Программные требования к зачету по курсу «Электродинамика»

(5 семестр)

1.1. Уравнения Максвелла и их физическое обоснование. Сила Лоренца

При ответе на вопрос билета необходимо ввести понятия объемной плотности заряда и плотности тока. Получить дифференциальную форму закона сохранения заряда. Уметь записать плотность заряда и плотность тока для системы точечных зарядов, движущихся по заданному закону.

Используя фундаментальные физические законы такие, как закон Кулона, закон Био-Савара-Лапласа, закон Фарадея, а также экспериментальный факт отсутствия магнитных монополей, получить уравнения Максвелла в вакууме в дифференциальном виде. В завершении ответа необходимо записать силу Лоренца, действующую на точечную частицу, движущуюся в заданном электромагнитном поле.

1.2. Закон сохранения энергии в микроскопической электродинамике. Плотность энергии электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга

При ответе на вопрос билета необходимо, используя уравнения Максвелла в вакууме, получить закон сохранения энергии электромагнитного поля в дифференциальной и интегральной формах. На примере системы точечных зарядов, движущихся по заданному закону, обосновать физический смысл каждого из слагаемых в законе сохранения энергии. Ввести понятие плотности энергии электромагнитного поля, плотности потока энергии (вектор Пойнтинга).

1.3. Потенциалы электромагнитного поля. Калибровочная инвариантность. Вывод уравнений для потенциалов при калибровке Лоренца

При ответе на вопрос билета необходимо проверить замкнутость системы уравнений Максвелла. Показать, что среди уравнений системы есть зависимые. Ввести понятия скалярного и векторного потенциалов электромагнитного поля и установить их связь с напряженностями поля. Получить форму калибровочных преобразований для потенциалов и показать, что напряженности электромагнитного поля не изменяются при таких преобразованиях. Получить уравнения для скалярного и векторного потенциалов в общем случае. Ввести калибровочное условие Лоренца и записать уравнения для потенциалов с учетом этого условия.

1.4. Уравнения для потенциалов и их решение в виде запаздывающих потенциалов

При ответе на вопрос билета необходимо записать уравнения для потенциалов электромагнитного поля в калибровке Лоренца. Предполагая плотность заряда и плотность тока заданными, получить решения для потенциалов, не противоречащие принципу причинности – запаздывающие потенциалы.

1.5. Уравнения для потенциалов статических электрического и магнитного полей и их решения

При ответе на вопрос билета необходимо ввести понятия электростатической и магнитостатической системы. Записать уравнения Максвелла и получить уравнения для потенциалов полей, созданных такими системами. Используя решения для запаздывающих потенциалов выписать решения для скалярного потенциала электростатического поля и векторного потенциала магнитостатического поля.

1.6. Разложение потенциала электростатического поля по мультиполям (до квадруполя включительно). Электрический дипольный момент. Потенциал и напряженность поля электрического диполя в статике

При ответе на вопрос билета необходимо записать решение для скалярного потенциала локальной электростатической системы и выполнить его мультипольное разложение до квадрупольного приближения включительно.

Записать выражение для потенциала и вычислить напряженность поля в монопольном приближении.

Записать выражение для потенциала и вычислить напряженность поля в дипольном приближении. Ввести понятие электрического дипольного момента. Получить закон изменения вектора дипольного момента при переносе начала системы координат. Указать условие при котором дипольный момент не зависит от выбора начала координат.

Записать выражение для потенциала и вычислить напряженность поля в квадрупольном приближении. Ввести понятие тензора электрического квадрупольного момента. Доказать, что след этого тензора равен нулю. Указать число его независимых компонент.

1.7. Энергия электростатического поля. Энергия и сила электростатического взаимодействия двух удаленных систем зарядов. Момент силы. Энергия диполя во внешнем поле

При ответе на вопрос билета необходимо получить выражение для энергии электростатического поля локальной системы зарядов. Рассмотреть взаимодействие двух локальных электростатических систем и ввести понятие собственной энергии поля системы и энергии взаимодействия систем.

Ввести функцию Лагранжа электростатического поля, с использованием которой получить выражение для силы и момента сил, действующих на электростатическую систему. Получить выражение для энергии взаимодействия двух локальных систем точечных зарядов, находящихся на большом расстоянии друг от друга. Записать энергию электрического диполя во внешнем поле.

1.8. Разложение потенциала магнитостатического поля по мультиполям. Магнитный момент токов. Векторный потенциал и поле магнитного диполя

При ответе на вопрос билета необходимо для локальной системы стационарных токов выполнить разложение векторного потенциала до первого ненулевого приближения.

Ввести понятие магнитного дипольного момента. Получить выражения для векторного потенциала и напряженности поля магнитного диполя и указать их асимптотику при удалении от системы токов.

1.9. Энергия магнитостатического поля. Энергия и сила взаимодействия двух удаленных систем стационарных токов. Момент силы

При ответе на вопрос билета необходимо получить выражение для энергии магнитного поля локальной магнитостатической системы. Рассмотреть взаимодействие двух систем стационарных токов. Ввести понятие собственной энергии магнитостатического поля системы и энергии взаимодействия систем.

Ввести функцию Лагранжа магнитостатического поля, с использованием которой получить выражение для силы и момента сил, действующих на магнитостатическую систему.

1.10. Плоские электромагнитные волны в вакууме

При ответе на вопрос билета необходимо записать уравнения Максвелла в вакууме в отсутствие зарядов и токов. Предположив решение в виде плоской электромагнитной волны, преобразовать систему уравнений Максвелла к системе алгебраических уравнений относительно напряженностей электромагнитного поля.

На основе полученной системы уравнений: доказать поперечность волны; получить закон дисперсии; получить связь между векторами напряженности электрического, магнитного поля в волне и волновым вектором; получить соотношение между модулями напряженностей электрического и магнитного поля в волне; вычислить вектор Пойнтинга и указать его связь с плотностью энергии поля в волне; показать, что фронт волны (поверхность равной фазы) – плоскость, перпендикулярная волновому вектору.

1.11. Физические условия применимости мультипольного разложения в задаче об излучении

При ответе на вопрос билета необходимо дать определение электромагнитного излучения и на его основе получить ограничение на асимптотику убывания поля излучения при удалении от локальной системы зарядов и токов. Выполнить мультипольное разложение скалярного и векторного потенциалов в ряд по локальному запаздыванию в системе. Оценить условие сходимости ряда. Ввести понятие запаздывающего времени. Сгруппировать слагаемые разложения скалярного и векторного потенциалов по приближениям: электрическому дипольному излучению; магнитному дипольному излучению; электрическому квадрупольному излучению.

1.12. Электрическое дипольное излучение. Полная интенсивность, угловое распределение

При ответе на вопрос билета необходимо привести слагаемые мультипольного разложения скалярного и векторного потенциалов электрического дипольного излучения к виду, содержащему производные от вектора электрического дипольного момента. Используя полученную форму потенциалов, вычислить напряженности электрического и маг-

нитного полей. Оценить соотношение между волновыми и не волновыми слагаемыми в напряженности поля. Ввести понятия ближней и волновой зоны. Ввести понятие углового распределения интенсивности излучения и вычислить это распределение для электрического дипольного излучения. Ввести определение полной интенсивности излучения и вычислить ее для электрического дипольного излучения. Показать отсутствие электрического дипольного излучения для системы точечных заряженных частиц с одинаковым отношением заряда к массе, движущихся под действием внутренних сил.

1.13. Магнитное дипольное излучение. Полная интенсивность, угловое распределение

При ответе на вопрос билета необходимо привести слагаемые мультипольного разложения скалярного и векторного потенциалов магнитного дипольного излучения к виду, содержащему производные от вектора магнитного дипольного момента. Оценить соотношение между векторным потенциалом в электрическом дипольном и магнитном дипольном излучении. Вычислить напряженности электрического и магнитного поля, угловое распределение интенсивности и полную интенсивность для магнитного дипольного излучения. Получить условие отсутствия этого типа излучения для системы частиц с одинаковым отношением заряда к массе.

1.14. Сила радиационного трения (в нерелятивистском приближении)

При ответе на вопрос билета необходимо получить формулу Лоренца для силы радиационного трения. На примере движения свободной частицы под действием силы радиационного трения показать противоречивость этой формулы для некоторых типов движения. Указать условия применимости формулы Лоренца.

2.1. Преобразования Лоренца для координат-времени. Интервал

При ответе на вопрос билета необходимо сформулировать принцип относительности и принцип форминвариантности фундаментальных физических законов. Ввести понятие интервала между событиями. Получить прямые и обратные преобразования Лоренца. Показать, что эти преобразования не нарушают форминвариантности интервала.

2.2. Релятивистская кинематика. Преобразование промежутка времени и длины отрезка

При ответе на вопрос билета необходимо получить закон преобразования промежутка времени между двумя событиями, происходящими в одной и той же точке пространства в инерциальной системе отсчета. Получить закон преобразования длины геометрического отрезка, покоящегося в одной из инерциальных систем отсчета. Рассмотреть случай, когда отрезок расположен вдоль вектора скорости относительного движения и перпендикулярно к нему. Получить закон преобразования угла, образованного направлением скорости относительного движения и геометрическим отрезком.

2.3. Релятивистский закон сложения скоростей. Преобразование углов

Получить релятивистский закон сложения скоростей. Прямым вычислением показать, что ни в одной из инерциальных систем отсчета скорость частицы не может превысить скорости света в вакууме. Получить закон преобразования углов, образованных вектором скорости частицы и вектором относительной скорости системы отсчета.

2.4. Тензоры в четырехмерном пространстве-времени

При ответе на вопрос билета необходимо ввести обозначения для координат четырехмерного пространства-времени. Записать закон преобразования: скаляра, ковариантного и контравариантного четырехмерных векторов, тензора второго ранга при преобразованиях координат четырехмерного пространства-времени. Получить закон преобразования компонент четырехмерного вектора при преобразованиях Лоренца. Доказать инвариантность квадрата вектора при произвольных координатных преобразованиях. Ввести понятие тензорного инварианта и записать такие инварианты для всех перечисленных величин.

Ввести определение для метрического тензора. Записать связь между ковариантными и контравариантными компонентами этого тензора. Определить операции опускания/поднятия тензорных индексов с помощью метрического тензора.

2.5. Пространство Минковского. Описание движения точечной частицы в четырехмерном пространстве-времени

Используя выражение для квадрата интервала, получить компоненты метрического тензора в декартовых координатах инерциальной системы отсчета пространства Минковского. Записать правила поднятия/опускания индексов в пространстве Минковского (в декартовых координатах инерциальной системы отсчета).

Ввести определение мировой линии, четырехмерных векторов скорости и ускорения. Вычислить компоненты каждого из этих векторов. Вычислить квадрат четырехмерного вектора скорости. Показать взаимную ортогональность четырехвекторов скорости и ускорения.

2.6. Закон преобразования плотностей заряда и тока и его обоснование

При ответе на вопрос билета необходимо получить ковариантную (четырехмерную) запись закона сохранения заряда, на основе которой ввести определение четырехмерного вектора плотности тока. Получить закон преобразования компонент четырехмерного вектора плотности тока при преобразованиях Лоренца. Привести интерпретацию полученной связи между плотностью заряда и плотностью тока в разных инерциальных системах отсчета.

2.7. Ковариантная запись условия Лоренца и уравнений для потенциалов. Законы преобразования потенциалов

При ответе на вопрос билета необходимо используя калибровочное условие Лоренца ввести определение четырехмерного вектора потенциала. Получить закон преобразования

скалярного и векторного потенциалов при преобразованиях Лоренца. Получить ковариантную запись оператора Д'Аламбера и ковариантную запись уравнений для потенциалов в калибровке Лоренца.

2.8. Тензор электромагнитного поля. Ковариантная запись уравнений Максвелла для полей в вакууме

При ответе на вопрос билета необходимо, используя четырехмерный вектор потенциала, записать формулы связи полей и потенциалов в индексной форме. Ввести определение тензора электромагнитного поля и связать его с четырехмерным вектором потенциала. Получить компоненты дважды ковариантного/дважды контравариантного тензора электромагнитного поля в декартовых координатах инерциальной системы отсчета.

Получить ковариантную (четырехмерную) запись однородных уравнений Максвелла (1-пара). Проверить соответствие числа уравнений в векторной и ковариантной формах. Получить ковариантную (четырехмерную) запись неоднородных уравнений Максвелла (2-пара). Проверить согласованность этих уравнений с законом сохранения заряда.

2.9. Законы преобразования векторов поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$. Инварианты электромагнитного поля

При ответе на вопрос билета необходимо прямым вычислением получить закон преобразования компонент тензора электромагнитного поля при преобразованиях Лоренца. На основе полученных соотношений сделать выводы о связи между напряженностями электрического и магнитного полей в неподвижной и инерциально движущийся системах отсчета. Закон преобразования должен быть выражен в векторной форме.

Ввести понятие тензорных инвариантов. Указать число независимых инвариантов антисимметричного тензора второго ранга в N-мерном пространстве. Записать выражения для первых двух инвариантов тензора электромагнитного поля в индексной и векторной формах.

Задачи

3.2, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 5.2, 5.3, 5.4, 6.2, 6.3, 7.2, 7.3, 7.5, 7.7, 8.2, 8.3, 11.1, 11.2, 11.6, 11.8, 12.3, 13.3, 13.5, 14.3, 14.4, 14.6, 14.8, 16.1 (только $\vec{v}$), 16.3.