



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Физический факультет

Олимпиады

МГУ им. М.В. Ломоносова для школьников

ФИЗИКА



Олимпиада школьников
“ЛОМОНОСОВ”



Олимпиада школьников
“Робофест”

**Олимпиады школьников по физике,
проводимые физическим факультетом
МГУ им. М.В. Ломоносова**

Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова традиционно участвует в организации и проведении олимпиад школьников по физике «Ломоносов», «Покори Воробьевы горы!», Московской олимпиады школьников и олимпиады «Робофест».

В 2022-2023 учебном году в соответствии с Перечнем олимпиад школьников этим олимпиадам присвоены следующие уровни:

- Московская олимпиада школьников по физике – уровень 1;
- «Ломоносов» по физике – уровень 2;
- «Покори Воробьевы горы!» – уровень 1;
- «Робофест» по физике – уровень 2.

Победители олимпиад уровней 1 и 2, а также призеры олимпиад уровня 1 зачислялись в 2023 году на физический факультет МГУ без вступительных испытаний, а призеры олимпиад 2-го уровня получали 100 баллов за дополнительное вступительное испытание по физике. В 2023 г. на физический факультет было зачислены 119 человек, являющихся победителями и призерами олимпиад школьников, что составляет 33% от общего числа зачисленных на 1-й курс абитуриентов. Из них четверть являются победителями и призерами олимпиад школьников, проводимых физическим факультетом.

ОЛИМПИАДА «ЛОМОНОСОВ» 2022/2023 по ФИЗИКЕ

В 2022/2023 учебном году олимпиада «Ломоносов» по физике в МГУ проводилась в два этапа – отборочный и заключительный. Отборочный этап проходил в дистанционном формате. Победители и призеры отборочного этапа были допущены для участия в заключительном этапе, который проходил очно. Ниже приводятся примеры заданий для участников отборочного и заключительного туров олимпиады.

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

олимпиады школьников «Ломоносов» 2022-2023 года по физике

Задание для 7–9 классов

1. Материальная точка, равномерно движущаяся по окружности, за время τ переместилась на расстояние $l = 4$ м, пройдя при этом путь, равный $S = \pi l / 3 \approx 4,19$ м. Найдите ускорение a материальной точки. Ответ округлите до сотых.

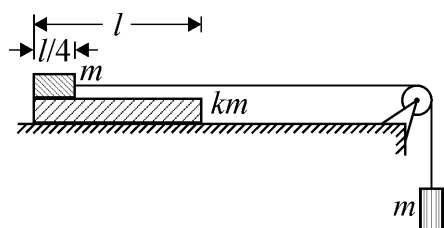
1. **Решение.** Пусть R – радиус окружности, по которой движется материальная точка, а φ – угол, на который за время τ поворачивается линия, соединяющая точку с центром окружности. Из рисунка видно, что перемещение точки за время τ равно $l = 2R \sin \frac{\varphi}{2}$, а пройденный ею за это время путь $S = R\varphi$. Из этих

соотношений получаем уравнение для угла φ , а именно $\varphi = 2 \frac{S}{l} \sin \frac{\varphi}{2}$, или, с учетом условия задачи, $\varphi = \frac{2\pi}{3} \sin \frac{\varphi}{2}$. Непосредственной подстановкой

убеждаемся в том, что решение этого уравнения: $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Следовательно, радиус окружности, по которой движется точка, $R = l$. Учитывая, что модуль скорости точки $v = S / \tau$, получаем, что $a = \frac{v^2}{R} = \frac{\pi^2}{9} \cdot \frac{l}{\tau^2}$.

Ответ: $a = \frac{\pi^2}{9} \cdot \frac{l}{\tau^2}$.

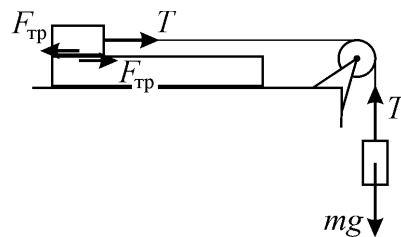
2. Брусок массой m лежит на доске массой km , как показано на рисунке. Доска располагается на гладком горизонтальном столе, а брусок соединен с грузом



массой m с помощью невесомого блока и невесомой нерастяжимой нити, отрезок которой от блока до бруска горизонтален. Коэффициент трения между поверхностями доски и бруска $\mu = 0,3$. Груз удерживают так, что нить слегка натянута, и в некоторый момент времени

отпускают из состояния покоя. Пренебрегая трением между поверхностью доски и столом, а также трением в оси блока, определите расстояние Δx , на которое сместится доска за время, в течение которого брусок будет находиться на доске всей своей поверхностью, если $k = 2$, длина доски l , а длина бруска равна $l/4$. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.

2. Решение. Тела системы движутся под действием сил, модули и направления которых изображены на рисунке, где mg – модуль силы тяжести, T – модуль силы натяжения нити, $F_{\text{тр}}$ – модуль силы трения скольжения между бруском и доской, причем $F_{\text{тр}} = \mu mg$. Согласно второму закону Ньютона, уравнения движения тел в проекциях направления их ускорений имеют вид:



$$ma_1 = T - \mu mg \text{ (для бруска)}, \quad ma_1 = mg - T \text{ (для груза)}, \\ kma_2 = \mu mg \text{ (для доски)}.$$

Здесь a_1 – модуль ускорения бруска, равный модулю ускорения груза, a_2 – модуль ускорения доски. Из этой системы находим, что $a_1 = \frac{1-\mu}{2}g$, $a_2 = \frac{\mu}{k}g$. По закону равноускоренного движения перемещения бруска и доски за время t равны: $\Delta x_1(t) = \frac{a_1 t^2}{2}$ и $\Delta x_2(t) = \frac{a_2 t^2}{2}$. По условию эти перемещения связаны соотношением: $\Delta x_1(t_0) - \Delta x_2(t_0) = \frac{3}{4}l$, где t_0 – время движения бруска по доске всей поверхностью. Используя найденные выше значения ускорений бруска и доски, находим, что $t_0 = \sqrt{\frac{3kl}{g[k(1-\mu) - 2\mu]}}$. Искомое перемещение доски $\Delta x = \Delta x_2(t_0)$.

Ответ: $\Delta x = \frac{3\mu l}{2[k(1-\mu) - 2\mu]}.$

3. В сосуд, содержащий воду массой $m_{\text{в}} = 200$ г при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$, бросили кусок льда с вмёрзшей в него железной деталью, имеющий суммарный объем $V = 125 \text{ см}^3$ и температуру $t_2 = 0^\circ\text{C}$. После того как сосуду сообщили количество теплоты Q , температура его содержимого оказалась равной $t_3 = 20^\circ\text{C}$. Найдите массу детали $m_{\text{д}}$. Теплоемкостью сосуда и потерями теплоты можно пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c_{\text{в}} = 4,2 \text{ Дж}/(\text{г}\cdot^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 334 \text{ Дж}/\text{г}$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \text{ г}/\text{см}^3$, удельная теплоемкость железа $c_{\text{ж}} = 0,46 \text{ Дж}/(\text{г}\cdot^\circ\text{C})$, плотность железа $\rho_{\text{ж}} = 7,8 \text{ г}/\text{см}^3$. Ответ приведите в граммах, округлив до целых.

3. Решение. Согласно первому закону термодинамики и условию задачи, количество теплоты, сообщенное сосуду, равно изменению внутренней энергии содержимого сосуда:

$$Q = m_{\text{в}} c_{\text{в}} (t_3 - t_1) + m_{\text{л}} \lambda + m_{\text{л}} c_{\text{в}} (t_3 - t_2) + m_{\text{д}} c_{\text{ж}} (t_3 - t_2),$$

где $m_{\text{л}}$ – начальная масса льда, $m_{\text{д}}$ – масса детали. Поскольку объем льда вместе с деталью равен $V = \frac{m_{\text{д}}}{\rho_{\text{ж}}} + \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}}$, то $m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} \left(V - \frac{m_{\text{д}}}{\rho_{\text{ж}}} \right)$. Подставляя массу льда в

уравнение теплового баланса и выражая из него массу детали, получаем, что

$$m_{\text{д}} = \frac{m_{\text{в}} c_{\text{в}} (t_3 - t_1) + \rho_{\text{л}} V [\lambda + c_{\text{в}} (t_3 - t_2)] - Q}{(\rho_{\text{л}} / \rho_{\text{ж}}) [\lambda + c_{\text{в}} (t_3 - t_2)] - c_{\text{ж}} (t_3 - t_2)}.$$

Ответ: $m_{\text{д}} = \frac{m_{\text{в}} c_{\text{в}} (t_3 - t_1) + \rho_{\text{л}} V [\lambda + c_{\text{в}} (t_3 - t_2)] - Q}{(\rho_{\text{л}} / \rho_{\text{ж}}) [\lambda + c_{\text{в}} (t_3 - t_2)] - c_{\text{ж}} (t_3 - t_2)}.$

4. Два проводника, соединённые параллельно, имеют сопротивление $R_{\text{пар}}$. Сопротивление одного из этих проводников равно $R_1 = 4$ Ом. Найдите сопротивление цепи $R_{\text{посл}}$ при последовательном соединении этих проводников. Ответ округлите до десятых.

4. Решение. При параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление определяется по формуле

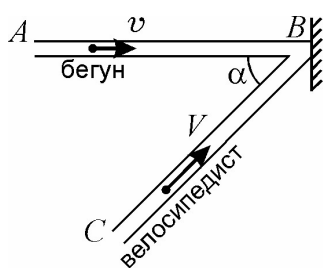
$$\frac{1}{R_{\text{пар}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \text{ из которой следует, что } R_{\text{пар}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Пусть сопротивление R_1 известно. Тогда $R_2 = \frac{R_1 \cdot R_{\text{пар}}}{R_1 - R_{\text{пар}}}$. При последовательном соединении этих

проводников их общее сопротивление $R_{\text{посл}} = R_1 + R_2 = \frac{R_1^2}{R_1 - R_{\text{пар}}}.$

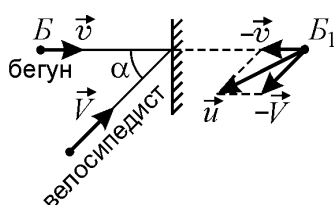
Ответ: $R_{\text{посл}} = \frac{R_1^2}{R_1 - R_{\text{пар}}}.$

5. Две прямых дороги AB и CB пересекаются в точке B под углом $\alpha = 45^\circ$. На перекрестке B установлено широкое плоское зеркало, расположенное



перпендикулярно дороге AB так, что велосипедист, едущий к точке B по дороге CB , видит в зеркале бегуна, направляющегося к точке B по дороге AB . Какова скорость бегуна v , если скорость велосипедиста V , а изображение бегуна приближается к велосипедисту с относительной скоростью $u = \sqrt{2} \cdot V$? Ответ приведите в км/час, округлив до десятых.

5. Решение. Построение изображения B_1 бегуна B представлено на рисунке. Относительно неподвижного наблюдателя это изображение движется по прямой



B_1B навстречу бегуну со скоростью, модуль которой равен v . Используя закон сложения скоростей, находим, что относительно велосипедиста изображение бегуна движется со скоростью $\vec{u} = -\vec{v} - \vec{V}$. По теореме косинусов: $u^2 = v^2 + V^2 - 2vV \cos(\pi - \alpha)$. Учитывая, что

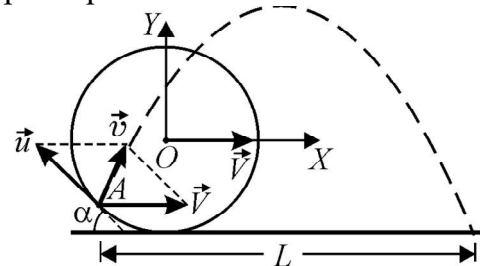
$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$, получаем квадратное уравнение: $v^2 + 2vV \cos \alpha + V^2 - u^2 = 0$.
 Условию задачи удовлетворяет положительный корень:
 $v = \sqrt{V^2 \cos^2 \alpha + u^2 - V^2} - V \cos \alpha$.
Ответ: $v = (\sqrt{\cos^2 \alpha + 1} - \cos \alpha)V$.

Задание для 10 – 11 классов

1. Два автомобиля едут друг за другом с постоянной скоростью V по горизонтальному прямолинейному шоссе. Асфальт на шоссе мокрый из-за недавно прошедшего дождя. На каком минимальном расстоянии S от переднего автомобиля должен держаться автомобиль, идущий позади, чтобы брызги от колес переднего автомобиля на него не попадали? При расчете учтите, что для впереди идущего автомобиля угол между горизонталью и касательной к заднему колесу, проведенной через край брызговика (см. рисунок), равен $\alpha_0 = 42^\circ$. Влиянием воздуха на движение капель воды можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ приведите в метрах, округлив до десятых.



1. Решение. Поскольку влияние воздуха мало, движение капли после отрыва от колеса автомобиля происходит под действием только силы тяжести. В неподвижной системе отсчета скорость капли при отрыве от колеса в точке A равна скорости $\vec{v}$ этой точки на поверхности колеса (см. рисунок). По закону сложения скоростей $\vec{v} = \vec{u} + \vec{V}$, где $\vec{u}$ – скорость точки A относительно поступательно движущейся системы отсчета, связанной с центром колеса, $\vec{V}$ – скорость автомобиля. Из условия отсутствия проскальзывания колес следует, что $u = V$. Расположим координатную плоскость XOY в плоскости одного из задних колес автомобиля, идущего впереди. Начало координат совместим с мгновенным положением центра колеса, ось OX направим горизонтально в направлении движения машины, а ось OY – вертикально вверх (рис.). Очевидно, что движение капли будет происходить в плоскости XOY . Пусть вектор $\vec{u}$ образует с горизонталью некоторый угол α . Как следует из рисунка, проекции на оси координат скорости капли, отрывающейся от колеса в точке A , равны:



$$v_x = V - V \cos \alpha, \quad v_y = V \sin \alpha,$$

Траектория капли изображена на рис. штриховой линией. Пренебрегая высотой точки A над поверхностью шоссе по сравнению с высотой подъема капли, получаем время полета капли:

$$t_0 = \frac{2v_y}{g} = \frac{2V \sin \alpha}{g}.$$

Дальность полета капли составляет величину:

$$L = v_x t_0 = \frac{2V^2}{g} (\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha).$$

Перемещение идущего сзади автомобиля за время полета капли t_0 равно:

$$L_A = Vt_0 = \frac{2V^2 \sin \alpha}{g}.$$

Следовательно, для того чтобы рассматриваемая капля не попала на этот автомобиль, расстояние между автомобилями должно быть не менее

$$S = L_A - L = \frac{2V^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha. \text{ Максимум этого выражения достигается при } \alpha = 45^\circ \text{ и}$$

составляет $S_{\max} = V^2 / g$. С другой стороны, предельное значение угла α равно α_0 , так как капли, оторвавшиеся от колеса выше точки, в которой касательная к окружности колеса составляет с горизонталью угол α_0 , будут задержаны

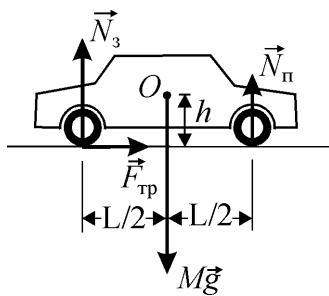
брызговиком и колесной аркой, и на идущий сзади автомобиль не попадут. Таким образом, минимальное расстояние между автомобилями, при котором капли воды, поднятые в воздух колесами первого автомобиля, не будут попадать

на второй автомобиль, определяется соотношением $S = \frac{2V^2}{g} \sin \alpha_0 \cos \alpha_0$. **Ответ:**

$$S = \frac{2V^2}{g} \sin \alpha_0 \cos \alpha_0.$$

2. С каким максимальным ускорением $a_{\max}$ может тронуться с места автомобиль с задними ведущими колесами, если коэффициент трения между шинами и асфальтом μ . Расстояние между передней и задней осями автомобиля $L = 4$ м, а его центр тяжести расположен посередине между осями на расстоянии $h = 0,8$ м от дороги. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Ответ округлите до сотых.

2.Решение. Автомобиль движется под действием сил, изображенных на рисунке, где $M\vec{g}$ – сила тяжести, $\vec{N}_3$ и $\vec{N}_\pi$ – нормальные составляющие сил



взаимодействия задних и передних колес автомобиля с дорогой, соответственно, $\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения покоя, приложенная к задним (ведущим) колесам. Перейдем в неинерциальную систему отсчета, связанную с автомобилем, и запишем в этой системе уравнение моментов относительно центра масс автомобиля (точки O): $N_3 \frac{L}{2} = N_\pi \frac{L}{2} + F_{\text{тр}} h$.

Замечание. В поступательно движущейся системе отсчета суммарный момент сил инерции, действующих на автомобиль, относительно его центра масс равен нулю. Обоснование этого утверждения можно найти, например, в книге: Г.Я. Мякишев. «Физика: Механика: 9 кл.» Учебник для углубленного изучения физики. М.: Дрофа, 1997, § 7.8.

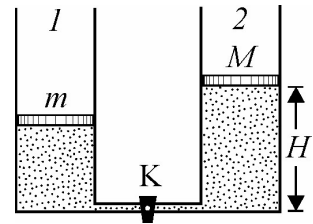
Уравнение движения автомобиля в неподвижной системе отсчета имеет вид:

$Ma = F_{\text{тр}}$. Учтем, что максимально возможное значение силы трения покоя

$(F_{\text{тр}})_{\text{max}} = \mu N_3$, и что $N_{\text{п}} + N_3 = Mg$. Решая записанную систему уравнений,

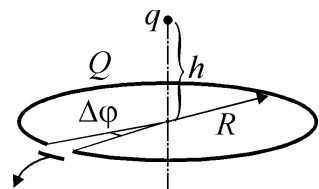
получаем, что $a_{\text{max}} = \frac{\mu g}{2(1 - \mu h/L)}$. **Ответ:** $a_{\text{max}} = \frac{\mu g}{2(1 - \mu h/L)}$.

3. В гладком цилиндре 1 под поршнем массой $m = 5$ кг находится идеальный газ. Цилиндр 1 соединен трубкой, снабженной краном, с таким же цилиндром 2, как показано на рисунке. Во втором цилиндре под поршнем массой $M = 10$ кг находится такой же газ, как и в цилиндре 1. В начальном состоянии кран К закрыт, а поршень в цилиндре 2 находится на высоте H от дна. На какое расстояние Δh переместится поршень в цилиндре 1 после открывания крана? Температура газа в первом цилиндре в течение всего процесса поддерживается постоянной и равной $T_1 = 300$ К, а во втором цилиндре – постоянной и равной $T_2 = 350$ К. Объемом трубки с краном можно пренебречь, атмосферное давление не учитывайте. Толщина поршней больше диаметра соединительной трубки. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.



3. Решение. По условию задачи атмосферное давление не действует на поршни. Поскольку цилиндры являются гладкими, а находящийся в цилиндрах газ считается идеальным, уравнения состояния газа в цилиндрах до открывания крана можно представить в виде: $mgh = \nu_1 RT_1$, $MgH = \nu_2 RT_2$, где h – начальная высота поршня в первом сосуде, g – модуль ускорения свободного падения, R – универсальная газовая постоянная, ν_1 и ν_2 – количества газа в цилиндрах. После открывания крана поршень во втором цилиндре будет медленно опускаться, т.к. давление газа $\frac{Mg}{S}$ в этом цилиндре больше давления газа $\frac{mg}{S}$ в первом цилиндре. В приведенных соотношениях S – площадь поперечного сечения каждого из цилиндров. Процесс перемещения поршней закончится, когда более тяжелый поршень опустится на дно цилиндра 2, перекрыв соединительную трубку, а поршень в цилиндре 1 установится на такой высоте $h + \Delta h$ при температуре T_1 газа в нем, что $mg(h + \Delta h) = (\nu_1 + \nu_2)RT_1$. Подставляя в это уравнение значения ν_1 и ν_2 из первых двух соотношений, находим искомую высоту поднятия поршня в первом цилиндре: $\Delta h = \frac{MT_1}{mT_2} H$. **Ответ:** $\Delta h = \frac{MT_1}{mT_2} H$.

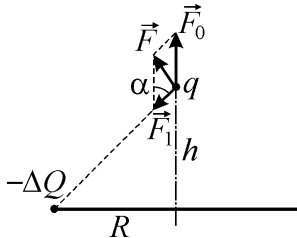
4. Тонкое диэлектрическое кольцо радиуса $R = 10$ см равномерно зарядили зарядом Q . Затем из кольца вырезали и удалили небольшой кусочек, размер которого определяется малым углом $\Delta\phi = 0,01$ рад. На расстоянии $h = R$ от плоскости кольца на его оси поместили точечный



заряд $q = +1$ нКл. Найдите модуль F силы, действующей на заряд. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Ответ приведите в наноньютонах, округлив до целых.

4. Решение. Напряженность $\vec{E}_0$ электрического поля, создаваемого равномерно заряженным кольцом на его оси, направлена по оси кольца. Ее модуль

$$\text{определяется известным выражением } E_0 = \frac{Qh}{4\pi\epsilon_0(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$



Подробный вывод этой формулы приведен, например, в учебнике: *Мякишев Г.Я., Сияков А.З., Слободсков Г.А. Физика: Электродинамика. 10 – 11 кл.: Учебник для углубленного изучения физики.* – М.: Дрофа, 2001, §1.16. При $h = R$ модуль силы, действующей на заряд q со стороны целого кольца, $F_0 = \frac{Qq}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 R^2}$. Согласно принципу

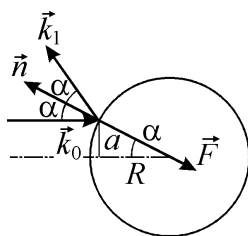
суперпозиции, удаление небольшой части заряженного кольца эквивалентно помещению на целое кольцо в месте выреза точечного заряда, равного по величине заряду $\Delta Q = Q\Delta\varphi/2\pi$ вырезанной части и противоположного ему по знаку. Этот заряд действует на заряд q силой $F_1 = \frac{q\Delta Q}{4\pi\epsilon_0(R^2 + h^2)} = \frac{qQ\Delta\varphi}{16\pi^2\epsilon_0 R^2}$.

Следовательно, $\vec{F} = \vec{F}_0 + \vec{F}_1$ (см. рисунок). По теореме косинусов имеем: $F^2 = F_0^2 + F_1^2 - 2F_0F_1\cos\alpha$, где $\alpha = 45^\circ$.

Ответ: $F = \frac{qQ}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 R^2} \sqrt{1 - \frac{\Delta\varphi}{\pi} + \frac{\Delta\varphi^2}{2\pi^2}}.$

5. На закрепленный зеркальный шар радиусом $R = 10$ см падает узкий параллельный пучок света мощностью N . Ось падающего пучка света проходит на расстоянии $a = 5$ см от центра шара. Найдите модуль F силы, с которой свет действует на шар. Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Ответ приведите в наноньютонах, округлив до десятых.

5. Решение. При решении задачи будем считать шар неподвижным



относительно инерциальной системы отсчета. Как известно, импульс фотона, обладающего энергией E , равен $\vec{p}_0 = \vec{k}_0 \frac{E}{c}$, где

$\vec{k}_0$ – единичный вектор, совпадающий с направлением скорости фотона. Поскольку на шар падает узкий параллельный пучок света, скорости всех падающих на шар

фотонов направлены одинаково и продолжения их векторов проходят на расстоянии a от центра шара, как показано на рисунке. По закону зеркального отражения угол падения и угол отражения равны. Поэтому приращение импульса фотона при зеркальном отражении от шара $\Delta\vec{p}_\phi = \Delta\vec{k} \frac{E}{c}$ направлено по нормали $\vec{n}$ к поверхности шара в точке падения. Здесь $\Delta\vec{k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_0 = 2\vec{n}\cos\alpha$,

$\cos \alpha = \sqrt{1 - a^2 / R^2}$. За время Δt на шар падает $n_0 = \frac{N \Delta t}{E}$ фотонов. Следовательно, по закону изменения импульса и третьему закону Ньютона на шар со стороны фотонов действует сила $\vec{F} = -n_0 \frac{\Delta \vec{p}_\Phi}{\Delta t}$. Эта сила направлена к центру шара, а её модуль равен $F = 2 \frac{N}{c} \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}$. **Ответ:** $F = 2 \frac{N}{c} \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}$.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

олимпиады школьников «Ломоносов» 2022-2023 года по физике

Задачи для 7-х – 9-х классов

1.1. Задача. Шуховская телебашня в Москве имеет высоту $H = 148,5$ м и массу $M = 240$ т. Какую массу m будет иметь точная копия этой башни, если ее изготовить из материала, плотность которого ρ_2 в 3 раза меньше плотности материала ρ_1 оригинальной конструкции: $\rho_2 = \rho_1/3$. Высота копии башни $h = 50$ см. Ответ выразить в граммах и округлить до целых.

1.1. Решение. Отношение линейных размеров башни и ее копии: $\frac{H}{h} = \alpha$.

Тогда отношение объемов конструкций башни и ее копии: $\frac{V_{\text{башни}}}{V_{\text{копии}}} = \alpha^3 = \left(\frac{H}{h}\right)^3$.

Плотности материалов оригинальной конструкции и копии равны соответственно $\rho_1 = \frac{M}{V_{\text{башни}}}$ и $\rho_2 = \frac{m}{V_{\text{копии}}}$. Следовательно, $m = \frac{M}{3} \left(\frac{h}{H}\right)^3 = 3$ г.

Ответ: $m = \frac{M}{3} \left(\frac{h}{H}\right)^3 = 3$ г.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Записано отношение линейных размеров башни и ее копии – 3б;

Найдено отношение объемов конструкций башни и ее копии – 5б;

Правильно учтено определение плотности материалов оригинальной конструкции и копии – 5б;

Найдено общее выражение для массы башни – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б.

2.1. Задача. Горячий чай наливают до краев в большую кружку цилиндрической формы. В результате теплообмена с окружающей средой чай охлаждается на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ за время $\tau_1 = 1$ мин. За какое время τ_2 охладится на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ тот же чай, если его разлить на восемь одинаковых маленьких кружек, наполнив их до краев? Считайте, что большая и маленькая кружки подобны друг другу. Теплоемкостью кружек пренебречь.

2.1. Решение. Масса m_1 и объем чая V_1 в большой кружке и масса m_2 и объем чая V_2 в маленькой кружке различаются в восемь раз: $m_1 = 8m_2$, $V_1 = 8V_2$. Объем каждой чашки пропорционален кубу характерного размера чашки, а площадь поверхности – квадрату характерного объема. Следовательно, площади поверхностей S_1 и S_2 различаются в четыре раза. Тогда можно записать:

$$cm_1\Delta t = kS_1(t_0 - t)\tau_1, \quad cm_2\Delta t = kS_2(t_0 - t)\tau_2.$$

Здесь c – удельная теплоемкость, t_0 – температура окружающей среды. Преобразуя записанные соотношения, получаем:

$$\tau_2 = \frac{\tau_1}{2} = 0,5 \text{ мин}.$$

Ответ: $\tau_2 = \frac{\tau_1}{2} = 0,5 \text{ мин}.$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записана формула для количества теплоты $Q = cmt$ – 3б;

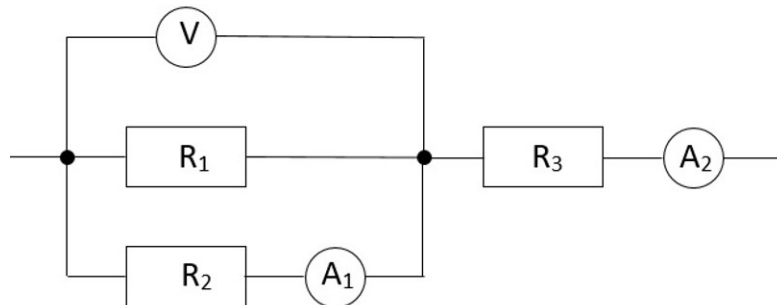
Записана связь скорости остывания от площади поверхности – 5б;

Записаны уравнения теплового баланса – 5б;

Получено решение в общем случае – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б

3.1. Задача. На рисунке приведен участок цепи постоянного тока. Сопротивления резисторов $R_1 = R_3$. Показания амперметров A_1 и A_2 равны $I_1 = 0,2 \text{ А}$ и $I_2 = 1,2 \text{ А}$ соответственно. Показание идеального вольтметра V равно $U = 12 \text{ В}$. Определите мощность P_3 , выделяющуюся на резисторе R_3 . Сопротивлением подводящих проводов и обоих амперметров пренебречь.



3.1. Решение. Сила тока через резистор R_1 равна $I = \frac{U}{R_1}$. Так как сопротивление вольтметра велико, то $I + I_1 = I_2$. Преобразуя записанные соотношения, получаем выражение для сопротивления первого резистора $R_1 = \frac{U}{I_2 - I_1}$.

Следовательно, искомая мощность равна $P_3 = I_2^2 R_3 = I_2^2 R_1 = \frac{UI_2^2}{I_2 - I_1} = 17,28 \text{ Вт}.$

Ответ: $P_3 = \frac{UI_2^2}{I_2 - I_1} = 17,28 \text{ Вт}.$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записан закон Ома для сопротивления R_1 – 3б;

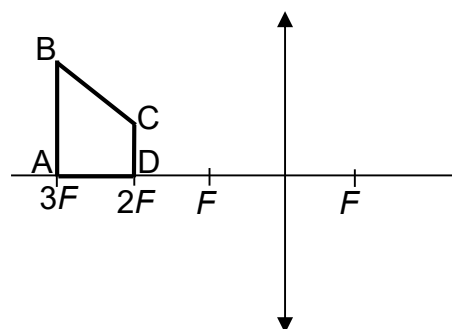
Записана связь токов протекающих через сопротивления – 5б;

Правильно записана формула для мощности тока на участках цепи – 5б;

Получено решение в общем случае – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б

4.1. Задача. Прямоугольная трапеция ABCD расположена перед тонкой линзой с фокусным расстоянием $F = 20 \text{ см}$ так, как показано на рисунке (рисунк сделан не в масштабе!). Определите площадь изображения этой трапеции. Стороны AB и CD трапеции перпендикулярны главной оптической оси линзы. $AB = 0,2 F$, $CD = 0,1 F$, $AD = F$. Ответ приведите в см^2 .

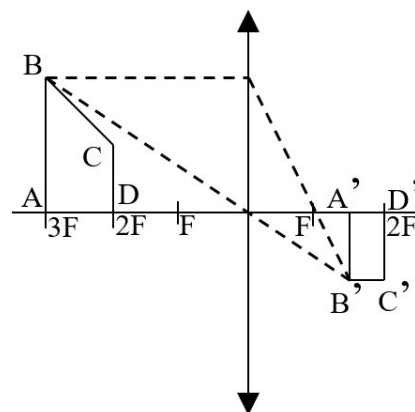


4.1. Решение. Построим изображение трапеции (рисунк сделан не в масштабе!):

Получим прямоугольник со сторонами $0,1 F$ и $F/2$. Следовательно, площадь изображения равна

$$S = \frac{0,1F^2}{2} = 20 \text{ см}^2.$$

Ответ: $S = \frac{0,1F^2}{2} = 20 \text{ см}^2.$



Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

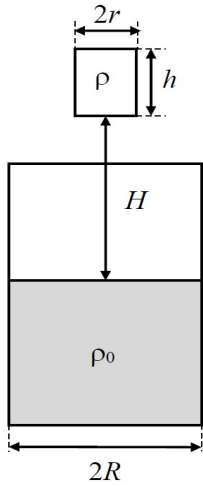
Правильно построено изображение хотя бы одной точки трапеции – 3б;

Правильно построено полное изображение всей трапеции – 5б;

Выражены геометрические размеры изображения через фокусное расстояние линзы – 5б;

Получено решение в общем случае – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б



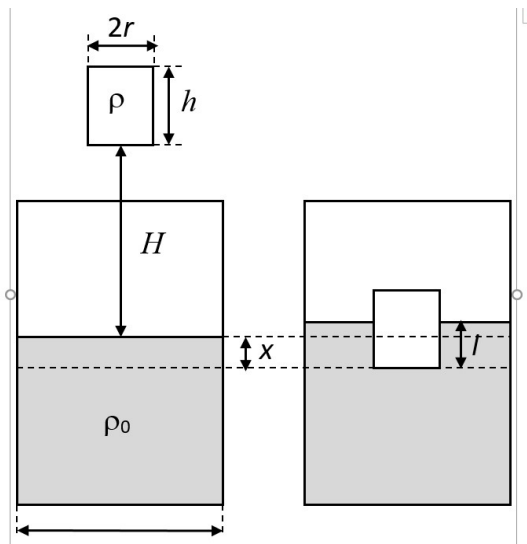
1.10.1. Задача. Пробка, имеющая цилиндрическую форму радиусом $r = 5$ см и высотой $h = 2$ см, без начальной скорости падает в сосуд, который заполнен водой частично, поэтому при падении пробки вода из сосуда не выливается. Сосуд также имеет форму цилиндра радиусом $R = 50$ см. До падения высота нижнего торца пробки над уровнем воды была равна $H = 20$ см. Плотность материала, из которого сделана пробка, равна $\rho = 400$ кг/м³, плотность воды — $\rho_0 = 1000$ кг/м³. Какое количество теплоты выделится после того, как движение пробки и воды прекратится?

1.10.1. Решение.

После того, как движение пробки и воды прекратится, изменение кинетической энергии воды и пробки равно нулю, поэтому выделившееся количество теплоты будет равно изменению потенциальной энергии пробки и воды.

Определим глубину погружения пробки в жидкость:

$$\rho g h \pi r^2 = \rho_0 g l \pi r^2, \quad l = \frac{\rho h}{\rho_0}.$$



Уменьшение потенциальной энергии пробки равно $mg(H+x)$, где $m = \rho h \pi r^2$. Увеличение потенциальной энергии жидкости равно $\Delta m g \frac{l-x}{2}$, где Δm — масса жидкости, потенциальная энергия которой увеличилась.

Поскольку

$$\pi R^2 \cdot x = \pi (R^2 - r^2) \cdot l,$$

$$x = \frac{R^2 - r^2}{R^2} l = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) l.$$

Определим массу жидкости Δm :

$$\Delta m = \rho_0 \pi R^2 x = \rho_0 \pi R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) l = \rho_0 \pi R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho h}{\rho_0} = \rho h \pi (R^2 - r^2)$$

В соответствие с законом сохранения механической энергии запишем

$$Q = mg(H+x) - \Delta m g \frac{l-x}{2}.$$

Подставив в формулу для определения количества теплоты выражения для m , Δm , x , и l , получим

$$Q = \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) - \rho h \pi (R^2 - r^2) g \frac{1 - \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho h}{\rho_0}}{2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) - \rho h \pi (R^2 - r^2) g \frac{r^2}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} = \\
&= \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{(R^2 - r^2)}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \\
&= \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{(R^2 - r^2)}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \\
&= \rho h \pi r^2 g \left(H + \frac{\rho h}{2\rho_0} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right) = 400 \cdot 0,02 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2 \cdot 10 \cdot \left(0,2 + \frac{400 \cdot 0,02}{2 \cdot 1000} \left(1 - \frac{0,05^2}{0,5^2} \right) \right) \approx \\
&\approx 128 \text{ мДж.}
\end{aligned}$$

Ответ: $Q = \rho h \pi r^2 g \left(H + \frac{\rho h}{2\rho_0} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right) \approx 128 \text{ мДж.}$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Определены глубину погружения пробки в жидкость – 2б;

Определена высота x слоя жидкости, которая участвует в изменении потенциальной энергии жидкости – 4б;

Определена масса слоя жидкости, которая участвует в изменении потенциальной энергии жидкости – 4б;

Верно записан закон изменения механической энергии – 4б;

Получено выражение для выделившегося количества теплоты – 4б;

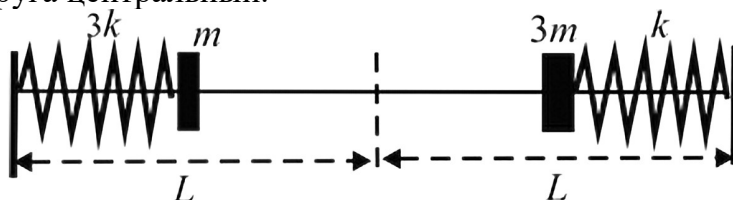
Получен верный численный ответ – 2б.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

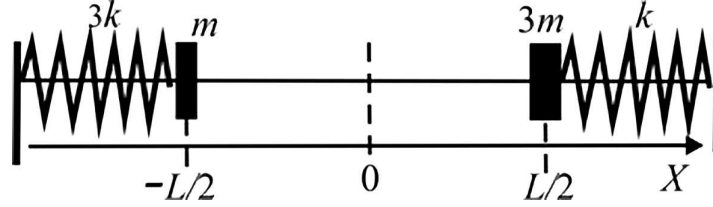
олимпиады школьников «Ломоносов» 2022-2023 года по физике

Задачи для 10 и 11 классов

Задача 1.2.1. Две лёгкие пружины одинаковой длины $L = 20$ см закреплены на гладком горизонтальном стержне. Жёсткость первой пружины равна $k_1 = 3k$, а второй – $k_2 = k$. К концам пружин прикреплены небольшие грузы массами $m_1 = m$ и $m_2 = 3m$. В положении равновесия грузы касаются друг друга. Сдвинув грузы вдоль стержня, пружины сжимают так, что их длина уменьшается в два раза (см. рисунок). После этого грузы отпускают. Через некоторое время грузы сталкиваются и слипаются друг с другом. Определить амплитуду A колебаний образовавшегося тела, считая, что пружины деформированы упруго, а удар грузов друг о друга центральный.



Решение. Так как пружины деформированы упруго и стержень гладкий, то после отпуска груза будут двигаться по закону гармоническому закону, при этом их можно считать материальными точками. Направим ось OX вдоль движения грузов, а начало координат выберем в положении равновесия (см. рисунок).



Тогда законы движения грузов запишутся в следующем виде:

$$x_1(t) = -\frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot t\right);$$

$$x_2(t) = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot t\right) /$$

В момент столкновения координаты грузов их координаты равны

$$x_1(t_0) = x_2(t_0),$$

откуда получим:
$$\frac{L}{2} \left(\cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot t_0\right) + \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot t_0\right) \right) = 0.$$

Используя известное тригонометрическое соотношение, представим это уравнение в виде:

$$2 \cos\left(\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} + \sqrt{\frac{3k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2}\right) \cos\left(\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} - \sqrt{\frac{3k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2}\right) = 0.$$

Нам нужен наименьший положительный корень этого уравнения, следовательно: $\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} + \sqrt{\frac{3k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2} = \frac{\pi}{2}$. Откуда найдём время, через которое произойдёт столкновение грузов:

$$t_0 = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{3m}{k}}.$$

Координата места столкновения при этом равна:

$$x_0 = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot t_0\right) = \frac{L\sqrt{2}}{4}.$$

Проекция скоростей грузов на ось OX непосредственно перед столкновением равны:

$$v_1(t_0) = \frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{3k}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot t_0\right) = \frac{L\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{3k}{m}};$$

$$v_2(t_0) = -\frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{3m}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot t_0\right) = -\frac{L\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{k}{3m}}.$$

По закону сохранения импульса, скорость слипшихся грузов сразу после соударения равна:

$$u = \frac{mv_1(t_0) + 3mv_2(t_0)}{4m} = 0.$$

Таким образом, это положение является наибольшим отклонением получившегося тела от положения равновесия. Так как положение равновесия тела совпадает с началом координат (пружины в этом положении не деформированы), то $A = x_0$. Окончательно получим:

$$A = x_0 = \frac{L\sqrt{2}}{4} = 5\sqrt{2} \approx 7 \text{ см.}$$

Ответ: $A = \frac{L\sqrt{2}}{4} \approx 7 \text{ см.}$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Записаны законы движения грузов – 5б;

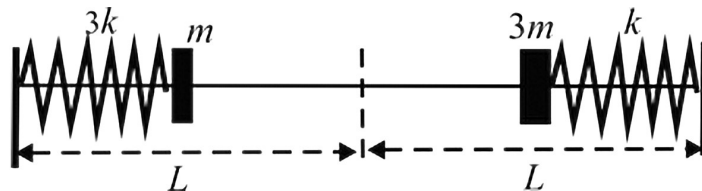
Найдено время, через которое грузы столкнутся – 5б;

Доказано, что это положение является положением максимального отклонения от положения равновесия – 5б;

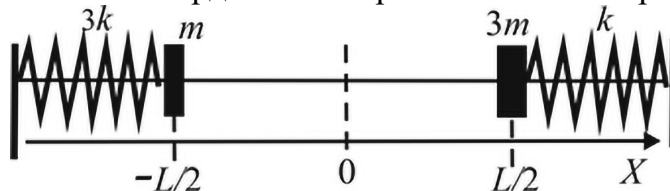
Получено верное выражение для амплитуды колебаний – 3б;

Получен верный численный ответ – 2б.

Задача 1.2.2. Две лёгкие пружины одинаковой длины $L = 20$ см закреплены на гладком горизонтальном стержне. Жёсткость первой пружины равна $k_1 = 3k$, а второй – $k_2 = k$. К концам пружин прикреплены небольшие грузы массами $m_1 = m$ и $m_2 = 3m$. В положении равновесия грузы касаются друг друга. Сдвинув грузы вдоль стержня, пружины сжимают так, что их длина уменьшается в два раза (см. рисунок). После этого грузы отпускают. Через некоторое время грузы сталкиваются и слипаются друг с другом. Определить жёсткость первой пружины k_1 , если полная механическая энергия системы после соударения грузов равна $W = 3$ Дж. Пружины деформированы упруго, а удар грузов друг о друга центральный.



Решение. Так как пружины деформированы упруго и стержень гладкий, то после отпускания грузы будут двигаться по закону гармоническому закону, при этом их можно считать материальными точками. Направим ось Ox вдоль движения грузов, а начало координат выберем в положении равновесия.



Тогда законы движения грузов запишутся в следующем виде:

$$x_1(t) = -\frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot t\right);$$

$$x_2(t) = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot t\right) /$$

В момент столкновения координаты грузов их координаты равны

$$x_1(t_0) = x_2(t_0).$$

Откуда получим:

$$\frac{L}{2} \left(\cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot t_0\right) + \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot t_0\right) \right) = 0.$$

Используя известное тригонометрическое соотношение, представим это уравнение в виде:

$$2 \cos\left(\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} + \sqrt{\frac{3k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2}\right) \cos\left(\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} - \sqrt{\frac{3k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2}\right) = 0.$$

Нам нужен наименьший положительный корень этого уравнения, следовательно:

$\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} + \sqrt{\frac{3k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2} = \frac{\pi}{2}$. Откуда найдём время, через которое произойдёт столкновение грузов:

$$t_0 = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{3m}{k}}.$$

Координата места столкновения при этом равна:

$$x_0 = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot t_0\right) = \frac{L\sqrt{2}}{4}.$$

Проекция скоростей грузов на ось ОХ непосредственно перед столкновением равны:

$$v_1(t_0) = \frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{3k}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot t_0\right) = \frac{L\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{3k}{m}};$$

$$v_2(t_0) = -\frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{3m}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot t_0\right) = -\frac{L\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{k}{3m}}.$$

По закону сохранения импульса, скорость слипшихся грузов сразу после соударения равна:

$$u = \frac{mv_1(t_0) + 3mv_2(t_0)}{4m} = 0.$$

Таким образом, полная механическая энергия системы сразу после соударения определяется только потенциальной энергией пружин (в дальнейшем эта энергия сохраняется). Получим:

$$W = \frac{kx_0^2}{2} + \frac{3kx_0^2}{2} = \frac{kL^2}{4} \text{ см.}$$

Тогда $k = 4W/L^2$, а жёсткость первой пружины

$$k_1 = 3k = \frac{12W}{L^2} = 900 \text{ Н/м.}$$

Ответ: $k_1 = 12W/L^2 = 900 \text{ Н/м.}$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Записаны законы движения грузов – 5б;

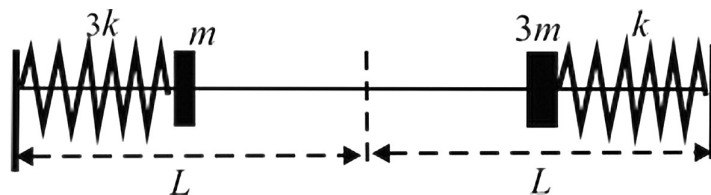
Найдено время, через которое грузы столкнутся – 5б;

Доказано, что это сразу после столкновения грузов кинетическая энергия системы равна 0 – 5б;

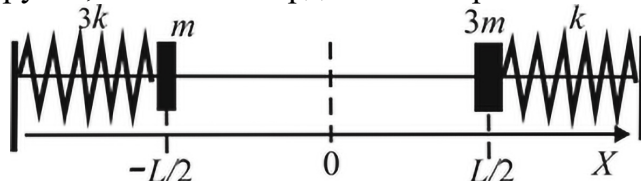
Получено верное выражение для жёсткости первой пружины – 3б;

Получен верный численный ответ – 2б.

Задача 1.2.3. Две лёгкие пружины одинаковой длины закреплены на гладком горизонтальном стержне. Жёсткость первой пружины равна $k_1 = 2k$, а второй – $k_2 = k$. К концам пружин прикреплены небольшие грузы массами $m_1 = m$ и $m_2 = 2m$. В положении равновесия грузы касаются друг друга. Сдвинув грузы вдоль стержня, пружины сжимают так, что их длина уменьшается в два раза (см. рисунок). После этого грузы отпускают. Через некоторое время грузы сталкиваются и слипаются друг с другом. Чему равна длина недеформированных пружин L , если амплитуда колебаний образовавшегося тела равна $A = 5 \text{ см}$? Считать, что пружины деформированы упруго, а удар грузов друг о друга центральный.



1.2.3. Решение. Так как пружины деформированы упруго и стержень гладкий, то после отпускания грузы будут двигаться по закону гармоническому закону, при этом их можно считать материальными точками. Направим ось OX вдоль движения грузов, а начало координат выберем в положении равновесия.



Тогда законы движения грузов запишутся в следующем виде:

$$x_1(t) = -\frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}} \cdot t\right);$$

$$x_2(t) = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot t\right) /$$

В момент столкновения координаты грузов их координаты равны

$$x_1(t_0) = x_2(t_0) .$$

Откуда получим:

$$\frac{L}{2} \left(\cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot t_0\right) + \cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}} \cdot t_0\right) \right) = 0 .$$

Используя известное тригонометрическое соотношение, представим это уравнение в виде:

$$2 \cos\left(\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} + \sqrt{\frac{2k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2}\right) \cos\left(\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} - \sqrt{\frac{2k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2}\right) = 0 .$$

Нам нужен наименьший положительный корень этого уравнения, следовательно:

$\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} + \sqrt{\frac{2k}{m}}\right) \cdot \frac{t_0}{2} = \frac{\pi}{2}$. Откуда найдём время, через которое произойдёт столкновение грузов:

$$t_0 = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{2m}{k}} .$$

Координата места столкновения при этом равна:

$$x_0 = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot t_0\right) = \frac{L}{4} .$$

Проекции скоростей грузов на ось ОХ непосредственно перед столкновением равны:

$$v_1(t_0) = \frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{2k}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{2k}{m}} \cdot t_0\right) = \frac{L\sqrt{3}}{4} \sqrt{\frac{2k}{m}} ;$$

$$v_2(t_0) = -\frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{2m}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot t_0\right) = -\frac{L\sqrt{3}}{4} \sqrt{\frac{k}{2m}} .$$

По закону сохранения импульса, скорость слипшихся грузов сразу после соударения равна:

$$u = \frac{mv_1(t_0) + 2mv_2(t_0)}{3m} = 0 .$$

Таким образом, это положение является наибольшим отклонением получившегося тела от положения равновесия. Так как положение равновесия тела совпадает с началом координат (пружины в этом положении не деформированы), то $A = x_0$. Окончательно получим: $L = 4A = 20$ см.

Ответ: $L = 4A = 20$ см.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Записаны законы движения грузов – 5б;

Найдено время, через которое грузы столкнутся – 5б;

Доказано, что это положение является положением максимального отклонения от положения равновесия – 5б;

Получено верное выражение для длины пружины – 3б;

Получен верный численный ответ – 2б.

2.9.1. Задача. В вертикально расположенной трубе с запаянным дном и с поперечным сечением $S = 100 \text{ см}^2$ под легко подвижным поршнем массой $M = 100 \text{ кг}$ находится $m = 9 \text{ г}$ воды при температуре 0°C . Вся конструкция нагревается до температуры $t = 127^\circ\text{C}$. Определить высоту h , на которую поднимется поршень. Давление насыщенных паров воды при температуре $t = 127^\circ\text{C}$ равно $p_n = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Атмосферное давление считать равным $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Универсальную газовую постоянную и ускорение свободного падения принять равными соответственно $R = 8,3 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$ и $g = 10 \text{ м/с}^2$. Результат выразите в сантиметрах.

2.9.1. Решение. Давление насыщенного пара воды при конечной температуре системы $T = t + 273\text{К} = 400\text{К}$ больше, чем давление за счёт веса поршня и давления внешней атмосферы равно $p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Поэтому поршень будет подниматься над поверхностью воды пока вся она не превратится в ненасыщенный пар, обеспечивающий данное давление. Уравнение состояния (Клапейрона – Менделеева), записанное для такого газа имеет вид: $pV = \frac{m}{\mu}RT$, где объём занимаемый паром равен $V = Sh$. Используя приведённые равенства, получаем искомый результат: $h = \frac{m \cdot R \cdot T}{\mu \cdot (p_0 S + Mg)}$.

$$\text{Ответ: } h = \frac{m \cdot R \cdot T}{\mu \cdot (p_0 S + Mg)} = 0,83 \text{ м} = 83 \text{ см.}$$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записано выражение для давления – 3б.

Правильно проведен анализ состояния водяного пара в конечном состоянии – 5б.

Правильно записано уравнение Клапейрона – Менделеева – 5б.

Получено верное выражение для высоты подъема поршня – 5б.

Получено верное численное значение высоты подъема поршня – 2б.

2.9.2. Задача. В вертикально расположенной трубе с запаянным дном и с поперечным сечением $S = 100 \text{ см}^2$ под легко подвижным поршнем массой $M = 100 \text{ кг}$ находится некоторое количество воды при температуре 0°C . Вся конструкция нагревается до температуры $t = 127^\circ\text{C}$. В результате чего поршень поднимется на высоту $h = 0,83 \text{ м}$. Определить массу воды m . Давление

насыщенных паров воды при температуре $t = 127^\circ\text{C}$ равно $p_n = 2,5 \cdot 10^5$ Па. Атмосферное давление считать равным $p_0 = 10^5$ Па. Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальную газовую постоянную и ускорение свободного падения принять равными соответственно $R = 8,3$ Дж/(моль·К) и $g = 10$ м/с². Результат выразите в граммах.

2.9.2. Решение: Давление насыщенного пара воды при конечной температуре системы $T = t + 273\text{K} = 400\text{K}$ больше, чем давление за счёт веса поршня и давления внешней атмосферы равно $p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2 \cdot 10^5$ Па. Поэтому поршень будет подниматься над поверхностью воды пока вся она не превратится в ненасыщенный пар, обеспечивающий данное давление. Уравнение состояния (Клапейрона – Менделеева), записанное для такого газа имеет вид: $pV = \frac{m}{\mu}RT$, где объём занимаемый паром равен $V = Sh$. Используя приведённые равенства, получаем искомый результат: $m = \frac{\mu \cdot h \cdot (p_0 S + Mg)}{RT}$.

Ответ: $m = \frac{\mu \cdot h \cdot (p_0 S + Mg)}{RT} = 9$ г.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записано выражение для давления – 3б.

Правильно проведен анализ состояния водяного пара в конечном состоянии – 5б.

Правильно записано уравнение Клапейрона – Менделеева – 5б.

Получено верное выражение для массы воды – 5б.

Получено верное численное значение массы воды – 2б.

2.9.3. Задача. В вертикально расположенной трубе с запаянным дном и с поперечным сечением $S = 100$ см² под легко подвижным поршнем массой M находится $m = 9$ г воды при температуре 0°C . Вся конструкция нагревается до температуры $t = 127^\circ\text{C}$. Найти массу поршня M , если в результате повышения температуры системы он поднимется на высоту $h = 0,83$ м. Давление насыщенных паров воды при температуре $t = 127^\circ\text{C}$ равно $p_n = 2,5 \cdot 10^5$ Па. Атмосферное давление считать равным $p_0 = 10^5$ Па. Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальную газовую постоянную и ускорение свободного падения принять равными соответственно $R = 8,3$ Дж/(моль·К) и $g = 10$ м/с². Результат выразите в килограммах.

2.9.3. Решение. Давление насыщенного пара воды при конечной температуре системы $T = t + 273\text{K} = 400\text{K}$ больше, чем давление за счёт веса поршня и давления внешней атмосферы равно $p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2 \cdot 10^5$ Па. Поэтому поршень будет подниматься над поверхностью воды пока вся она не превратится в ненасыщенный пар, обеспечивающий данное давление. Уравнение состояния

(Клапейрона – Менделеева), записанное для такого газа имеет вид: $pV = \frac{m}{\mu}RT$,

где объём занимаемый паром равен $V = Sh$. Используя приведённые равенства,

получаем ответ задачи: $M = \frac{mRT}{\mu hg} - \frac{p_0 S}{g}$ (или $M = \frac{mRT - \mu h p_0 S}{\mu hg}$).

Ответ: $M = \frac{mRT}{\mu hg} - \frac{p_0 S}{g} = 100 \text{ кг.}$ (или $M = \frac{mRT - \mu h p_0 S}{\mu hg}$).

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записано выражение для давления – 3б.

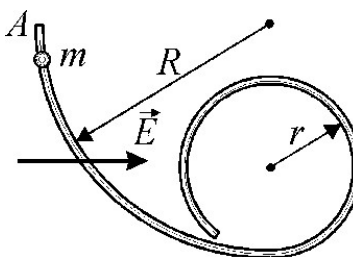
Правильно проведен анализ состояния водяного пара в конечном состоянии – 5б.

Правильно записано уравнение Клапейрона – Менделеева – 5б.

Получено верное выражение для массы поршня – 5б.

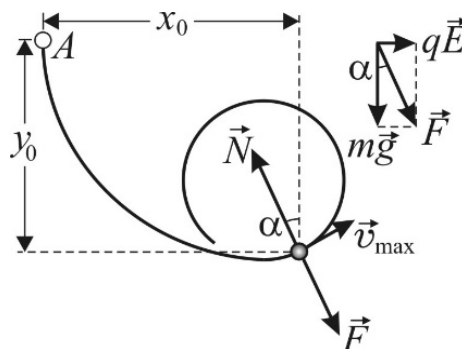
Получено верное численное значение массы поршня – 2б.

3.9.1. Задача. Тонкой пластмассовой спице придали форму, изображенную на рисунке, изогнув ее в виде дуги, образующей четверть окружности радиусом $R=1 \text{ м}$, и кольцевого витка радиусом $r=0,25 \text{ м}$. Плоскость дуги и витка расположена вертикально. По спице может без трения перемещаться маленькая бусинка массой $m=1 \text{ г}$, несущая заряд $q=10^{-6} \text{ Кл}$. Вся система помещена в однородное электрическое поле напряженностью $E=10^3 \text{ В/м}$, направленное горизонтально в плоскости дуги и витка. Бусинку помещают в точку A , в которой касательная к дуге окружности радиусом R вертикальна, и отпускают без начальной скорости. Чему равна максимальная скорость $v_{\max}$ бусинки? Заряд бусинки при движении остается неизменным. Поляризацией пластмассы и потерями энергии на излучение можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g=10 \text{ м/с}^2$.



3.9.1. Решение. Бусинка движется под действием трех сил: силы тяжести $m\vec{g}$, кулоновской силы $q\vec{E}$ и силы реакции спицы $\vec{N}$ (см. рисунок). Первые две силы образуют однородное силовое поле, направленное под углом α к вертикали, причем $\alpha = \arctg \frac{qE}{mg}$. Скорость

бусинки максимальна в точке, в которой вектор скорости перпендикулярен суммарной силе, действующей на нее. Как видно из рисунка, эта точка лежит на пересечении прямой, проходящей через центр витка под углом α к вертикали, с окружностью радиусом r в нижней ее части. Для нахождения максимальной скорости воспользуемся законом сохранения



энергии. Выберем точку A за точку отсчета потенциальной энергии. Тогда $\frac{mv_{\max}^2}{2} = qEx_0 + mgy_0$, где $x_0 = R + r \sin \alpha$, $y_0 = R - r(1 - \cos \alpha)$. Отсюда

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qE(R + r \sin \alpha) + mg(R - r(1 - \cos \alpha))}}.$$

Учитывая, что $\sin \alpha = \frac{qE}{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}$, $\cos \alpha = \frac{mg}{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}$, после несложных преобразований получаем **ответ**:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qER + mg(R - r) + r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}} \approx 4,7 \text{ м/с}.$$

Ответ:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qER + mg(R - r) + r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}} \approx 4,7 \text{ м/с}.$$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Сделан рисунок с указанием сил, действующих на бусинку в момент достижения максимальной скорости – 3б.

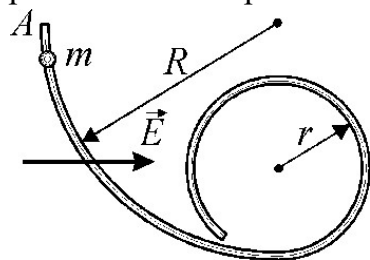
Правильно записано условие максимума скорости бусинки – 5б;

Правильно записан закон сохранения энергии (закон изменения механической энергии) – 5б.

Получено верное выражение для максимальной скорости бусинки – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б.

3.9.2. Задача. Тонкой пластмассовой спице придали форму, изображенную на рисунке, изогнув ее в виде дуги, образующей четверть окружности радиусом $R = 1$ м, и кольцевого витка радиусом $r = 0,25$ м. Плоскость дуги и витка расположена вертикально. По спице может без трения перемещаться маленькая



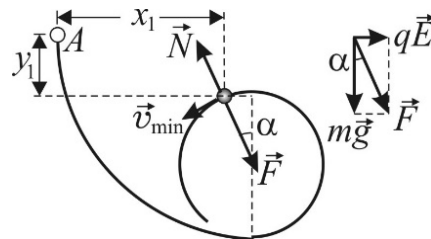
бусинка массой $m = 1$ г, несущая заряд $q = 10^{-6}$ Кл. Вся система помещена в однородное электрическое поле напряженностью $E = 10^3$ В/м, направленное горизонтально в плоскости дуги и витка. Бусинку помещают в точку A , в которой касательная к дуге окружности радиусом R вертикальна, и отпускают без

начальной скорости. Чему равна минимальная скорость $v_{\min}$ бусинки при ее движении по витку? Заряд бусинки при движении остается неизменным. Поляризацией пластмассы и потерями энергии на излучение можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². При решении

считайте, что $r \leq \frac{(qE + mg)R}{mg + \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}$.

Решение. Бусинка движется под действием трех сил: силы тяжести $m\vec{g}$, кулоновской силы $q\vec{E}$ и силы реакции спицы $\vec{N}$ (см. рисунок). Первые две силы образуют однородное силовое поле, направленное под углом α к вертикали, причем $\alpha = \arctg \frac{qE}{mg}$. Скорость бусинки

минимальна в точке, в которой вектор скорости перпендикулярен суммарной силе, действующей на нее. Как видно из рисунка, эта точка при достаточно малых r лежит на пересечении прямой, проходящей через центр витка под углом α к вертикали, с окружностью радиусом r в верхней ее части. Для нахождения минимальной скорости воспользуемся законом сохранения энергии. Выберем точку A за точку отсчета потенциальной энергии. Тогда



$$\frac{mv_{\min}^2}{2} = qEx_1 + mgy_1, \text{ где } x_1 = R - r \sin \alpha, \quad y_1 = R - r(1 + \cos \alpha).$$

Отсюда $v_{\min} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qE(R - r \sin \alpha) + mg(R - r(1 + \cos \alpha))}}$. Учитывая, что

$$\sin \alpha = \frac{qE}{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{mg}{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}, \text{ после несложных преобразований}$$

получаем, что $v_{\min} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qER + mg(R - r) - r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}}$. Это решение

справедливо, если выполняется неравенство $r \leq \frac{(qE + mg)R}{mg + \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}$. В

противном случае минимальная скорость достигается в другой точке витка.

Ответ: $v_{\min} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qER + mg(R - r) - r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}} \approx 3,5 \text{ м/с.}$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Сделан рисунок с указанием сил, действующих на бусинку в момент достижения минимальной скорости – 3б.

Правильно записано условие минимума скорости бусинки – 5б;

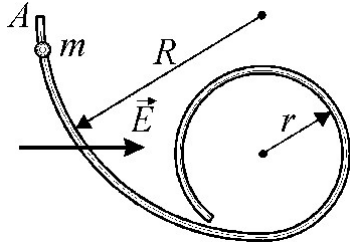
Правильно записан закон сохранения энергии (закон изменения механической энергии) – 5б.

Получено верное выражение для минимальной скорости бусинки – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б.

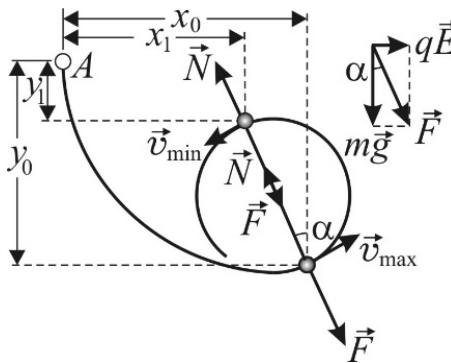
3.9.3. Задача. Тонкой пластмассовой спице придали форму, изображенную на рисунке, изогнув ее в виде дуги, образующей четверть окружности радиусом $R=1 \text{ м}$, и кольцевого витка радиусом $r=0,25 \text{ м}$. Плоскость дуги и витка расположена вертикально. По спице может без трения перемещаться маленькая бусинка массой $m=1 \text{ г}$, несущая заряд $q=10^{-6} \text{ Кл}$. Вся система помещена в

однородное электрическое поле напряженностью $E = 10^3$ В/м, направленное горизонтально в плоскости дуги и витка. Бусинку помещают в точку A , в которой касательная к дуге окружности радиусом R вертикальна, и отпускают без начальной скорости. Чему равно отношение n максимальной скорости $v_{\max}$ к



минимальной скорости $v_{\min}$ бусинки при ее движении по витку? Заряд бусинки при движении остается неизменным. Поляризацией пластмассы и потерями энергии на излучение можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². При решении считайте, что $r \leq \frac{(qE + mg)R}{mg + \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}$.

3.9.3. Решение. Бусинка движется под действием трех сил: силы тяжести $m\vec{g}$, кулоновской силы $q\vec{E}$ и силы реакции спицы $\vec{N}$ (см. рисунок). Первые две силы образуют однородное силовое поле, направленное под углом α к



вертикали, причем $\alpha = \arctg \frac{qE}{mg}$. Скорость

бусинки принимает экстремальные значения ($v_{\max}$ и $v_{\min}$) в точках, в которых вектор скорости перпендикулярен суммарной силе, действующей на нее. Как видно из рисунка, эти точки при достаточно малых r лежат на пересечении прямой, проходящей через центр витка под углом α к вертикали, с окружностью радиусом r в нижней и верхней ее частях. Для нахождения

экстремальных значений скорости воспользуемся законом сохранения энергии. Выберем точку A за точку отсчета потенциальной энергии. Тогда

$\frac{mv_{\max}^2}{2} = qEx_0 + mgy_0$, где $x_0 = R + r \sin \alpha$, $y_0 = R - r(1 - \cos \alpha)$ и $\frac{mv_{\min}^2}{2} = qEx_1 + mgy_1$, $x_1 = R - r \sin \alpha$, $y_1 = R - r(1 + \cos \alpha)$. Отсюда

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qE(R + r \sin \alpha) + mg(R - r(1 - \cos \alpha))}},$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qE(R - r \sin \alpha) + mg(R - r(1 + \cos \alpha))}}.$$

Поскольку $\sin \alpha = \frac{qE}{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}$, $\cos \alpha = \frac{mg}{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}$, после несложных преобразований находим

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qER + mg(R - r) + r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}},$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2}{m} \sqrt{qER + mg(R - r) - r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}}.$$

Последнее решение справедливо, если выполняется неравенство $r \leq \frac{(qE + mg)R}{mg + \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}$. В противном случае минимальная скорость достигается в другой точке витка.

Ответ: $n = \sqrt{\frac{qER + mg(R - r) + r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}{qER + mg(R - r) - r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}} \approx 1,35.$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Сделан рисунок с указанием сил, действующих на бусинку в момент достижения максимальной и минимальной скорости – 3б.

Правильно записано условие максимума и минимума скорости бусинки – 5б;

Правильно записан закон сохранения энергии (закон изменения механической энергии) – 5б.

Получено верное выражение для отношения максимальной скорости бусинки к минимальной – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б.

4.5.1. Задача. Тонкая собирающая линза дает на экране изображение предмета с увеличением $\Gamma = 3$. Какова оптическая сила D линзы, если расстояние между предметом и экраном $L = 80$ см?

4.5.1. Решение. По формуле тонкой линзы $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, где a и b – расстояния от предмета до линзы и от линзы до изображения. По условию задачи $\frac{b}{a} = \Gamma$, $a + b = L$. Отсюда $a = \frac{L}{\Gamma + 1}$, $b = \frac{\Gamma L}{\Gamma + 1}$. Объединяя записанные выражения, получаем, что $D = \frac{(\Gamma + 1)^2}{\Gamma L}$.

Ответ: $D = \frac{(\Gamma + 1)^2}{\Gamma L} \approx 6,7$ дптр.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записана формула тонкой линзы – 5б.

Правильно записано выражение для увеличения линзы – 5б.

В результате решения системы уравнений получено правильное выражение для оптической силы линзы – 8б.

Получено верное численное значение оптической силы линзы – 2б.

4.5.2. Задача. Тонкая собирающая линза с оптической силой $D = 6$ дптр дает на экране изображение предмета с увеличением $\Gamma = 3$. Каково расстояние L между предметом и экраном?

4.5.2. Решение. По формуле тонкой линзы $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, где a и b – расстояния от предмета до линзы и от линзы до изображения. По условию задачи $\frac{b}{a} = \Gamma$, $a + b = L$. Отсюда $a = \frac{L}{\Gamma + 1}$, $b = \frac{\Gamma L}{\Gamma + 1}$. Объединяя записанные выражения, получаем, что $L = \frac{(\Gamma + 1)^2}{\Gamma D}$.

Ответ: $L = \frac{(\Gamma + 1)^2}{\Gamma D} \approx 0,89$ м.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записана формула тонкой линзы – 5б.

Правильно записано выражение для увеличения линзы – 5б.

В результате решения системы уравнений получено правильное выражение для расстояния между предметом и экраном – 8б.

Получено верное численное значение расстояния между предметом и экраном – 2б.

4.5.3. Задача. Тонкая собирающая линза с оптической силой $D = 5$ дптр дает на экране, расположенном на расстоянии $L = 1$ м от предмета, его увеличенное изображение. Каково увеличение Γ , даваемое линзой?

4.5.3. Решение. По формуле тонкой линзы $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, где a и b – расстояния от предмета до линзы и от линзы до изображения. По условию задачи $\frac{b}{a} = \Gamma$, $a + b = L$. Отсюда $a = \frac{L}{\Gamma + 1}$, $b = \frac{\Gamma L}{\Gamma + 1}$. Из записанных выражений получаем квадратное уравнение относительно Γ , а именно, $\Gamma^2 - (DL - 2)\Gamma + 1 = 0$. Условию задачи удовлетворяет больший по величине корень

$\Gamma = \left(\frac{DL}{2} - 1 \right) + \sqrt{\left(\frac{DL}{2} - 1 \right)^2 - 1}$. **Ответ:** $\Gamma = \left(\frac{DL}{2} - 1 \right) + \sqrt{\left(\frac{DL}{2} - 1 \right)^2 - 1} \approx 2,62$.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

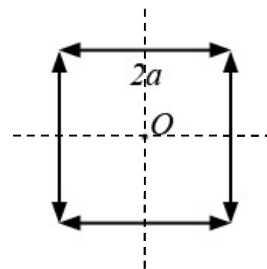
Правильно записана формула тонкой линзы – 5б.

Правильно записано выражение для увеличения линзы – 5б.

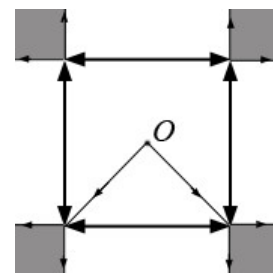
В результате решения системы уравнений получено правильное выражение для увеличения, даваемого линзой и произведен отбор корня – 8б.

Получено верное численное значение увеличения, даваемого линзой – 2б.

5.3.1. Задача. Оптическая система состоит из четырёх одинаковых тонких собирающих линз диаметром $2a = 4,5$ см, расположенных как показано на рисунке. Оптические оси всех линз находятся в одной плоскости и пересекаются в точке O , которая совпадает с фокусом каждой линзы. В центр системы (точка O) помещают источник света сферической формы. Определите минимальный радиус источника света $R_{\min}$, при котором такая система будет излучать свет по всем направлениям в плоскости рисунка? Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.



5.3.1.Решение. Как сказано в условии задачи, точка O является фокусом линз. Поэтому, если поместить в неё точечный источник света, то, как видно из рисунка, свет не будет проходить в области, закрашенные серым цветом. Однако если вместо точечного источника взять источник сферической формы, то при достаточных его размерах свет будет попадать и в эти области, распространяясь по всем возможным направлениям.



Поскольку система симметричная, достаточно рассмотреть ход луча – например, AC , идущего от одной из крайних точек сферического источника света (см. рисунок). Чтобы оптическая система могла излучать свет по всем направлениям в плоскости рисунка достаточно, чтобы этот луч выходил под углом 45° к плоскости расположения правой линзы. Тогда продолжение этого луча пройдёт через точку O . Из подобия треугольников AOB и BCD можно записать: $\frac{AB}{OA} = \frac{BD}{CD}$, где $OA = R$, $CD = a$. Получим: $R \cdot BD = a \cdot AB$. Длину отрезка

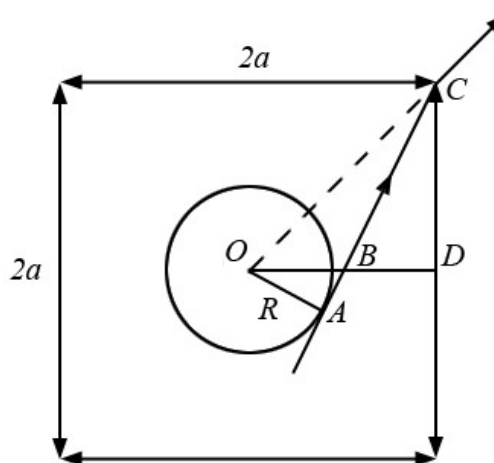
BD можно найти, используя формулу тонкой линзы (имея в виду виртуальный источник, расположенный в точке «B»): $\frac{1}{BD} - \frac{1}{OD} = \frac{1}{F}$.

Поскольку $OD = F = a$, получим: $BD = \frac{a}{2}$.

Длину отрезка AB найдём, используя теорему Пифагора: $AB = \sqrt{OB^2 - R^2}$.

Учитывая, что $OB = OD - BD = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$,

получим $AB = \sqrt{\frac{a^2}{4} - R^2}$. Подставляем



выражения для BD и AB в полученное ранее соотношение: $R \cdot \frac{a}{2} = a \cdot \sqrt{\frac{a^2}{4} - R^2}$.

Откуда получаем ответ задачи: $R = \frac{a}{\sqrt{5}}$.

Ответ: $R_{\min} = \frac{a}{\sqrt{5}} = 1$ см.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно проведен анализ распространения света в заданной системе линз – 2б.

Правильно изображена оптическая схема с указанием хода лучей – 5б.

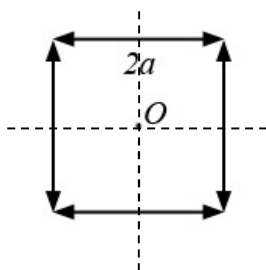
Правильно записана формула тонкой линзы – 3б.

Правильно записаны геометрические соотношения, необходимые для нахождения минимального радиуса источника – 3б.

Получено верное выражение для минимального радиуса источника – 5б.

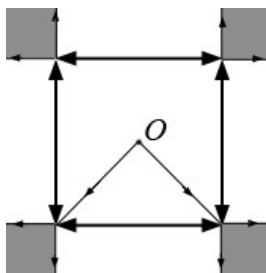
Получено верное численное значение минимального радиуса источника – 2б.

5.3.2. Задача. Оптическая система состоит из четырёх одинаковых тонких собирающих линз диаметром $2a$, расположенных как показано на рисунке.



Оптические оси всех линз находятся в одной плоскости и пересекаются в точке O , которая совпадает с фокусом каждой линзы. В центр системы (точка O) помещают источник света сферической формы радиуса $R = 2,25$ см. Определите, при каких значениях фокусного расстояния линз F такая система будет излучать свет по всем направлениям в плоскости рисунка? Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.

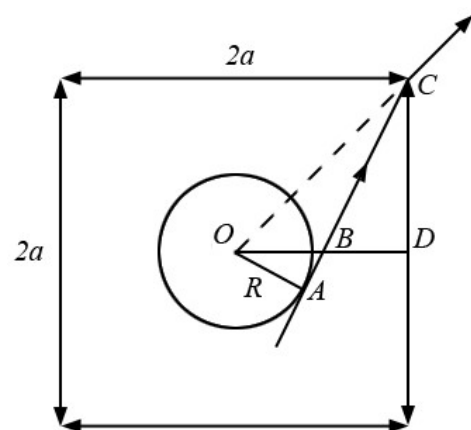
5.3.2. Решение. Как сказано в условии задачи, точка O является фокусом линз. Поэтому, если поместить в неё точечный источник света, то, как видно из рисунка, свет не будет проходить в области, закрашенные серым цветом. Однако



если вместо точечного источника взять источник сферической формы, то при достаточных его размерах свет будет попадать и в эти области, распространяясь по всем возможным направлениям.

Поскольку система симметричная, достаточно рассмотреть ход луча – например, AC , идущего от одной из крайних точек сферического источника света (см. рисунок).

Чтобы оптическая система могла излучать свет по всем направлениям в плоскости рисунка достаточно, чтобы этот луч выходил под углом 45° к плоскости расположения правой линзы. Тогда продолжение этого



луча пройдёт через точку O . Из подобия треугольников AOB и BCD можно записать:

$$\frac{AB}{OA} = \frac{BD}{CD}, \text{ где } OA = R, \quad CD = a. \text{ Получим:}$$

$R \cdot BD = a \cdot AB$. Длину отрезка BD можно найти, используя формулу тонкой линзы (имея в виду виртуальный источник, расположенный в точке «B»): $\frac{1}{BD} - \frac{1}{OD} = \frac{1}{F}$.

Поскольку $OD = F = a$, получим: $BD = a/2$.

Длину отрезка AB найдём, используя теорему

Пифагора: $AB = \sqrt{OB^2 - R^2}$. Учитывая, что $OB = OD - BD = a - a/2 = a/2$, получим $AB = \sqrt{\frac{a^2}{4} - R^2}$. Подставляем выражения для BD и AB в полученное ранее соотношение: $R \cdot \frac{a}{2} = a \cdot \sqrt{\frac{a^2}{4} - R^2}$. Откуда получаем, что система излучает свет по всем направлениям при условии: $F = a \leq \sqrt{5} \cdot R$. Можно добавить, что F не может быть меньше R , но это понятно из рисунка.

Ответ: $R < F \leq \sqrt{5} \cdot R \approx 5$ см.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно проведен анализ распространения света в заданной системе линз – 2б.

Правильно изображена оптическая схема с указанием хода лучей – 5б.

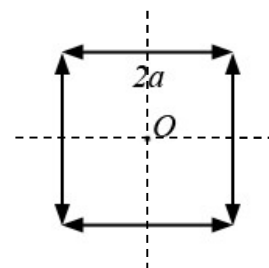
Правильно записана формула тонкой линзы – 3б.

Правильно записаны геометрические соотношения, необходимые для решения задачи – 3б.

Получено верное выражение для фокусного расстояния линзы – 5б.

Получено верное численное значение фокусного расстояния – 2б.

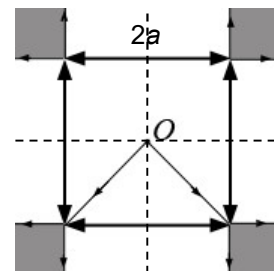
5.3.3. Задача. Оптическая система состоит из четырёх одинаковых тонких собирающих линз диаметром $2a = 9$ см, расположенных как показано на рисунке. Оптические оси всех линз находятся в одной плоскости и пересекаются в точке O , которая совпадает с фокусом каждой линзы. Если в центр системы (точка O) поместить точечный источник света, то в плоскости рисунка образуются области, в которые не будет попадать свет (выделены на рисунке серым цветом). Точечный источник заменяют на источник сферической формы. Определите, при каких значениях радиуса сферического источника R такие области не исчезнут полностью. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.



5.3.3. Решение. Как сказано в условии задачи, точка O является фокусом линз. Поэтому, если поместить в неё точечный источник света, то, как видно из рисунка, свет не будет проходить в области, закрашенные серым цветом. Однако если вместо точечного источника взять источник сферической формы, то при достаточных его размерах свет будет попадать и в эти области, распространяясь по всем возможным направлениям.

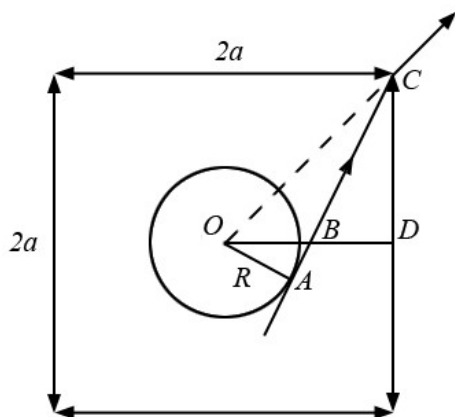
Поскольку система симметричная, достаточно рассмотреть ход луча – например, AC , идущего от одной из крайних точек сферического источника света (см. рисунок).

Чтобы оптическая система могла излучать свет по всем направлениям в



плоскости рисунка достаточно, чтобы этот луч выходил под углом 45° к плоскости расположения правой линзы. Тогда продолжение этого луча пройдет через точку O . Из подобия треугольников AOB и BCD можно записать: $\frac{AB}{OA} = \frac{BD}{CD}$, где $OA = R$, $CD = a$. Получим: $R \cdot BD = a \cdot AB$. Длину отрезка BD можно найти, используя формулу тонкой линзы (имея в виду виртуальный источник, расположенный в точке «B»): $\frac{1}{BD} - \frac{1}{OD} = \frac{1}{F}$.

Поскольку $OD = F = a$, получим: $BD = \frac{a}{2}$. Длину отрезка AB найдём, используя



теорему Пифагора: $AB = \sqrt{OB^2 - R^2}$.

Учитывая, что $OB = OD - BD = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$,

получим $AB = \sqrt{\frac{a^2}{4} - R^2}$. Подставляем

выражения для BD и AB в полученное ранее

соотношение: $R \cdot \frac{a}{2} = a \cdot \sqrt{\frac{a^2}{4} - R^2}$. Откуда

получаем, что области, в которые не проникает свет от источника, останутся, если

его радиус меньше чем: $R = \frac{a}{\sqrt{5}}$. Ответ: $R < \frac{a}{\sqrt{5}} = 2,01 \text{ см} \approx 2 \text{ см}$.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно проведен анализ распространения света в заданной системе линз – 2б.

Правильно изображена оптическая схема с указанием хода лучей – 5б.

Правильно записана формула тонкой линзы – 3б.

Правильно записаны геометрические соотношения, необходимые для нахождения минимального радиуса источника – 3б.

Получено верное выражение для радиуса источника света – 5б.

Получено верное численное значение радиуса источника света – 2б.

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «РОБОФЕСТ» по ФИЗИКЕ

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2022-2023 года

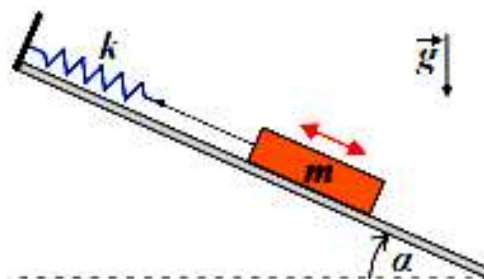
Отборочный этап состоял из практического тура (участие в робототехнических соревнованиях или выполнение инженерного либо научного проекта) с максимальной оценкой 40 баллов и теоретического тура (выполнение заданий по физике с максимальной оценкой 50 баллов. Еще до 10 баллов начислялись за выполнение заданий по физике на пригласительном этапе олимпиады.

Таким образом, максимальная оценка участника на отборочном этапе равнялась 100 баллам.

На теоретическом туре отборочного этапа участники выполняли задания в онлайн-режиме, проводилась автоматическая проверка ответов.

ПРИМЕР ЗАДАНИЙ ТЕОРИИ ДЛЯ 11 КЛАССА:

Задание 1: Гладкая ровная плоскость установлена под углом $\alpha = 25^\circ$ к горизонту. На ней находится брусок массы $m = 1$ кг, который через отрезок невесомой нерастяжимой нити прикреплен к концу легкой пружины с жесткостью $k = 100$ Н/м. Второй конец пружины закреплен неподвижно. Сначала брусок покоился. Затем его отвели вниз на расстояние s (по «линии падения воды» на плоскости) и аккуратно отпустили, запустив таким образом колебания бруска, при которых его центр масс движется в вертикальной плоскости. Чему равна циклическая частота гармонических колебаний бруска в этой системе? При какой максимальной величине s колебания будут гармоническими? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².

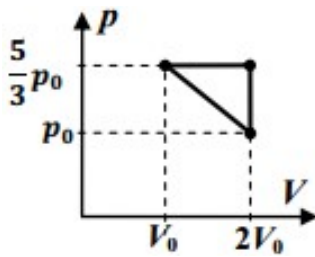


Решение: Направим ось x вдоль линии «падения воды» и будем отсчитывать координату от положения равновесия бруска, в котором сила упругости пружины (с растяжением Δl_0) уравнивает компоненту силы тяжести вдоль этой оси. Тогда уравнение движения бруска $ma_x = -k(\Delta l_0 + x) + mg \cdot \sin(\alpha) = -kx$ – это уравнение гармонических колебаний с циклической частотой $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ с}^{-1}$. Для того, чтобы колебания были гармоническими, необходимо, чтобы нить не провисала (ведь именно она передает действие силы упругости пружины на брусок, и при провисшей нити брусок движется с постоянным ускорением $g \cdot \sin(\alpha)$). Так как невесомая нить прикреплена к невесомой пружине, то сила натяжения нити равна силе упругости растянутой пружины, и поэтому при гармонических колебаниях

пружина всегда должна быть растянута: $\Delta l_0 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{mg \sin(\alpha)}{k}$. При запуске колебаний без начальной скорости амплитуда колебаний равна начальному смещению, так что центр масс бруска не выходит за «границу гармоничности», если $s \leq \frac{mg \sin(\alpha)}{k} \approx 4,2$ см.

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ с}^{-1}$, $s_{\max} = \frac{mg \sin(\alpha)}{k} \approx 4,2$ см.

Задание 2: Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела, показанный на



рисунке в координатах давление-объем, состоит из трех процессов: изобары, изохоры и процесса с линейной зависимостью давления от объема. В каких из этих процессов теплоемкость газа не изменяется в ходе процесса? Определите КПД цикла.

Решение: В изобарном и изохорном процессах теплоемкость идеального газа постоянна. При изобарном расширении газ совершает положительную работу и нагревается, то есть он получает тепло. При изохорном охлаждении газ не совершает работу, и ясно, что теплота от него отводится. Самое сложное – анализ линейного процесса. Если записать уравнение прямой в виде $p(V) = \frac{7}{3} p_0 \left(1 - \frac{2V}{7V_0}\right)$, и с его помощью вычислить количество теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV , то получим:

$$\Delta Q \approx p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} \Delta(pV) \approx \frac{5}{2} p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} V \cdot \Delta p = \frac{7}{6} p_0 \cdot \Delta V \left(5 - \frac{16V}{7V_0}\right),$$

то есть при $V \in [V_0, 2V_0]$ и $\Delta V < 0$ всегда $\Delta Q < 0$, то есть в этом процессе тепло только отдается, и теплоемкость газа изменяется в ходе этого процесса. Здесь

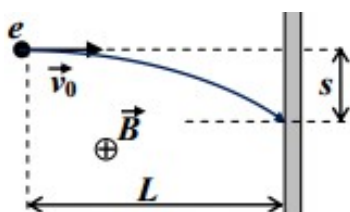
проще всего почитать работу, равную площади цикла $A = \frac{1}{2} \frac{2}{3} p_0 V_0 = \frac{1}{3} p_0 V_0$, и

количество теплоты нагревателя, получаемое в изобарном процессе:

$$Q_H = A_p + \Delta U_p = \frac{5}{3} p_0 V_0 + \frac{3}{2} \left(\frac{10}{3} p_0 V_0 - \frac{5}{3} p_0 V_0 \right) = \frac{25}{6} p_0 V_0. \quad \text{Значит, КПД цикла}$$

$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{2}{25} = 8\%.$$

Ответ: $\eta = 8\%$.



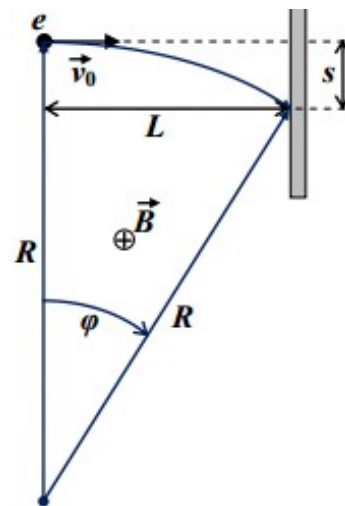
Задание 3. Электронная пушка выстреливает электроны в направлении фотопластины (перпендикулярно ее поверхности) каждый раз с одной и той же начальной скоростью. Точка выстрела находится на расстоянии $L = 70$ мм от поверхности фотопластины, и между ними, в вакууме, создано однородное

магнитное поле. Электроны попадают на фотопластинку в точке на расстоянии $s = 10 \text{ мм}$ от «точки прицеливания» (см. рисунок).

Чему равен радиус окружности, по которой движутся электроны в этом опыте? Каким станет отклонение электронов от «точки прицеливания», если величину индукции магнитного поля увеличить в 1,5 раза?

Решение: Электрон запущен в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, так что его движение – это ларморовское вращение по окружности радиусом $R = \frac{mv}{|e|B}$ (v – скорость электрона) с угловой

скоростью $\omega = \frac{|q|B}{m}$. Пусть $\varphi = \frac{|q|B}{m}t$ – угол поворота электрона за время полета t . Тогда, как видно $L = R \cdot \sin(\varphi)$ и $s = R[1 - \cos(\varphi)] \Rightarrow R \cos(\varphi) = R - s$. Значит, $R^2 = L^2 + (R - s)^2 \Rightarrow R = \frac{L^2 + s^2}{2s} = 250 \text{ мм}$.



При увеличении индукции поля в 1,5 раза при той же скорости радиус ларморовской окружности уменьшается во столько же раз: $R' = \frac{2}{3}R$, и поэтому при той же величине L

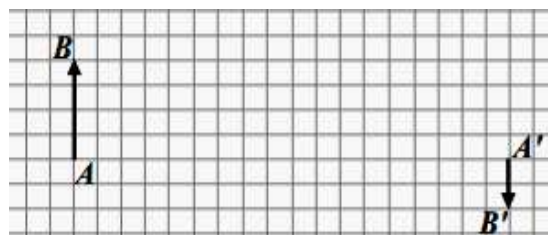
новый угол поворота удовлетворяет уравнению $L = R' \cdot \sin(\varphi') \Rightarrow \sin(\varphi') = \frac{3}{2} \frac{L}{R}$.

Таким образом,

$$s' = R'[1 - \cos(\varphi')] = \frac{2}{3}R \left[1 - \sqrt{1 - \frac{9L^2}{4R^2}} \right] = \frac{2R - \sqrt{4R^2 - 9L^2}}{3} \approx 15,4 \text{ мм}.$$

Ответ: $R = \frac{L^2 + s^2}{2s} = 250 \text{ мм}$, $s' = \frac{2R - \sqrt{4R^2 - 9L^2}}{3} \approx 15,4 \text{ мм}$.

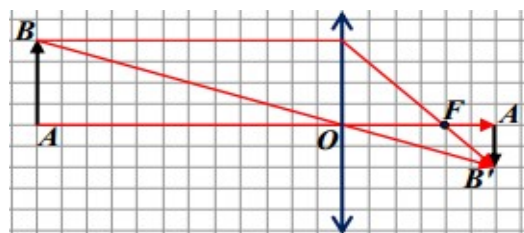
Задание 4: Некий школьник выполнил на тетрадном листе в клетку построение хода лучей от источника AB к его изображению $A'B'$, полученному с помощью тонкой линзы. Линзу и лучи он рисовал карандашом, и его младший брат стер их так, что на листе от них не осталось и следа (см. рисунок). Восстановите утраченную информацию и ответьте на вопросы:



1) Какая это линза – собирающая или рассеивающая?

2) Чему равна оптическая сила линзы? Длина стороны тетрадной клетки 5 мм, рисунок выполнен в масштабе 1:1.

Решение: Лучи, пересекающие линзу в оптическом центре, не преломляются. Поэтому прямая, соединяющая точку и ее изображение, проходит через оптический центр. Следовательно, оптический центр

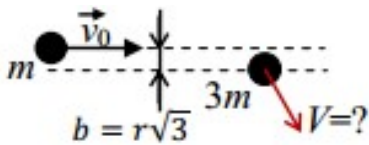


линзы O – это пересечение прямых AA' и BB' . Так как предмет и его изображение параллельны, то они параллельны плоскости линзы, и нам становится ясно, что главная оптическая ось линзы – это прямая AA' . Луч, падающий на линзу из точки B параллельно этой оси, после преломления в линзе идет в точку B' , по дороге пересекая главную оптическую ось линзы в ее главном фокусе F . По поведению данного луча понимаем, что это собирающая линза. Проведя построение, обнаруживаем, что фокусное расстояние равно $F = 20$ мм. Таким образом, оптическая сила линзы $D = \frac{1}{F} = 50$ Дптр.

Ответ: линза собирающая, $D = \frac{1}{F} = 50$ Дптр.

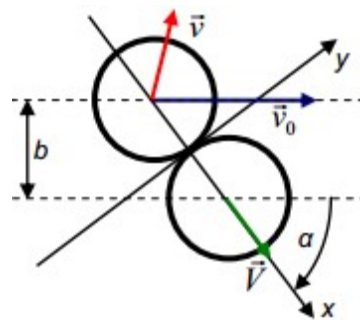
ПРИМЕР ЗАДАНИЙ ТЕОРИИ ДЛЯ 10 КЛАССА:

Задание 1: Упругая однородная цилиндрическая шайба с массами m и радиусом r скользила, не вращаясь, со скоростью $v_0 = 1,6$ м/с по гладкой горизонтальной поверхности. Другая однородная шайба с точно такими же размерами, но с массой $3m$, покоилась на этой поверхности на пути первой. Прицельный параметр (расстояние между линией движения первой шайбы и параллельной ей прямой, проходящей через центр второй) равнялся $b = r\sqrt{3}$ (см. рисунок). Произойдет удар. Под каким углом к направлению движения первой шайбы до удара, направлена скорость второй (более тяжелой) шайбы после удара? Найдите величину скорости второй шайбы после удара.



Произошел удар. Под каким углом к направлению движения первой шайбы до удара, направлена скорость второй (более тяжелой) шайбы после удара? Найдите величину скорости второй шайбы после удара.

Решение: В основе решения таких задач – законы сохранения импульса и энергии. Чтобы решение было не слишком сложным, важно выбрать удобную систему координат. Лучше всего направить ось x по линии удара, то есть вдоль направления сил взаимодействия шайб (она совпадает с линией, соединяющей центры шайб в момент удара). Ясно, что эта ось будет составлять с направлением движения шайбы угол



$\alpha = \arcsin\left(\frac{b}{2r}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 60^\circ$. Ось y направим

перпендикулярно этой линии, и, поскольку проекции на нее сил, действующих на шайбы во время удара, равны нулю, то проекции скоростей не изменятся:

$v_y = v_0 \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$ и $V_y = 0$. Значит, вторая шайба

после удара движется вдоль оси x , то есть под углом 60° к $\vec{v}_0$. Закон сохранения импульса в проекции на ось x имеет вид

$$mv_0 \cos(\alpha) = \frac{1}{2}mv_0 = mv_x + 3mV \Rightarrow v_x = \frac{v_0}{2} - 3V.$$

Закон сохранения энергии дает

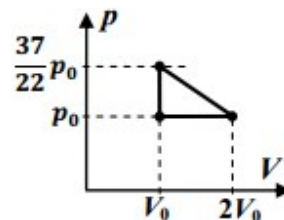
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2} + \frac{3mV^2}{2} \Rightarrow v_0^2 - v_y^2 = \frac{v_0^2}{4} = v_x^2 + 3V^2.$$

Подставляя v_x из ЗСИ, получаем уравнение для определения V :

$$\frac{v_0^2}{4} = \left(\frac{v_0}{2} - 3V \right)^2 + 3V^2 = \frac{v_0^2}{4} - 3v_0V + 12V^2 \Rightarrow 4V - v_0 = 0 \Rightarrow V = \frac{v_0}{4} = 0,4 \text{ м/с.}$$

Ответ: под углом 60° , $V = \frac{v_0}{4} = 0,4 \text{ м/с.}$

Задание 2: Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела, показанный на рисунке в координатах давление-объем, состоит из трех процессов: изохоры, процесса с линейной зависимостью давления от объема и изобары. В каких из этих процессов теплоемкость газа не изменяется в ходе процесса? Определите КПД цикла. Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



Решение: В изобарном и изохорном процессах теплоемкость идеального газа постоянна. В процессе изохорного нагревания газ получает тепло. При изобарном сжатии газ совершает отрицательную работу и охлаждается, и ясно, что теплота от него отводится. Самое сложное – анализ линейного процесса.

Если записать уравнение прямой в виде $p(V) = \frac{26}{11} p_0 \left(1 - \frac{15V}{52V_0} \right)$, и с его помощью вычислить количество теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV , то получим:

$$\Delta Q \approx p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} \Delta(pV) \approx \frac{5}{2} p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} V \cdot \Delta p = \frac{5}{11} p_0 \cdot \Delta V \left(13 - 6 \frac{V}{V_0} \right),$$

то есть при $V \in [V_0, 2V_0]$ и $\Delta V > 0$ всегда $\Delta Q > 0$, то есть в этом процессе тепло только подводится, и теплоемкость газа изменяется. Для данного цикла проще всего почитать работу, равную площади цикла $A = \frac{1}{2} \frac{15}{22} p_0 V_0 = \frac{15}{44} p_0 V_0$, и количество теплоты холодильника, отводимое от рабочего тела в изобарном процессе:

$$Q_X = -A_p - \Delta U_p = p_0 V_0 + \frac{3}{2} (2p_0 V_0 - p_0 V_0) = \frac{5}{2} p_0 V_0.$$

Значит, КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_X + A} = \frac{3}{25} = 12 \%$.

Ответ: $\eta = 12\%$.

Задание 3: При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора он показывает напряжение $U_1 = 16,5 \text{ В}$, а при подключении к четырем таким же аккумуляторам, соединенным параллельно – напряжение $U_4 = 17,6 \text{ В}$. Три таких вольтметра соединили параллельно и подключили к трем таким аккумуляторам, соединенным последовательно. Каковы показания каждого из этих вольтметров? Какое напряжение покажет идеальный вольтметр, если подключить его к одному такому аккумулятору?

Решение: Введем обозначения: пусть U – напряжение, создаваемое аккумулятором на своих клеммах при разомкнутой цепи (его ЭДС), r –

внутреннее сопротивление аккумулятора, а R – сопротивление вольтметра. Тогда при подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока через него равна $I = \frac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре $U_1 = \frac{R}{R+r}U = \frac{z}{z+1}U$, где $z \equiv \frac{R}{r}$. У четырех таких же аккумуляторов, соединенных параллельно, ЭДС

такое же, а внутреннее сопротивление равно $\frac{r}{4}$, так что

$$U_4 = \frac{4R}{4R+r}U = \frac{4z}{4z+1}U = \frac{4(z+1)}{4z+1}U_1 \Rightarrow \frac{U_4}{U_1} = \frac{16}{15} = \frac{4(z+1)}{4z+1}.$$

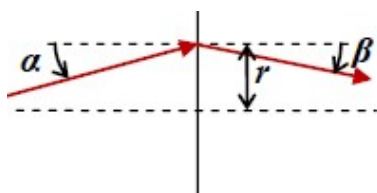
Из этого уравнения находим, что $z=11$. При подключении трех вольтметров к трем таким же аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что

$$U_{33} = \frac{R/3}{R/3+3r}3U = \frac{3z}{z+9}U = \frac{3(z+1)}{z+9}U_1 = 29,7 \text{ В.}$$

Для ответа на второй вопрос нужно найти $U : U = \frac{z+1}{z}U_1 = 18 \text{ В.}$

Ответ: $U_{33} = 29,7 \text{ В, } U = 18 \text{ В.}$

Задание 4: Луч света падает на тонкую линзу в точке на расстоянии $r = 2 \text{ см}$ от ее главной оптической оси под углом 6° к этой оси, «уходя» от нее. После преломления в линзе луч выходит под углом 4° к этой оси, приближаясь к ней (см. рисунок). Найдите оптическую силу линзы. Ответ приведите в диоптриях, с точностью до целого значения.



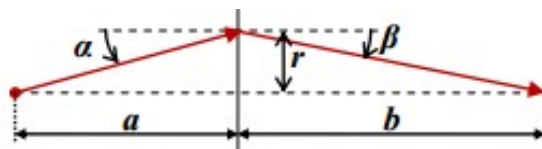
Решение: Продолжим падающий луч до пересечения с главной оптической осью линзы и представим себе, что этот луч был испущен точечным источником, помещенным в точку пересечения. Тогда его изображение находилось бы в точке пересечения преломленного луча с главной оптической осью линзы. Запишем формулу тонкой линзы: $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, и

умножим ее на r . Получим:

$$r \cdot D = \frac{r}{a} + \frac{r}{b} = \text{tg}(\alpha) + \text{tg}(\beta) \Rightarrow D = \frac{\text{tg}(\alpha) + \text{tg}(\beta)}{r} \approx 8,75 \approx 9 \text{ Дптр.}$$

Поскольку углы малые, при расчетах с заданной точностью можно использовать приближенную формулу $D \approx \frac{\alpha + \beta}{r} \approx 8,72 \approx 9 \text{ Дптр}$. Оптическая сила получилась положительной,

так что линза является собирающей (впрочем, это было ясно и по поведению преломленного луча).



Ответ: Линза собирающая, $D \approx 9 \text{ Дптр}$.

ПРИМЕР ЗАДАНИЙ ТЕОРТУРА ДЛЯ 9 КЛАССА:

Задание 1: У полусферической лунки с вертикальной осью симметрии гладкие стенки. Маленькую шайбу с массой $m = 100$ г отпускают без начальной скорости от края этой лунки. Найдите ускорение шайбы при прохождении самой нижней точки лунки. Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 10$ м/с². С какой силой тело будет давить на поверхность полусферы при прохождении точки, радиус которой наклонен под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту?

Решение: В процессе скатывания шайбы по стенке лунки ее потенциальная энергия в поле тяжести будет переходить в кинетическую энергию:

$$mg(R - h) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2(h) = 2g(R - h), \text{ где } R - \text{ радиус лунки, и } h - \text{ высота шайбы}$$

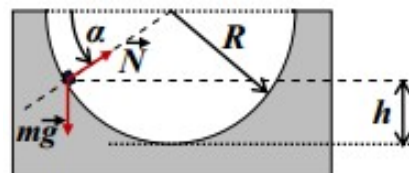
над нижней точкой лунки. Следовательно, в нижней точке лунки $v^2(0) = 2gR$. В этой точке скорость шайбы достигает максимума, и поэтому касательное ускорение шайбы равно нулю, и у нее есть только центростремительная компонента ускорения

$$|\vec{a}| = \frac{v^2(0)}{R} = 2g \approx 20 \text{ м/с}^2. \text{ В точке, радиус которой}$$

наклонен под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, $R - h = R \sin(\alpha)$, и центростремительная компонента

$$\text{ускорения } a_n = \frac{v^2}{R} = 2g \sin(\alpha). \text{ С другой стороны, из уравнения движения}$$

следует, что $ma_n = 2mg \sin(\alpha) = N - mg \cdot \sin(\alpha)$, где N – сила нормальной реакции, действующая на шайбу со стороны поверхности лунки. Как видно, $N = 3mg \cdot \sin(\alpha)$, а по III закону Ньютона она равна по величине искомой силе, с которой шайба давит на поверхность полусферы. Итак, $F = 3mg \cdot \sin(\alpha) = 1,5 \text{ Н}$.



Ответ: $|\vec{a}| = 2g \approx 20 \text{ м/с}^2, F = 3mg \cdot \sin(\alpha) = 1,5 \text{ Н}$.

Задание 2: В цилиндрический бассейн через множество отверстий в стенках медленными струями подается теплая вода с температурой 32°C . Известно, что за секунду в бассейн поступает 7 л теплой воды. Для уменьшения температуры в тот же бассейн ученик 9 класса подает из шланга холодную воду с температурой 8°C , разбрызгивая ее над самой поверхностью воды. Он наливает в бассейн 1 л воды за секунду. Вода выливается из бассейна через одно открытое сливное отверстие площадью сечения 20 см^2 , расположенное на дне бассейна. Изучите установившийся режим в этой системе, когда уровень воды в бассейне и ее средняя температура практически не изменяются. Найдите среднюю температуру воды в бассейне в установившемся режиме. Теплообменом воды в бассейне с окружающей средой пренебечь. Найдите глубину слоя воды в бассейне в установившемся режиме. Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Решение: Ясно, что среднюю температуру можно найти точно так же, как и в предыдущей задаче: $c \cdot q_1(t_1 - t) = c \cdot q_2(t - t_2) \Rightarrow t = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q_1 + q_2} = 29^\circ\text{C}$. Для

определения глубины слоя найдем (как и в предыдущем случае) скорость

вытекания воды из сливного отверстия: $q_1 + q_2 = v \cdot S \Rightarrow v = \frac{q_1 + q_2}{S} = 4 \text{ м/с}$. Затем

воспользуемся уравнением Бернулли (или законом сохранения энергии) для трубки тока, идущей через сливное отверстие: скорость движения воды в раковине, которая значительно шире отверстия, значительно меньше, чем скорость выливания, и в то же время давление снаружи от выхода примерно равно атмосферному давлению p_0 , а перед выходом, на глубине h под поверхностью, $p = p_0 + \rho gh$:

$$p_0 + \rho gh \approx p_0 + \frac{\rho v^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \approx 80 \text{ см.}$$

Ответ: $t = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q_1 + q_2} = 29^\circ \text{C}$, $h = \frac{(q_1 + q_2)^2}{2gS^2} \approx 80 \text{ см.}$

Задание 3: При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора он показывает напряжение $U_1 = 18,4 \text{ В}$, а при подключении к пяти таким же аккумуляторам, соединенным параллельно – напряжение $U_5 = 20,7 \text{ В}$. Какое напряжение покажет этот же вольтметр, если подключить его к трем таким же аккумуляторам, соединенным последовательно? Какое напряжение покажет идеальный вольтметр, если подключить его к одному такому аккумулятору?

Решение: Введем обозначения: пусть U – напряжение, создаваемое аккумулятором на своих клеммах при разомкнутой цепи (его ЭДС), r – внутреннее сопротивление аккумулятора, а R – сопротивление вольтметра. Тогда при подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока через него равна $I = \frac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре $U_1 = \frac{R}{R+r}U = \frac{z}{z+1}U$, где

$z \equiv \frac{R}{r}$. У пяти таких же аккумуляторов, соединенных параллельно, ЭДС такое

же, а внутреннее сопротивление равно $\frac{r}{5}$, так что

$$U_5 = \frac{5R}{5R+r}U = \frac{5z}{5z+1}U = \frac{5(z+1)}{5z+1}U_1 \Rightarrow \frac{U_5}{U_1} = \frac{9}{8} = \frac{5(z+1)}{5z+1}.$$

Из этого уравнения находим, что $z = \frac{31}{5}$. При подключении вольтметра к трем таким же

аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что

$$U_3 = \frac{R}{R+3r}3U = \frac{3z}{z+3}U = \frac{3(z+1)}{z+3}U_1 = 43,2 \text{ В.}$$

Кроме того,

$$U = \frac{z+1}{z}U_1 = \frac{36}{31}U_1 \approx 21,4 \text{ В.}$$

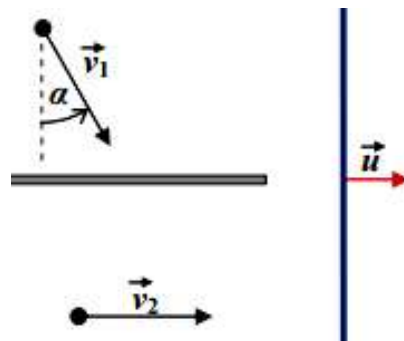
Ответ: $U_3 = 43,2 \text{ В}$, $U \approx 21,4 \text{ В}$.

Задача: Два робота движутся по соревновательному полю, разделенному на две части непрозрачной перегородкой. Одна из ограничивающих стен – зеркальная, и она перпендикулярна перегородке и в течении некоторого интервала времени движется от нее со скоростью $u = 1 \text{ м/с}$. Первый робот, на котором размещена небольшая яркая лампа, движется со скоростью $v_1 = 2 \text{ м/с}$,

направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к плоскости зеркальной стены (см. рисунок). Второй, оснащенный видеокамерой, движется со скоростью $v_2 = 2$ м/с перпендикулярно этой плоскости. По данным видеозаписи определяется скорость изображения робота 1 относительно робота 2. Найдите величину этой скорости.

Решение: В системе отсчета, в которой зеркало покоится, робот 1 движется со скоростью $\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 - \vec{u} \equiv \vec{v}_{1\parallel} + \vec{v}_{1\perp} - \vec{u}$. Здесь мы разбили вектор скорости первого робота на параллельную и перпендикулярную плоскости зеркала составляющие. Можно заметить, что $\vec{v}_{1\perp} = \vec{u}$, поскольку они сонаправлены и равны по величине ($2 \text{ м/с} \cdot \sin(30^\circ) = 1 \text{ м/с}$). Значит, $\vec{v}'_1 = \vec{v}_{1\parallel}$. Закон отражения от неподвижного зеркала нам известен, и ясно, что для источника света, движущегося параллельно плоскости неподвижного зеркала, скорость изображения будет равна скорости источника. Тогда скорость изображения робота 1 в исходной системе отсчета $\vec{V}_1 = \vec{v}'_1 + \vec{u} = \vec{v}_{1\parallel} + \vec{u}$. Значит, искомая скорость изображения робота 1 относительно робота 2 $\vec{V}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{1\parallel} + \vec{u} - \vec{v}_2$. Опять заметим, что $\vec{v}_2 = 2\vec{u}$, и тогда приходим к выводу, что $\vec{V}_{12} = \vec{v}_{1\parallel} - \vec{u} = \vec{v}_{1\parallel} - \vec{v}_{1\perp}$, то есть проекции искомой скорости на оси, параллельную и перпендикулярную зеркалу, по величине такие же, как у $\vec{v}_1$ (отличается только знак перпендикулярной проекции). В результате $V_{12} = v_1 = 2 \text{ м/с}$.

Ответ: $V_{12} = 2 \text{ м/с}$.



ПРИМЕР ЗАДАНИЙ ТЕОРТУРА ДЛЯ 7 И 8 КЛАССОВ:

Задание 1: Соревновательная трасса для робота состоит из двух участков, на одном из которых («медленном») он движется с меньшей скоростью, на другом («быстром») – с большей. Известно, что длина «быстрого» участка в два раза больше, чем длина «медленного». Во время первого прохождения средняя скорость робота на трассе равнялась 2,5 м/с. При втором прохождении средняя скорость робота на «медленном» участке возросла в 1,1 раза, а на «быстром» – во столько же раз уменьшилась. Оказалось, что средняя скорость на всей трассе осталась той же. Чему равнялась средняя скорость робота на «быстром» участке при первом прохождении трассы?

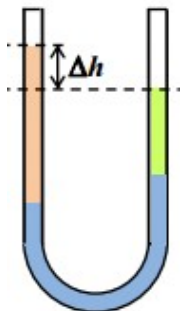
Решение: Пусть L – длина «медленного» участка трассы. Тогда $2L$ – длина «быстрого» участка. Пусть также v и V – скорости робота на этих участках. Тогда время первого прохождения трассы $t_1 = \frac{L}{v} + \frac{2L}{V}$, и поэтому заданная нам средняя скорость прохождения $v_{cp} = \frac{3L}{t_1} = \frac{3vV}{V+2v}$. При втором прохождении новые величины скоростей $v' = 1,1v$ и $V' = \frac{V}{1,1}$, и $t_2 = \frac{10L}{11v} + \frac{22L}{10V}$. Средняя скорость осталась прежней: $v_{cp} = \frac{3L}{t_2} = \frac{330vV}{100V+242v}$. Приравнявая выражения для средней

скорости, обнаруживаем, что $v = \frac{5}{11}V$. Тогда из любой формулы для v_{cp}

получаем: $v_{cp} = \frac{5}{7}V \Rightarrow V = \frac{7}{5}v_{cp} = 3,5 \text{ м/с}$.

Ответ: $V = \frac{7}{5}v_{cp} = 3,5 \text{ м/с}$.

Задание 2: В U-образной трубке постоянного сечения, прямые отрезки которой расположены вертикально, было налито некоторое количество воды с плотностью $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$. В нее с двух сторон аккуратно доливают маслянистые жидкости (не смешивающиеся с водой): в первом колене жидкость с плотностью $\rho_1 = 0,6 \text{ г/см}^3$ образует в трубке столбик длиной $L_1 = 60 \text{ мм}$, во втором колене жидкость с плотностью $\rho_2 = 0,75 \text{ г/см}^3$ образует в трубке столбик длиной $L_2 = 40 \text{ мм}$ (см. рисунок). В состоянии равновесия обе границы раздела жидкостей находятся в вертикальных участках трубки.



В каком из колен (первом или втором) уровень поверхности жидкости выше? Найдите разность высот уровней жидкости Δh . На сколько нужно увеличить длину столбика долитой жидкости в колене, поверхность жидкости в котором находится ниже, чтобы уровни сравнялись? Считайте, что после такого доливания по-прежнему обе границы раздела жидкостей находятся в вертикальных участках трубки.

Решение: Пусть x_1 – высота столба воды в первом колене, а x_2 – во втором. Условие гидростатического равновесия (при котором в нижней части, где колена трубки соединяются, давления в них одинаковы): $(\rho_1 L_1 + \rho x_1)g = (\rho_2 L_2 + \rho x_2)g$. Из этого соотношения находим, что $x_1 - x_2 = \frac{\rho_2 L_2 - \rho_1 L_1}{\rho}$. Значит, разность высот уровней жидкостей

$$\Delta h = h_1 - h_2 = x_1 + L_1 - x_2 - L_2 = \frac{\rho_2 L_2 - \rho_1 L_1}{\rho} + L_1 - L_2 = L_1 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) - L_2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right).$$

При заданных значениях $\Delta h = +14 \text{ мм}$, то есть в первом колене уровень на 14 мм выше, чем во втором. Таким образом, доливать нужно жидкость во второе колено – до тех пор, пока не будет $\Delta h' = 0$. Как видно, это условие приводит нас к требованию

$$L_1 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) = (L_2 + \Delta L_2) \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) \Rightarrow \Delta L_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} L_1 - L_2 = 56 \text{ мм}.$$

Ответ: уровень жидкости выше в 1 колене на

$\Delta h = L_1 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) - L_2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) = 14 \text{ мм}$, нужно увеличить столб жидкости во 2 колене

на $\Delta L_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} L_1 - L_2 = 56 \text{ мм}$.

Задание 3: Ученик 8 класса открыл над раковиной оба крана. Известно, что из крана с горячей водой выливалось 0,5 л воды за каждую секунду, а из крана с холодной водой – 1,5 л воды за каждую секунду. С помощью электронного термометра он определил, что температура горячей воды равнялась $50,0^\circ\text{C}$, а

температура холодной воды $18,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Через некоторое время он заметил, что уровень воды в раковине перестал изменяться. С какой скоростью вытекает вода из раковины через сливное отверстие сечением 8 см^2 при неизменном уровне воды в раковине? Предскажите результат измерения температуры воды в раковине (тоже при неизменном уровне), считая, что измерение производится в области вблизи сливного отверстия, где потоки хорошо перемешаны, так что температура соответствует равновесному значению, и влияние теплообмена с окружающей средой мало.

Решение: Во-первых, отметим, что при неизменном уровне воды в раковине за каждую секунду из сливного отверстия выливается такой же объем воды, как из обоих кранов, то есть 2 л/с . С другой стороны, этот объем равен произведению скорости вытекания на площадь поперечного сечения, то есть

$$q \equiv 2\text{ л/с} = v \cdot S \Rightarrow v = \frac{q}{S} = 2,5\text{ м/с}.$$

Во-вторых, ясно, что равновесная температура может быть определена из уравнения теплового баланса: количество теплоты, отданное поступившей за секунду в раковину горячей водой в процессе перемешивания, равно количеству теплоты, полученному холодной водой, то есть

$$c \cdot q_1(t_1 - t) = c \cdot q_2(t - t_2) \Rightarrow t = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q_1 + q_2} = 26^{\circ}\text{C}.$$

Ответ: $v = \frac{q}{S} = 2,5\text{ м/с}$, $t = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q_1 + q_2} = 26^{\circ}\text{C}$.

Задание 4: При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора он показывает напряжение $U_1 = 5,0\text{ В}$, а при подключении к трем таким же аккумуляторам, соединенным параллельно – напряжение $U_2 = 5,4\text{ В}$. Какое напряжение покажет этот же вольтметр, если подключить его к четырем таким же аккумуляторам, соединенным последовательно?

Решение: Введем обозначения: пусть U – напряжение, создаваемое аккумулятором на своих клеммах при разомкнутой цепи (его ЭДС), r – внутреннее сопротивление аккумулятора, а R – сопротивление вольтметра. Тогда при подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока

через него равна $I = \frac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре $U_1 = \frac{R}{R+r}U = \frac{z}{z+1}U$, где

$z \equiv R/r$. У трех таких же аккумуляторов, соединенных параллельно, ЭДС такое же, а внутреннее сопротивление равно $r/3$, так что

$$U_3 = \frac{3R}{3R+r}U = \frac{3z}{3z+1}U = \frac{3(z+1)}{3z+1}U_1 \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{27}{25} = \frac{3(z+1)}{3z+1}.$$

Из этого уравнения находим, что $z = 8$. При подключении вольтметра к четырем таким же аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что

$$U_4 = \frac{R}{R+4r}4U = \frac{4z}{z+4}U = \frac{4(z+1)}{z+4}U_1 = 15\text{ В}.$$

Ответ: $U_4 = 15,0\text{ В}$.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2023 года

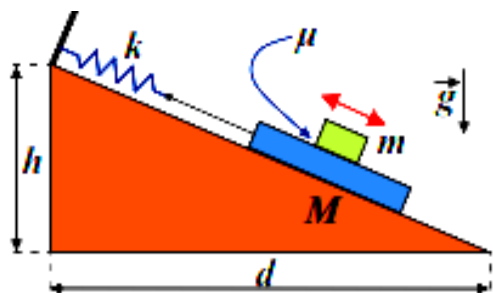
Заключительный этап состоял из практического тура (оценка до 40 баллов), теоретического тура (до 50 баллов) и собеседования по физике с экспертами (до 10 баллов). Теоретический тур проходил очно на физическом факультете.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

БИЛЕТ № 01 (11 класс):

Задание 1:

Вопрос: По гладкой наклонной поверхности клина скользит доска массы $M = 1,5$ кг, на которой находится груз массы $m = 190$ г, движущийся вместе с доской благодаря силе трения между ними. Доска через отрезок невесомой нерастяжимой нити прикреплена к концу легкой пружины с жесткостью $k = 100$ Н/м. Вторым концом пружины закреплен неподвижно. Доска совершает малые гармонические колебания. Найдите их период.



Задача: В системе из вопроса высота клина $h = 50$ см, ширина $d = 120$ см, а коэффициент трения между доской и грузом $\mu = 0,5$. Какова максимальная возможная амплитуда гармонических колебаний доски? Ускорение свободного падения равно $g \approx 10$ м/с².

Ответ на вопрос: При гармонических колебаниях доски с грузом груз не скользит по доске, а нить остается натянутой. Так что здесь происходят колебания массы $M+m$ на пружине с жесткостью k . Период колебаний такого пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} \approx 0,82$ с.

Критерии проверки:

Указано, что груз не скользит по доске, а нить остается натянутой ЛИБО Правильно записано уравнение движения доски с грузом ЛИБО Указано на то, что система является пружинным маятником с правильно выбранными параметрами	4
Правильно записана формула для периода колебаний	4
Дан правильный численный ответ	2
ВСЕГО	10

Решение задачи: Угол наклона поверхности клина к горизонту определяется соотношением $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{h}{d} = \frac{5}{12}$, поэтому $\sin(\alpha) = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}} = \frac{5}{13}$ и $\cos(\alpha) = \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}} = \frac{12}{13}$. Как видно, $\operatorname{tg}(\alpha) < \mu$. Значит, в положении равновесия

груз не скользит по доске, и сила упругости пружины уравнивает проекцию суммарной силы тяжести доски и груза на поверхность клина, то есть $k \cdot \Delta l_0 = (M + m)g \sin(\alpha)$. Растяжение пружины в этом положении $\Delta l_0 = \frac{(M + m)g \sin(\alpha)}{k}$. Поэтому при гармонических колебаниях доски с грузом с амплитудой x_m растяжение пружины будет изменяться в пределах от $\Delta l_{\min} = \frac{(M + m)g \sin(\alpha)}{k} - x_m$ до $\Delta l_{\max} = \frac{(M + m)g \sin(\alpha)}{k} + x_m$. В данной системе возможны две причины нарушения гармоничности колебаний: провисание нити (при этом ускорение доски становится постоянным) и начало проскальзывания груза по доске (происходят потери механической энергии). Поэтому при гармонических колебаниях необходимо выполнение двух требований:

а) Нить, соединенная с пружиной, натянута. Для этого пружина должна быть растянута в течение всего периода колебаний, то есть

$$\Delta l_{\min} = \frac{(M + m)g \sin(\alpha)}{k} - x_m \geq 0. \text{ Как видно, это требование означает, что } x_m \leq \frac{(M + m)g \sin(\alpha)}{k} = \frac{(M + m)gh}{k\sqrt{h^2 + d^2}} \approx 6,5 \text{ см.}$$

б) Сила трения покоя, действующая на груз $|F_{mp}| \leq \mu mg \cdot \cos(\alpha)$. При совместном движении груза и доски именно эта сила вместе с проекцией силы тяжести создает у груза ускорение, равное ускорению доски (нить прикреплена к доске!). Запишем уравнение движения груза в проекции на ось x , направленную вверх вдоль поверхности доски: $m \cdot a_x = F_{mp} - mg \sin(\alpha)$. Максимальная величина ускорения доски при гармонических колебаниях $a_m = \omega^2 x_m = \frac{k}{M + m} x_m$.

Следовательно, максимальная необходимая величина силы трения $F_{mp \max} = m[g \sin(\alpha) + \omega^2 x_m]$, и проскальзывание груза не происходит, если $g \sin(\alpha) + \omega^2 x_m \leq \mu g \cos(\alpha) \Rightarrow x_m \leq \frac{(M + m)g}{k} [\mu \cos(\alpha) - \sin(\alpha)] \approx 1,3 \text{ см.}$

Как видно, второе требование «жестче», и именно оно ограничивает амплитуду гармонических колебаний.

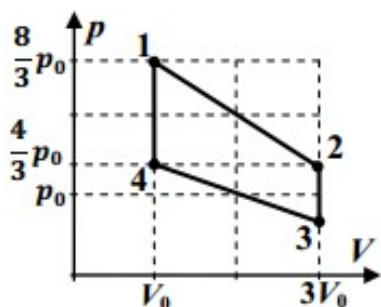
Ответ: $x_m \leq \frac{(M + m)g}{k} \frac{\mu d - h}{\sqrt{h^2 + d^2}} \approx 1,3 \text{ см,}$ при превышении этого значения груз скользит по доске.

Критерии проверки:

Правильно найдено растяжение пружины в положении равновесия	3
Указаны обе возможные причины нарушения гармоничности колебаний	2+2=4
Правильно записано ограничение на амплитуду, обеспечивающее отсутствия провисания нити	2
Правильно записано ограничение на амплитуду, обеспечивающее отсутствие проскальзывания груза	2
Правильно выбрано наиболее жесткое ограничение	1
Получена правильная формула для ответа	2
Получен правильный численный ответ	1
ВСЕГО	15

Задание 2:

Вопрос: На рисунке в координатах давление-объем показана диаграмма циклического процесса над одноатомным идеальным газом. Справедливо ли утверждение, что на участке 1-2 газ только получает тепло? Ответ обосновать.



Задача: Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела на графике в координатах давление-объем имеет вид трапеции 1234, показанной на рисунке. Определите работу газа в этом процессе и найдите КПД цикла.

Ответ на вопрос: На участке 1-2 объем газа растет, а зависимость давления от объема, как нетрудно проверить, описывается уравнением прямой $p(V) = \frac{10}{3} p_0 \left(1 - \frac{V}{5V_0}\right)$. С его помощью можно вычислить количество теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV :

$$\Delta Q \approx p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} \Delta(pV) \approx \frac{5}{2} p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} V \cdot \Delta p = \frac{1}{3} p_0 \cdot \Delta V \left(25 - 8 \frac{V}{V_0}\right),$$

то есть при $V \in [V_0, 3V_0]$ на этом участке $\Delta V > 0$ и $\Delta Q > 0$, то есть в этом процессе действительно газ только получает тепло – утверждение справедливо.

Критерии проверки:

Записана в аналитической форме зависимость давления от объема	2
Правильно записана формула I Начала термодинамики (ΔQ через ΔV и Δp)	3
Получена правильное выражение для ΔQ в произвольной точке процесса в форме, позволяющей установить ее знак	3
Дан правильный ответ	2
ВСЕГО	10

Решение задачи: Работа газа в циклическом процессе равна площади цикла в координатах давление-объем. В данном случае это площадь трапеции $A = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} p_0 + \frac{2}{3} p_0 \right) \cdot 2V_0 = 2p_0 V_0$. Как мы выяснили, в процессе 1-2 газ только получает тепло. В процессе 3-4 объем газа уменьшается, и при каждом значении объема давление равно в два раза меньше, чем в процессе 1-2. Общий коэффициент не влияет на знак ΔQ , так что в этом случае

$\Delta Q = \frac{1}{6} p_0 \cdot \Delta V \left(25 - 8 \frac{V}{V_0}\right)$ в ходе всего процесса – на участке 3-4 газ только отдает

тепло. С другими процессами разобраться легко: в изохорном нагревании (4-1) газ получает тепло, а в изохорном охлаждении – отдает. Значит, количество теплоты нагревателя $Q_H = Q_{41} + Q_{12}$. Общая работа в этом процессе

$A_{412} = A_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{8}{3} p_0 + \frac{4}{3} p_0 \right) \cdot 2V_0 = 4p_0 V_0$, а изменение внутренней энергии

$\Delta U_{412} = \frac{3}{2} \left(\frac{4}{3} p_0 \cdot 3V_0 - \frac{4}{3} p_0 \cdot V_0 \right) = 4p_0V_0$. Поэтому $Q_H = 8p_0V_0$. В итоге получаем, что $\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{1}{4} = 25\%$.

Ответ: $A = 2p_0V_0$, $\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{1}{4} = 25\%$.

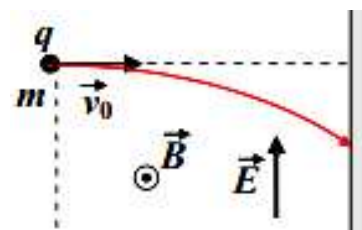
Критерии проверки:

Указано (используется в решении), что на участке 3-4 газ только отдает тепло	2
Правильно указаны все участки цикла, на который газ отдает (либо получает) тепло	3
Правильно найдены ЛЮБЫЕ ДВЕ из ТРЕХ величин: A , Q_H или Q_X	3+3=6
Используется правильная формула для КПД (через найденные величины)	1
Получен правильный численный ответ	3
ВСЕГО	15

Задание 3:

Вопрос: Ион с удельным зарядом $z = +7 \cdot 10^6$ Кл/кг влетел в постоянное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, двигаясь перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $v = 1,4$ км/с. Определите радиус траектории этого иона.

Задача: Ионная пушка выстреливает ионы в направлении экрана (перпендикулярно ему) каждый раз с одной и той же начальной скоростью $v_0 = 1,45$ км/с. Удельный заряд иона



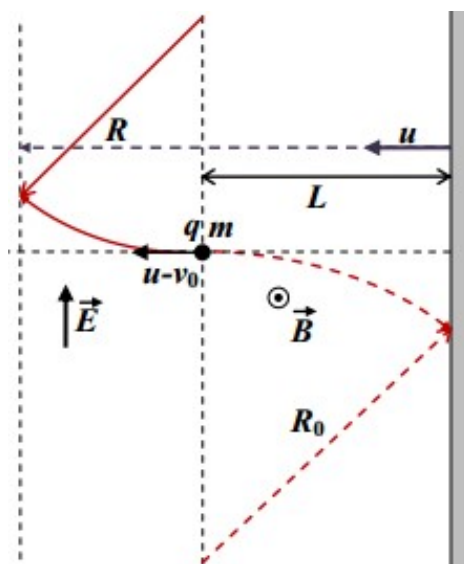
$\frac{q}{m} = +2,618 \cdot 10^6$ Кл/кг, в области его движения, в вакууме, создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. Полет каждого иона до экрана занимал время $t_0 = 2$ мкс. Затем в области движения ионов создали однородное электрическое поле, направленное перпендикулярно векторам индукции и начальной скорости. После этого время движения иона до экрана уменьшилось в два раза. Найдите напряженность созданного электрического поля.

Ответ на вопрос: Центробежное ускорение иона создается силой Лоренца, то есть $m \frac{v^2}{R} = qvB$. Из этого уравнения видно, что $R = \frac{mv}{qB} = 2$ мм.

Критерии проверки:

Используется правильное выражение для силы Лоренца	1
Правильно записано уравнение движения иона в магнитном поле	3
Получена правильная формула для R	3
Дан правильный численный ответ	2
ВСЕГО	10

Решение задачи: До включения электрического поля ионы двигались с угловой скоростью $\omega = \frac{qB}{m}$ по окружности радиуса $R_0 = \frac{mv_0}{qB} = \frac{v_0}{\omega}$. Пусть L – расстояние от точки старта ионов до экрана. Тогда из геометрии (см. рисунок, красный пунктир), с учетом того, что угол поворота иона за время движения $\varphi_0 = \omega t_0$, находим, что $L = R_0 \sin(\varphi_0) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t_0)$.



После включения электрического поля уравнение движения иона принимает вид $m\vec{a} = q \cdot \vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]$. Удобно перейти в «дрейфующую» Систему Отсчета, которая движется относительно исходной с постоянной скоростью $u = E/B$, совпадающей по направлению с $\vec{v}_0$. В этой СО $\vec{a}' = \vec{a}$ и $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$, то есть уравнение движения принимает вид

$$m\vec{a}' = q \cdot \vec{E} + q[\vec{u} \times \vec{B}] + q[\vec{v}' \times \vec{B}] = q[\vec{v}' \times \vec{B}],$$

то есть совпадает с уравнение движения иона только в магнитном поле, равном прежнему! Значит, ион в этой СО летит с прежней угловой скоростью $\omega = qB/m$ по новой окружности, а экран «гонится» за ним со скоростью u . Введем обозначение $Z \equiv u/v_0$ (учитывая, что время движения иона изменилось заметно, мы далее *предполагаем*, что $Z > 1$; отметим, что наши формулы будут справедливы и при $Z \leq 1$). Тогда стартовая скорость иона $v'_0 = u - v_0 = (Z - 1)v_0$, и радиус новой окружности

$$R = \frac{mv'_0}{qB} = (Z - 1) \frac{v_0}{\omega}. \quad \text{Поэтому новая формула для } L \text{ – это}$$

$$L = ut - R \cdot \sin(\omega t) = Z \cdot v_0 t - (Z - 1) \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad (\text{см. рисунок, красные линии}).$$

Приравняв оба выражения для L («старое» и «новое»), получаем уравнение

$$Z \cdot v_0 t - (Z - 1) \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t_0) \Rightarrow Z = \frac{\sin(\omega t_0) - \sin(\omega t)}{\omega t - \sin(\omega t)}.$$

Подставляя числовые значения с учетом $\omega = qB/m \approx 0,5236 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$, находим $Z \approx 15,51$ (как видно, $Z > 1$ и наше предположение оправдалось; можно обратить внимание, что с высокой точностью $\omega t_0 \approx \pi/3$ и $\omega t \approx \pi/6$, что упрощает расчеты). Следовательно, $E = u \cdot B = Z \cdot v_0 B \approx 4498 \text{ В/м}$.

Ответ: $E = \frac{\sin(\omega t_0) - \sin(\omega t)}{\omega t - \sin(\omega t)} v_0 B \approx 4498 \text{ В/м}$. «Зачетный» диапазон

(4500 ± 50) В/м.

Критерии проверки:

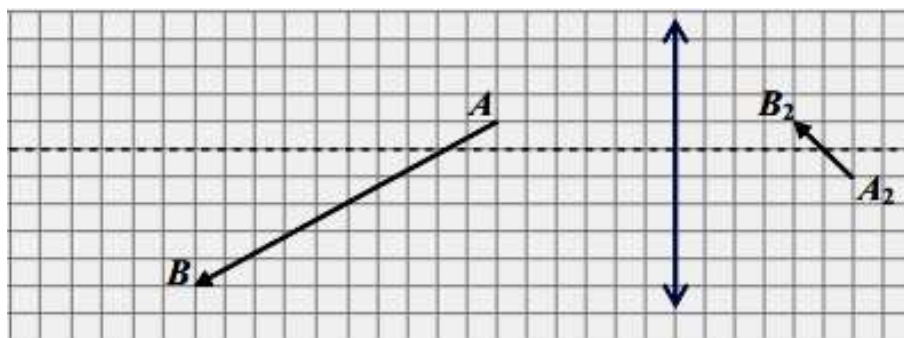
Правильно записана формула, связывающая расстояние до экрана с временем движения до включения электрического поля	2
Используется переход в «дрейфующую» СО	2

Указано, что в «дрейфующей» СО частица снова совершает лармовское вращение	3
Правильно записана формула, связывающая расстояние до экрана с временем движения после включения электрического поля	2
Записано правильное уравнение, содержащее только E в качестве неизвестной	2
Получен правильный аналитический ответ (для E или другой однозначно связанной с ним величины – например, Z)	2
Получен численный ответ в диапазоне (4500 ± 50) В/м	2
ВСЕГО	15

Задание 4:

Вопрос: Всегда ли изображением прямолинейного отрезка в тонкой собирающей линзе является прямолинейный отрезок? Ответ обосновать. Считать отрезок небольшим и расположенным вблизи главной оптической оси линзы.

Задача: На бумаге в клетку частично изображено оптическое построение. Действительное изображение A_2B_2 предмета AB создано оптической системой из двух тонких линз. Правая (по рисунку) линза системы – собирающая с оптической силой $D_2 = +\frac{20}{3}$ дптр – показана на рисунке. Пунктирная линия – главная оптическая ось системы. Длина стороны клетки «по горизонтали» (вдоль ГОО) отвечает расстоянию $l = 5$ см, «по вертикали» – в 10 раз меньше. Найдите оптическую силу левой линзы и расстояние между оптическими центрами линз, лежащими в узлах клетчатой сетки.



Ответ на вопрос: Для построения небольшого отрезка вблизи ГОО линзы можно использовать параксиальное приближение. Это означает, что мы можем при этом использовать правила построения хода лучей, разработанные для тонких линз, для любого луча, связывающего точки этого отрезка и их изображения. В частности, мы можем рассмотреть луч, идущий вдоль отрезка – он будет проходить через все его точки. Этот луч после преломления на плоскости тонкой линзы пройдет через все точки изображения отрезка, то есть они будут лежать на одной прямой. Изображение отрезка будет отрезком, если между ними не будет «разрывов». При всех положениях точечного источника, кроме его размещения в ближней фокальной плоскости линзы, увеличение является конечным, и у «очень близко» расположенных точек изображения тоже находится «очень близко». Значит, разрыв возможен, только если отрезок пересекает ближнюю фокальную плоскость линзы. И это действительно так:

изображение точки из фокальной плоскости находится в бесконечности – перед линзой для мнимых изображений (точек, приблизившихся к фокальной плоскости, двигаясь от линзы) и за линзой для действительных изображений (точек, двигавшихся к линзе). Итак, ответ на поставленный вопрос: Всегда, если отрезок не пересекает ближнюю фокальную плоскость линзы. Если пересекает – его изображением является «разорванная» прямая, включающая «бесконечно удаленные точки» (параллельные пучки лучей).

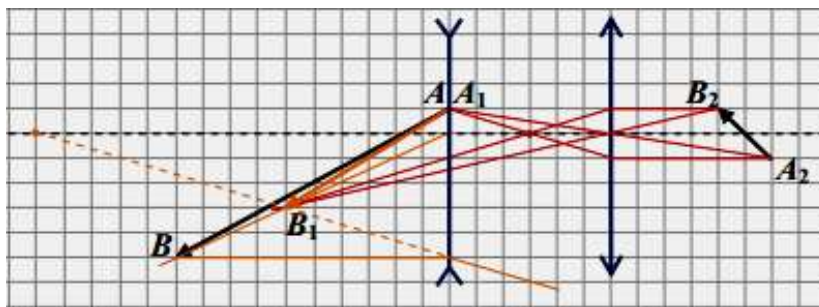
Примечание: Возможно алгебраическое доказательство основного утверждения. Если ввести систему координат, у которой ось x направлена вдоль ГОО («по ходу» лучей от отрезка), а ось y – вдоль плоскости линзы, то можно найти уравнение для изображения прямой $y = kx + b$, созданного линзой. В самом деле, расстояние от точки отрезка до линзы в такой СК равно $-x$, а от линзы до изображения этой точки x' . Из формулы линзы следует, что $\frac{1}{-x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{F} \Rightarrow x = \frac{Fx'}{F - x'}$. Поскольку точка и изображение соединяются прямой, проходящее через оптический центр (начало координат), то $y' = \frac{x'}{x} y = \frac{F - x'}{F} \left(k \frac{Fx'}{F - x'} + b \right) = \left(k - \frac{b}{F} \right) x' + b$, то есть изображением прямой является прямая (мы даже получили связь коэффициентов наклона этих прямых). Остается только учесть условие неразрывности отрезка-изображения так же, как и в геометрическом варианте доказательства.

Критерии проверки:

Доказано (любым способом), что тонкая линза отображает прямую в прямую	4
Указано, что для ответа на вопрос необходимо проанализировать непрерывность отрезка-изображения	3
Указано, что отрезок-предмет не должен пересекать фокальную плоскость	3
ВСЕГО	10

Решение задачи: Мы знаем, что A_2B_2 – действительное изображение для правой линзы. Тогда, поскольку нам известна оптическая силы линзы, мы можем найти положения «предмета» A_1B_1 (то есть изображения AB в левой линзе системы). Достаточно провести лучи, приходящие в точки A_2 и B_2 через оптический центр левой линзы (они продолжают за линзу без преломления) и параллельно ГОО (приходят к линзе из ее фокуса, отмеченного красной точкой). В результате мы обнаруживаем, что отрезок A_1B_1 расположен очень близко к AB , а A и A_1 вообще совпадают. Значит, плоскость левой линзы проходит через A вдоль «вертикальной» линии сетки. Дополнительно это можно проверить, проведя прямую BB_1 – она должна пересечь ГОО в оптическом центре левой линзы. Как видно, AB и A_1B_1 лежат по одну сторону от линзы (изображение мнимое) и изображение ближе к линзе (оно уменьшенное). Такие изображения может создавать только рассеивающая линза. Поэтому, проведя луч от точки B вдоль ГОО до плоскости линзы, строим его преломление в линзе, зная, что его продолжение должно проходить через B_1 (пунктир). Но это продолжение должно проходить и через фокус левой линзы. Таким образом, этот фокус

находится на пересечении этой прямой и ГОО (оранжевая точка). Пересчитав клетки, находим, что модуль фокусного расстояния левой линзы $|F_1| = 75$ см и $D_1 = -4/3$ Дптр, а расстояние между оптическими центрами линз $L = 30$ см.



Отметим, что информация о расположении оптических центров линз в узлах клетчатой сетки повышает точность, так как позволяет «скорректировать» ошибки, появляющиеся из-за неаккуратности построений. Разность масштабов по направлениям сетки введена для того, чтобы соединить возможность аккуратного построения и выполнение требования параксиальности лучей, участвующих в создании изображений.

Ответ: См. построение, оптическая сила правой линзы $D_1 = -4/3$ Дптр, а расстояние между оптическими центрами линз $L = 30$ см.

Критерии проверки:

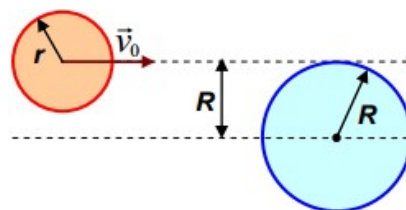
Правильно найдено положение A_1	2
Правильно найдено положение B_1	2
Указано (используется в решении), что A_1B_1 – мнимое изображение	1
Правильно найдено положение плоскости левой линзы	3
Правильно найдено положение фокуса левой линзы	3
Получен правильный численный ответ для D_1	2
Получен правильный численный ответ для L	2
ВСЕГО	15

БИЛЕТ № 03 (10 класс):

Задание 1:

Вопрос: Две гладкие цилиндрические шайбы, двигавшиеся поступательно, сталкиваются. При выполнении какого условия после удара они тоже движутся поступательно? Ответ объяснить.

Задача: На гладкой горизонтальной поверхности покоилась гладкая однородная цилиндрическая шайба массой $M = 700$ г с радиусом $R = 6$ см. Еще одна гладкая однородная цилиндрическая шайба такой же высоты (но с массой $m = 100$ г и радиусом $r = 4$ см) скользила, не вращаясь, по этой поверхности со скоростью $v_0 = 2,5$ м/с, причем ее центр двигался по прямой, касающейся поверхности покоящейся шайбы (см. рисунок).



Произошел упругий удар. Найдите величины скоростей шайб после удара.

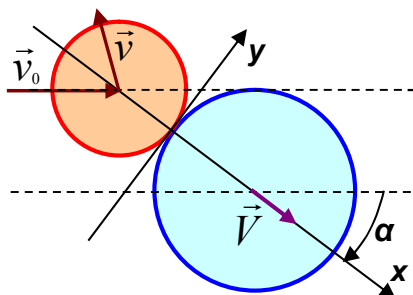
Ответ на вопрос: Для того, чтобы тела не изменили состояния вращения при ударе, момент действующих на них в процессе удара сил относительно центра

масс каждого тела должен быть равен нулю. Таким образом, линия удара (линия, вдоль которой будут направлены силы взаимодействия при ударе) должна проходить через центры масс обеих шайб. Поскольку шайбы гладкие и цилиндрические, линия удара будет идти перпендикулярно поверхности соприкосновения, то есть она пройдет через точку соприкосновения шайб и геометрические центры обеих шайб. Значит, шайбы не начнут вращаться, если их центры масс окажутся на этой же прямой. Например, это условие будет выполнено, если шайбы однородные, так как тогда их центры масс совпадают с их геометрическими центрами.

Критерии проверки:

Указано на необходимость равенства нулю момента сил взаимодействия относительно ЦМ шайб	4
Указано, что для этого линия удара должна проходить через эти ЦМ (или указано другое эквивалентное геометрическое условие для направления сил взаимодействия)	2
Указано, что для гладких цилиндрических шайб линия удара проходит через их геометрические центры	3
Приведен пример с однородными шайбами	1
ВСЕГО	10

Решение задачи: Так как силы трения между шайбами нет, то покоящаяся шайба начнет двигаться по линии удара, которая совпадает с прямой, проходящей через центры шайб в момент соударения. Удобно анализировать соударение в системе координат, в которой эта линия выбрана как ось x , а



ось y – перпендикуляр к ней (как показано на рисунке). Обозначим α угол между линией удара и направлением начального движения шайбы. Из геометрического анализа видно, что $\sin \alpha = \frac{R}{R+r} = \frac{3}{5}$. Так как силы, действующие на шайбы, направлены вдоль оси x , то проекции скоростей шайб на ось y не изменяются, то есть $V_y = 0$ и $v_y = v_0 \sin \alpha = \frac{3}{5} v_0$.

Задача для x -компонент скоростей полностью аналогична «стандартной» задаче о лобовом упругом соударении:

$$\left\{ \begin{array}{l} m v_0 \cos \alpha = m v_x + M V_x \\ \frac{m (v_0 \cos \alpha)^2}{2} = \frac{m v_x^2}{2} + \frac{M V_x^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_x = \frac{m-M}{m+M} v_0 \cos \alpha = -\frac{3}{5} v_0 \\ V_x = \frac{2m}{m+M} v_0 \cos \alpha = \frac{1}{5} v_0 \end{array} \right.$$

(здесь учтено, что $\cos \alpha = \frac{4}{5}$). Таким образом, $V = \frac{1}{5} v_0 = 0,5$ м/с, а

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{3\sqrt{2}}{5} v_0 \approx 2,12 \text{ м/с.}$$

Ответ: Конечная скорость большей шайбы $V = \frac{1}{5}v_0 = 0,5 \text{ м/с}$, а меньшей $v = \frac{3\sqrt{2}}{5}v_0 \approx 2,12 \text{ м/с}$.

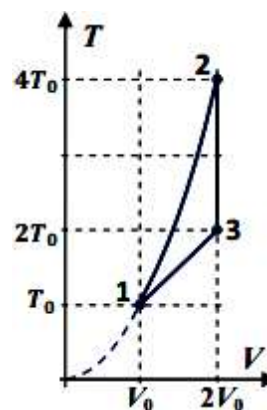
Критерии проверки:

Правильно записаны два независимых уравнения ЗСИ	2+2=4
Правильно записано уравнение ЗСЭ	3
Установлено (используется в решении), что большая шайба движется вдоль линии удара	1
Получены правильные выражения для двух компонент скорости меньшей шайбы	1+1=2
Получено правильное выражение для скорости большей шайбы	1
Получен правильный численный ответ для скорости большей шайбы	2
Получен правильный численный ответ для скорости меньшей шайбы	2
ВСЕГО	15

Задание 2:

Вопрос: При изобарном сжатии от постоянного количества одноатомного идеального газа было отведено количество теплоты, равное 750 Дж. Какая работа была совершена над газом в этом процессе? Ответ обосновать.

Задача: Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела на графике в координатах температура-объем показан на рисунке. Диаграмма процесса 1-2 – это участок параболы с вершиной в начале координат, диаграммы двух других процессов – отрезки прямых. Определите количество теплоты, получаемое газом за цикл от нагревателя, и найдите КПД цикла.



Ответ на вопрос: Внутренняя энергия одноатомного идеального газа, выраженная через его давление и объем, равна $U = \frac{3}{2}pV$. По I Началу термодинамики $Q = A + \Delta U$, где A – работа газа. При изобарном сжатии $A = p \cdot \Delta V$, и $Q = p \cdot \Delta V + \frac{3}{2}\Delta(pV) = \frac{5}{2}p\Delta V = \frac{5}{2}A$. Работа над газом $A' = -A = -\frac{2}{5}Q = +300 \text{ Дж}$.

Критерии проверки:

Используется правильное выражение для внутренней энергии газа	2
Используется правильное выражение для работы в изобарном процессе	2
Получена правильная связь работы и количества теплоты в изобарном процессе	4
Получен правильный численный ответ*)	2
ВСЕГО	10

*) При неправильном знаке – минус 1 балл.

Решение задачи: Ясно, что газ получает тепло в процессе 1-2 (температура и объем растут), а отдает в процессах изохорного (2-3) и изобарного (3-1) охлаждения. То, что участок 3-1 – изобара, определяется по тому, что идущая вдоль него прямая очевидно проходит через начало координат, то есть в этом процессе объем пропорционален абсолютной температуре при постоянном количестве вещества.

В изохорном процессе 2-3 $A_{23} = 0$, $Q_{23} = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \cdot (T_3 - T_2) = -3\nu R T_0$. В изобарном процессе 3-1 молярная теплоемкость одноатомного идеального газа $c_p = \frac{5}{2} R$, и $Q_{31} = \frac{5}{2} \nu R \cdot (T_1 - T_3) = -\frac{5}{2} \nu R T_0$. Значит, $Q_X = -Q_{23} - Q_{31} = \frac{11}{2} \nu R T_0$. В процессе 1-2, согласно условию, температура растет пропорционально квадрату объема: $T = \alpha V^2$. С учетом уравнения Менделеева-Клапейрона $pV = \nu RT = \nu R \alpha V^2 \Rightarrow p(V) = \nu R \alpha V \equiv kV$. Значит, давление растет прямо пропорционально объему. Работа газа в таком процессе $A_{12} = \frac{kV_2 + kV_1}{2} (V_2 - V_1) = \frac{k}{2} (V_2^2 - V_1^2) = \frac{\nu R}{2} (T_2 - T_1)$. Поэтому количество теплоты нагревателя

$$Q_H = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{\nu R}{2} (T_2 - T_1) + \frac{3\nu R}{2} (T_2 - T_1) = 2\nu R \cdot (T_2 - T_1) = 6\nu R T_0.$$

В результате КПД цикла $\eta = 1 - \frac{Q_X}{Q_H} = \frac{1}{12} \approx 8,3\%$.

Ответ: Количество теплоты нагревателя $Q_H = 6\nu R T_0$, КПД цикла $\eta = \frac{1}{12} \approx 8,3\%$.

Критерии проверки:

Правильно определены все три процесса ИЛИ Диаграммы всех трех процессов правильно построены в координатах давление-объем	2+2+2=6
Для всех процессов правильно указано направление теплообмена	1+1+1=3
Правильно найдена работа газа в цикле ИЛИ Правильно найдено количество теплоты, отдаваемое холодильнику	2
Получено правильное выражение для количество теплоты нагревателя	2
Получен правильный численный ответ для КПД	2
ВСЕГО	15

Задание 3:

Вопрос: В схеме из задачи сопротивления всех нагревательных элементов одинаково и равно R . Сопротивление крайних реостатов всегда одинаково. Чему оно должно быть равно, чтобы сила тока в среднем реостате равнялась нулю?

Задача: В схеме, показанной на рисунке, использованы четыре одинаковых нагревателя и три реостата, сопротивления которых связаны: у крайних реостатов они всегда равны и растут одинаково при повороте управляющего

рычажка, а у среднего оно отличается и убывает при том же повороте. При «среднем» положении этого рычажка мощность, потребляемая парой параллельно соединенных нагревателей, равна $P_0 = 100$ Вт, а потребляемая парой последовательно соединенных – $P'_0 = 196$ Вт. Затем рычажок повернули, и мощности изменились: они стали равны $P_1 = 121$ Вт и $P'_1 = 256$ Вт. Потом его повернули еще раз, увеличив сопротивление каждого из крайних реостатов на ту же величину, что и при первом повороте. Теперь оказалось, что $P_2 = 144$ Вт. Найдите P'_2 .

Ответ на вопрос: При нулевой силе тока в среднем реостате сила тока в «верхнем» реостате I_1 равна силе тока через пару параллельно соединенных нагревательных элементов, а сила тока в «нижнем» реостате I_2 равна силе тока через пару последовательно соединенных нагревательных элементов. Кроме того, тогда напряжение на среднем реостате равно нулю, и напряжение на «верхнем» реостате U_1 равно напряжению на паре последовательно соединенных нагревательных элементов, а напряжение на «нижнем» реостате U_2 – напряжению на паре параллельно соединенных нагревательных элементов. Значит, сопротивления крайних реостатов удовлетворяют соотношению «баланса моста»: $\tilde{R}^2 = \frac{U_1}{I_1} \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_1}{I_2} \frac{U_2}{I_1} = 2R \cdot \frac{R}{2} = R^2$. Значит, для отсутствия тока в среднем реостате нужно, чтобы сопротивления крайних реостатов равнялись сопротивлению одного нагревательного элемента R .

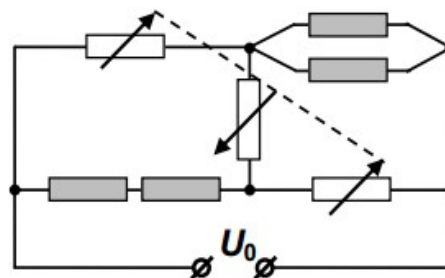
Примечание: Можно использовать условие баланса моста без доказательства.

Критерии проверки:

Используется правильная связь величин сил токов в участках на одном «берегу» моста	1+1=2
Используется правильная связь величин напряжений по разные стороны от моста	1+1=2
Записано условие баланса моста*)	3
Получен правильный ответ	3
ВСЕГО	10

*) Если условие баланса моста используется как известный результат, за него начисляются все 7 баллов полностью.

Решение задачи: Обозначим R – сопротивление каждого из нагревателей, $x \cdot R$ – сопротивление одного из «крайних» реостатов при исходном положении управляющего рычажка, а $\Delta R \equiv \Delta x \cdot R$ – изменение сопротивления этих реостатов при каждом переключении. Тогда, вычисляя сумму напряжений по «верхнему берегу» нашего моста, получаем: $I_1 x R + I \frac{R}{2} = U_0$ (I – сила тока через пару параллельно соединенных нагревателей). Аналогично для «нижнего берега» запишем (I' – сила тока через пару последовательно соединенных



нагревателей): $I'2R + I_2xR = U_0$. Из этих соотношений находим связь сил токов: $\frac{2}{x}I' - \frac{1}{2x}I = I_1 - I_2$. Еще одну связь получаем из условия непрерывности общего тока $I_1 + I' = I_2 + I \Rightarrow I - I' = I_1 - I_2$. Комбинируя эти уравнения, обнаруживаем, что отношение сил токов через пары нагревателей зависит только от отношения сопротивления крайних реостатов и нагревателей: $\frac{I'}{I} = \frac{2x+1}{2(x+2)}$. Отношение

мощностей потребления $\frac{P'}{P} = \frac{I'^2 \cdot 2R}{I^2 \cdot (R/2)} = \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^2$. Из данных для исходного

положения рычажка: $\frac{2x+1}{x+2} = \sqrt{\frac{P'_0}{P_0}} = \frac{7}{5} \Rightarrow x = 3$. После первого поворота рычажка

$\frac{2(x+\Delta x)+1}{x+\Delta x+2} = \sqrt{\frac{P'_1}{P_1}} = \frac{16}{11} \Rightarrow x + \Delta x = 3,5 \Rightarrow \Delta x = 0,5$. Значит, после второго поворота

рычажка $\frac{P'_2}{P_2} = \left(\frac{2x+4\Delta x+1}{x+2\Delta x+2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, и $P'_2 = \frac{9}{4}P_2 = 324$ Вт.

Ответ: $P'_2 = \frac{9}{4}P_2 = 324$ Вт.

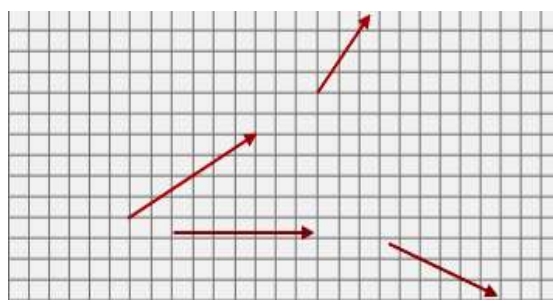
Критерии проверки:

Правильно записано уравнение баланса напряжений для двух «берегов» моста	3
Правильно записано уравнение непрерывности тока	3
Получено правильная связь сил токов, текущих через нагреватели	4
Получено правильная связь мощностей тепловыделения в парах нагревателей	3
Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО	15

Задание 4:

Вопрос: Точечный источник света поместили в главный фокус тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = -120$ см. Под каким углом к ее главной оптической оси будет направлен после прохождения линзы луч от этого источника, упавший на линзу в точке на расстоянии $d = 21$ мм от этой оси?

Задача: На бумаге в клетку частично изображено построение хода лучей через тонкую линзу. При этом сама линза и ее характерные точки отсутствуют:

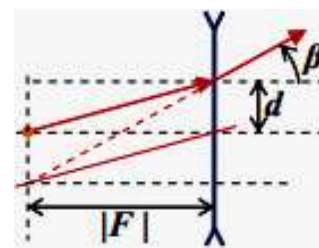


сохранилось только изображение участков двух лучей – до и после преломления в линзе. Восстановите положение главной оптической оси линзы и найдите ее оптическую силу. Длина стороны клетки равна 5 мм.

Подсказка: оптический центр линзы и ее главные фокусы находятся в узлах «сетки».

Ответ на вопрос: Для построения преломленного луча для заданного падающего нужно построить параллельный падающему вспомогательный луч,

проходящий через оптический центр линзы. В случае рассеивающей линзы продолжение преломленного луча должно пересекаться с вспомогательным в фокальной плоскости линзы (см. рисунок). Тогда угол отклонения преломленного луча от ГОО линзы находится из соотношения $\operatorname{tg}(\beta) = 2d/|F| = 0,035$. С учетом малости этой величины $\beta \approx 0,035 \text{ рад} \approx 2^\circ$.

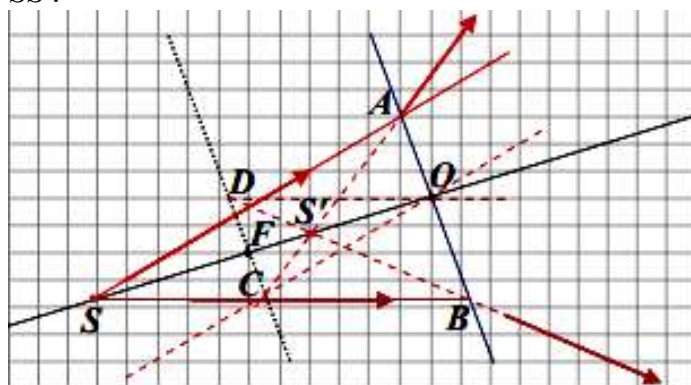


Критерии проверки:

Указано на возможность построения вспомогательного луча, проходящего через оптический центр линзы	2
Правильно и полностью описано построение преломленного луча	2
Явно приведено построение преломленного луча	2
Получен правильный ответ для величины тангенса угла	3
Получен правильный ответ для величины угла с учетом его малости	1
ВСЕГО	10

Решение задачи: Имеющиеся на рисунке отрезки лучей должны находиться по разные стороны от линзы (по условию) и, кроме того, луч, падающий на тонкую линзу, и луч, преломленный в ней, должны пересекаться в плоскости линзы. Нетрудно заметить, что возможен только один способ выбора пар падающий–преломленный луч, при котором точки пересечения задают положение плоскости линзы вдоль прямой AB (при другом выборе плоскость линзы пересекала бы падающие лучи). По характеру преломления лучей ясно, что эта линза – рассеивающая.

Продолжив до пересечения падающие лучи (точка S) и преломленные лучи (точка S') находим пару точек, в котором одна является изображением другой. Ясно, что соединяющая их прямая должна проходить через оптический центр линзы, поэтому центр расположен в точке O , в которой пересекаются прямые AB и SS' . Главная оптическая ось линзы проходит через O перпендикулярно AB , причем оказывается, что SS' как раз и является этим перпендикуляром. Итак, ГОО линзы – это SS' .



Если провести через точку O луч, параллельный любому из падающих лучей (пунктирные линии на рисунке), то он должен пересечься с продолжением преломленного луча в фокальной плоскости линзы (точки C и D – см. ответ на вопрос). Поэтому главный фокус линзы находится как пересечение CD и SS' – это точка F . Можно также найти одну из точек (C или D), и опустить

перпендикуляр на SS' , но по двум точкам построение точнее. Практически неизбежные при построениях вручную мелкие неточности при нахождении O и F можно скорректировать благодаря информации, что они находятся в узлах сетки. Расстояние между ними тоже считается «по клеточкам» 2 клетки «по вертикали» и 6 клеток «по горизонтали» дают для модуля фокусного расстояния линзы $|F| = 5 \text{ мм} \cdot \sqrt{4 + 36} \approx 31,62 \text{ мм}$. Значит, оптическая сила линзы

$$D = -\frac{1}{|F|} \approx -31,62 \text{ Дптр}.$$

Ответ: См. построение: ГОО линзы – это SS' , $D = -1/|F| = -10\sqrt{10} \text{ Дптр} \approx -31,62 \text{ Дптр}$.

Критерии проверки:

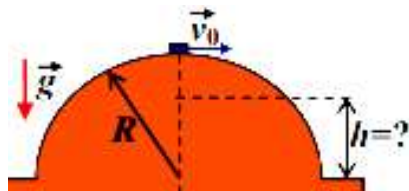
Правильно выбраны пары падающий–преломленный луч	1
Указано (используется в решении), что лучи каждой пары должны пересекаться в плоскости линзы	2
Правильно найдено положение плоскости линзы	3
Правильно найдено положение ГОО линзы	2
Правильно найдено положение оптического центра линзы	2
Правильно найдено положение фокуса линзы	3
Получен правильный численный ответ для D	2
ВСЕГО	15

БИЛЕТ № 05 (9 класс):

Задание 1:

Вопрос: Какую минимальную по величине скорость необходимо сообщить маленькой шайбе на вершине гладкой полусферической горки радиуса R , чтобы она полетела (оторвавшись от поверхности горки) сразу после старта? Ускорение свободного падения g , сопротивление воздуха отсутствует.

Задача: На вершине полусферической гладкой горки радиусом $R = 45 \text{ см}$ удерживали маленькую шайбу. Ее запустили скользить по поверхности горки, сообщив ей начальную скорость $v_0 = 1,5 \text{ м/с}$. На какой высоте от основания горки



шайба оторвется от ее поверхности? Какова будет максимальная величина ускорения шайбы во время ее скольжения по горке? Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$, сопротивлением воздуха пренебrecь.

Ответ на вопрос: Если шайба не отрывается от поверхности горки, она движется по окружности радиуса R , и ее центростремительное ускорение на вершине горки создается разностью сил тяжести и силы нормальной реакции

поверхности: $m \frac{v_0^2}{R} = mg - N \Rightarrow N = m \left(g - \frac{v_0^2}{R} \right)$. При отрыве обращается в ноль, так

что минимальная необходимая для отрыва скорость $v_{\min} = \sqrt{gR}$.

Критерии проверки:

Используется правильное выражение для центростремительного ускорения шайбы	1
Правильно записано уравнение движения шайбы для центростремительной компоненты ускорения	3
Указано, что в точке отрыва сила нормальной реакции обращается в ноль	3
Получена правильная формула для минимальной скорости	3
ВСЕГО	10

Решение задачи: В процессе скатывания шайбы с горки ее потенциальная энергия в поле тяжести будет переходить в кинетическую энергию:

$$mg(R-h) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v^2(h) = v_0^2 + 2g(R-h). \text{ С другой стороны, уравнение для}$$

центростремительной компоненты ускорения шайбы движения следует, что

$$m \frac{v^2}{R} = N - mg \cdot \cos(\alpha) \quad (N - \text{сила нормальной реакции, действующая на шайбу со}$$

стороны поверхности горки), где угол α отклонения радиуса, проведенного в

точку отрыва, связан с высотой h соотношением $\cos(\alpha) = \frac{h}{R}$. Снова, как и при

ответе на вопрос, воспользуемся тем, что в точке отрыва $N = 0$. Тогда получаем

$$\text{уравнение } v_0^2 + 2g(R-h) = gR \cos(\alpha) = gh. \text{ Решая его относительно высоты,}$$

$$\text{получаем: } h = \frac{v_0^2}{3g} + \frac{2}{3}R = 37,5 \text{ см.}$$

Как ясно из общего уравнения движения $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$, величина ускорения в точке отрыва равна величине ускорения свободного падения. До этой точки $\vec{N}$ всегда уменьшает перпендикулярную поверхности компоненту ускорения, не влияя на касательную. Значит, до отрыва величина ускорения всегда меньше g . Таким образом, максимальная величина ускорения шайбы во время ее скольжения по горке равна величине ускорения свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $h = \frac{v_0^2}{3g} + \frac{2}{3}R = 37,5 \text{ см}$, максимальная величина ускорения шайбы равна $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Критерии проверки:

Правильно записано уравнение ЗСЭ для скатывания шайбы	2
Получена правильная связь скорости шайбы с ее высотой над основанием горки	3
Правильно записано уравнение движения шайбы для центростремительной компоненты ускорения	2
В решении используется условие отрыва $N = 0$	2
Доказано, что величина ускорения шайбы достигает максимума в момент отрыва	2
Получен правильный численный ответ для высоты отрыва	2
Получен правильный численный ответ для максимального ускорения	2
ВСЕГО	15

Задание 2:

Вопрос: Тонкая металлическая пластина с двух сторон покрыта слоями одного и того же теплоизолирующего материала, причем слой «слева» от пластины в два раза толще, чем «справа». Слева от левого слоя поддерживается неизменная температура 29°C , а справа от правого слоя – неизменная температура 20°C . Чему равна установившаяся температура пластины? Ответ обосновать.

Задача: Через металлический брусок проходит трубка постоянного сечения, по которой можно пропускать воду. Брусок закреплен в воздухе на теплоизолирующих подставках. Температура воздуха в помещении поддерживается постоянной и равной $16,0^{\circ}\text{C}$. Если температуру воды в трубке на входе в брусок также поддерживать постоянной и равной $48,0^{\circ}\text{C}$, то в установившемся режиме (когда все температуры уже не изменяются) температура воды в трубке на выходе из бруска будет равна $27,1^{\circ}\text{C}$. Если при той же температуре воздуха в помещении начальная температура воды будет поддерживаться равной $54,0^{\circ}\text{C}$, то температура воды на выходе из бруска в установившемся режиме станет равна $31,3^{\circ}\text{C}$. Какой станет температура воды в трубке на выходе из бруска в установившемся режиме при той же температуре в помещении, если температуру воды в трубке на входе в брусок поддерживать равной $58,0^{\circ}\text{C}$? Теплопроводность металла намного лучше, чем у воды или стенок трубки.

Ответ на вопрос: Металл намного лучше проводит тепло, чем теплоизолирующий материал, так что температуру тонкой пластины t можно считать одинаковой во всех ее точках. В «установившемся» режиме потоки тепла через оба слоя теплоизолирующего материала одинаковы. По закону Фурье каждый поток прямо пропорционален разности температур по разные стороны от слоя и обратно пропорционален толщине слоя. Поэтому

$$\frac{t_{\text{Л}} - t}{2} = t - t_{\text{П}} \Rightarrow t = \frac{t_{\text{Л}} + 2t_{\text{П}}}{3} = 23^{\circ}\text{C}.$$

Критерии проверки:

Указано (используется в решении), что в «установившемся» режиме потоки тепла через оба слоя одинаковы	2
Указано (используется в решении), что каждый поток прямо пропорционален разности температур по разные стороны от слоя и обратно пропорционален толщине слоя	3
Получен правильный аналитический ответ	3
Получена правильный численный ответ	2
ВСЕГО	10

Решение задачи: Для решения задачи нам нужно установить характер связи между температурой воды на входе в брусок в каждом случае t_{Hi} , температурой окружающей среды t_0 и температурой воды на выходе из бруска t_{Ki} . Ясно, что «в установившемся режиме» в единицу времени вода с плотностью ρ и удельной теплоемкостью c , текущая со скоростью v по трубке с сечением S , отдает количество теплоты $q = c\rho v S(t_{\text{H}} - t_{\text{K}})$, и это же количество теплоты за то же время должно проходить от воды к металлу бруска и от него к окружающему

воздуху. Согласно закону Фурье, эти количества теплоты пропорциональны разностям температур соответствующих тел (металлический брусок «хорошо» проводит тепло, поэтому будем считать, что его температура примерно постоянна по его объему). Считая, что стенки трубки, по которой течет вода, всюду одинаковы, приходим к выводу что в формуле закона Фурье в качестве ее температуры нужно брать среднюю $t_{cp} = \frac{t_H + t_K}{2}$. Тогда, учитывая постоянство

«геометрии системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} c\rho v S(t_{Hi} - t_{Ki}) = \alpha(t_0 - t) \\ c\rho v S(t_{Hi} - t_{Ki}) = \beta \left(t - \frac{t_{Hi} + t_{Ki}}{2} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow t_{Ki} = \frac{2\alpha\beta t_0 + \beta(2\gamma - \alpha)t_{Hi}}{2\beta\gamma + \alpha(2\gamma + \beta)},$$

где t – температура бруска, $\gamma = c\rho v S$, а α и β – постоянные величины. Мы обнаружили, что нужная нам связь – линейная, то есть имеет вид $t_{Ki} = a \cdot t_0 + b \cdot t_{Hi}$. Для двух заданных случаев это соотношение дает

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{K1} = a \cdot t_0 + b \cdot t_{H1} \\ t_{K2} = a \cdot t_0 + b \cdot t_{H2} \end{array} \right\} \Rightarrow b = \frac{t_{K2} - t_{K1}}{t_{H2} - t_{H1}} = 0,7.$$

Тогда $t_{K3} - t_{K2} = b \cdot (t_{H3} - t_{H2}) = \frac{t_{K2} - t_{K1}}{t_{H2} - t_{H1}} (t_{H3} - t_{H2})$. Следовательно, в третьем

случае $t_{K3} = t_{K2} + \frac{t_{K2} - t_{K1}}{t_{H2} - t_{H1}} (t_{H3} - t_{H2}) = 34,1^\circ\text{C}$.

Ответ: $t_{K3} = t_{K2} + \frac{t_{K2} - t_{K1}}{t_{H2} - t_{H1}} (t_{H3} - t_{H2}) = 34,1^\circ\text{C}$.

Критерии проверки:

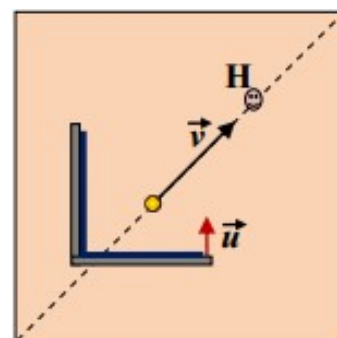
Указано (используется в решении), что количества теплоты, за одно и то же время передаваемые от воды к металлу бруска и от него к окружающему воздуху, одинаковы	2
Для расчета количества теплоты, передаваемого от воды к металлу бруска, используется средняя температура воды	2
Показано, что связь t_K с t_H и t_0 – линейная	4
Найден нужный коэффициент линейной зависимости	2
Записано правильное выражение для t_{K3}	2
Получен правильный численный ответ для t_{K3}	3
ВСЕГО	15

Задание 3: Совпадало по содержанию с заданием 3 из билета для 10 класса.

Задание 4:

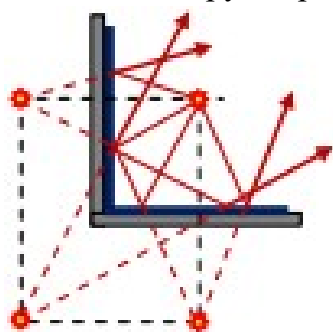
Вопрос: Какое максимальное количество своих изображений можно увидеть (хотя бы частично) в двугранном зеркале, плоские грани которого перпендикулярны друг другу?

Задача: По диагонали квадратного поля движется со скоростью $v = \sqrt{2}$ м/с $\approx 1,414$ м/с небольшой робот с яркой лампочкой. Вслед за ним движется на подставке с



роликами двугранное зеркало, у которого обе зеркальные поверхности параллельны сторонам поля, и его скорость $u = 0,5$ м/с тоже параллельна одной из его сторон (см. рисунок). Неподвижный наблюдатель Н расположен так, что он видит максимально возможное количество изображений лампочки робота. Определите величины и направления скоростей всех этих изображений относительно наблюдателя.

Ответ на вопрос: Рассмотрим некоторое положение светящейся точки. Если луч, упавший от этой точки на грань двугранного зеркала, после отражения «не задевает» вторую грань, то он вместе с другими такими же лучами кажется

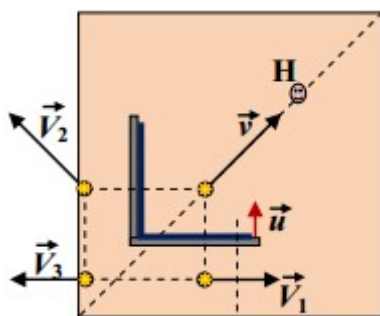


наблюдателю выходящим из своего изображения в этой грани, расположенного симметрично точке относительно плоскости этой зеркальной грани. Таким образом, две грани создадут два разных изображения светящейся точки. Кроме того, как видно из построения, лучи, которые после первого отражения падают на другую грань и испытывают второе отражение, кажутся выходящими из точки, симметричной первому изображению относительно второй грани. При этом

независимо от порядка отражений от граней это одно и то же изображение. Таким образом, всего двугранное зеркало создает три изображения светящейся точки, которые вместе с самой точкой находятся в вершинах прямоугольника, стороны которого параллельны граням зеркала. Чтобы увидеть каждое из изображений, глаз наблюдателя должен находиться в точке, в которой отрезок, соединяющий его с этим изображением, пересекает поверхность зеркала, создающего это изображение. Снова обратив внимание на построение, убеждаемся, что существуют точки, для которых это условие выполнено по отношению ко всем трем изображениям. Значит, максимальное количество наблюдаемых изображений – три (хотя вовсе не обязательно, что все три изображения будут видны целиком).

Критерии проверки:

Указано, что каждая из плоских граней зеркала создает одно изображение светящейся точки	2+2=4
Указано на существование третьего изображения благодаря «двойным» отражениям	3
Сформулировано условие видимости изображения для наблюдателя	1
Дан правильный ответ	2
ВСЕГО	10



Решение задачи: Перейдем в систему отсчета, связанную с зеркалом. В этой СО скорость лампочки $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$. Ее проекции на оси x (направленную «вправо» по рисунку параллельно грани зеркала) и y («вверх» параллельно второй грани) равны $v'_x = \frac{v}{\sqrt{2}} = 1$ м/с и $v'_y = \frac{v}{\sqrt{2}} - u = 0,5$ м/с.

Нетрудно заметить, что при одном отражении в

неподвижном плоском зеркале параллельная зеркалу компонента скорости источника сохраняется, а перпендикулярная – меняет знак. Значит, компоненты скоростей трех изображений относительно зеркала равны: $V'_{1x} = \frac{v}{\sqrt{2}}$ и

$$V'_{1y} = u - \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad V'_{2x} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad V'_{2y} = \frac{v}{\sqrt{2}} - u, \quad V'_{3x} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad V'_{3y} = u - \frac{v}{\sqrt{2}}.$$

Для возвращения в неподвижную СО нужно к каждой из скоростей добавить $\vec{u}$.

Значит: $V_{1x} = \frac{v}{\sqrt{2}}$ и $V_{1y} = 2u - \frac{v}{\sqrt{2}} = 0$, $V_{2x} = -\frac{v}{\sqrt{2}}$ и $V_{2y} = \frac{v}{\sqrt{2}}$, $V_{3x} = -\frac{v}{\sqrt{2}}$ и

$$V_{3y} = 2u - \frac{v}{\sqrt{2}} = 0. \quad \text{Теперь легко находим величины скоростей: } V_1 = \frac{v}{\sqrt{2}} = 1 \text{ м/с,}$$

$$V_2 = v = \sqrt{2} \text{ м/с} \approx 1,414 \text{ м/с} \quad \text{и} \quad V_3 = \frac{v}{\sqrt{2}} = 1 \text{ м/с.} \quad \text{Направления указаны на рисунке.}$$

Ответ: $V_1 = \frac{v}{\sqrt{2}} = 1 \text{ м/с}$, $V_2 = v = \sqrt{2} \text{ м/с} \approx 1,414 \text{ м/с}$ и $V_3 = \frac{v}{\sqrt{2}} = 1 \text{ м/с}$.

Критерии проверки:

Используется переход в СО, связанную с зеркалом	2
В этой СО правильно найдены компоненты скоростей всех изображений	1+1+1=3
Правильно описан переход в СО, связанную с наблюдателем	1
Правильно найдены компоненты скоростей всех изображений в этой СО	1+1+1=3
Получены правильные численные ответы	2+2+2=6
ВСЕГО	15

БИЛЕТ № 07 (7 и 8 классы):

Задание 1:

Вопрос: Модель автомобиля проезжает три круга по соревновательной трассе: первый круг – со скоростью 2,6 м/с, второй – со скоростью 3,9 м/с, и третий – со скоростью 5,2 м/с. Определите среднюю скорость модели за все время движения.

Задача: Соревновательная трасса для автомобилей состоит из трех участков, на одном из которых («начальном») он движется со скоростью $v = 80$ км/ч, на втором («сложном» спецучастке) – с несколько меньшей скоростью, а на третьем («быстром») с наибольшей скоростью для данного заезда. Известно, что длина «быстрого» участка в два раза больше, чем одинаковые длины «начального» и «сложного» участков. Во время первого заезда средняя скорость автомобиля на трассе равнялась 95 км/ч. Во втором заезде средняя скорость автомобиля на «быстром» участке возросла в 1,25 раза, а на «сложном» – во столько же раз уменьшилась. Оказалось, что средняя скорость на всей трассе осталась той же. Чему равнялась средняя скорость автомобиля на «быстром» участке во втором заезде?

Ответ на вопрос: Пусть L – длина круга. Тогда полное время движения $t = \frac{L}{v_1} + \frac{L}{v_2} + \frac{L}{v_3}$. Значит, средняя скорость $v_{cp} = \frac{3L}{t} = \frac{3v_1v_2v_3}{v_1v_2 + v_1v_3 + v_2v_3} = 3,6 \text{ м/с}$.

Критерии проверки:

Используется обозначение для длины круга	1
Правильно записана формула для полного времени движения	3
Записана правильная формула для средней скорости	3
Получено правильное численное значение средней скорости	3
ВСЕГО	10

Решение задачи: Пусть L – длина «начального» участка трассы. Тогда $2L$ – длина «быстрого» участка, а у «сложного» длина тоже равна L . Пусть также u и V – скорости робота на «сложном» и «быстром» участках. Тогда время первого прохождения трассы $t_1 = \frac{L}{v} + \frac{L}{u} + \frac{2L}{V}$, и поэтому заданная нам средняя скорость

$$\text{прохождения } v_{cp} = \frac{4L}{t_1} = \frac{4}{\frac{1}{v} + \frac{1}{u} + \frac{2}{V}} \Rightarrow \frac{4}{v_{cp}} - \frac{1}{v} = \frac{1}{u} + \frac{2}{V}.$$

При втором прохождении новые величины скоростей $u' = \frac{4}{5}u$ и $V' = \frac{5}{4}V$, и $t_2 = \frac{L}{v} + \frac{5L}{4u} + \frac{8L}{5V}$. Средняя скорость осталась прежней, а значит и время осталось прежним: $t_2 = t_1 \Rightarrow \frac{L}{u} + \frac{2L}{V} = \frac{5L}{4u} + \frac{8L}{5V} \Rightarrow u = \frac{5}{8}V$. Подставляя это выражение в уравнение,

$$\text{полученное выше для средней скорости, получаем: } \frac{4}{v_{cp}} - \frac{1}{v} = \frac{8}{5V} + \frac{2}{V} = \frac{18}{5V}.$$

$$\text{Выражаем из этого уравнения } V: V = \frac{18v_{cp}v}{5(4v - v_{cp})} \Rightarrow V' = \frac{5}{4}V = \frac{9v_{cp}v}{2(4v - v_{cp})} = 152 \text{ км/ч.}$$

Это и есть искомая скорость.

$$\text{Ответ: } V' = \frac{9v_{cp}v}{2(4v - v_{cp})} = 152 \text{ км/ч.}$$

Критерии проверки:

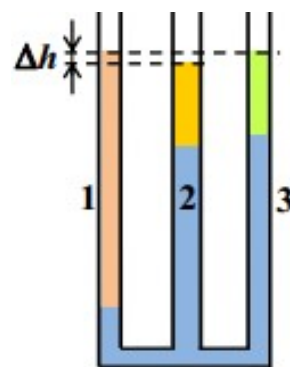
Записаны (используются в решении) правильные выражения для времен прохождения трассы через L и скорости	2+2=4
Записано правильное выражение для средней скорости при первом прохождении	3
Правильно записано условие неизменности средней скорости (времени прохождения)	3
Получено правильное уравнение, в которой единственной неизвестной является V' или V	2
Получен правильный аналитический ответ	1
Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО	15

Задание 2:

Вопрос: В тазу с водой плавал, не касаясь стенок таза, небольшой плот из полых герметично закрытых пластмассовых трубок. На нем лежал ледяной кубик. Как изменится уровень воды в тазу, когда лед полностью растает? Потери

воды (на испарение с поверхности, протекание таза и т.д.) пренебрежимо малы. Ответ обосновать.

Задача: Три достаточно высоких вертикальных трубки соединены внизу горизонтальной трубкой. Площади сечения трубок 1 и 3 одинаковы, а трубки 2 – в два раза больше. Сначала в эту систему сообщающихся сосудов налили воду с плотностью 1 г/см^3 , а затем в вертикальные трубки налили разные маслянистые (не смешивающиеся с водой) жидкости. Во всех трех трубках долитые жидкости расположились поверх воды: в трубке 1 – столбиком длиной $l_1 = 15 \text{ см}$, в трубках 2 и 3 – столбиками одинаковых длин $l_2 = l_3 = 5 \text{ см}$. При этом общий уровень жидкости в трубках 1 и 3 оказался одинаков, а в трубке 2 – на $\Delta h = 0,5 \text{ см}$ ниже. Известно, что плотность жидкости в трубке 1 равна $\rho_1 = 0,9 \text{ г/см}^3$. Найдите плотности жидкостей, налитых в трубки 2 и 3. Можно ли, доливая жидкость в трубку 2 (ту же, что и до этого наливали в нее), выровнять уровень во всех трех трубках? Если можно, то найдите, на сколько для этого нужно увеличить длину столбика жидкости в трубке 2. Считайте, что трубки не переполняются, и границы раздела жидкостей всегда оказываются в вертикальных трубках.



Ответ на вопрос: Не изменится, так как после таяния льда образуется объем воды, масса которого равна массе ледяного кубика. Точно также было и в то время, когда он лежал на поверхности плота – он вытеснял из-под поверхности объем воды, масса которого была равна массе кубика.

Критерии проверки:

Указано, что объем вытесненной воды до таяния соответствовал объему воды, масса которого равна массе ледяного кубика	3
Указано, что образовавшаяся при таянии вода по массе равна массе ледяного кубика	3
Дан правильный ответ	4
ВСЕГО	10

Решение задачи: Обозначим высоты уровней жидкости в каждой из трубок $h_{1,2,3}$, а высоты вертикальных столбиков воды в них $x_{1,2,3}$. Так горизонтальная трубка по условию всегда заполнена водой, и масса воды в сосуде не изменяется, то суммарный объем воды в трех вертикальных трубках $V_0 = Sx_1 + 2Sx_2 + Sx_3$ постоянен (здесь S – сечение каждой из трубок 1 и 3). Таким образом, $x_3 = L - x_1 - 2x_2$ ($L \equiv V_0 / S$). Условия гидростатического равновесия позволяют найти связь высот столбиков воды:

$$\begin{cases} \rho x_1 + \rho_1 l_1 = \rho(L - x_1 - 2x_2) + \rho_3 l_3 \\ \rho x_2 + \rho_2 l_2 = \rho(L - x_1 - 2x_2) + \rho_3 l_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = L + \frac{\rho_3 l_3 - \rho_1 l_1}{\rho} \\ x_1 + 3x_2 = L + \frac{\rho_3 l_3 - \rho_2 l_2}{\rho} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{L}{4} + \frac{\rho_3 l_3 + 2\rho_2 l_2 - 3\rho_1 l_1}{4\rho} \\ x_2 = \frac{L}{4} + \frac{\rho_3 l_3 - 2\rho_2 l_2 + \rho_1 l_1}{4\rho} \end{cases}$$

Нам известно, что общие уровни поверхности жидкостей в трубках 1 и 3 одинаковы. Поэтому:

$$h_1 = h_3 \Rightarrow l_1 + x_1 = l_3 + L - x_1 - 2x_2 \Rightarrow l_1 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) = l_3 \left(1 - \frac{\rho_3}{\rho}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_3 = \rho - \frac{l_1}{l_3}(\rho - \rho_1) = 0,7 \text{ г/см}^3.$$

Кроме того, мы знаем разность уровней жидкости в трубках 1 и 2:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = l_1 + x_1 - l_2 - x_2 = l_1 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) - l_2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_2 = \rho \left(1 + \frac{\Delta h}{l_2}\right) - \frac{l_1}{l_2}(\rho - \rho_1) = 0,8 \text{ г/см}^3.$$

При доливании жидкости с плотностью ρ_2 в трубку 2 изменяется только l_2 , и поэтому условие $h_1 = h_3$ не нарушается – уровни поверхности жидкости в трубках 1 и 3 изменяются «синхронно». Для того, чтобы добиться выравнивания всех уровней, нужно, чтобы

$$\Delta h' = 0 \Rightarrow l_1 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) - l'_2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) = 0 \Rightarrow l'_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} l_1 = 7,5 \text{ см.}$$

Значит, длину столбика жидкости в трубке 2 нужно увеличить на $\Delta l_2 = l'_2 - l_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} l_1 - l_2 = 2,5 \text{ см.}$

Ответ: плотности жидкостей $\rho_3 = \rho - \frac{l_1}{l_3}(\rho - \rho_1) = 0,7 \text{ г/см}^3$ и

$$\rho_2 = \rho \left(1 + \frac{\Delta h}{l_2}\right) - \frac{l_1}{l_2}(\rho - \rho_1) = 0,8 \text{ г/см}^3, \Delta l_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} l_1 - l_2 = 2,5 \text{ см.}$$

Критерии проверки:

Указано (используются в решении), что суммарный объем воды в трех вертикальных трубках $V_0 = Sx_1 + 2Sx_2 + Sx_3$ постоянен	2
Записаны два правильных независимых уравнения гидростатического баланса	2+2=4
Правильно записано условие равенства уровней жидкостей в трубках 1 и 3	2
Правильно записано выражение для разности уровней жидкостей в трубках 1 и 2	2
Получен правильный численный ответ для ρ_3	2
Получен правильный численный ответ для ρ_2	2
Получен правильный численный ответ	1
ВСЕГО	15

Задание 3:

Вопрос: В стенках цилиндрической ванны есть множество мелких отверстий. Через большую часть этих отверстий в ванну медленными струями подается 2 л горячей воды за каждую секунду. Через меньшую часть – 0,5 л холодной воды за каждую секунду. Сливное отверстие в центре дна ванны, площадь сечения которого 15 см^2 , открыто. Некий ученик 8 класса, увидев, что уровень воды в

ванной уменьшается, стал бросать в воду лопаткой слегка влажный снег – смесь ледяных кристаллов и воды, находящихся равновесии, причем на жидкую воду приходился всего 1% от общей массы снега. Школьник старался бросать снег равномерно, и когда он стал в среднем за секунду добавлять в ванну 50 г снега, то уровень воды в ванной перестал изменяться. С какой скоростью вытекает вода через сливное отверстие? Весь снег тает раньше, чем приблизится к отверстию, плотность воды 1 г/см^3 .

Задача: Горячая вода, подаваемая в ванну из вопроса, имеет температуру 50°C . Холодная вода – температуру 12°C . Удельная теплоемкость воды равна $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, удельная теплота плавления кристаллов льда, входящих в состав снега, равна $339,4 \text{ кДж/кг}$. Предскажите результат измерения температуры воды в ванне при неизменном уровне воды в ней, считая, что измерение производится в области вблизи сливного отверстия, где потоки хорошо перемешаны, так что температура соответствует равновесному значению, и влияние теплообмена с окружающей средой мало.

Ответ на вопрос: Масса снега заметно меньше массы подаваемой воды, и по условию он тает (из сливного отверстия вытекает вода). За секунду за счет таяния снега образуется $\Delta V_3 = \frac{\Delta m}{\rho} = 0,05 \text{ л}$ воды. При неизменном уровне через сливное отверстие вода должна выходить с расходом $q = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3}{\Delta t} = 2,55 \text{ л/с}$. С другой стороны, расход связан с площадью сечения отверстия S и скоростью вытекания v : $\Delta V = S \cdot v \cdot \Delta t \Rightarrow q = vS$. Следовательно, $v = \frac{q}{S} = 1,7 \text{ м/с}$.

Критерии проверки:

Правильно определен объем воды, образующейся при таянии снега	2
Правильно определен общий объем вытекающей в единицу времени воды	2
Правильно записано соотношение, эквивалентное $q = vS$	3
Дан правильный численный ответ для скорости	3
ВСЕГО	10

Решение задачи: Из условия ясно, что температура мокрого снега равна $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Горячая вода остывает, нагревая холодную воду, растапливая ледяные кристаллы и нагревая воду, получающуюся из мокрого снега. Определим равновесную температуру из уравнения теплового баланса:

$$c\rho \cdot q_1(t_1 - t) = c\rho \cdot q_2(t - t_2) + \rho \cdot q_3[0,99 \cdot \lambda + c(t - t_0)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2 + q_3(t_0 - 0,99\lambda / c)}{q_1 + q_2 + q_3} \approx 40^\circ\text{C}.$$

Здесь использованы обозначения: c – удельная теплоемкость воды, λ – удельная теплота плавления льда, ρ – плотность воды, и учтено, что по условию масса ледяных кристаллов составляет 99% от массы «слегка влажного» снега.

Ответ: $v = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{S} = 1,7 \text{ м/с}$, $t = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2 + q_3(t_0 - 0,99\lambda / c)}{q_1 + q_2 + q_3} \approx 40^\circ\text{C}$.

Критерии проверки:

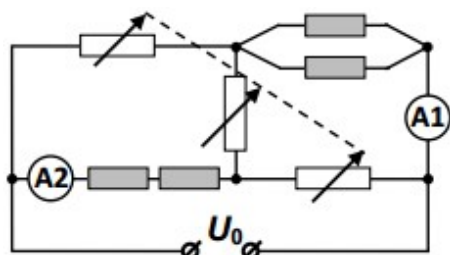
Указано (используются в решении), что температура влажного снега равна 0°C	2
В уравнении теплового баланса правильно записаны слагаемые, содержащие теплоемкость воды (для нагревания и остывания масс воды)	2+2+2=6
В уравнении теплового баланса правильно записано слагаемое, описывающее количество теплоты, потраченное на плавление льда	3*)
Получен правильный аналитический ответ	2
Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО	15

*) При потере коэффициента 0,99 – минус 1 балл.

Задание 4:

Вопрос: Пусть в схеме из задачи сопротивления всех нагревательных элементов одинаково и равно 25 Ом. Сопротивление всех реостатов всегда одинаково. Чему оно должно быть равно, чтобы сила тока в среднем реостате равнялась нулю?

Задача: В схеме, показанной на рисунке, использованы четыре одинаковых нагревателя (сопротивление которых нам неизвестно и отличается от значения,



приведенного в вопросе) и три реостата, сопротивления которых всегда одинаковы. Вначале рычажок реостата поставили в положение, при котором сопротивление каждого из реостатов было равно $\tilde{R} = 12 \text{ Ом}$, и при этом величина силы тока, измеряемой амперметром A1, была равна $I_1 = 3,0 \text{ А}$, а измеряемая

амперметром A2 – $I_2 = 1,2 \text{ А}$. Затем рычажок повернули, и сопротивление каждого из реостатов стало равно $\tilde{R}' = 24 \text{ Ом}$. При этом показания A1 изменились – новая величина силы тока стала равна $I'_1 = 3,6 \text{ А}$. Найдите I'_2 . Внутренним сопротивлением амперметров можно пренебречь.

Ответ на вопрос: Обозначим сопротивление каждого из нагревательных элементов R . При нулевой силе тока в среднем реостате сила тока в «верхнем» реостате I_1 равна силе тока через пару параллельно соединенных нагревательных элементов, а сила тока в «нижнем» реостате I_2 равна силе тока через пару последовательно соединенных нагревательных элементов. Кроме того, тогда напряжение на среднем реостате равно нулю, и напряжение на «верхнем» реостате U_1 равно напряжению на паре последовательно соединенных нагревательных элементов, а напряжение на «нижнем» реостате U_2 – напряжению на паре параллельно соединенных нагревательных элементов. Значит, сопротивления реостатов $\tilde{R}$ удовлетворяют соотношению «баланса моста»: $\tilde{R}^2 = \frac{U_1 U_2}{I_1 I_2} = \frac{U_1 U_2}{I_2 I_1} = 2R \cdot \frac{R}{2} = R^2$. Значит, для отсутствия тока в среднем

реостате нужно, чтобы сопротивления крайних реостатов равнялись сопротивлению одного нагревательного элемента, то есть 25 Ом.

Примечание: Можно использовать условие баланса моста без доказательства.

Критерии проверки:

Используется правильная связь величин сил токов в участках на одном «берегу» моста	1+1=2
Используется правильная связь величин напряжений по разные стороны от моста	1+1=2
Записано условие баланса моста*)	3
Получен правильный ответ	3
ВСЕГО	10

*) Если условие баланса моста используется как известный результат, за него начисляются все 7 баллов полностью

Решение задачи: Обозначим R – сопротивление каждого из нагревателей, и $x \equiv \frac{\tilde{R}}{R}$. Тогда, вычисляя сумму напряжений по «верхнему берегу» нашего моста,

получаем: $I_3 x R + I_1 \frac{R}{2} = U_0$ (I_1 – сила тока через пару параллельно соединенных нагревателей, I_3 – сила тока через «верхний» реостат). Аналогично для «нижнего берега» запишем (I_2 – сила тока через пару последовательно соединенных нагревателей, I_4 – сила тока через «нижний» реостат): $I_2 2R + I_4 x R = U_0$. Из этих соотношений находим связь сил токов:

$\frac{2}{x} I_2 - \frac{1}{2x} I_1 = I_3 - I_4$. Еще одну связь получаем из условия непрерывности общего тока $I_1 + I_4 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 - I_2 = I_3 - I_4$. Комбинируя эти уравнения,

обнаруживаем, что отношение сил токов через пары нагревателей зависит только от отношения сопротивления крайних реостатов и нагревателей:

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{2x+1}{2(x+2)}$. Для первого положения рычажка получаем: $\frac{2x+1}{2(x+2)} = \frac{I_2}{I_1} = 0,4$. Из

этого уравнения находим $x = 0,5$. После изменения положения рычажка сопротивление реостатов возросло вдвое, и поэтому $x' = 2x = 1$. Следовательно,

$\frac{I_2'}{I_1'} = \frac{2x'+1}{2(x'+2)} = 0,5$. В результате находим, что $I_2' = 0,5 \cdot I_1' = 1,8$ А.

Ответ: $I_2' = 0,5 \cdot I_1' = 1,8$ А.

Критерии проверки:

Правильно записано уравнение баланса напряжений для двух «берегов» моста	4
Правильно записано уравнение непрерывности тока	4
Получена правильная связь сил токов, текущих через нагреватели	5
Получен правильный численный ответ	2
ВСЕГО	15

Список рекомендуемой литературы

Ниже приведен список пособий и ресурсов сети «Интернет», которые могут быть полезны при подготовке к олимпиадам по физике. Также очень полезно познакомиться с публикациями в журнале «Квант», в особенности – со статьями и задачами, опубликованными в рубриках «Задачник "Кванта"», «Физический факультатив», «Практикум абитуриента», «Варианты вступительных испытаний» и «Олимпиады».

1. Зубов В. Г., Шальнов В. П. Задачи по физике. – М.: Гостехиздат, 1952. – 320 с. (и все последующие издания до 11-го, М.: Новая волна, 2000).
2. Бендриков Г. А., Буховцев Б. Б., Керженцев В. В., Мякишев Г. Я. Задачи по физике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1980. – 384 с. (и все последующие издания до 10-го, М.: Физматлит, 2003).
3. Буховцев Б. Б., Кривченков В. Д., Мякишев Г. Я., Сараева И. М. Сборник задач по элементарной физике: Пособие для самообразования. – М.: Наука, 1964. – 440 с. (и все последующие издания до 7-го, М.: УНЦ ДО МГУ, 2004).
4. Буздин А. И., Ильин В. А., Кривченков И. В., Кротов С. С., Свешников Н. А. Задачи московских физических олимпиад / Под ред. С. С. Кротова. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 192 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 60.) % 1968-1985 гг.
5. Варламов С.Д., Зинковский В.И., Семёнов М.В., Старокуров Ю.В., Шведов О.Ю., Якута А.А. Задачи Московских городских олимпиад по физике. 1986 – 2005. Приложение: олимпиады 2006 и 2007. (изд. 2-е, испр. и доп.) / Под ред. Семёнова М.В., Якуты А.А. – М.: Изд-во МЦНМО, 2007. – 696 с.
6. Буздин А. И., Зильберман А. Р., Кротов С. С. Раз задача, два задача... – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 240 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 81.)
7. Слободецкий И. Ш., Асламазов Л. Г. Задачи по физике. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 176 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 5). А также 2-е изд. – М.: Бюро Квантум, 2001. – 160 с. (Библиотечка «Квант». Вып. 86).
8. Балаш В. А. Задачи по физике и методы их решения. – М.: Просвещение, 1964 (и все последующие издания до 4-го, М.: Просвещение, 1983).
9. Задачи по физике: Учебное пособие / Под ред. О. Я. Савченко. – 4-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2001. – 368 с.
10. Лукашик В. И. Физическая олимпиада в 6--7 классах средней школы: Пособие для учащихся. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1987. – 192 с.
11. Гольдфарб Н. И. Физика. Задачник. 10--11 кл.: пособие для общеобразовательных учреждений. – М.: Дрофа, 2006. – 398 с. (и все предыдущие издания).
12. Страница Московской физической олимпиады на сервере Кафедры общей физики Физического факультета МГУ: <http://genphys.phys.msu.ru/ol/>
13. Веб-сайт «Олимпиады для школьников»: <http://info.olimpiada.ru/>
14. Материалы журнала «Квант» в интернете: <http://kvant.mccme.ru/>
15. Архив материалов газеты «Физика» (Издательский дом «Первое сентября»): <http://fiz.1september.ru>

-
16. Интернет-библиотека МЦНМО: <http://ilib.mccme.ru/>
 17. IPhO – International Physics Olympiads. Материалы международных физических олимпиад (на английском языке). <http://ipho.phy.ntnu.edu.tw/> /
 18. Задачи вступительных испытаний и олимпиад по физике в МГУ (сборники за 2001–2017 гг.). – М.: Физический ф-т МГУ.
 19. Драбович К.Н., Макаров В.А., Чесноков С.С. Физика. Практический курс для поступающих в университеты. – М.: Физматлит, 2006. – 544 с.
 20. Драбович К.Н., Макаров В.А., Чесноков С.С. Подготовка к вступительным испытаниям в МГУ. Физика. 770 задач с подробными решениями. – М.: «Макс пресс», 2009. – 456 с.
 21. Вишнякова Е.А., Макаров В.А., Семенов М.В., Черепецкая Е.Б., Чесноков С.С., Якута А.А. Отличник ЕГЭ. Физика. Решение сложных задач. / Под ред. В.А. Макарова, М.В. Семёнова, А.А. Якуты; ФИПИ. – М.: Интеллект–Центр, 2010. – 368 с.
 22. Всероссийские олимпиады по физике. 1992--2004 / Под ред. С. М. Козела, В. П. Слободянина. – 2-е изд., доп. – М.: Вербум-М, 2005. – 534 с.

Содержание

Олимпиада школьников «Ломоносов» 2022/2023	2
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП. Задания и решения	2
7-9 классы	2
10 и 11 классы	5
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. Задания и решения	9
7-9 классы	9
10 и 11 классы	13
 Олимпиада школьников «Робофест»	 31
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП. Задания и решения	31
11 класс	31
10 класс	34
9 класс	37
7-9 классы	39
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. Теоретический тур. Возможные решения и критерии проверки.....	42
11 класс	42
10 класс	49
9 класс	56
7-8 классы	61
 Список рекомендуемой литературы	 68

ОЛИМПИАДЫ
МГУ имени М.В. Ломоносова для школьников
"ЛОМОНОСОВ". "РОБОФЕСТ"
ФИЗИКА
2022/2023

Подписано в печать 05.10.2023 г.
Объем 4,5 п.л. Тираж 500 экз.
Заказ _____

Отпечатано в отделе оперативной печати
физического факультета МГУ

