4. Видно, что при низких дозвуковых скоростях воздушного потока степень ионизации газа в плазме порядка 0.01 %, а с увеличением скорости потока степень ионизации газа резко возрастает и достигает величины 1 % при скорости потока 500 м/с.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант № 18-02-00336-а).

#### ПЛАЗМЕННО-СТИМУЛИРОВАННОЕ ГОРЕНИЕ ПРОПАН-ВОЗДУШНОГО ТОПЛИВА В УСЛОВИЯХ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО РАЗРЯДА

Проф. *Шибков В.М.*, вед. н. с. *Шибкова Л.В.*, м. н. с. *Копыл П.В.*,  
физик *Логунов А.А.*, инженер *Сурконт О.С.*

При высоких скоростях полета летательного аппарата, оснащенного прямоточным воздушно-реактивным двигателем, воспламенение и сжигание топлива в камере сгорания осуществляется в условиях заторможенного, сильно сжатого и нагретого до высоких температур воздуха. Высокая температура на входе в камеру сгорания обеспечивает, с одной стороны, возможность автовоспламенения топлива, с другой стороны, при последующем сжигании топлива возникают высокие тепловые нагрузки на элементы конструкции двигателя. При низких же температурах воздуха на

Для определения степени ионизации газа необходимо кроме концентрации электронов знать также концентрацию молекул воздуха в нагретом плазменном канале. Получено, что температура газа в плазменном канале вблизи электродов увеличивается от 450 К до 1250 К с ростом скорости воздушного потока от 250 м/с до 500 м/с. С помощью этих данных была определена концентрация молекул воздуха в нагретом плазменном канале пульсирующего разряда.

входе в камеру сгорания проблематично стабилизировать горение топлива и обеспечить высокую полноту сгорания. Возможные технические решения связаны с использованием различных механических стабилизаторов горения или применением легковоспламеняющегося топлива. Однако существуют методы, которые позволяют решить проблему воспламенения холодного сверхзвукового топливовоздушного потока и стабилизации горения без использования застойных зон. Одним из новых решений данной проблемы является использование газовых разрядов. Плазменная технология позволяет целенаправленно воздействовать на дозвуковые и сверхзвуковые топливовоздушные потоки с помощью локального выделения в них дополнительной энергии. Это способствует достижению режима полного сжигания топлива в достаточно коротких аэродинамических каналах длиной  $L \leq 1$  м при умеренных  $T \sim 1000$  К температурах воздушно-углеводородного топлива на входе в камеру сгорания. В работе изучаются возможности использования неравновесного нестационарного продольно-поперечного пульсирующего разряда, создаваемого с помощью стационарного источника питания, для повышения эффективности плазменно-стимулированного воспламенения и управления процессом горения воздушно-углеводородного топлива, а также для его стабилизации в условиях сверхзвукового потока. Данный способ основан на передовых достижениях физики плазмы, газовой динамики и физической химии. В экспериментах в качестве топлива используется газообразный пропан.

Для изучения параметров плазмы и пламени применялись как дистанционные бесконтактные, так и контактные диагностические методы. Исследования проводились с временным и пространственным разрешением. Диагностический комплекс состоит из монохроматоров и спектрографов с цифровой регистрацией спектра, блока зондовой диагностики с цифровой регистрацией вольт-амперных характеристик, датчиков давления, термопар, тензодатчиков, теневой установки, рефракционных лазерных датчиков, накаливаемого потоком пламени электрического зонда, системы измерения проводимости пламени, электронных датчиков измерения концентраций пропана, углекислого газа, температуры, абсолютной и относительной влажности, цифровых фотоаппаратов, высокоскоростной цифровой видеокамеры, цифровых осциллографов, компьютеров.

В первом эксперименте по использованию газоразрядной плазмы для стабилизации внутреннего горения высокоскоростного пропан-воздушного потока при атмосферном давлении окружающего воздуха использовался короткий аэродинамический канал, продольный размер которого меньше 10 см. Показано, что в коротком канале топливо не успевает полностью сгореть внутри этого канала, при этом образуется большой факел, а полнота сгорания не превышает 30 %. Для того чтобы повысить эффективность горения, необходимо было увеличить время нахождения топлива внутри

камеры сгорания, т.е. либо уменьшить скорость потока, что для нас неприемлемо, либо увеличить продольные размеры канала. Были разработаны и изготовлены новые гладкие (без специальных застойных зон) аэродинамические каналы прямоугольного сечения. Чтобы избежать их теплового запыриания при плазменно-стимулированном горении воздушно-углеводородного топлива в сверхзвуковом потоке, использовались каналы с переменным сечением, причем отношение выходного сечения к входному  $S_2/S_1 = 5, 8$  и  $12$ . Продольная длина каналов равна  $70, 60$  и  $50$  см. Основные эксперименты по стабилизации сверхзвукового горения пропан-воздушного топлива были выполнены с использованием расширяющегося аэродинамического канала прямоугольного сечения длиной  $50$  см с  $S_2/S_1 = 12$ .

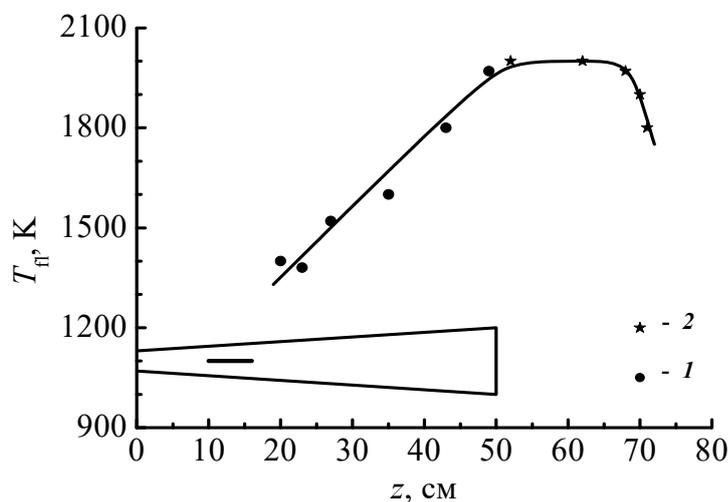


Рис. 1. Продольное распределение температуры пламени внутри 1 аэродинамического канала и на выходе 2 из него.  $i_{\max} = 9.8$  А,  $dm_{\text{air}}/dt = 105$  г/с,  $v_1 = 480$  м/с,  $M_1 = 1.8$ .

Показано, что в процессе сверхзвукового сгорания топлива на выходе из длинного аэродинамического канала образуется короткий факел голубого цвета, продольные размеры которого не превышают  $20-25$  см. Показано, что при этом происходит полное сгорание пропана внутри канала. Аксиальная зависимость температуры пламени, измеренная спектральным методом внутри аэродинамического канала, приведена на рис. 1. Видно, что температура линейно повышается от  $1400$  К вблизи электродов до  $1950$  К на выходе из аэродинамического канала. Это связано с тем, что в области существования газоразрядной плазмы, генерируемой в области  $z = 10-20$  см от входного сечения канала, не происходит полное сгорание пропана. По мере сноса воздушно-углеводородного потока и дальнейшего догорания топлива температура повышается до  $1950$  К.

Аксиальное распределение температуры пламени на выходе из аэродинамического канала измерялось также с помощью накаливаемого двойного зонда. Зонд помещался в фиксированную область пространства, происходил запуск системы, обеспечивающей плазменно-стимулированное сжигание сверхзвукового потока углеводородного топлива. При этом происхо-



Рис. 2.  $dm_{air}/dt = 105$  г/с,  $v_1 = 480$  м/с,  $M_1 = 1.8$ . Время экспозиции 2 мс, временной промежуток между кадрами 0.3 с.

дит постепенный разогрев тонких поверхностных слоев вольфрамового двойного зонда до температуры пламени 1800-2000 К. В этом случае происходит абляционный унос атомов с поверхности стержней. Этот эффект хорошо наблюдается в эксперименте по сверхзвуковому горению пропана в условиях пульсирующего разряда при токе  $i = 9.8$  А, длительности разрядного тока и инъекции пропана 1.5 с. Зарегистрированные в различные моменты времени фотографии общего вида аэродинамического канала при сверхзвуковом горении пропана и помещенного на его выходе вольфрамового стержня представлены на рис. 2. Время увеличивается слева направо. Видна динамика нагрева металлического стержня в

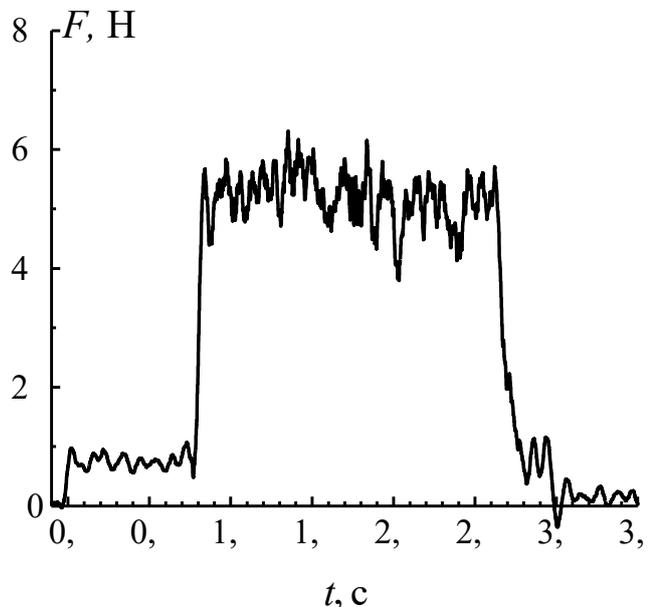


Рис. 3. Временной ход силы тяги, возникающей при плазменно-стимулированном горении.

процессе горения пропан-воздушного топлива и его медленное остывание после выключения разряда.

Временной ход силы тяги, возникающей при плазменно-стимулированном горении сверхзвукового холодного пропан-воздушного потока в аэродинамическом канале с выходным соплом, приведен на рис. 3 при  $dm_{\text{air}}/dt = 105$  г/с,  $dm_{\text{C}_3\text{H}_8}/dt = 4.9$  г/с,  $v = 480$  м/с,  $M = 1.8$ . Оценка по формулам газовой динамики максимальной силы тяги, которая может возникать при полном сгорании топлива в этих условиях, дает значение  $F_T = 60$  Н, что хорошо согласуется с экспериментально измеренной величиной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант № 18-02-00336-а).

### ДИНАМИКА РАЗВИТИЯ РАЗРЯДА НИЗКОВОЛЬТНОГО ПЛАЗМОТРОНА

Аспирант *Алексеев И.А.*, физик *Дешко К.И.*, магистр *Фалин И.А.*,  
доц. *Черников В.А.*

Настоящая работа является продолжением экспериментальных исследований возможности реализации горения воздушно-пропановой смеси в высокоскоростном потоке при помощи плазмы, созданной импульсным разрядом магнитоплазменного компрессора (МПК). Было показано [1], что при работе МПК в однократном режиме стабильно реализуется воспламенение и горение топливной смеси в потоке. При работе МПК в частотном режиме, было показано, что при данной конструкции МПК (с рабочим напряжением 3 кВ) максимальная частота следования импульсов МПК не превышает 25 Гц. Дальнейшее увеличение частоты следования импульсов связано с существенным усложнением высоковольтного блока питания и уменьшением к.п.д. установки. В связи с этим был разработан низковольтный блок питания МПК. В данной работе приводятся результаты экспериментов по исследованию динамики плазменного образования, созданного таким низковольтным МПК. В экспериментах использовалась скоростная фотокамера, позволяющая получать однократные (т.е. одна фотография за разряд) фотографии разряда с экспозицией от 2 мкс до 1 мс, с задержкой относительно начала генерации плазмы в тех же пределах. Низковольтный МПК размещался в специальной камере, позволяющей варьировать в ней начальное давление воздуха.

Как следует из приведенных на рис. 1 фотографий динамика развития плазмы, созданной низковольтным МПК, практически совпадает с временным развитием разряда характерным для классического высоковольтного МПК. Так в первый полупериод разрядного тока наблюдается сжатие

плазмы к оси разряда с формированием «плазменного фокуса» и образованием плазменных структур на поздних стадиях разряда.

Обработка серий фотографий, аналогичным представленным на рис.1, но полученных при различных начальных условиях, позволила определить временную зависимость длины плазменной струи (вдоль ее оси). Результаты такой обработки приведены на рис. 2-а. Из представленных зависимостей следует, что линейный размер плазменного образования в начале растет с ростом тока разряда, затем в результате взаимодействия с окружающей средой наблюдается торможения плазмы, и ее длина перестает расти и даже уменьшается. Полученные зависимости аппроксимируются квадратичными уравнениями, что позволило определить скорость распространения плазмы. Полученные таким образом результаты приведены на рис. 2-б.

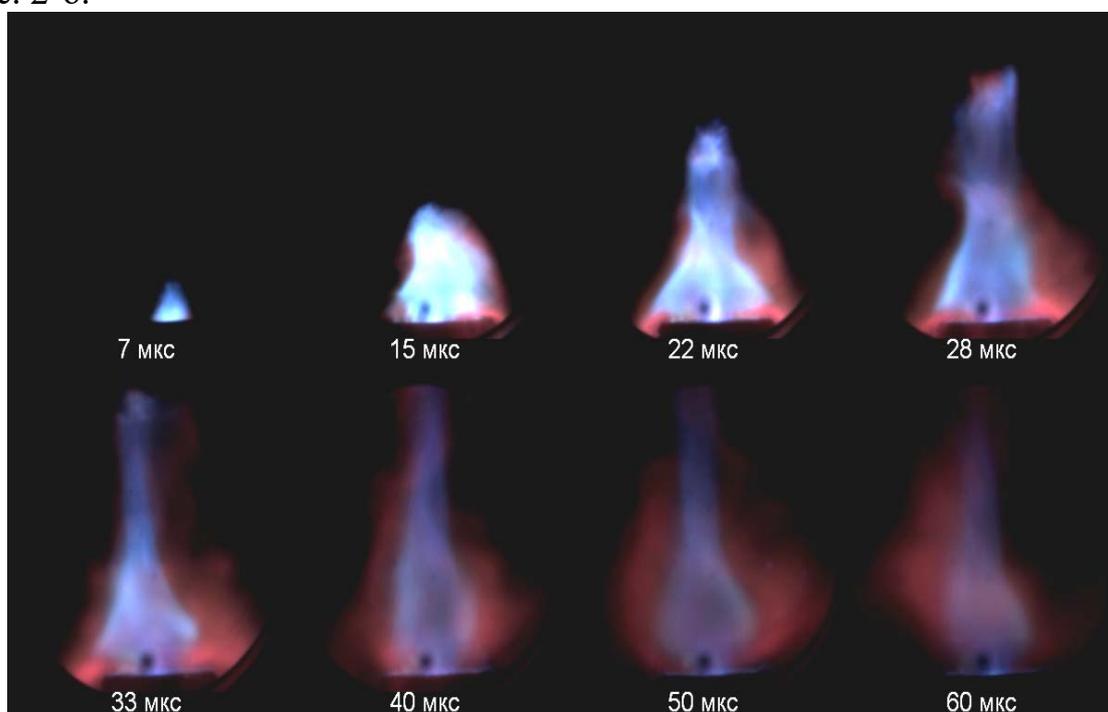


Рис.1 Временные фотографии плазмы, созданной низковольтным МПК. Времена задержки приведены на фотографиях. Длительность первого полу-периода разрядного тока 35 мкс. Давление в рабочей камере 50 торр.

Видно, что максимальное значение скорости движения плазмы зависит от давления окружающей среды и равняется 1,8 км/с и 0,75 км/с для давлений 50 торр и 300 торр, соответственно.

На рис.3 приведена зависимость максимального значения скорости распространения плазмы вдоль ее оси от начального давления в камере. Полученная зависимость достаточно точно аппроксимируется следующим выражением  $V = 9,0135/p^{0,46}$ , т.е. скорость обратно пропорциональна квад-

ратному корню из давления, что хорошо согласуется с имеющимися литературными данными [2].

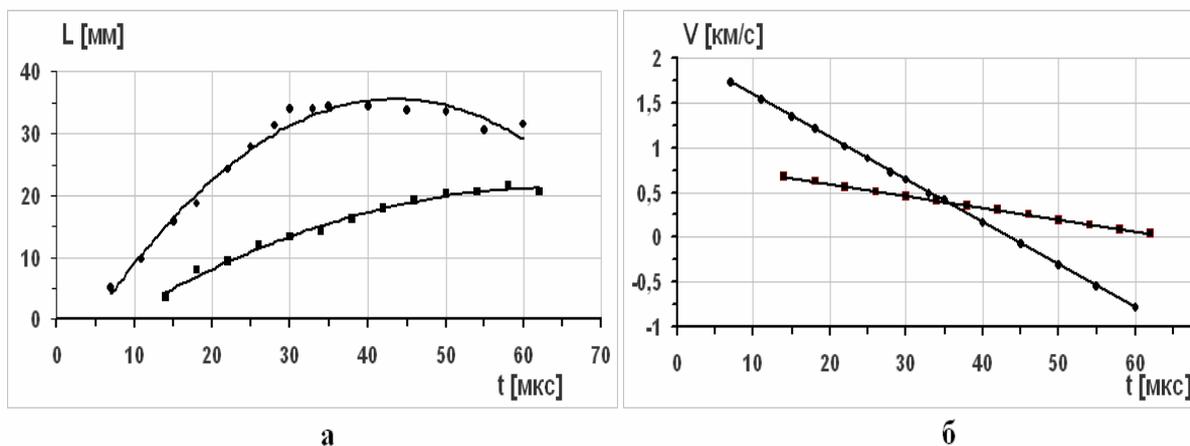


Рис. 2 Временные зависимости: а – длины, б – скорости плазменной струи, созданной МПК, начальное давление в камере:  $\blacklozenge$  - 50 торр,  $\blacksquare$  – 300 торр.

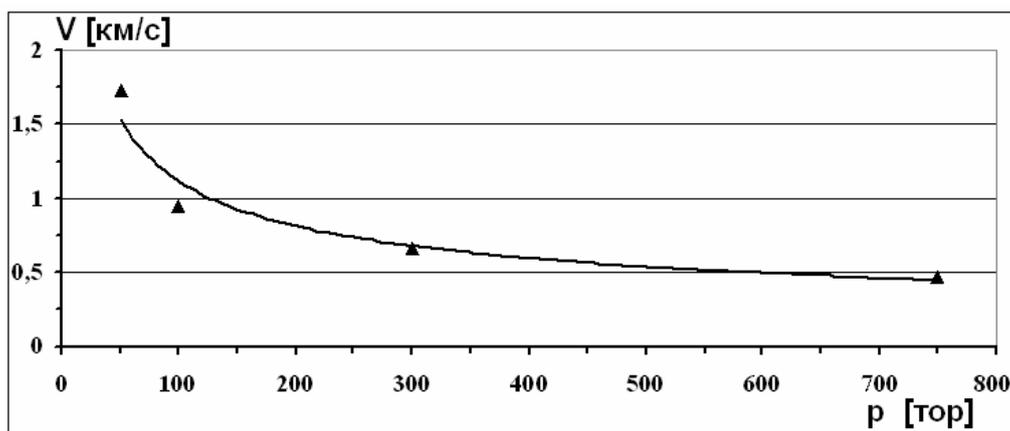


Рис.3. Зависимость максимальной скорости распространения плазмы от давления.

Таким образом, в результате проведенных экспериментов можно сделать вывод о том, что по динамическим параметрам, создаваемой плазмы, низковольтный МПК сравним с классическими высоковольтными МПК, и может быть использован для реализации воспламенения и горения топливной смеси в сверхзвуковом потоке.

### Литература

1. А. П. Ершов, С. А. Каменщиков, А. А. Логунов, В. А. Черников, Инициация горения сверхзвукового пропан - воздушного потока разрядом магнитоплазменного компрессора // ТВТ, том 47, № 6, 2009.
2. Физика и применение плазменных ускорителей под редакцией А.И. Морозова. «Наука и техника» Минск. 1974.

**СОДЕРЖАНИЕ****ОПТИКА И ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА**

- МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ АСПЕКТЫ ФРАКТАЛЬНОЙ ОПТИКИ..... 5  
Проф. *Короленко П.В.*, с.н.с. *Зотов А.М.*, в.н.с. *Рыжикова Ю.В.*
- САМООРГАНИЗАЦИЯ ДЕНДРИТНОПОДОБНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ..... 7  
В.н.с. *Рыжикова Ю.В.*, доц. *Рыжиков С.Б.*
- ВЛИЯНИЕ ДИФфуЗНОГО СВЕТОРАССЕЙЯНИЯ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ  
ГЕНЕРАЦИИ ТРЕТЬЕЙ ОПТИЧЕСКОЙ ГАРМОНИКИ И КОМБИНАЦИОННОГО  
РАССЕЙЯНИЯ СВЕТА В МАССИВАХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОНИТЕЙ..... 10  
Доц. *Заботнов С.В.*, студ. *Колчин А.В.*, студ. *Ткаченко Н.Б.*, студ. *Устинов А.С.*,  
с.н.с. *Осминкина Л.А.*, с.н.с. *Преснов Д.Е.*, доц. *Ефимова А.И.*, проф. *Головань Л.А.*,  
зав. каф. *Кашкаров П.К.*
- СТРУКТУРНЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АНСАМБЛЕЙ КРЕМНИЕВЫХ  
НАНОНИТЕЙ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТАЛЛ-СТИМУЛИРОВАННЫМ ХИМИЧЕСКИМ  
ТРАВЛЕНИЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФТОРИДА АММОНИЯ ..... 13  
М.н.с. *Гончар К.А.*, студ. *Китаева В.Ю.*, с.н.с. *Осминкина Л.А.*

**РАДИОФИЗИКА, ФИЗИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА И АКУСТИКА**

- РУССКОЯЗЫЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО АКУСТИКЕ: ИНФОМЕТРИЧЕСКИЙ  
АНАЛИЗ..... 17  
С.н.с. *Шамаев В.Г.*, н.с. *Горшков А.Б.*
- СТИМУЛИРОВАННОЕ ЗАЖИГАНИЕ И ГАШЕНИЕ КАТОДНОГО ПЯТНА В  
МАЛОМОЩНОМ РАЗРЯДЕ С ПЛАЗМЕННОЙ ИНЖЕКЦИЕЙ..... 23  
Физик *К.И. Дешко*, доц. *В.А. Черников*
- УЧЕТ ОТРАЖЕНИЯ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ЗДАНИЙ В ЛАБИРИТНЫХ  
СТРУКТУРАХ..... 26  
Зав. каф. *Королёв А.Ф.* асп. *Сорокин Б.С.* СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ
- ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗРЯДА НИЗКОВОЛЬТНОГО  
МАГНИТОПЛАЗМЕННОГО КОМПРЕССОРА..... 29  
Асп. *Алексеев А.И.*, магистр *Грудиев Е.И.*, физик *Дешко К.И.*, доц. *Черников В.А.*
- РЕЗУЛЬТАТЫ РЕГИСТРАЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ РАДИОСИГНАЛА  
МЕТОДОМ КОГЕРЕНТНОГО ПРИЁМА ПРИ ОТРАЖЕНИИ  
ОТ СТАТИСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОГО РАССЕИВАЮЩЕГО ЭКРАНА  
В КОРОТКОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ РАДИОВОЛН ..... 32  
Инженер *Белов С.Ю.*

## ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

- КЛАССИФИКАЦИЯ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ С ТРЕХКОМПОНЕНТНЫМ ПАРАМЕТРОМ ПОРЯДКА МЕТОДАМИ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ..... 37  
Доц. Павлов С.В.
- ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТИПА ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЫ САМОАККОМОДАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ ИЗ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАРТЕНСИТНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ..... 39  
Доц. Бровкина Е.А., проф. Хунджуга А.Г., вед. электроник Птицын А.Г., доц. Володин Б.А.
- МЕХАНИЗМЫ ЗАРОЖДЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ДОМЕНОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ ..... 42  
Проф. Пятаков А.П.
- СТРУКТУРА И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ МИШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ХРОМА И НАНОАЛМАЗОВ ДЕТОНАЦИОННОГО СИНТЕЗА ..... 45  
Доц. Авдюхина В.М., в.н.с. Хрущов М.М., н.с. Левин И.С., магистр Рэйляну М.Д., гл. спец. Шевченко Н.В.

## БИОЛОГИЧЕСКАЯ И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

- ВЫСОКОЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ КРЕМНИЕВЫЕ КОМПОЗИТНЫЕ SERS ПОДЛОЖКИ AU/PSI, AU@AG/PSI ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ В БИОСЕНСОРИКЕ..... 53  
М.н.с. Шевченко С.Н., асп. Žukovskaja O., студ. Козлов Н.К., м.н.с. Гончар К.А., м.н.с. Божьев И.В., с.н.с. Осминкина Л.А.
- ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВОЗДУШНОЙ ПОЛОСТИ МЕЖДУ БОЛЮСОМ И КОЖЕЙ НА ПОВЕРХНОСТНУЮ ДОЗУ ..... 56  
Асп. Поподько А.И., д.ф.-м.н., проф. Черняев А.П.
- НЕСПЕЦИФИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИРУСОВ ГРИППА С КРЕМНИЕВЫМИ НАНОСТРУКТУРАМИ ДЛЯ БИОСЕНСОРИКИ..... 58  
С.н.с. Осминкина Л.А., м.н.с. Шевченко С.Н., м.н.с. Наташина У.А., м.н.с. Гончар К.А., н.с. Гонгальский М.Б., н.с. Кропоткина Е.А., в.н.с. Кудрявцев А.А., в.н.с. Гамбарян А.С.
- АНТИБАКТЕРИАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ БИОСОВМЕСТИМЫХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОЧАСТИЦ, АКТИВИРУЕМЫХ ТЕРАПЕВТИЧЕСКИМ УЛЬТРАЗВУКОМ..... 60  
Асп. Наташина У.А., м.н.с. Шевченко С.Н., с.н.с. Шеваль Е.В., в.с. Николаев А.Л., н.с. Гопин А.В., в.н.с. Кудрявцев А.А., с.н.с. Осминкина Л.А.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В КОСТНОЙ ТКАНИ ПРИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ РЕЗКЕ .....	61
<i>В.н.с. Розанов В.В., с.н.с. Шутеев С.А., проф. Матвейчук И.В.</i>	
ФЛУОРЕСЦЕНТНЫЕ НАНОЧАСТИЦЫ МЕЗОПОРИСТОГО КРЕМНИЯ КАК КОНТЕЙНЕРЫ ДЛЯ ДОСТАВКИ ЛЕКАРСТВ .....	63
<i>Н.с. Гонгальский М.Б., м.н.с. Каргина Ю.В., асп. Круз Х. (университет Калифорнии), проф. Сэйлор М.Дж., с.н.с. Осминкина Л.А.</i>	
ДЕФЕКТНЫЙ МАГНЕТИЗМ КРЕМНИЕВЫХ НАНОЧАСТИЦ, ОБЛУЧЕННЫХ ПУЧКАМИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ ИОНОВ, КАК ПЕРСПЕКТИВНЫЙ СПОСОБ КОНТРАСТИРОВАНИЯ В МАГНИТНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ.....	65
<i>М.н.с. Каргина Ю.В., н.с. Гонгальский М.Б., студ. Евсеев А.П., с.н.с. Шемухин А.А., с.н.с. Осминкина Л.А..</i>	
ВКЛАД ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ В ГЛУБИННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГЛОЩЕННОЙ ДОЗЫ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ ФОТОНАМИ.....	67
<i>Доц. Белоусов А.В., программ. Крусанов Г.А., проф., зав. каф. Черняев А.П.</i>	
ИССЛЕДОВАНИЕ КОНФОРМАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ БЕЛКОВ В ПЛАЗМЕ КРОВИ И В МОДЕЛЬНЫХ РАСТВОРАХ МЕТОДОМ КАПИЛЛЯРНОГО ЭЛЕКТРОФОРЕЗА С ФЛУОРЕСЦЕНТНЫМ ДЕТЕКТИРОВАНИЕМ.....	69
<i>Асс. Жданова Н.Г., н.с. Майдыковский А.И., с.н.с. Шишин Е.А.</i>	
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАДИАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ В ПРОЦЕССЕ КОМБИНИРОВАННОЙ СТЕРИЛИЗАЦИИ КОСТНЫХ ИМПЛАНТАТОВ.....	72
<i>Проф. Розанов В.В., асп. Николаева А.А., проф. Черняев А.П.</i>	

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ И УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ ТВЕРДЫХ СФЕР ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ СТАБИЛЬНЫХ И МЕТАСТАБИЛЬНЫХ ФАЗ.....	75
<i>Проф. Николаев П.Н.</i>	
РЕЛЯЦИОННЫЕ ОСНОВАНИЯ ФИЗИКИ И ГЕОМЕТРИИ.....	78
<i>Проф. Ю.С. Владимиров.</i>	
О ЕСТЕСТВЕННЫХ ФОРМАХ ОБЪЕМА В ОДНОМ КЛАССЕ ПСЕВДОФИНСЛЕРОВЫХ МНОГООБРАЗИЙ .....	82
<i>Доц. Соловьев А.В.</i>	
ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ НЕЙТРИНО В ВЕЩЕСТВЕ .....	84
<i>В.н.с. Лобанов А.Е., студ. Чухнова А.В.</i>	

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- РАСПРОСТРАНЕНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ НЕПЛОСКИХ ФРОНТОВ,  
ОПИСЫВАЕМЫХ УРАВНЕНИЯМИ ТИПА БЮРГЕРСА С НЕЛИНЕЙНЫМ  
УСИЛЕНИЕМ..... 89  
Проф. *Нефедова Н.Н.*, академик РАН *Руденко О.В.*
- СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЁННЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ ЧАСТИЧНО  
ДИССИПАТИВНЫЕ СИСТЕМЫ ..... 89  
Проф. *Бутузов В.Ф.*
- СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ С ВНУТРЕННИМИ  
СЛОЯМИ В ЗАДАЧАХ ТИПА РЕАКЦИЯ — ДИФфуЗИЯ — АДВЕКЦИЯ  
СРАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ..... 92  
Доц. *Левашова Н.Т.*, проф. *Нефедов Н.Н.*, асп. *Николаева О.А.*, асп. *Орлов А.О.*
- ОБ ИТЕРАЦИОННОМ СПОСОБЕ ПРИБЛИЖЁННОГО РЕШЕНИЯ ВОЗМУЩЁННЫХ  
УРАВНЕНИЙ ..... 94  
Доц. *Букжалёв Е. Е.*
- ЗАДАЧА О ПЕРИОДИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ ФРОНТА: ВОПРОСЫ  
СУЩЕСТВОВАНИЯ И АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЯ..... 95  
Н. с. *Мельникова А.А.*, магистр *Дерюгина Н.Н.*
- НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОНТРАСТНЫЕ СТРУКТУРЫ С ДРОБНЫМИ СТЕПЕНЯМИ  
КОРНЕЙ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ..... 97  
Проф. *Быков А.А.*
- ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РЕАКЦИЯ-ДИФфуЗИЯ-АДВЕКЦИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО  
УРАВНЕНИЯ ТЕПЛО И МАССОПЕРЕНОСА ..... 101  
Ст. н. с. *Давыдова М. А.*

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ

- СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ОБЪЕКТОМ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МЕТОДОВ..... 105  
Проф. *Афанасьев В.Н.*, магистрант *Букреева Я.Д.*
- ГИБРИДНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ..... 112  
Студ. *Бузинов М.Э.*, зав. каф. *Васильев С.Н.*
- ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ СТРАТЕГИИ ПОВЕДЕНИЯ АВТОНОМНОГО МОБИЛЬНОГО  
АППАРАТА С ОЦЕНКОЙ РАЗВИТИЯ СИТУАЦИИ..... 115  
Зав. лаб. *Браништов С.А.*, студ. *Бузинов М.Э.*,  
зав. каф. *Васильев С.Н.*

СИНТЕЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ .....	117
Проф. <i>Ю.В. Митришкин</i> , студ. <i>В.И. Кружков</i>	
УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ ПО СОСТОЯНИЮ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНЫХ МАТРИЧНЫХ НЕРАВЕНСТВ.....	121
Асп. <i>Коньков А.Е.</i> , проф. <i>Митришкин Ю.В.</i>	
ПРОЕКТИРОВАНИЕ БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОГО ПОКРЫТИЯ НА ОСНОВЕ МЕТАПОВЕРХНОСТИ В СРЕДНЕМ ИК-ДИАПАЗОНЕ.....	124
Асп. <i>Домбровская Ж.О.</i> , проф. <i>Боголюбов А.Н.</i>	
АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИНГУЛЯРНОЙ ЧАСТИ РЕШЕНИЯ СКАЛЯРНОЙ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ТЕЛЕ С КОНИЧЕСКИМИ ТОЧКАМИ..	126
Проф. <i>А.Н. Боголюбов</i> , асп. <i>В.В. Ровенко</i> , доц. <i>И.Е. Могилевский</i>	
ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РАСПРЕДЕЛЕННАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОСТРАНСТВА .....	129
Проф. <i>Голубцов П.В.</i>	
МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ НАБУХАНИЯ ГИДРОФИЛЬНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ ГЕЛЕЙ .....	134
Ст. препод. <i>Токмачев М.Г.</i> , в.н.с. <i>Ферапонтов Н.Б.</i> , доц. <i>Тротов Х.Т.</i>	
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАХОЖДЕНИЯ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ ЭПР ПОСРЕДСТВОМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ.....	135
<i>Балабуха Н.П.</i> , <i>Коняев Д.А.</i> , доц. <i>Шапкина Н.Е.</i>	
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГАЛАКТИЧЕСКИХ И СОЛНЕЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ЗЕМЛИ В ПРОЦЕССЕ ИНВЕРСИИ .....	139
Асп. <i>Царева О.О.</i> , проф. <i>Попов В.Ю.</i> , с.н.с. <i>Малова Х.В.</i> , в.н.с. <i>Попова Е.П.</i> , академик РАН, почетный директор ИКИ РАН <i>Зеленый Л.М.</i> , н.с. <i>Подзолко М.В.</i>	
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЫ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА С ДИПОЛИЗАЦИОННЫМИ ФРОНТАМИ В ХВОСТЕ МАГНИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ....	142
Асп., инж. <i>Пархоменко Е.И.</i> , с.н.с. <i>Малова Х.В.</i> , в.н.с. <i>Григоренко Е.Е.</i> , проф. <i>Попов В.Ю.</i> , академик РАН, почетный директор ИКИ РАН <i>Зеленый Л.М.</i> , чл.-корр. РАН, нач. отд. ИКИ РАН <i>Петрукович А.А.</i>	
МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОПЛАЗМЕННЫХ СТРУКТУР В СОЛНЕЧНОМ ВЕТРЕ.....	145
Доц. <i>Маевский Е.В.</i> , асп., м.н.с. <i>Кислов Р.А.</i> , с.н.с. <i>Малова Х.В.</i> , с.н.с. <i>Хабарова О.В.</i> , проф. <i>Попов В.Ю.</i> , член-корр. РАН, нач. отд. <i>Петрукович А.А.</i>	
КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОКОВОГО СЛОЯ ВО ВНЕШНЕМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ.....	148
Асп., м.н.с. <i>Кислов Р.А.</i> , с.н.с. <i>Малова Х.В.</i> , проф. <i>Веселовский И.С.</i> , проф. <i>Попов В.Ю.</i>	
ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕАВТОНОМНОЙ СВЯЗИ В МОДЕЛИ КУРАМОТО ДВУХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ: ПРИЛОЖЕНИЕ К СОЛНЕЧНОМУ ДИНАМО.....	151
Магистрант <i>Савостьянов А.С.</i> , проф. <i>Шаповал А.Б.</i> , г.н.с. <i>Шнирман М.Г.</i>	

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ НАБЕГАНИЯ НА БЕРЕГ ПРИЛИВНЫХ ВОЛН И ВОЛН ЦУНАМИ .....	153
Студ. <i>Иванов А.В.</i> г.н.с., проф. <i>Елизарова Т.Г.</i>	
УЛУЧШЕНИЕ РЕДУКЦИИ ИЗМЕРЕНИЯ ПРИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ИНТЕРЕСУЮЩЕЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ АПРИОРИ ИЗВЕСТНОМУ ВЫПУКЛОМУ ЗАМКНУТОМУ МНОЖЕСТВУ .....	155
Физик <i>Балакин Д.А.</i> , проф. <i>Пытьев Ю.П.</i> .	
КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ.....	158
В.н.с. <i>Белинский А.В.</i> , физик <i>Сингх Р.</i>	
КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ .....	159
Ст. преп. <i>Терентьев Е.Н.</i> , lead developer <i>Shilin-Terentyev N.E.</i> , EPAM Systems, USA.	
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАДИЕНТНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ В ИЗОБРАЖЕНИЯХ .....	162
Ст. преп. <i>Терентьев Е.Н.</i> , lead developer <i>Shilin-Terentyev N.E.</i> , EPAM Systems, USA, студ. <i>Приходько И.Н.</i> , студ. <i>Фаршакова И.И.</i>	

## МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ

ВЕРОЯТНОСТЬ В ФИЗИКЕ: ИСТОКИ И ПЕРСПЕКТИВЫ .....	167
Проф. <i>Николаев П.Н.</i>	
НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ, ВЫЗЫВАЮЩИЕ ЗАТРУДНЕНИЕ У ШКОЛЬНИКОВ, СТУДЕНТОВ И ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ.....	169
Доц. <i>Рыжиков С.Б.</i> , вед. н. с. <i>Рыжикова Ю.В.</i>	
ОБ ОРГАНИЗАЦИИ ДИСТАНЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ, ВСТРОЕННЫХ В СИСТЕМУ КОНКУРСНОГО ИСПЫТАНИЯ .....	172
Ст. преп. <i>Бушина Т.А.</i> , доц. <i>Парфенов К.В.</i> , доц. <i>Томази-Вишвцева П.А.</i>	
ТЕСТИРОВАНИЕ ПО УЧЕБНОМУ КУРСУ МАГИСТРАТУРЫ «ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН» КАК СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ, КОНТРОЛЯ И КОНСТРУИРОВАНИЯ КУРСА .....	175
Доц. <i>Боков П.Ю.</i>	
ОПЫТ СОЗДАНИЯ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ ПОСОБИЙ К КУРСУ «ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН» ДЛЯ СТУДЕНТОВ МАГИСТРАТУРЫ .....	177
Доц. <i>Якута А.А.</i>	
ВСТУПИТЕЛЬНОЕ ИСПЫТАНИЕ ПО ФИЗИКЕ В УНИВЕРСИТЕТСКУЮ ГИМНАЗИЮ МГУ.....	180
Ст. преп. <i>Бушина Т.А.</i> , доц. <i>Боков П.Ю.</i> , ст. преп. <i>Селиверстов А.В.</i>	

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ УМК «ФИЗИКА 10–11» А. В. ГРАЧЁВА И ДР. В КЛАССАХ РАЗЛИЧНЫХ ПРОФИЛЕЙ ОБУЧЕНИЯ УНИВЕРСИТЕТСКОЙ ГИМНАЗИИ .....	183
Доц. <i>Боков П.Ю.</i> , ст. преп. <i>Буравцова В.Е.</i> , ст. преп. <i>Бушина Т.А.</i> , уч. <i>Коротова И.А.</i> , проф. <i>Салецкий А.М.</i> , ст. преп. <i>Селиверстов А.В.</i>	
РАЗРАБОТКА СПЕКТРОМЕТРА ВИДИМОГО ДИАПАЗОНА ДЛЯ ЛЕКЦИОННЫХ ДЕМОСТРАЦИЙ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ .....	185
Доц. <i>Головнин И.В.</i> , ст. преп. <i>Селиверстов А.В.</i>	
О ДИНАМИКЕ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ В ОСЕННЕМ СЕМЕСТРЕ 2017/2018 Г. С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕСТИРОВАНИЙ.....	188
Ст. науч. сотр. <i>Терентьев М.А.</i>	
СТРОБОСКОПИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА .....	191
Проф. <i>Кротов С.С.</i> , ст. н. с. <i>Шутеев С.А.</i>	
О МАЯТНИКЕ КАПИЦЫ И НЕ ТОЛЬКО.....	194
Проф. <i>Кротов С.С.</i> , ст. н. с. <i>Шутеев С.А.</i>	
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРНЕТА В ЛАБОРАТОРНОМ ПРАКТИКУМЕ .....	197
Ст. преп. <i>Платонова И. В.</i>	
КОМПЬЮТЕРНОЕ ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ: КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ .....	199
Доц. <i>Иванов В.Ю.</i> , ст. преп. <i>Иванова И.Б.</i>	
ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ НА ХИМИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ ФИЛИАЛЕ МГУ В ГОРОДЕ БАКУ.....	202
Доц. <i>Зотеев А.В.</i> , ст. преп. <i>Платонова И.В.</i>	

## НАУКИ О ЗЕМЛЕ

ВКЛАД ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ПОДВОДНЫХ СКЛОНОВ В ВАРИАЦИИ ПРИДОННОГО ДАВЛЕНИЯ .....	207
Проф. <i>Носов М.А.</i> , студент <i>Карпов В.А.</i> , физик <i>Семенцов К.А.</i> , м.н.с. <i>Колесов С.В.</i>	
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ АТМОСФЕРЫ ПРИ ОБТЕКАНИИ ГОР (НА ПРИМЕРЕ КРЫМА). .....	216
В.н.с. кафедры физики атмосферы <i>Кожевников В.Н.</i>	
НАКЛОН ГРАФИКА ПОВТОРЯЕМОСТИ В СЕЗОННЫХ КОМПОНЕНТАХ НАВЕДЕННОЙ СЕЙСМИЧНОСТИ ОБЛАСТИ КОЙНА-ВАРНА, ЗАПАДНАЯ ИНДИЯ.....	221
Ассист. <i>М.Г. Потанина</i> , доц. <i>В.Б. Смирнов</i> , проф. <i>Р. Чадда</i> , д.ф.м.н. <i>А.В. Пономарев</i> , проф. <i>В.О. Михайлов</i> , студент <i>И.М. Карташов</i> , н.с. <i>С.М. Строганова.</i>	
МЕХАНИЗМЫ ГЕНЕРАЦИИ СВОБОДНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В ОКЕАНЕ ПОВЕРХНОСТНЫМИ СЕЙСМИЧЕСКИМИ ВОЛНАМИ.....	223
Физик <i>Семенцов К.А.</i> , зав. отделением, проф. <i>Носов М.А.</i> , м.н.с. <i>Колесов С.В.</i> , вед. инж. <i>Большакова А.В.</i>	

ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РОЕВОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ.....	225
Ассист. <i>М.Г. Потанина</i> , доц. <i>В.Б. Смирнов</i> , д.ф-м.н. <i>А.В. Пономарев</i> , ст.н.с. <i>А.В. Патонин</i> , студент <i>Н. Бондаренко</i> , н.с. <i>С.М. Строганова</i>	
АВТОМАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ЦУНАМИОПАСНОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ.....	226
М.н.с. <i>Колесов С.В.</i> , проф. <i>Носов М.А.</i> , вед. инж. <i>Большакова А.В.</i> , спец. по уч.-метод. раб. <i>Нурисламова Г.Н.</i> , физик <i>Семенцов К.А.</i> , студент <i>Карпов В.А.</i>	
ВОЛНОВЫЕ АТТРАКТОРЫ И КАСКАД ВОЛНОВОЙ ЭНЕРГИИ В НЕПРЕРЫВНО СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ И ВРАЩАЮЩИХСЯ СРЕДАХ.....	227
Доц. <i>Сибгатуллин И.Н.</i>	
ВЛИЯНИЕ СЕЗОННОЙ СТРАТИФИКАЦИИ В СЕВАСТОПОЛЬСКОЙ БУХТЕ НА СОДЕРЖАНИЕ МЕТАНА В ВОДЕ.....	230
С.н.с. <i>Будников А.А.</i> , с.н.с. <i>Иванова И.Н.</i> , с.н.с. <i>Малахова Т.В.</i> , студент <i>Линченко Е.В.</i>	
ВЛИЯНИЕ ГЛУБИНЫ И НАКЛОНА ДНА ВОДОЕМА НА СКОРОСТЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ТЕРМОБАРА.....	233
Ст. науч. сотр. <i>Блохина Н.С.</i> , студент <i>Селин Д.И.</i>	

## ГАЗРДИНАМИКА, ТЕРМОДИНАМИКА И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

ВЫСОКОСКОРОСТНАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ДИНАМИКИ СВЕРХЗВУКОВОЙ ГИДРОАБРАЗИВНОЙ СТРУИ.....	237
Проф. <i>Знаменская И.А.</i> , зав. каф. <i>Сысоев Н.Н.</i> , нач. отдела <i>Ширшов Я.Н.</i>	
ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЗАДАЧИ РИМАНА (РАСПАДА РАЗРЫВА).....	239
Проф. <i>Знаменская И.А.</i>	
НОВЫЙ МЕТОД РЕГИСТРАЦИИ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ НА ОСНОВЕ ТЕРМОГРАФИИ.....	242
Проф. <i>Знаменская И.А.</i> , ст.н.с. <i>Коротеева Е.Ю.</i>	
ИНФРАКРАСНАЯ ТЕРМОГРАФИЯ ОПТИЧЕСКИ ТОНКИХ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ.....	246
Ст. н. с. <i>Винниченко Н.А.</i> , аспирант <i>Пуштаев А.В.</i> , асс. <i>Плаксина Ю.Ю.</i> , проф. <i>Уваров А.В.</i>	
ЧИСЛЕННОЕ 3D МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА НА ВРАЩАЮЩИХСЯ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТАХ.....	249
Ст.н.с. <i>Коротеева Е.Ю.</i> , н.с. <i>Щепанский М.С.</i>	
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ С ОБЛАСТЬЮ ГОЛОВНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ.....	250
Проф. <i>Знаменская И.А.</i> , проф. <i>Сысоев Н.Н.</i> , доц. <i>Черников В.А.</i> , аспирант <i>Наумов Д.С.</i>	

---

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА НА СТЕПЕНЬ ИОНИЗАЦИИ ВОЗДУХА В ПЛАЗМЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПУЛЬСИРУЮЩЕГО РАЗРЯДА.....	253
Физик <i>Логунов А.А.</i> , проф. <i>Шибков В.М.</i> , в. н. с. <i>Шибкова Л.В.</i> , студент <i>Кокоулин Н.М.</i> , студент <i>Корнев К.Н.</i>	
ПЛАЗМЕННО-СТИМУЛИРОВАННОЕ ГОРЕНИЕ ПРОПАН-ВОЗДУШНОГО ТОПЛИВА В УСЛОВИЯХ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО РАЗРЯДА .....	256
Проф. <i>Шибков В.М.</i> , вед. н. с. <i>Шибкова Л.В.</i> , м. н. с. <i>Копыл П.В.</i> , физик <i>Логунов А.А.</i> , инженер <i>Сурконт О.С.</i>	
ДИНАМИКА РАЗВИТИЯ РАЗРЯДА НИЗКОВОЛЬТНОГО ПЛАЗМОТРОНА.....	260
Аспирант <i>Алексеев И.А.</i> , физик <i>Дешко К.И.</i> , магистр <i>Фалин И.А.</i> , доц. <i>Черников В.А.</i>	

Оригинал-макет: издательский отдел физического факультета МГУ

Подписано к печати 09.04.2018 г.  
Объем 17 п.л. Тираж 100 экз. Заказ №

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова  
119991 Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, к. 2

Отпечатано в отделе оперативной печати  
физического факультета МГУ