МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

физический факультет

Квантовая теория (I поток) январь 2021 г.

Теоретические вопросы I

1. Гильбертово пространство. Базис. Унитарные, эрмитовы и проекционные операторы. Их физический смысл.
2. Спектральное разложение эрмитова оператора. Случай непрерывного спектра. Определение функции от оператора. Теоремы о коммутаторах эрмитовых операторов и их собственных векторах.
3. Результаты измерения наблюдаемой. Матрица плотности, ее свойства, условие нормировки.
4. Чистое состояние. Матрица плотности чистого состояния. Описание чистого состояния с помощью вектора гильбертова пространства. Принцип суперпозиции, его обоснование.
5. Совместимые и несовместимые наблюдаемые. Полный набор наблюдаемых. Соотношение неопределенностей.
6. Пространство состояний составной системы. Нахождение матрицы плотности подсистемы. Примеры всех возможных комбинаций чистых и смешанных состояний у системы и подсистем.
7. “Парадоксы” квантовой теории. “Парадокс” GHZ (Greenberger, Horne, Zeilinger).
8. “Парадоксы” квантовой теории. “Парадокс” CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt).
9. “Парадоксы” квантовой теории. “Парадокс” ЭПР (Эйнштейна, Подольского, Розена).
10. Представления Гайзенберга и Шредингера, связь между ними, формальные решения уравнений Гайзенберга и Шредингера.
11. Стационарные состояния. Симметии и интегралы движения.
12. Оператор эволюции и его свойства. Выражение для оператора эволюции в случае гамильтониана, зависящего от времени.
13. Координатное и импульсное представление. Их связь. Операторы трансляции в кординатном и импульсном пространстве.
14. Общие свойства спектра при одномерном движении. Дискретный спектр, непрерывный спектр, кратность вырождения. Осцилляционная теорема. Четный потенциал.
15. Непрерывный спектр и одномерное рассеяние. Движение волновых пакетов, их рассеяние на потенциале в одномерном случае.
16. Периодический потенциал, спектр и волновые функции. Периодический потенциал и конечный отрезок периодического потенциала.
17. Квазиклассическое приближение. Условие применимости. Условие сшивания в точках поворота.
18. Правила квантования Бора-Зоммерфельда. Коэффициент туннелирования. Двойная яма. Условия применимости.
19. Теория момента. Матричные элементы оператора момента. Спин. Орбитальный момент.
20. Сложение моментов. Коэффициенты Клебша-Гордона. Старшие вектора.
21. Скалярные и векторные операторы. Матричные элементы скалярных операторов.
22. Матричные элементы векторных операторов.
23. Центрально-симметричное поле. Радиальное уравнение Шредингера, граничное условие.
24. Координатное и импульсное представление в 3-мерном случае. Поток вероятности, уравнение непрерывности. Падение на центр.

Теоретические вопросы II

1. Стационарная теория возмущений, случай невырожденного уровня. Условия применимости.
2. Стационарная теория возмущений, случай вырожденного уровня. Теория возмущений для близких уровней.
3. Тождественные частицы. Принцип неразличимости. Бозоны и фермионы. Базис в пространстве состояний тождественных частиц. Операторы в пространстве состояний тождественных частиц. Принцип Паули.
4. Многоэлектронный атом, приближение центрального поля, интегралы движения, конфигурация, термы.
5. Построение явного вида волновых функций термов, старшие вектора.
6. Диаграммы Юнга. 1-е и 2-е правила Хунда, их объяснение.
7. Тонкая структура термов. 3-е правило Хунда, его доказательство.
8. Метод Хартри. Метод Хартри-Фока. Таблица Менделеева.
9. Упругое потенциальное рассеяние. Постановка задачи. Уравнение Липпмана-Швингера. Борновский ряд, условие сходимости, условие применимости 1-го борновского приближения.
10. Парциальное разложение. Условие унитарности для парциальных амплитуд рассеяния, фаза рассеяния. Оптическая теорема, ее физический смысл.
11. Дискретные уровни, виртуальные уровни, метастабильные уровни. Метастабильный уровень и резонанс в рассеянии.
12. Метастабильный уровень и эволюция частицы в неидеальной потенциальной ловушке. Время жизни метастабильного уровня.
13. Рассеяние при низких энергиях, резонансы в рассеянии при низких энергиях.
14. Рассеяние при высоких энергиях. Фаза рассеяния в приближении эйконала. Формула для амплитуды рассеяния в приближении эйконала как формула парциального разложения.
15. Представление Дирака. Нестационарная теория возмущений. Переходы мгновенные и адиабатические.
16. Переходы под действием периодического возмущения. Золотое правило Ферми.
17. Функция Грина системы и эволюция состояния. Дискретный и непрерывный спектр системы и функция Грина. Превращение дискретного уровня в метастабильный при наличии возмущения. Закон распада метастабильного уровня и форма линии.
18. Уравнение Липпмана-Швингера в теории переходов. S-матрица, ее свойства. T-матрица. Оптическая теорема для T-матрицы.
19. Вторичное квантование. Коммутационные соотношения для операторов рождения-уничтожения. Фоковское пространство. Базис в Фоковском пространстве.
20. Оператор волновой функции, его физический смысл. Операторы в представлении вторичного квантования. Гамильтониан и оператор числа частиц.
21. Квантование электромагнитного поля. Коммутационные соотношения для операторов рождения-уничтожения фотонов. Энергия и импульс поля.
22. Когерентное состояние как описание классической электромагнитной волны. Дисперсия компонент электромагнитного поля в когерентном состоянии. Нулевой шум.
23. Излучение фотонов квантовомеханической системой. Спонтанные и вынужденные переходы.
24. Мультипольное разложение в задаче излучения. Электрическое дипольное излучение.
25. Уравнение Дирака. Решения свободного уравнения Дирака с определенным импульсом и спиральностью, их интерпретация.
26. Невозможность локализации частицы Дирака. Скорость частицы Дирака. Спин частицы Дирака.
27. Нерелятивистский предел уравнения Дирака, уравнение Паули. Квазирелятивистское разложение уравнения Дирака.

Задачи I

1. Вычислить $\exp(i\hat{\ell}_x\varphi)\cos(\hat{y}\hat{p}_z)\exp(-i\hat{\ell}_x\varphi)$

2. Для гармонического осциллятора вычислить
$$\exp(\xi\hat{a}^2+\xi(\hat{a}^+)^2)\sinh(\hat{a})\exp(-\xi\hat{a}^2-\xi(\hat{a}^+)^2), \qquad \exp(\xi\hat{a}^2+\xi(\hat{a}^+)^2)\cosh(\hat{a}^+)\exp(-\xi\hat{a}^2-\xi(\hat{a}^+)^2).$$

3. Волновая функция спина 1/2 равна
$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{3/8}-i\sqrt{3/8} \\ 1/2 \end{pmatrix}$$
Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}(\theta,\varphi)$. При каких θ,φ вероятность попадания в верхний пучок достигает максимума? Чему равна эта максимальная вероятность?

4. Волновая функция спина 1/2 равна
$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
Чему равно среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}(\theta,\varphi)$? При каких θ,φ это среднее достигает максимума? Чему равно это максимальное среднее?

5. Волновая функция спина 1/2 равна
$$|\psi\rangle = \exp[i(\beta/2)(-\sin\alpha\sigma_1+\cos\alpha\sigma_2)]\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
Куда направлен спин (θ=?, φ=?). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta',\varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta',\varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

6. Частица со спином 1/2 находится в состоянии
$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/\sqrt{24}-i/\sqrt{24} \\ 1/\sqrt{24}+i/\sqrt{24} & 1/3 \end{pmatrix}.$$
Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}(\theta,\varphi)$. При каких θ,φ вероятность попадания в верхний пучок достигает максимума? Чему равна эта максимальная вероятность?

7. Матрица плотности спина 1/2 равна
$$\rho = \begin{pmatrix} a & b^* \\ b & c \end{pmatrix}$$
Чему равно среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}(\theta,\varphi)$? При каких θ,φ это среднее достигает максимума? Чему равно это максимальное среднее?

8. Матрица плотности спина 1/2 равна
$$\rho = \begin{pmatrix} a & b^* \\ b & c \end{pmatrix}$$
Найти направление поляризации и степень поляризации. Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta',\varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta',\varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

9. Пучок частиц со спином 1/2, ориентированным по оси y, влетает в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси z. На выходе из прибора верхний пучок пролетает область магнитного поля H_z, время пролета τ. После этого пучки сводят вместе и направляют в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси x. Найти отношение интенсивностей пятен.

10. Пучок частиц со спином 1/2 в состоянии $\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$ влетает в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси z. На выходе из прибора верхний пучок пролетает область магнитного поля H_z, время пролета τ. После этого пучки сводят вместе и направляют в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси x. Найти отношение интенсивностей пятен.

11. Матрица плотности одномерного гармонического осциллятора имеет вид
$$\hat{\rho} = \frac{3}{4}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|1\rangle\langle 1| + \frac{1}{8}|0\rangle\langle 1| + \frac{1}{8}|1\rangle\langle 0|$$
Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию координаты в этом состоянии.

12. Матрица плотности одномерного гармонического осциллятора имеет вид
$$\hat{\rho} = \frac{2}{3}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{3}|1\rangle\langle 1| + \frac{i}{6}|0\rangle\langle 1| - \frac{i}{6}|1\rangle\langle 0|$$
Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию импульса в этом состоянии.

13. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle\alpha|\hat{x}\hat{p}|\alpha\rangle - \langle\alpha|\hat{x}|\alpha\rangle\langle\alpha|\hat{p}|\alpha\rangle$, $\langle\alpha|\hat{p}\hat{x}|\alpha\rangle - \langle\alpha|\hat{x}|\alpha\rangle\langle\alpha|\hat{p}|\alpha\rangle$.

14. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle\alpha|\hat{x}|\beta\rangle$, $\langle\alpha|\hat{p}|\beta\rangle$. Как убывает ответ с ростом $|\alpha - \beta|$?

15. Одномерный гармонический осциллятор. В координатном представлении найти явный вид волновой функции для когерентного состояния $|\alpha\rangle$.

16. Одномерный гармонический осциллятор. В импульсном представлении найти явный вид волновой функции для когерентного состояния $|\alpha\rangle$.

17. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle n|\hat{p}^{\,4}|n\rangle$.

18. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle n|\hat{x}^{\,3}|m\rangle$.

19. Матрица плотности осциллятора имеет вид
$$\hat{\rho} = \sum_{n=0} \exp(-\alpha n)\big(1 - \exp(-\alpha)\big)\ |n\rangle\langle n|$$
(здесь $\alpha = \hbar\omega/kT$). Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию координаты.

20. Волновая функция осциллятора имеет вид $|\psi\rangle = |\alpha\rangle/\sqrt{2} + |\beta\rangle/\sqrt{2}$. Полагая $\langle\alpha|\beta\rangle \ll 1$, найти среднее значение и дисперсию координаты.

21. Волновая функция осциллятора имеет вид $|\psi\rangle = |\alpha\rangle/\sqrt{2} + |\beta\rangle/\sqrt{2}$. Полагая $\langle\alpha|\beta\rangle \ll 1$, найти среднее значение и дисперсию импульса.

22. Найти уровни энергии и волновые функции системы $H = p_x^2/(2m) + p_y^2/(2m) + kx^2/2 + qy^2/2 + \alpha xy$.

23. Гамильтониан системы 4 частиц (одномерное движение) имеет вид
$$H = \sum_{n=1}^{4} \frac{p_n^2}{2m} + \sum_{n=1}^{4} k\frac{x_n^2}{2} + \sum_{m\neq n} q\frac{(x_m - x_n)^2}{2}$$
Найти уровни энергии и волновые функции системы.

24. Найти уровни энергии в потенциале $V(|x| < a) = V_0\delta(x - a) + V_0\delta(x + a) - U_0$, $V(|x| > a) = 0$.

25. Найти уровни энергии в потенциале $V(|x| > a) = \infty$, $V(b < |x| < a) = 0$, $V(|x| < b) = U_0$.

26. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < 0) = \infty$, $V(0 < x < a) = 0$, $V(a < x < b) = U_0 - V_0\delta(x - a)$, $V(x > b) = \infty$.

27. Найти уровни энергии в потенциале $V(|x| > a) = 0$, $V(|x| < a) = -U_0 - V_0\delta(x)$.

28. Найти уровни энергии в потенциале $V(x) = -V_0\delta(x - a) - V_0\delta(x + a) - U_0\delta(x)$.

29. Найти коэффициенты отражения и прохождения для потенциала $V(x < 0) = 0$, $V(x > 0) = U_0 + V_0\delta(x)$.

30. Найти расположение разрешенных зон для одномерной решетки Дирака
$$V(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\delta(x - na)$$

31. Найти расположение нижней разрешенной зоны для одномерной решетки Дирака
$$V(x) = -\sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\delta(x - na)$$

32. Найти приповерхностные (Таммовские) уровни в потенциале
$$V(x > 0) = -\sum_{n=1}^{\infty} V_0\delta(x - na), \qquad V(x < 0) = U_0.$$

33. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии в потенциале $V(x < 0) = \infty$, $V(x > 0) = kx^2/2$. Сравнить с точным ответом.

34. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии в потенциале $V(x<0)=\infty$, $V(x>0)=kx$.

35. Найти в квазиклассическом приближении коэффициент надбарьерного отражения на потенциале $V(x<0)=0$, $V(0<x<a)=U_0x/a$, $V(a<x)=U_0$. Сравнить с точным ответом при $a\to 0$. Проанализировать ответ в классическом пределе.

36. Найти зависимость времени жизни α-активного ядра от энергии вылетающей α-частицы.

37. Найти зависимость тока холодной эмиссии от величины приложенного электрического поля.

38. Найти уровни энергии для сферической оболочки $V(r)=-V_0\delta(r-a)$ при $l\neq 0$.

39. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r<a)=-U_0+V_0\delta(r-a)$, $V(r>a)=0$ при $l\neq 0$.

40. Найти уровни энергии в шаровом слое $V(r<a)=\infty$, $V(r>c)=\infty$, $V(a<r<b)=A/r^2$, $V(b<r<c)=0$.

41. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале $V(r<a)=0$, $V(a<r<b)=U_0+V_0\delta(r-a)$, $V(r>b)=\infty$ при $l\neq 0$.

42. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале: $V(r<a)=-U_0$, $V(r>a)=A/r^2$.

43. Найти среднее значение кинетической энергии, потенциальной энергии, центробежного потенциала и величины $1/r^3$ для атома водорода, который находится в состоянии $|\psi_{nlm}\rangle$.

44. Вычислить $\langle \ell' m'|\ell_x\ell_y|\ell m\rangle$, $\langle \ell' m'|\ell_y\ell_x|\ell m\rangle$.

45. Дана волновая функция $|\psi\rangle=\exp(i\varphi\ell_x)|lm\rangle$. Найти $\langle\psi|l_yl_z|\psi\rangle$.

46. Система двух спинов 1/2 находится в состоянии $|\psi\rangle=\exp(i\varphi S_y)|\uparrow\uparrow\rangle$. Чему равны вероятности $P_{S=1,S_z=1}$, $P_{S=1,S_z=0}$, $P_{S=1,S_z=-1}$, $P_{S=0,S_z=0}$?

47. Система двух спинов 1/2 находится в состоянии $S=0$. Оба спина пропускают сквозь прибор Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}(\theta,\varphi)$. Найти вероятности всех 4 возможных результатов (вв,вн,нв,нн).

48. Гамильтониан системы двух спинов 1/2 имеет вид
$$\hat{H}=-2\mu_1 s_z^{(1)}H_z-2\mu_2 s_z^{(2)}H_z+\alpha\vec{s}^{(1)}\cdot\vec{s}^{(2)}$$
Найти уровни энергии и соответствующие волновые функции.

49. Волновая функция системы двух спинов имеет вид
$$|\psi\rangle=\frac{1}{\sqrt{4}}|\downarrow\downarrow\rangle-\frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow\downarrow\rangle+\frac{i}{\sqrt{4}}|\downarrow\uparrow\rangle$$
Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 0.

50. Матрица плотности системы двух спинов имеет вид
$$\hat{\rho}=\frac{1}{3}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow|+\frac{1}{3}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|+\frac{1}{3}|\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow|+\frac{i}{6}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\uparrow|-\frac{i}{6}|\uparrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|$$
Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 1.

51. Сложение двух спинов 1/2. Вычислить
$$\langle S=1,S_z=0|s_x^{(1)}|S=1,S_z=1\rangle$$
$$\langle S=1,S_z=-1|s_y^{(1)}|S=0,S_z=0\rangle$$
$$\langle S=0,S_z=0|s_z^{(2)}|S=1,S_z=0\rangle$$

52. Сложение орбитального момента и спина. Вычислить
$$\langle j=\ell-1/2,m_j=m+1/2|s_x|j=l-1/2,m_j=m-1/2\rangle$$
$$\langle j=\ell+1/2,m_j=m-1/2|s_y|j=l-1/2,m_j=m+1/2\rangle$$
$$\langle j=\ell+1/2,m_j=m+1/2|s_z|j=l-1/2,m_j=m+1/2\rangle$$

53. Сложение орбитального момента и спина. Вычислить
$$\langle j=\ell-1/2,m_j=m+1/2|\ell_x|j=\ell-1/2,m_j=m-1/2\rangle$$
$$\langle j=\ell+1/2,m_j=m-1/2|\ell_y|j=\ell-1/2,m_j=m+1/2\rangle$$
$$\langle j=\ell+1/2,m_j=m+1/2|\ell_z|j=\ell-1/2,m_j=m+1/2\rangle$$

54. Частица со спином 1/2 находится в состоянии $|j\ell s m_j\rangle$. Найдите направление спина $\vec{n}(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi})$ в точке с координатами (r, θ, φ).

55. Сложение моментов $l_1 = 2$ и $l_2 = 2$. Вычислить $|L = 1, M = 1\rangle$, $\quad |L = 1, M = 0\rangle$, $\quad |L = 1, M = -1\rangle$.

56. Сложение моментов $l_1 = 3$ и $l_2 = 1$. Найти все старшие вектора с определенными значениями L.

57. Спин 1/2 помещен в магнитное поле $\vec{H}(t) = (H_1 \cos \Omega t, H_1 \sin \Omega t, H_0)$. В момент времени $t = 0$ спин был ориентирован вверх. Найти вероятность переворота спина в момент времени t. Указать условие резонанса.

58. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени $t = 0$ находится в основном состоянии. Затем он на интервале $0 < t < t_0$ подвергается воздействию классической силы $f(t) = f_0$. Найти волновую функцию и вероятность обнаружить его на n-ом уровне в произвольный момент времени t.

59. Линейный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии $|0\rangle$. При $0 < t < 2\pi/\Omega$ на него действует классическая сила $f(t) = f_0 \sin(\Omega t)$. Найти волновую функцию $|\psi(t)\rangle$ и вероятность пребывания в состоянии $|n\rangle$ в произвольный момент времени t.

60. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени $t = 0$ находился в когерентном состоянии $|\alpha\rangle$. Найти волновую функцию в момент времени t. Вычислить средние значения координаты и импульса и их дисперсию в момент времени t.

61. Гамильтониан системы двух частиц со спином 1/2 имеет вид $\hat{H} = -2\mu_0(s_z^{(1)} - s_z^{(2)})H_z$. Найти вероятность того, что полный спин системы равен нулю в момент времени t, если в момент времени $t = 0$ спин первой частицы был ориентирован вдоль оси y, а второй — против оси y.

62. Гамильтониан системы двух частиц со спином 1/2 имеет вид $\hat{H} = -2\mu_0(s_x^{(1)})H_x$. Найти вероятность того, что полный спин системы равен нулю в момент времени t, если в момент времени $t = 0$ система находилась в синглетном состоянии.

63. Симметричный двумерный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии
$$|\psi(t = 0)\rangle = \frac{i}{\sqrt{3}}|10\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|00\rangle$$
Найти волновую функцию $|\psi(t)\rangle$, среднее значение и дисперсию x, y, p_x, p_y в произвольный момент времени t.

64. Спин 1/2 в начальный момент времени находится в состоянии $\rho(t = 0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\xi\vec{n}\vec{\sigma}$. Он помещен в однородное магнитное магнитное поле, ориентированное по оси y. Найти матрицу плотности, направление и степень поляризации в произвольный момент времени t.

Задачи II

1. Заряженный двумерный симметричный гармонический осциллятор помещен в слабое однородное магнитное поле, ориентированное по оси z. В первом порядке теории возмущений найти поправки к энергии второго возбужденного уровня $E^{(0)} = 3\hbar\omega$, вызванные магнитным полем.

2. Заряженный двумерный симметричный гармонический осциллятор помещен в слабое однородное магнитное поле, ориентированное по оси z. В первом порядке теории возмущений найти поправки к энергии первого возбужденного уровня $E^{(0)} = 2\hbar\omega$ и соответствующие волновые функции.

3. Двумерный симметричный гармонический осциллятор. В первом порядке теории возмущений найти поправки к энергии второго возбужденного уровня $E^{(0)} = 3\hbar\omega$, вызванные возмущением $H_I = \alpha xy$. Сравнить с точным ответом.

4. Двумерный симметричный гармонический осциллятор, гамильтониан возмущения $H_I = \alpha xy$. В первом порядке теории возмущений найти поправки к энергии первого возбужденного уровня $E^{(0)} = 2\hbar\omega$ и соответствующие волновые функции. Сравнить с точным ответом.

5. Одномерный гармонический осциллятор. Найти поправки к энергии n-го уровня, вызванные возмущением $H_I = \alpha x^3$.

6. Одномерный гармонический осциллятор. Найти поправки к энергии n-го уровня, вызванные возмущением $H_I = \alpha x^4$.

7. Одномерный гармонический осциллятор. Найти поправки к энергии основного состояния, вызванные возмущением $H_I = \alpha x^4$. Сравнить с ответом, полученным вариационным методом.

8. Найти диэлектрическую восприимчивость газа, состоящего из атомов водорода, находящихся в основном состоянии. Спином пренебречь.

9. Найти магнитную восприимчивость газа, состоящего из атомов водорода, находящихся в основном состоянии. Спином пренебречь.

10. Найти энергию взаимодействия двух атомов водорода на больших расстояниях (силы Ван-дер-Ваальса).

11. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в слабом магнитном поле с учетом тонкой структуры.

12. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в среднем магнитном поле с учетом тонкой структуры.

13. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в сильном магнитном поле с учетом тонкой структуры.

14. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в слабом электрическом поле с учетом тонкой структуры.

15. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в среднем электрическом поле с учетом тонкой структуры.

16. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в сильном электрическом поле с учетом тонкой структуры.

17. Три тождественных фермиона (одномерное движение) со спином 1/2 описываются гамильтонианом
$$H = \sum_{n=1}^{3} \frac{p_n^2}{2m} + \sum_{n=1}^{3} k\frac{x_n^2}{2} + \alpha\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 + \alpha\vec{s}_2 \cdot \vec{s}_3 + \alpha\vec{s}_3 \cdot \vec{s}_1$$
Найти энергию и волновые функции основного состояния.

18. Разложить электронную конфигурацию $3d^2$ на термы с помощью диаграмм Юнга.

19. Разложить электронную конфигурацию $3d^3$ на термы с помощью диаграмм Юнга.

20. Найти термы электронной конфигурации nl^2 с помощью диаграмм Юнга.

21. Найти явный вид волновых функций термов в конфигурации $2p^3$.

22. Найти явный вид волновых функций термов в конфигурации $2p^4$.

23. Найти явный вид волновых функций старших векторов термов в конфигурации $3d^2$.

24. Пользуясь правилами Хунда, найти квантовые числа S, L, J состояния с наименьшей энергией для конфигурации nl^k.

25. Найти поправки к уровням энергии многоэлектронного атома в слабом однородном магнитном поле.

26. Найти поправки к уровням энергии многоэлектронного атома в сильном однородном магнитном поле.

27. Найти поправки к уровням энергии многоэлектронного атома в слабом однородном электрическом поле.

28. На атоме водорода, находящемся в основном состоянии, рассеиваются μ-мезоны. Найти формфактор и дифференциальное сечение упругого рассеяния.

29. Источник потенциала Юкавы равномерно распределен по шару радиуса R с плотностью заряда ρ_0:
$$V(\vec{x}) = \int_{|\vec{y}|<R} d^3\vec{y}\ \ \rho_0 \exp(-\mu \cdot |\vec{x} - \vec{y}|)/|\vec{x} - \vec{y}|$$
.
Найти формфактор и дифференциальное сечение упругого рассеяния на этом потенциале.

30. Построить борновский ряд для одномерного рассеяния, найти в первом борновском приближении коэффициент отражения. Применить полученное выражение к надбарьерному отражению на потенциале $V(x < 0) = 0$, $V(0 < x < a) = U_0 x/a$, $V(a < x) = U_0$. Сравнить с точным ответом при $a \to 0$. Проанализировать ответ в классическом пределе.

31. Определить полное сечение упругого рассеяния непроницаемой сферой радиуса a для быстрых частиц, дебройлевская длина волны которых $\lambda \ll a$. Проанализировать классический предел задачи.

32. Определить полное сечение упругого рассеяния непроницаемой сферой радиуса a для медленных частиц, дебройлевская длина волны которых $\lambda \gg a$.

33. Найти энергию и время жизни метастабильных s-уровней в потенциале $V(r) = V_0\ \delta(r - a)$.

34. Найти энергию и время жизни метастабильных уровней в одномерном потенциале $V(x) = V_0\,\delta(x-a)+V_0\,\delta(x+a)$.

35. Найти энергию и время жизни метастабильных уровней в одномерном потенциале $V(|x|>a)=0$, $V(|x|<a)=U_0-V_0\delta(x)$.

36. Найти парциальное сечение рассеяния s-волны на потенциале $V(r)=V_0\,\delta(r-a)$. Указать положение резонансов.

37. Вычислить сечение упругого рассеяния медленной частицы на потенциальной яме $V(r<a)=-V_0$, $V(r>a)=0$. Указать условие резонанса.

38. В приближении эйконала найти фазы рассеяния на потенциале A/r^2. Сравнить с точным ответом.

39. Найти фазы рассеяния при упругом рассеянии на потенциале $V(r>a)=A/r^2$, $V(r<a)=0$.

40. Найти фазы рассеяния при упругом рассеянии на потенциале $V(r<a)=-U_0+V_0\delta(r-a)$, $V(r>a)=0$.

41. Найти дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния электрона на электроне для синглетного и триплетного состояний в системе центра масс.

42. Даны амплитуды рассеяния протона на нейтроне в триплетном и синглетном состояниях — $f_3(\theta)$ и $f_1(\theta)$. Найти вероятность переворота спина при рассеянии, если до рассеяния спин протона был направлен вверх, а спин нейтрона - вниз.

43. Найти сечения рассеяния и поглощения медленных частиц на "потенциале" $V(r<a)=-iU_0$, $V(r>a)=0$.

44. Найти вероятность того, что электрон в атоме трития H^3, находящийся в основном состоянии, перейдет в $1s$ состояние иона He^{3+} при β-распаде одного из нейтронов ядра.

45. Гармонический осциллятор с
$$H_1=\frac{p_1^2}{2m}+k\frac{x_1^2}{2}$$
находится в первом возбужденном состоянии и взаимодействует с частицей, находящейся на дискретном уровне в δ-яме:
$$H_1=\frac{p_2^2}{2m}-U_0\delta(x_2),$$
потенциал их взаимодействия контактный: $W(x_1,x_2)=W_0\delta(x_1-x_2)$. Найти время жизни 2-й частицы в δ-яме.

46. Найти сечение фотоэффекта для атома водорода, находящегося в основном состоянии, полагая конечное состояние электрона плоской волной.

47. Гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в основном состоянии. При $t>0$ он подвергается действию возмущения $H_I=-f_0\hat{x}$. Какова вероятность найти его на уровне $|n'\rangle$ в момент времени t?

48. Гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в основном состоянии. При $t>0$ он подвергается действию возмущения $H_I(t)=-f_0\hat{x}\delta(t)$. Какова вероятность найти его на уровне $|n\rangle$ в момент времени t?

49. Гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в основном состоянии. При $t>0$ он подвергается действию возмущения $H_I=\alpha\hat{x}^2\exp(-t/\tau)$. Какова вероятность найти его на уровне $|2\rangle$ в момент времени t?

50. Гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в основном состоянии. При $t>0$ он подвергается действию возмущения $H_I=\alpha\hat{x}^3\exp(-t/\tau)$. Какова вероятность найти его на уровнях $|1\rangle$ и $|3\rangle$ в момент времени t?

51. Частица находится на дискретном уровне в потенциальной яме $V(x)=-V_0\delta(x)$. Частица подвергается действию возмущения $H_I=-2\hat{x}F_0\cos(\Omega t-\Pi x)$. Найти время жизни частицы в яме. Как соотносятся вероятности вылететь из ямы налево и вылететь из ямы направо?

52. Частица находится в основном состоянии в трехмерной глубокой кубической яме $V(0<x<a, 0<y<a, 0<z<a)=-V_0$, $V(\text{вне куба})=0$. Найти время жизни частицы в яме, если она подвергается действию возмущения $H_I=-2\hat{z}F_0\cos(\Omega t)$.

53. Найти дифференциальное сечение неупругого рассеяния частицы на сферическом гармоническом осцилляторе. Осциллятор переходит из основного в первое возбужденное состояние $|001\rangle$. Потенциал взаимодействия между частицей и осциллятором $W(\vec{x},\vec{y})=W_0\delta(\vec{x}-\vec{y})$.

54. Найти дифференциальное сечение неупругого рассеяния μ-мезона на неподвижном атоме водорода. Атом переходит из состояния $1s$ в состояние $2s$.

55. Найти средние значения и дисперсию напряженностей электрического и магнитного полей в двухмодовом когерентном состоянии $|\alpha_{\vec{k}_1,p_1}, \beta_{\vec{k}_2,p_2}\rangle$.

56. Найти средние значения и дисперсию напряженностей электрического и магнитного полей в состоянии $|\psi\rangle = |\alpha_{\vec{k}_1,p_1}\rangle/\sqrt{2} + |\beta_{\vec{k}_2,p_2}\rangle/\sqrt{2}$.

57. Вывести правила отбора и формулу для распределения интенсивности излучения по углам и поляризациям в электрическом квадрупольном приближении.

58. Вывести правила отбора и формулу для распределения интенсивности излучения по углам и поляризациям в магнитном дипольном приближении.

59. Указать, между какими уровнями заряженного сферического гармонического осциллятора возможны электромагнитные переходы в дипольном приближении. Вычислить время жизни первого возбужденного уровня осциллятора в этом приближении. Найти распределения интенсивности излучения по углам и поляризациям.

60. В дипольном приближении вычислить время жизни уровня $2p_{1/2}$ атома водорода (с учетом тонкой структуры).

61. В дипольном приближении вычислить время жизни уровня $2p_{3/2}$ атома водорода (с учетом тонкой структуры).

62. Атом водорода помещен в слабое однородное магнитное поле. Описать излучение при переходе $3d \to 2p$ (тонкой структурой пренебречь). Указать количество линий в спектре и описать распределение их интенсивности по углам и поляризациям.

63. Частица со спином $1/2$ находится в однородном магнитном поле напряженности $\vec{H}$. Найти время жизни возбужденного состояния и распределение интенсивности излучения по углам и поляризациям.

64. Найти время жизни и распределение интенсивности излучения по углам и поляризациям при переходе между уровнями сверхтонкой структура атома водорода.

65. Доказать, что однофотонные переходы $S \to S$ запрещены во всех порядках мультипольности.

66. Найти закон дисперсии магнона для спиновой цепочки с гамильтонианом
$$H = -\alpha \sum \vec{s}_n \vec{s}_{n+1} - \beta \sum \vec{s}_n \vec{s}_{n+2} - 2\mu_0 \vec{H} \sum \vec{s}_n$$

67. Найти парамагнитную составляющую магнитной восприимчивости свободного фермионного газа (спин частиц $3/2$) при нулевой температуре.

68. * Найти явный вид волновой функции и кратность вырождения для состояний $1S_{1/2}$, $2S_{1/2}$, $2P_{1/2}$ частицы Дирака в кулоновском поле.

69. * Найти гиромагнитное отношение для состояния $1S_{1/2}$ частицы Дирака в кулоновском поле.