ФГБОУ ВПО
МОСКОВСКИЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Рыжиков Сергей Борисович

Развитие исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

Специальность 13.00.02 – Теория и методика
обучения и воспитания (физика)

Диссертация
на соискание ученой степени
доктора педагогических наук

Научный консультант:
доктор педагогических наук, профессор
Смирнов Александр Викторович

Москва – 2014

Оглавление

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ВФО – Всероссийская олимпиада школьников по физике
ВФШ – Вечерняя физическая школа при физическом факультете МГУ
ГБОУ – Государственное бюджетное образовательное учреждение
ЗФШ – Заочная физическая школа при физическом факультете МГУ
ИТЭФ – ФГБУ «ГНЦ Институт теоретической и экспериментальной физики»
ЛОФМШ – Летняя олимпиадная физико-математическая школа
МГДД(Ю)Т – ГБОУ Московский городской дворец детского (юношеского) творчества (бывший Дворец пионеров на Ленинских горах)
МГТУ – ФГБОУ ВПО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
МГУ – ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
МИОО – ГАОУ ВПО Московский институт открытого образования
МИФИ – ФГАОУ ВПО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
МФО – Московская городская олимпиада школьников по физике
МФТИ – ФГБОУ ВПО «Московский физико-технический институт (государственный университет)»
МЭИ – ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский университет (Московский энергетический институт)»
РКО – Рабочая концепция одаренности [277]
ТЮФ – Турнир юных физиков
ФГБОУ ВПО – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
ФГОС – Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования (10-11 кл.)

ВВЕДЕНИЕ

Происходящее сейчас стремительное развитие науки и техники приводит к возникновению проблем при обучении физике – науке, лежащей в основе развития новых технологий. Все сложнее становится освещать достижения современной науки и техники в процессе обучения школьников. Количество научной информации постоянно растет, а и в без того насыщенный школьный курс физики нельзя постоянно добавлять неограниченный объем нового материала. Кроме того, при обучении физике в школе мало внимания уделяется знакомству с современными методами исследования в физической науке, в частности, широко применяемому компьютерному моделированию на основе численных методов.

Особенно остро эта проблема стоит при обучении школьников, одаренных в области физики. При определении одаренности в соответствии с «Рабочей концепцией одаренности», разработанной группой российских ученых под руководством Д.Б. Богоявленской и В.Д. Шадрикова, будем считать одаренными в области физики детей, которые проявляют повышенный интерес к физике и достигают существенно более высоких результатов при обучении физике по сравнению со сверстниками. Впоследствии они могут получить высшее образование в классических естественнонаучных и технических университетах (МГУ им. М.В. Ломоносова, МФТИ, МИФИ, МГТУ им. Н.Э. Баумана и др.).

Одаренным школьникам присуща большая познавательная потребность. Школьникам, одаренным в области физики, интересно все, что у них ассоциируется с научно-техническим прогрессом, поэтому недостаток информации о достижениях науки и техники может не позволить сделать им осознанный выбор направления своей будущей профессиональной деятельности.

При обучении одаренных школьников – будущих ученых и инженеров, возникает еще проблема, связанная с тем, что развитие науки и техники идет столь быстро, что полученные школьниками знания о передовом крае науки и техники быстро устаревают, и будущим молодым исследователям придется самостоятельно ориентироваться в окружающем их мире.

Указанные проблемы требуют новых подходов к обучению одаренных школьников. В настоящее время происходит смена образовательной парадигмы – переход от процесса обучения, ориентированного на передачу определенного объема знаний, к направлению, которое можно выразить кратким тезисом «учить учиться». Необходимость такого перехода обсуждалась в многочисленных психолого-педагогических трудах А.О. Карпова, М.В. Кларина, А.В. Леонтовича, А.Н. Поддьякова, А.В. Хуторского и др. Изменения ориентации образовательного процесса нашли отражение в Национальной доктрине образования в Российской Федерации, Государственной программе РФ «Развитие образования на 2013-2020 годы» и в новом Федеральном государственном образовательном стандарте среднего (полного) общего образования (10-11 кл.) (ФГОС). Как указано в ФГОС: «Методологической основой Стандарта является системно-деятельностный подход, который обеспечивает… формирование готовности обучающихся к саморазвитию и непрерывному образованию; … активную учебно-познавательную деятельность обучающихся» ([425], с. 2-3).

Важную роль новый ФГОС среднего образования придает развитию творческих и исследовательских способностей школьников. Так, «портрет выпускника школы» включает «владение основами научных методов познания окружающего мира; мотивированность на творчество и инновационную деятельность...; способность осуществлять учебно-исследовательскую, проектную и информационно-познавательную деятельность...» ([425], с. 3).

Требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы включают «владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач...» ([425], с. 6).

Конкретизируя требования к результатам освоения образовательной программы по физике (углубленный уровень), ФГОС устанавливает, что к результатам обучения относятся: «сформированность умения исследовать и анализировать разнообразные физические явления...; владение умениями выдвигать гипотезы...; проверять их экспериментальными средствами…; владение методами самостоятельного планирования и проведения физических экспериментов...» ([425], с. 18).

Из сказанного следует, что обучение школьников самостоятельному освоению материала, вовлечение их в исследовательскую деятельность является важнейшим направлением обучения школьников.

Следуя работам А.В. Леонтовича, А.И. Савенкова и др. [193, 265, 277, 379, 382], и применяя их к обучению физике, мы будем понимать под исследовательской деятельностью творческую деятельность, инициируемую поисковой активностью, направленную на разрешение нестандартной ситуации – изучение нового объекта (в нашем случае – технического устройства, природного явления и пр.) или решение нетипичной задачи, с использованием конвергентного и дивергентного мышления (в терминологии Дж. Гилфорда). Соответственно, под исследовательскими способностями мы будем понимать способности личности, являющиеся субъективными условиями успешного осуществления исследовательской деятельности.

Таким образом, исследовательские способности можно охарактеризовать степенью проявления поисковой активности и развитием конвергентного и дивергентного мышления. Исследовательские способности проявляются при овладении способами и приемами, необходимыми в исследовательской деятельности. К ним можно отнести умения видеть проблемы, выдвигать гипотезы, планировать и проводить эксперименты; анализировать полученные данные, готовить презентацию и выступать с докладом.

Учитывая сказанное выше, можно считать, что исследовательские способности не сводятся к умению получать информацию. Кроме оценки стремления и умения получать информацию важно оценивать способности к восприятию и переработке поступающей в ходе исследования информации, а также готовность использовать накопленный в ходе исследовательского поведения опыт при развитии ситуации. Применительно к обучению физике это значит, что исследовательские способности целесообразно определять не по тому, каким объемом информации владеет ученик (число выученных законов, математических формул и пр.), а по тому, насколько успешно он применяет свои знания для решения физических задач повышенной сложности (теоретических и экспериментальных).

Проведенные психологами исследования (А.Н. Поддьяков, Д.Б. Богоявленская и др. [193, 265, 379, 382]) показали, что развитие исследовательских способностей требует продуктивных форм обучения: проблемной, частично-поисковой и исследовательской. Применяя предлагаемые в этих работах методы оценки развития исследовательских способностей школьников, обучающихся физике, будем оценивать развитие исследовательских способностей по умению решать физические задачи повышенной сложности, в том числе дивергентного типа, и проводить исследовательские работы углубленного уровня по физике.

Предлагаемые ранее подходы к обучению физике одаренных школьников (О.Ю. Овчинников [244], И.Г. Шомполов [462]) были в основном посвящены обучению решению задач (теоретических и экспериментальных), в том числе олимпиадных. Однако большинство предлагаемых на олимпиадах задач позволяют развивать, в основном, конвергентное мышление. Указанные авторы не ставили главной задачей развитие исследовательских способностей школьников, и не создавали методик проведения школьниками исследовательских работ углубленного уровня.

С начала 1990-х годов в нашей стране стали проходить конференции (конкурсы) проектно-исследовательских работ школьников: Интел-Авангард (http://conference-avangard.ru), Интел-Юниор (http://junior-fair.org), Балтийский научно-инженерный конкурс (http://baltkonkurs.ru) и др. Организаторы конкурсов тратили много сил для отбора и оценивания представленных работ, лучшие работы публиковались в специальных сборниках. На конференциях проходили встречи с руководителями работ, которым давались практические рекомендации по проведению исследовательских работ. Однако эти рекомендации носили общий характер, систематическая работа по выявлению одаренных детей с последующей организацией их исследовательской деятельности не проводилась, специальная методическая литература, посвященная методике проведения исследовательских работ, не издавалась.

Проведенные в ходе констатирующего этапа эксперимента опросы учителей показали, что многие учителя, желающие проводить с одаренными учениками исследовательские работы, не занимаются исследовательской деятельностью, в том числе, из-за недостатка учебно-методических материалов по данной проблеме.

Нельзя сказать, что не существует работ, посвященных развитию исследовательских способностей школьников при обучении физике. Этой проблеме посвящены, в том числе диссертации следующих авторов: Альникова Т.В., Байзулаева О.Л., Бледных И.Г., Бойкова А.Е., Кудрова И.А., Плащевая Е.В., Проказова О.Г., Слепцов А.И., Старовиков М.И. и др. Однако уровень рассматриваемых в этих работах задач, как теоретических, так и экспериментальных, почти не отличается от стандартных школьных задач, поэтому предложенные методы не подходят для обучения одаренных школьников, которые обладают высокой познавательной потребностью, и успешность в решении сложных проблем является для них одной из важнейших мотиваций к изучению предмета.

Таким образом, существует необходимость разработки методики привлечения одаренных школьников к исследованию проблем, уровень сложности (и соответственно уровень новизны ожидаемых результатов) которых существенно превышает уровень стандартных школьных задач. Анализ практики привлечения школьников к решению научных задач в научных лабораториях показывает, что зачастую школьники просто выполняют задания в помощь исследователям, не всегда понимая задачи исследования и физические принципы работы используемых приборов. Для развития исследовательских способностей школьников необходимо «провести» их через этапы профессиональных научных исследований (видение проблемы, постановка задачи, выдвижение гипотез, планирование эксперимента, проведение эксперимента (натурного или вычислительного), анализ полученных данных, презентация результатов).

Такие работы предложено назвать *исследовательскими работами углубленного уровня*. Обычно школьники выполняют подобные работы вне основных уроков – на факультативных или элективных занятиях в физико-математических школах, кружках при вузах или учебных центрах, в летних школах и пр.

При проведении со школьниками исследовательских работ углубленного уровня сразу возникают две проблемы: несформированность необходимого математического аппарата (особенно в 7-м классе) и отсутствие опыта работы с современным экспериментальным оборудованием (в том числе ввиду отсутствия такого оборудования в школе). Первая проблема может быть решена обучением школьников, начиная с 7-го класса, компьютерному моделированию на основе численных методов, включающих численное интегрирование (в том числе уравнений движения), численное нахождение экстремумов функций и решение уравнений (в том числе трансцендентных) и расчет статистических распределений (Максвелла, Больцмана и др.).

В современной науке широко применяется компьютерное моделирование на основе численных методов [26, 139, 285, 384], но методики применения численных методов, адаптированной к школьному уровню, не существует, в то время, как именно применение этих методов в исследовательской деятельности учащихся способно обеспечить высокий уровень субъективной новизны и успешность выполнения исследовательской работы углубленного уровня.

Вторая проблема может быть решена с помощью цифровых фото- или видеокамер, которые сочетают общедоступность и высокую точность. Несмотря на то, что фото и видео техника достаточно широко применяется в учебном процессе, включая использование видеозадач [16, 22, 54, 69, 98, 142, 165, 175, 179, 208, 209, 210, 233, 271, 278, 279, 288, 293, 398, 405, 449, 455, 460, 475, 482, 487, 489, 498, 499], методической системы применения цифровых камер в качестве измерительных приборов при выполнении исследовательских работ углубленного уровня создано не было.

Таким образом, анализ литературы, обобщение педагогического опыта и результаты констатирующего исследования позволяют сделать вывод о существовании **противоречий**:

1) между требованиями к уровню сформированности исследовательских способностей учащихся, в том числе одаренных в области физики, и невозможностью обеспечить необходимый уровень сформированности этих способностей с помощью существующих методик;
2) между целесообразностью реализации системного подхода в решении проблемы развития исследовательских способностей школьников, одаренных в области физики, и недостаточной разработанностью основ такого подхода в педагогической теории;
3) между той ролью, которую играют современные методы исследования в физической науке, в частности, широко применяемое компьютерное моделирование на основе численных методов, в организации исследовательской деятельности одаренных школьников и невозможностью эту роль реализовать с применением существующих методик работы с учащимися.

Указанные противоречия обуславливают **актуальность** исследования на тему **«Развитие исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике». Проблема исследования** состоит в поиске ответа на вопрос, какой должна быть методическая система развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике.

Объект исследования – процесс обучения физике одаренных школьников.

Предмет исследования – методическая система развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике.

Цель исследования – обоснование, разработка и реализация методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике.

Гипотеза исследования формулируется следующим образом.

Развитие исследовательских способностей одаренных школьников будет результативным при реализации методической системы, включающей:

– выявление школьников, обладающих повышенной поисковой активностью, мотивированных к решению задач повышенной сложности, дивергентных задач и проведению самостоятельных исследовательских работ;

– обучение этих школьников решению проблемных задач по физике как традиционными методами (алгебраическими, геометрическими), так и инновационной методике – компьютерному моделированию на основе численных методов;

– обучение их основам техники физического натурного и вычислительного эксперимента (в том числе планирование эксперимента, работа с измерительными физическими приборами, расчет погрешностей и пр.);

– выполнение исследовательских работ углубленного уровня с учетом интересов школьников, включающих основные этапы профессиональных научных исследований (видение проблемы, постановка задачи, выдвижение гипотез, планирование эксперимента, проведение эксперимента (натурного или вычислительного), анализ полученных данных, презентация результатов), дающих неочевидные для школьника результаты и позволяющие приобрести ему углубленные знания по физике.

Результативность методики развития исследовательских способностей школьников при обучении физике можно оценивать по развитию их конвергентного и дивергентного мышления и поисковой активности.

В соответствии со сказанным определены **задачи исследования:**

1) выявить состояние проблемы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике в педагогической теории и

практике;

2) определить вид исследовательских работ по физике, в наибольшей мере способствующих развитию исследовательских способностей одаренных школьников;

3) разработать концепцию методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике;

4) разработать модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике;

5) создать методическую систему развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, обеспечивающую выявление одаренных в области физики школьников, вовлечение их в исследовательскую деятельность и создание условий для развития их исследовательских способностей, с применением, в том числе, компьютерного моделирования на основе численных методов;

6) создать комплекс средств реализации разработанной методической системы;

7) определить критерии оценки развития исследовательских способностей школьников при обучении физике;

8) провести педагогический эксперимент с целью проверки гипотезы исследования.

В работе применялись следующие **методы и виды деятельности**.

Теоретические – анализ психолого-педагогической и учебно-методической литературы, государственных документов в области образования, моделирование и проектирование процесса обучения.

Практические – систематизация и обобщение опыта работы учителей, личного педагогического опыта и литературных источников, опросы, беседы, экспертная оценка и анализ исследовательских работ школьников, анкетирование, педагогическое наблюдение и педагогический эксперимент.

Методологической основой исследования явились системный, деятельностный и личностный подходы, на основе которых был проведен анализ предмета исследования, путем восхождения к абстрактному созданы концепция развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике и соответствующая ей модель, которая затем при восхождении к конкретному была наполнена конкретным содержанием, в том числе на основе результатов педагогического эксперимента.

Теоретическую основу исследования составили:

– деятельностный подход в исследовании творчества и одаренности (Л.С. Выготский, В.В. Давыдов, И.А. Зимняя, М.В. Кларин, А.Н. Леонтьев, С.Л. Рубинштейн, А.В. Хуторской и др.);

– системный подход (В.Г. Афанасьев, В.П. Беспалько, И.В. Блауберг, В.В. Краевский, В.А. Сластенин и др.);

– личностно-ориентированный подход (Н.А. Алексеев, В.И. Андреев, Е.В. Бондаревская, В.В. Давыдов, А.С. Косогова, А.В. Леонтович, А.Н. Леонтьев, А.С. Обухов, Л.С. Рубинштейн, В.В. Сериков, В.И. Слободчиков, И.С. Якиманская и др.);

– результаты исследований проблемы детской одаренности, в том числе при обучении физике (Д.Б. Богоявленская, А.В. Леонтович, О.Ю. Овчинников, А.И. Савенков, И.Г. Шомполов);

– использование продуктивных форм обучения (Л.С. Выготский, В.В. Давыдов, Дж. Дьюи, И.А. Зимняя, Л.А. Казанцева, И.Я. Лернер, Р.И. Малафеев, А. Маслоу, А.М. Матюшкин, П.И. Пидкасистый, А.Н Поддьяков, В.Г. Разумовский, К. Роджерс, Д.Б. Эльконин и др.).

Этапы исследования

Исследование может быть разделено на следующие основные этапы.

Первый этап (1996 – 2001). Анализировалась психолого-педагогическая, научно-методическая литература по данной проблеме, проводились опросы и анкетирования школьников и педагогов. Проводилось обучение школьников, мотивированных к изучению физики, в Вечерней физической школе при физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова (ВФШ). Читались научно-популярные лекции по физике, проводилась подготовка школьников к Московской городской олимпиаде школьников по физике (МФО), осуществлялось руководство проектно-исследовательскими работами школьников. Был проведен констатирующий эксперимент, выявивший причины, препятствующие вовлечению школьников в исследовательскую деятельность.

Второй этап (2001 – 2011). Проводился систематический поиск путей развития исследовательских способностей одаренных школьников, обучающихся в ВФШ, ГБОУ лицее «Вторая школа», Московском городском дворце детского (юношеского) творчества (МГДД(Ю)Т) и в летних школах, осуществлялось руководство исследовательскими работами школьников, проводились занятия по подготовке школьников к МФО и Всероссийской олимпиаде по физике, анализировалась педагогическая, научно-методическая литература по данной проблеме, учитывался опыт педагогов, проводивших со школьниками проектно-исследовательские работы. Разрабатывались концепция и модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников как теоретическая база создания методической системы, были подготовлены учебно-методические пособия и сформулированы методические указания для реализации на практике созданной методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике.

Третий этап (2011–2013). Была апробирована созданная методическая система, экспериментально проверена гипотеза исследования, оценена результативность развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике в рамках реализации созданной методической системы.

Научная новизна результатов исследования

1. Обоснована идея о целесообразности и возможности выполнения учениками среднего и старшего школьного возраста исследовательских работ углубленного уровня по физике с использованием компьютерного моделирования на основе численных методов, являющегося современным мето-

дом профессиональных исследований в области физики и позволяющего обеспечить высокий уровень субъективной новизны при выполнении школьниками этих работ.

2. Разработана концепция методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике как совокупность положений, обосновывающих:

– существенную роль продуктивных форм обучения и выполнения школьниками, одаренными в области физики, самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня в развитии их исследовательских способностей;

– целесообразность проведения особого пропедевтического курса, на занятиях которого школьники обучаются методам, необходимым для выполнения исследовательских работ углубленного уровня, выбирают темы исследований в результате совместных усилий обучающего и обучаемых;

– включение в содержательный компонент пропедевтического курса количественных задач повышенной сложности, которые школьники могли бы решать как в общем виде (аналитически), так и численными методами;

– существенную роль компьютерного моделирования на основе численных методов для обеспечения высокого уровня субъективной новизны исследовательских работ углубленного уровня и успешности ее проведения школьниками на всех этапах, воспроизводящих основные этапы профессионального исследования;

– необходимость создания специальных условий для презентации итогов исследования учащимися в различных формах (произносимые или стендовые доклады и др.), дающих возможность получить внешнюю оценку со стороны жюри и сверстников, приобрести опыт подготовки публичного выступления, научной дискуссии, получить новую информацию, которую учащийся может впоследствии использовать для продолжения работы, что особенно важно для одаренных школьников, обладающих высокой надситуативной активностью;

– существенную роль электронных таблиц и языков программирования для реализации компьютерного моделирования на основе численных методов, позволяющего преодолеть слабость математического аппарата школьников при решении задач повышенной сложности, проведении вычислительного эксперимента, планировании натурного эксперимента и при анализе полученных результатов;

– существенную роль современных цифровых фото- или видеокамер, сочетающих доступность, простоту в эксплуатации и высокую точность измерений, при проведении школьниками экспериментальных исследовательских работ углубленного уровня;

– оценку развития конвергентного мышления, дивергентного мышления и устойчивой поисковой активности школьников как диагностических критериев сформированности их исследовательских способностей.

3. Разработана модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, включающая цели, содержание обучения, формы, методы и средства подготовки к исследовательским работам углубленного уровня, их выполнения и оценки успешности. Ядром разработанной модели является пропедевтический курс, на занятиях которого происходит выявление одаренных школьников, обучение их необходимым для выполнения исследовательских работ методикам, включая компьютерное моделирование на основе численных методов, а также выбор тем (направлений) исследований в результате совместных усилий обучаемых и обучающего.

4. Создана методическая система развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, позволяющая эффективно выявлять одаренных школьников, вовлекать их в исследовательскую деятельность и привлекать их к выполнению исследовательских работ по физике углубленного уровня, включающих основные этапы профессиональных научных исследований, а именно:

- разработаны программы пропедевтического курса, позволяющего выявить одаренных в области физики школьников и вовлечь их в исследовательскую деятельность, указанный курс содержит как мотивационную составляющую, относящуюся не только к исследовательской работе, так и подготовительно-ориентационную составляющую, направленную на обучение школьников необходимым для выполнения исследовательских работ методикам, включая компьютерное моделирование на основе численных методов, и помогающую в выборе тем (направлений) исследований в результате совместных усилий обучаемых и обучающего;

- разработаны варианты содержания и методики проведения занятий курса в зависимости от возраста школьников и условий проведения занятий (факультативный или элективный курс в физико-математической школе, кружок при вузе или учебном центре, летняя школа и др.);
- создана методика обучения школьников компьютерному моделированию на основе численных методов, позволяющая развивать исследовательские способности одаренных школьников при обучении физике на этапах решения задач повышенной сложности, планирования, анализа натурных и проведения вычислительных экспериментов. Численные методы включают неявное численное интегрирование (в том числе уравнений движения), численное нахождение экстремумов функций и решение уравнений (в том числе трансцендентных) и численный расчет статистических характеристик системы многих тел в процессе ее эволюции;
- создана система шаблонов электронных таблиц как средства реализации алгоритмов расчетов при компьютерном моделировании на основе численных методов;
- создана система экспериментальных исследовательских работ углубленного уровня по механике, молекулярной физике, геометрической и волновой оптике на основе применения современных цифровых фото- и видеокамер в качестве измерительных инструментов и численных методов для планирования экспериментов и анализа полученных данных.

5. Экспериментально подтверждена возможность успешного развития исследовательских способностей школьников, одаренных в области физики,

при выполнении исследовательских работ углубленного уровня с применением компьютерного моделирования на основе численных методов.

Теоретическая значимость результатов исследования определяется тем, что они вносят вклад в развитие теоретических основ работы с детьми, одаренных в области физики, в частности:

– расширены представления о способах вовлечения школьников в исследовательскую деятельность (формирование учебных групп, выявление одаренных школьников внутри этих групп на основе педагогического наблюдения и выбор тем исследования в результате совместных усилий обучающего и обучаемого с учетом дифференцированного подхода к учащимся, проведение исследовательских работ углубленного уровня);

– расширены представления об организации деятельности одаренных в области физики школьников (проведение исследовательских работ углубленного уровня с применением компьютерного моделирования на основе численных методов и в соответствии с закономерностями и этапами профессионального физического исследования);

– расширены представления о способах создания мотивации школьников, одаренных в области физики, (проведение специального пропедевтического курса, сочетающего мотивацию учащихся к участию в исследовательской деятельности, способствующего выбору тем (направлений) исследовательских работ и обучающего методикам, необходимым для их выполнения, включая компьютерное моделирование на основе численных методов).

Практическая значимость результатов исследования заключается в создании учебно-методического обеспечения методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, включающего:

– методику обучения школьников компьютерному моделированию на основе численных методов для решения задач повышенной сложности, планирования, анализа натурных и проведения вычислительных экспериментов;

– несколько вариантов программ пропедевтического курса в зависимости от возраста и условий обучения школьников, способствующего выявлению одаренных школьников и привлечению их к выполнению исследовательских работ по физике углубленного уровня;

– систему шаблонов электронных таблиц, реализующих алгоритмы численных методов для решения задач повышенной сложности и выполнения исследовательских работ углубленного уровня;

– систему экспериментальных исследовательских работ по механике, молекулярной физике, геометрической и волновой оптике с использованием цифровых фото- или видеокамер в качестве основных измерительных инструментов и численных методов для планирования экспериментов и анализа полученных данных;

– методические пособия для учеников и педагогов по проведению исследовательских работ углубленного уровня по физике с использованием численных методов и экспериментов с применением современных цифровых фото– или видеокамер.

Применение разработанных в ходе исследования учебно-методических материалов позволяет развивать исследовательские способности одаренных школьников при обучении физике.

Апробация и внедрение результатов исследования

Основные положения диссертационного исследования неоднократно обсуждались на конференциях, в том числе:

– Международная научно-методическая конференция «Физическое образование: проблемы и перспективы развития», МПГУ, Москва (2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014);

– Международная конференция «Физика в системе современного образования» ФССО (С.–Петербург – 2003, 2005, 2009, Волгоград – 2011);

– Международная учебно-методическая конференция «Современный физический практикум» (Москва – 2004, Волгоград – 2006, Астрахань – 2008, Москва – 2012);

– Научная конференция «Ломоносовские чтения. Секция физики», Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова (2004, 2006, 2007, 2008, 2009, 2011, 2012, 2013);

– Всероссийский съезд учителей физики в МГУ, Москва – 2011;

– Всероссийская конференция «Необратимые процессы в природе и технике», секция «Методика преподавания физики», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва (2011, 2013);

– Конференция учителей школ и преподавателей МГУ «Новые образовательные программы МГУ и школьное образование», Москва (2012, 2013).

– Научно-практическая конференция «Наша новая школа: грани совершенствования». МИОО, Москва – 2011;

– Всероссийская научно-практическая конференция «Физика и ее преподавание в школе и в вузе» (Емельяновские чтения), Марийский государственный университет, Йошкар-Ола (2011, 2012, 2013);

– Всероссийская научно-практическая конференция «Физическое образование: педагогические исследования и инновации», Иркутск–2011;

– Международная научно-практическая конференция «Модернизация российского образования: проблемы и перспективы», Краснодар – 2012;

– Международная научно-практическая конференция «Наука и современность», Новосибирск – 2012;

– Международная научно-практическая конференция «Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения», Новосибирск – 2012.

Кроме этого, результаты исследования были доложены и обсуждены:

– на методических семинарах кафедры Общей физики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова в 2011, 2012 и 2013 гг.,

– на ежегодной конференции учителей – победителей конкурса фонда «Династия» в 2012 г. (http://video.elementy.ru/dynasty/Lectors_2012.pdf),

– в Летней школе для учителей физики на физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова – 2013 г.,

– в Летней олимпиадной физико-математической школе в 2013 г. (http://olphys.ru).

Результаты исследования **внедрены** в Вечерней физической школе при физическом факультете МГУ, ГБОУ лицее «Вторая школа», Московском городском дворце детского (юношеского) творчества (МГДД(Ю)Т); Летней олимпиадной физико-математической школе, проводимой ГБОУ «Центр педагогического мастерства» департамента образования г. Москвы.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Развитие исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике возможно на основе включения их в исследовательскую деятельность и выполнения ими исследовательских работ в соответствии с логикой научного исследования в области физики, при активном применении компьютерного моделирования на основе численных методов. Особая роль компьютерного моделирования на основе численных методов в адаптированном для общего среднего образования виде определяется привнесением с его помощью высокого уровня субъективной новизны результатов исследования, осознаваемой самими школьниками, и созданием ситуации успеха в исследовательской деятельности как важнейших условий формирования устойчивой поисковой активности одаренных школьников.

2. Для успешного развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике целесообразно сочетание подготовки к исследовательской деятельности и учебных занятий мотивационного характера в специальном пропедевтическом курсе, на занятиях которого происходит выявление одаренных школьников, осуществляется обучение методам, необходимым для выполнения исследовательских работ углубленного уровня, включая компьютерное моделирование на основе численных методов, и выбор темы работ с последующим их выполнением. Данный курс решает в единстве задачи формирования мотивации к изучению физики в целом, подготовки учащихся к интеллектуальным соревнованиям разного уровня и вовлечения их в собственно исследовательскую деятельность.

3. Развитие исследовательских способностей одаренных в области физики школьников целесообразно осуществлять поэтапно в следующей последовательности:

– ознакомительный этап – направленный на выявление одаренных школьников с помощью решения физических задач проблемного характера (в соответствии с возрастными особенностями учащихся) и позволяющий предварительно определить группу учащихся, мотивированных к выполнению исследовательских работ углубленного уровня;

– ориентировочный этап, проходящий в форме занятий пропедевтического курса с решением проблемных задач дивергентного типа и завершающийся выбором темы исследования с учетом индивидуальных особенностей школьников;

– исследовательский этап, сочетающий продолжение занятий пропедевтического курса с выполнением исследовательских работ углубленного уровня индивидуально или небольшими группами школьников;

– итоговый этап – завершение исследовательских работ и их презентация.

В рамках методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников целесообразно применение цифровых фото- или видеокамер в качестве основных измерительных инструментов при проведении натурных экспериментов и компьютерного моделирования на основе численных методов для вычислительных экспериментов, планирования и анализа натурных.

4. Комплекс средств развития исследовательских способностей одаренных школьников в области физики может включать алгоритмы расчетов на компьютерах на основе численных методов, реализованные на базе электронных таблиц (*MS Excel, LibreOffice* и др.), языков программирования (*Basic, Pascal, Matlab* и др.), а также цифровые фото- и видеокамеры, используемые в качестве основных измерительных инструментов при проведении натурных экспериментов.

5. Для диагностики успешности развития исследовательских способностей школьников, одаренных в области физики, целесообразно контролировать развитие конвергентного мышления, оцениваемого по успешности решения олимпиадных задач (задач повышенной трудности), дивергентного

мышления, оцениваемого по стремлению решать задачи дивергентного типа и успешности их решения, а также устойчивую поисковую активность, оцениваемую по участию школьника в исследовательской деятельности, включая выполнение исследовательских работ углубленного уровня.

Глава 1

Состояние проблемы развития исследовательских способностей одаренных школьников

1.1. Определение терминов «исследовательские способности», «исследовательское обучение» и «исследовательская работа»

Понятия «исследовательские способности», «исследовательское обучение», «исследовательская работа», «одаренность» и др. относятся к терминам, которые часто употребляются в психолого-педагогической литературе, однако, конкретное содержание этих терминов у многих авторов отличается друг от друга [12, 13, 20, 28, 66, 67, 85, 128, 162, 170, 182, 189, 191, 193, 200, 226, 231, 246, 270, 382, 395, 399, 414, 415, 457]. Как указывается в [265], это во многом связано с различием целей исследований и экспериментальными данными, получаемыми разными группами исследователей. Данное утверждение относится ко многим общеупотребительным терминам: интеллект, личность, одаренность и пр. Поэтому данную работу нужно начать с уточнения и разграничения значений терминов: любопытство, любознательность, поисковая активность, исследовательское поведение, исследовательская деятельность, исследовательские способности, исследовательское обучение, исследовательская работа, – детская одаренность, одаренные дети, и др. связанные с ними понятия.

Исследовательское поведение

В современной педагогике и психологии принято рассматривать два противоположенных и взаимодополняющих типа поведения человека [379].

Первый тип – «автоматическое поведение», основанное на использовании известных, уже отработанных моделях поведения.

Второй тип – «поисковое поведение», предполагающее поиск новых неизвестных моделей.

Для нормального функционирования необходимы оба типа поведения. Первый тип поведения характерен для обычных, стандартных ситуаций. Если автоматизированное выполнение не приводит к желаемому результату, то начинается поисковое поведение. Отметим, что возможны случаи, когда ситуация лишь кажется стандартной, но на самом деле существенно отличается от нее. Например, некоторые олимпиадные задачи по физике с первого взгляда мало отличаются от стандартных школьных задач, но имеют другие модельные условия, (например, нужно учитывать массу блока или сопротивление воздуха), что существенно усложняет решение задач [60, 116, 403].

Поисковая активность (активность поискового поведения) зависит от множества факторов, обусловленных тем, насколько близкий к желаемому результату дает автоматическое поведение, и, кроме того, насколько важно для субъекта получить искомый результат.

Принято низший уровень поисковой активности называть *любопытством*, т.е. просто стремлением к новизне [225, 226, 379]. Следующий уровень поисковой активности называют *любознательностью*, еще более высокий уровень – *познавательной потребностью*. Основное отличие любознательности от любопытства – это устойчивый интерес к исследованию окружающего мира. Отмечено, что у многих детей любопытство не перерастает в любознательность [225, 379].

Чем динамичнее меняется окружающий мир, тем больше потребности в поисковой активности. Современного человека преследует неисчислимое множество ситуаций, когда изменяющиеся внешние условия требуют включения поисковой активности. Это могут быть повседневные мелочи, например, школьник забыл взять на контрольную калькулятор и пытается решить задачу, умножая числа «столбиком», а могут быть и глобальные процессы, изменяющие ценность тех или иных профессий, стимулирующих ученика к изучению определенных предметов.

В нашей работе мы будем использовать термин «поисковая активность» по отношению ситуациям, когда школьник сталкивается с новыми для него проблемами или задачами по физике (теоретическими или экспериментальными), которые он не может решить, используя известные ему алгоритмы. В этом случае ему приходится либо заниматься поиском новых алгоритмов решения задач, либо существенно модернизировать известные ему алгоритмы.

Источники исследовательского поведения

Особое внимание нужно уделить источникам (движущим силам) исследовательского поведения. В основе исследовательского поведения лежит психическая потребность в поисковой активности, которая и является основным мотивом, запускающим поисковую активность. В основе поисковой активности лежит безусловный рефлекс, получивший от своего первооткрывателя И.П. Павлова наименование «ориентировочно-исследовательского». Как отмечал И.П. Павлов, эта «бескорыстная любознательность», особо присущая высшим обезьянам и человеку, имеет самостоятельное побуждающее значение и не выводится из других побуждений и не сводится к ним [379].

Таким образом, корни поисковой активности имеют биологическое происхождение и имеют своей задачей обеспечение выживания данного организма и вида в целом в изменяющихся внешних условиях. Однако исследовательское поведение человека имеет существенное отличие от мира животных – поисковая активность проявляется не только в борьбе за выживание, но и в творчестве [29, 40, 62, 66, 88, 120, 153, 199, 201, 218, 280, 284, 289, 290, 379, 404].

Возникает вопрос: все ли обладают одинаковой поисковой активностью? В работе [379] делается заключение, что, хотя исследовательский рефлекс является одним из основных безусловных рефлексов, уровень поисковой активности не является генетически предопределенным, а связан с окружением индивида и определяется большим числом случайных и, как следствие, трудно прогнозируемых факторов. В результате уже в возрасте детского сада можно дифференцировать детей на тех, кто наиболее склонен к активному исследовательскому поиску, и на тех, кого это меньше привлекает, и у кого это хуже получается.

Отсюда следует важность исследовательского поведения для саморазвития личности, особенно у одаренных детей с особой потребностью в умственном поиске [379, 380]. Также отмечено, что постоянное отсутствие исследовательской активности приводит к тому, что индивид становится беспомощен в ситуации, которая при других обстоятельствах даже не показалась бы сложной [379]. Ниже мы подробнее остановимся на соотношении понятий «одаренные дети» и «исследовательская активность».

Анализируя вышесказанное, становится понятным, почему в психолого-педагогической литературе можно встретить различные определения исследовательского поведения. Это обусловлено уровнем сложности изучаемых объектов. Лауреат Нобелевской премии (1973) нидерландский этолог Николаас Тинберген (Nikolaas Tinbergen) определяет исследовательское поведение как комплекс реакций, которые знакомят животное с окружающей средой или источником раздражения и создают основу для индивидуального программирования поведения. Похожим образом Берлин Д. (Berlyne D.) определяет исследовательское поведение как поведение, направленное на уменьшение возбуждения, вызванного неопределенностью [379].

Более развернутое определение исследовательского поведения дается в Большом психологическом словаре [226]. Исследовательское поведение определяется как поведение, направленное на поиск и приобретение новой информации; как одну из фундаментальных форм взаимодействия живых существ с реальным миром, направленное на его познание; как сущностную характеристику деятельности человека.

Исходя из указанного выше, можно сказать, что поиск новой информации, хотя и является важнейшей чертой исследовательского поведения, но все же не ограничивается им.

Поэтому, следуя за работой [379], в нашей работе мы будем рассматривать исследовательское поведение, как вид поведения, построенный на базе поисковой активности и направленный на разрешение нестандартной ситуации: изучение нового объекта (технического устройства, природного явления и пр.) или решения нетипичной задачи.

Исследовательская деятельность и исследовательские способности

Несмотря на то, что исследовательское поведение присуще всем индивидам, оно может сильно отличаться у разных людей. Оно может строиться на интуитивных стремлениях с использованием метода «проб и ошибок», а может строиться на анализе собственных действий, получаемых результатов и логическом прогнозе. В этом случае имеет смысл говорить уже не об исследовательском поведении, а об *исследовательской деятельности*.

Следуя [226, 231, 243, 379] будем определять исследовательскую деятельность как особый вид интеллектуально-творческой деятельности, порождаемый в результате функционирования поисковой активности.

Структура исследовательской деятельности включает в себя мотивирующий фактор исследовательского поведения – поисковую активность и механизм его функционирования – *мышление*. Наиболее продуктивно для дальнейшего анализа деление мышления по Дж. Гилфорду на *конвергентное* и *дивергентное* [226].

Под дивергентным (идущим одновременно в разных направлениях) мышлением понимается выдвижение множества гипотез развития нестандартной ситуации и оригинальных и нестандартных решений проблемы. Конвергентное (логическое, однонаправленное) мышление связанно с использованием усвоенных алгоритмов в условиях стандартной ситуации [264].Для успешного осуществления исследовательской деятельности субъект должен обладать *исследовательскими способностями*.

Под исследовательскими способностями будем понимать способности, являющиеся субъективными условиями успешного осуществления исследовательской деятельности [231, 243, 379].

Способы оценки исследовательских способностей

Логика рассмотрения проблемы требует ответа на вопрос – как количественно измерять исследовательские способности? Классическим способом оценивания исследовательских способностей дошкольника является предложить ребенку новый объект для самостоятельного исследования при минимальном вмешательстве взрослого [379, 383]. Однако этот метод вряд ли подойдет к учащимся средней и старшей школы, когда начинается обучение физике.

А.И. Савенков в [379] предложил рассматривать исследовательские способности как комплекс трех относительно автономных составляющих (рис. 1.1): поисковая активность, дивергентное мышление, конвергентное мышление.

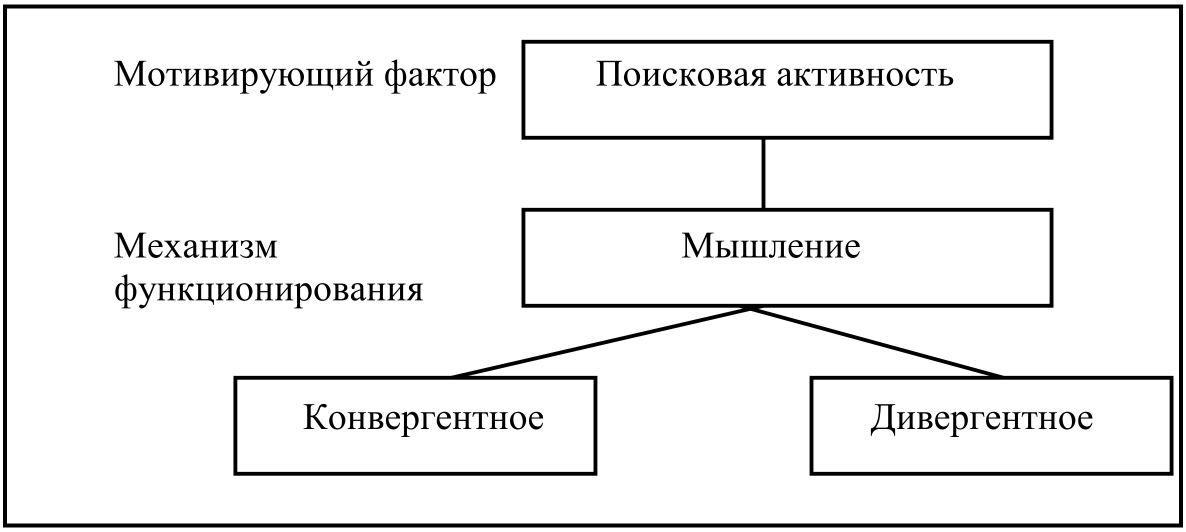


Рис. 1.1
Структура исследовательской деятельности [379]

В соответствии с приведенной схемой исследовательские способности являются результатом взаимодействия трех составляющих:

1) мотивационная составляющая – поисковая активность – главный двигатель исследовательского поведения;

2) способность к дивергентному мышлению – требуется на этапе выявления проблем и поиска возможных вариантов решения (гипотез);

3) способность к конвергентному мышлению – важна на этапе анализа и оценки ситуации, разработки ситуации, оценки информации и рефлексии.

Рассмотрим основные характеристики составляющих исследовательских способностей [379].

Основные характеристики дивергентного мышления: продуктивность, оригинальность, гибкость, способность к разработке идей.

Основные характеристики конвергентного мышления: способность к анализу и синтезу.

Одним из известных способов оценки способностей личности является относительно хорошо разработанная система IQ. Поэтому важным вопросом является соотношение исследовательских способностей и уровня интеллекта, выявляемого по системе IQ. Особенную важность приобретает этот вопрос в свете того, что уровень интеллекта часто связывают с понятием детской одаренности. Однако многие исследователи наблюдают здесь отрицательные корреляции [264, 265, 379, 382].

Различие между исследовательскими способностями и интеллектом были отмечены еще в начале XX века. Так профессор Женевского университета Эдвард Клапаред на основании результатов тестирования отмечал различие между «понятливостью», когда известны элементы, но неизвестно, что с ними делать, и «изобретательностью», когда известно задание, но отсутствуют элементы, позволяющие его выполнить [151]. Клапаред отмечал, что эти два процесса тесным образом переплетаются, при этом у некоторых людей лучше развито «понимание», а других – «изобретательство».

В классических тестах интеллекта IQ содержатся преимущественно задачи конвергентного типа, характеризующие логическое, последовательное мышление. Это же относится к стандартным школьным задачам по физике. Задачи решаются путем формальной логики и применением специальных алгоритмов. Это объясняет, почему успехи в обучении в школе обычно коррелируют с показателями интеллекта, но не с исследовательскими способностями, которые требуют развитого конвергентного и дивергентного мышления [379, 380].

Таким образом, исследовательские способности, будучи *интегративным* свойством психики, требуют использования нескольких показателей [231, 379]. Существующие тесты на уровень интеллекта выявляют конвергентную продуктивность. Для оценки уровня развития дивергентного мышления можно использовать тесты на креативность (Дж. Гилфорд, Е.П. Торренс и др.).

Однако, как указано в [379, 380], при оценке исследовательских способностей следует иметь в виду, что исследовательское поведение (и креативность) актуализируется в ситуациях с высокой степенью неопределенности и новизны. Ставя школьника в ситуацию неопределенности и новизны, мы создаем неопределенность проведения тестирования, поскольку остается неопределенным набор компонент, который испытуемый должен актуализировать. Поэтому неопределенность начальных условий неизбежно приводит к потере однозначности получаемых результатов.

Следуя работе [379], мы будем давать оценку исследовательским способностям учеников по совокупности показателей: уровня поисковой активности, развитости конвергентного и дивергентного мышления. Учитывая неоднозначность получаемых оценок, мы будем ориентироваться не на однократный тест, а проводить долговременное наблюдение за деятельностью учеников.

Основные характеристики личности исследователя

Одним из способов нахождения детей с исследовательскими способностями заключается в выявлении у них личностных характеристик, присущих известным исследователям. Данный способ называется «методом моделирования поведения успешных людей» [379]. Он является косвенным, поскольку базируется на предположении, что наличие у детей определенных черт, присущих многим успешным исследователям, позволяет ожидать, что дети в дальнейшем проявят незаурядные исследовательские способности.

Рассмотрим основные характеристики, присущие исследователям:

– любознательность, т.е. устойчивый интерес к исследованию;

– высокий уровень развития логического мышления;

– сверхчувствительность к проблемам, т.е. умение видеть противоречия там, где другим все кажется ясным (классический примером является открытие Галилеем явления изохронности маятника – многие видели, как раскачиваются подвешенные на цепях канделябры, но только Галилей поставил задачу изучить зависимость периода от амплитуды [64]);

– надситуативная активность – когда решение задачи не является завершением работы (например, в лаборатории Резерфорда новому сотруднику давали задание, и, если после этого он спрашивал, что делать дальше, его считали непригодным к научно–исследовательской работе);

– повышенный интерес к задачам дивергентного типа, под которыми в работе будут пониматься нестандартные задачи, решение которых связано с некоторой неопределенностью, которые не решаются с помощью стандартных алгоритмов, а требуют генерации новых гипотез на основе сопоставления, использования всего объема накопленных учеником знаний, интуиции и др., задачи дивергентного типа могут иметь множественные ответы в отличие от обычных задач конвергентного типа, предполагающих существование единственно верного ответа, который может быть получен путем строгих рассуждений на основании усвоенных алгоритмов;

– оригинальность мышления – способность выдвигать новые неожиданные идеи, отличающиеся от широко известных;

– гибкость мышления – способность быстро и легко создавать новые стратегии решения, устанавливать ассоциативные связи и переходить от явления одного класса к другим;

– критическое мышление, способность к самооценке;

– разносторонность интересов;

– перфекционизм др. [379].

Обратим внимание, что поскольку выше перечислялись качества, присущие великим ученым – исследователям, то их можно также считать также признаками одаренных детей, о чем подробнее будет указано ниже.

Не все указанные черты в равной мере пригодны для оценки исследовательских способностей школьников. Например, надситуативная активность может быть оценена не в начале проведения исследовательской работы, а только в конце определенного этапа работы. При этом отсутствие надситуативной активности может быть связано не с тем, что ученик не видит, как развивать задачу, а с другими факторами, например, школьник уже учится в 11 классе и должен переключить свое внимание на подготовку к ЕГЭ. Также сложно оценивать сверхчувствительность к проблемам – кто-то из учеников сталкивался с такими проблемами, а кто-то – нет.

Для оценки исследовательских способностей школьников при обучении физике нам представляются наиболее доступными следующие качества (из числа перечисленных выше):

– любознательность;

– высокий уровень развития логического мышления;

– повышенный интерес к «дивергентным» задачам;

– оригинальность и гибкость мышления.

Эти качества учеников могут проявиться при решении задач по физике и выполнении лабораторных работ, причем не только на внеурочных занятиях, но и в сетке основных часов.

Продуктивное и репродуктивное обучение – история вопроса

В соответствии с двумя основными типами поведения, указанными выше, можно выделить два источника обучения [379, 380]:

1) – инстинктивное стремление индивидуума осваивать новый для себя опыт (подражая старшим и самостоятельно исследуя мир);

2) тоже инстинктивное стремление старших заботиться о младших и передавать им свой опыт.

Отсюда возникает два основных пути получения образования: продуктивный на основе собственного исследования мира (наблюдений и логических умозаключений), и репродуктивный, основанный на усвоении информации от старших (родителей, педагогов и пр.). Разумеется, на практике увидеть эти подходы в «чистом виде» не удается, обучение представляет собой соединение обоих подходов. Поэтому далее, говоря о репродуктивном или продуктивном подходе, мы будем подразумевать преимущественное использование того или иного подхода.

В прошлом использовались преимущественно репродуктивные методы передачи знаний. Во многом это обусловлено относительной стабильностью окружающей социальной системы. Когда детям предстояло жить примерно в тех же условиях, что их отцам и дедам, образование было рассчитано в основном на репродуктивную передачу знаний. Кроме того, тоталитарные режимы стремились репродуктивно передавать новому поколению строго выверенную систему догм.

В условиях непредсказуемо динамично меняющегося мира, возникает необходимость отхода системы образования от старых стереотипов к продуктивным методам образования.

Одним из первых известных в истории деятелей, использующих продуктивные методы обучения, был Сократ, живший в V в. д.н.э. в Афинах [441, 442]. Он использовал метод диалога, названный впоследствии «Сократической беседой». Свои беседы он проводил в виде диалогов, побуждая слушателей самим находить истину. Его диалоги характеризуются двумя специфическими чертами, указывающими на продуктивный тип обучения:

1) беседа состоит из наводящих вопросов, отвечая на которые, собеседник убеждался в неверности своих позиций;

2) шутливо искаженная позиция учителя, показывающего мнимое незнание обсуждаемого вопроса [441].

В Средние века обучение преимущественно происходило в монастырях и имело репродуктивный характер, поскольку в основе опиралось на авторитет Священного писания и признанных Церковью авторитетов.

Большой вклад в развитие продуктивного обучения внес Ян Амос Коменский (1592-1670). Хотя созданная им классно-урочная система обучения больше подходит для репродуктивного обучения, в своей «Великой дидактике» Коменский писал, что ребенка к обучению должна побуждать радость познания нового и обучение должно быть не тяжелым трудом, а веселой игрой [443].

Михаил Васильевич Ломоносов (1711-1765), развивая идеи Коменского, считал, что обучение должно строиться на наглядности, доступности, высокой степени научности, активности и самостоятельности учащихся [445].

Жан Жак Руссо (1712-1778) считается основателем «естественного» или «свободного воспитания» [444]. По его мнению, ребенок рождается прекрасным – любознательным, правдивым и добрым, но окружающий мир уродлив и портит ребенка. Поэтому в воспитании недопустимы зубрежка, телесные наказания, строгая дисциплина и пр., а нужно уважать личность ребенка и включать его в жизненные ситуации. Основной стимул обучения по Руссо – это интерес ребенка, а основной источник знания – это опыт ребенка, а задача педагога – создание ситуаций, обогащающих этот опыт [292].

Сторонниками продуктивного обучения были Константин Дмитриевич Ушинский (1824-1871) и Лев Николаевич Толстой (1828-1910). Ушинский писал, что «новая школа» должна требовать, чтобы дети как можно больше трудились самостоятельно, а учитель руководил эти трудом [379].

Лев Николаевич Толстой считал, что образованием можно считать лишь то образование, которое опирается на собственный опыт ученика. Он был противником, обучения, сводившегося лишь к запоминанию правил и фактов, рассматривал его как активный процесс переработки материала. Толстой любил применять в учебных целях метод экскурсий для использования «натуральной наглядности» [104, 417].

В XX веке продуктивное обучение стал развивать Джон Дьюи (John Dewey, 1859-1952). По его мнению, книги могут дать знания, но воспитать может только опыт. Дьюи считал, что в обучении нужно исходить из четырех детских инстинктов: исследовательского, деятельностного, художественного и социального. При этом обучение должно быть организовано так, чтобы ученик оказывался в позиции исследователя. Дьюи подчеркивал, что традиционное обучение ограничивает проявления исследовательской активности школьников, и призывал «покончить с методами кандалов и смирительных рубашек». Учебная деятельность по Дьюи требует исследования и экспериментирования, класс должен быть не просто аудиторией, а мастерской. Развивая идеи Ж.Ж. Руссо и Л.Н. Толстого, Дьюи считал, что центральное место в процессе обучения должен занимать ученик, а учитель должен пробуждать энергию ученика, находясь не над ним, а рядом с ним [103 – 106].

Похожие идеи продуктивного подхода в образовании отстаивали многие видные педагоги во всем мире [379]: Овид Декроли (1871-1932), Полина Кергомар (1838-1925), Эдмон Демолен (1852-1907), Селестен Френе (1896-1966) – Франция, Адольф Ферьер (1879-1960) – Швейцария, Мария Монтессори (1870-1952) – Италия, Георг Кершенштейнер (1854-1932), Август Вильгельм Лай (1862-1926), Эрнст Мейман (1862-1915) – Германия, Элен Паркхерст (1887-1973) – США, Иван Фомич Свадковский (1895-1977), Петр Федорович Каптерев (1849-1922), Константин Николаевич Вентцель (1857-1947) – Россия.

К сожалению, в 30-ые годы в СССР отказались от продуктивного подхода к обучению в пользу репродуктивного в результате стремления к общей унификации образования и стандартизации школьных программ. В результате возникло доминирование репродуктивных методов обучения, что, как уже упоминалось выше, может привести к сдерживанию развития одаренных школьников, и к возникновению ситуации не сотрудничества ученика и педагога, а их противоборства.

Динамичное развитие науки и техники в XXI веке приводит к тому, что умения и навыки исследовательского поиска нужны всем будущим ученым-естествоиспытателям и инженерам – специалистам во всех областях техники. Учитывая важную роль физики, как науки, лежащей в основе современного научно-технического прогресса, продуктивное обучение физике становится не просто благим пожеланием, а требованием времени.

Продуктивное обучение

Рассмотренные выше два основных метода обучения: продуктивный и репродуктивный можно разделить на подгруппы. Так М.Н. Скаткин и И.Я. Лернер выделяют пять основных методов обучения [202]:

– информационно-рецептивный;
– репродуктивный;
– проблемное обучение;
– частично поисковый (эвристический);
– исследовательский.

Первые два метода относятся к репродуктивным. Причем авторы отдельно выделяют информационно-рецептивный (объяснительно-иллюстративный) метод, когда учитель (педагог) сообщает ученикам определенную информацию, давая ее в готовом виде, и собственно репродуктивный метод, включающий формирование умений и навыков, выполняя упражнения по образцу.

Преимущество репродуктивных методов заключается в том, что они позволяют быстро передавать большой объем информации. С другой стороны, продуктивные методы позволяет более глубоко осмыслить получаемую информацию. Однако продуктивные методы оказываются эффективны только для учеников, склонных к исследовательской деятельности, которые обычно составляют меньшую часть обучающихся. Поэтому в современном образовании наблюдается явное преобладание репродуктивных методов обучения [380].

Проблемное обучение включает элементы продуктивного подхода. Оно предполагает, что учитель дает ученикам знание, например, физический закон, не в готовом виде, а в виде некоторой проблемы так, чтобы ученики сами преодолевали путь ученого, открывшего этот закон. То есть открытие переживается как внутренняя проблема ученика [11, 59, 89, 138, 152, 180, 184, 201, 216, 222, 239, 260, 280, 287, 359, 364, 379, 411, 440, 468].

Рассмотрим указанные подходы применительно к обучению физике [308, 342, 365]. Например, начиная изучение молекулярно-кинетической теории (МКТ), можно продиктовать и предложить ученикам выучить три основных положения МКТ:

– все вещества состоят из атомов и молекул;

– атомы и молекулы находятся в непрерывном тепловом (хаотическом) движении;

– между атомами и молекулами действуют силы притяжения и отталкивания.

Данный подход является репродуктивным. Проблемное изложение предполагает обратное движение мысли – от ученика к учителю и снова к ученику. Вначале учитель спросит, знают ли ученики про атомы и молекулы. Скорее всего, ученики уже слышали об этом. Далее учитель предложит им обосновать утверждение, что тела состоят из атомов и молекул. Для обоснования ученики должны выдвигать гипотезы, анализировать и оценивать их. Учитель может стать оппонентом, помогая ученикам оценивать весомость аргументов и находить контраргументы. Таким образом, ведущая роль педагога в процессе проблемного обучения сохраняется, однако ход обсуждения не спрогнозирован им заранее, поскольку неизвестно какие именно аргументы приведут ученики. Вскоре ученики убеждаются, что обосновать наличие атомов и молекул непросто и, возможно, без помощи учителя они это сделать не смогут. Разобрав первое положение МКТ, можно попросить обосновать их второе и третье положение МКТ [365].

Конечно, такой подход занимает больше времени, чем простая запись под диктовку основных положений МКТ. Но в процессе обсуждения ученики выступают не в роли пассивных приемников информации, а в роли активных исследователей, пытающихся найти аргументы в защиту своих знаний.

Отметим, что в приведенном примере школьники не планируют и не ставят эксперименты, а используют свои знания из учебной и научно-популярной литературы (в том числе для внеклассного чтения), информацию из образовательных интернет-сайтов и пр. [365].

Подобное проблемное изложение возможно практически по всем разделам школьной физики. Однако следует помнить, что не всегда проблемное изложение материала дает положительный эффект [365, 379]. При постановке проблем нужно следить, чтобы уровень проблемы был под силу ученикам.

Способы постановки проблемы

В педагогической литературе широко обсуждается вопрос, кто должен ставить проблему: учитель или сами ученики [24, 35, 51, 57, 58, 71, 76, 87, 100, 108, 114, 115, 125, 129, 130, 135, 143, 146, 155, 158, 168, 172, 176, 186, 194, 205, 214, 235, 242, 257, 262, 268, 284, 359, 379, 385, 400, 419, 439, 451, 452, 454, 472, 477, 478, 488, 481, 495]? Несмотря на то, что с точки зрения развития исследовательских способностей полезнее, чтобы проблемы ставили ученики, на практике при обучении физике тему обсуждения часто подбирает учитель. В основном это связано с тем, что последовательность обсуждаемых проблем должна логически соответствовать структуре учебного курса. Если перескакивать с кинематики на строение «черных дыр», природу шаровых молний и т. д., то можно не оставить целостного представления ни об одном из разделов школьного курса физики.

Когда проблему ставит педагог, его задача – заинтересовать ею учеников. Еще лучше, когда учитель может так представить проблему, чтобы у учеников осталось чувство, что проблему предложили именно они, но это требует от учителя «высшего пилотажа» и не всегда реализуемо на практике.

Частично-поисковый (эвристический) метод обучения. Он нацелен на подготовку учеников к самостоятельному решению проблем. Школьников нужно учить видеть проблемы, ставить вопросы, выдвигать гипотезы, планировать эксперименты, делать выводы и т.п. Данный этап рассматривается как подготовительный к собственно исследовательскому методу обучения [11, 59, 68, 89, 152, 180, 201, 216, 222, 260, 287, 338, 359, 364, 379, 411, 440].

При обучении физике можно использовать и проблемное и частично-поисковое обучение, причем как на дополнительных занятиях (например, при обучении решения задач повышенной сложности), так и на занятиях в сетке расписания. Однако следует иметь в виду, что продуктивные методы обучения медленнее передают информацию, кроме того, продуктивные методы эффективны в основном для учеников, склонных к исследовательской деятельности. Поэтому, учитывая загруженность курса физики в сетке основных часов, проблемное и частично-поисковое обучение можно применять на основных занятиях лишь время от времени, сочетая их с репродуктивными формами обучения.

Исследовательское обучение

Выше уже обсуждалось, что исследовательский подход к обучению разрабатывается давно. Разные авторы используют различные определения исследовательского обучения, но они едины в том, что исследовательское обучение построено на основе естественного стремления ученика к самостоятельному изучению окружающего мира.

Например, в начале XX века известный российский педагог Б.В. Всесвятский писал, что в исследовательском методе в основу берется не знание, преподносимое детям в готовом виде, а организованное искание детей в окружающей жизни [61].

Обобщая опыт отечественных и зарубежных педагогов, Кларин М.В. похожим образом определял исследовательское обучение, как обучение, в котором обучающийся ставится в ситуацию, в которой он сам овладевает понятиями и подходами к решению проблем в процессе познания, в большей или меньшей степени организованного (направляемого) учителем [152, 153].

В нашей работе мы будем следовать более краткому определению Савенкова А.И. [379], что *исследовательский метод обучения – это путь к знанию через собственный творческий исследовательский поиск ученика*. Исследовательское обучение направлено на развитие у ученика умений и навыков научного поиска, а главная цель исследовательского обучения – формирование у школьника готовности и способности самостоятельно творчески осваивать новые способы деятельности.

Таким образом, для реализации исследовательского обучения необходимо мотивировать активную позицию школьника, т.е. чтобы у школьника была потребность в самостоятельном поиске интересующих его вопросов и их последующем решении.

Здесь снова возникает важный вопрос: кто должен формулировать проблему: ученик или педагог? Взаимодействие ученика и педагога при постановке задачи является сложной и важной проблемой.

Было бы хорошо, если бы школьник сам находил бы интересующую его проблему, ставил задачу и находил методы решения. Но, поскольку опыт учащегося сильно ограничен и фрагментарен, то задачу приходится ставить педагогу. Однако при этом нужно исходить из интересов ученика. Оптимально, чтобы педагог подвел ученика к проблеме, и лишь когда ученик заинтересуется ею, уточнил бы задачу для последующей самостоятельной работы ученика. В дальнейшем педагог должен предоставить ученику (или группе учеников, если работа групповая) большую свободу действий, чтобы дать им возможность самостоятельно убедиться в эффективности или неэффективности предлагаемых методов.

Рассмотрим общие принципы проведения школьниками исследовательских работ в процессе исследовательского обучения.

Исследовательские, учебно-исследовательские и проектно-исследовательские работы

В процессе исследовательского обучения ученики выполняют работы. Эти работы различные авторы называют исследовательскими, проектно-исследовательскими, учебно-исследовательскими, научно-исследовательскими и пр. Указанные работы представляются школьниками на конкурсах (конференциях) школьных работ различных уровней: от участия на уровне школы, когда выступающими (и слушателями) являются школьники одной школы, до всероссийских и международных конкурсов.

Возникает вопрос, насколько важны (с точки зрения развития школьника) новизна и научная ценность получаемых в работе результатов?

Многие исследователи полагают [1, 13, 24, 28, 67, 76, 128, 154, 205, 221, 395, 399, 407, 458, 459, 472], что дети не способны получить объективно новую информацию, и в ученических работах нужно ориентироваться на получение лишь «субъективно новой» информации. Поэтому работы, выполняемые в ходе исследовательского обучения можно называть учебно-исследовательскими.

С другой стороны, опыт работы даже с детьми младшего школьного возраста показывает, что более результативным является не «игра в творчество», а реальное решение реальных проблем [108, 130, 195, 215, 229, 269, 379, 391, 433, 435, 454, 461]. Американский ученый Дж. Брунер отмечал, что умственная деятельность ученого и умственная деятельность ребенка одинаковы по своей внутренней «механике», различие лишь в сложности задачи. Но при исследовательском обучении школьник, изучающий физику, является физиком, и для него легче изучать науку, действуя подобно ученому-физику, чем получать знания в каком-то другом виде [38].

Но называть школьные работы научно-исследовательскими также представляется неправильным. Существенное различие заключается в том, что в науке главной целью является производство новых знаний, в учебном процессе главная цель исследовательской деятельности – в приобретении учащимся исследовательских способностей как универсального способа освоения действительности. Поэтому обычно ученик приобретает субъективно новые знания, т.е. знания, являющиеся новыми и личностно значимыми для конкретного учащегося. Исследовательская работа школьников обычно не имеет научной новизны и не содержит важной черты научного исследования – определения места данной работы в общей структуре научного знания (в физике или др. науки).

На конференциях также можно встретить название: «проектно-исследовательские работы». В педагогической литературе есть определенная путаница в терминах «проект» и «исследование». Поэтому остановимся на вопросе о соотношении *проектной и исследовательской* работы школьников.

Понятие проекта значительно шире, чем понятие исследования. Под проектом понимается создание любого продукта: выпуск стенгазеты, постановка школьного спектакля и др. Под исследованием понимается поиск новых знаний [1, 19, 24, 35, 50, 57, 73, 76, 87, 110, 114, 125, 133, 134, 155, 160, 166, 249, 259, 262, 267, 359, 388, 406, 408, 409, 447, 448, 451, 458, 472].

Рассмотрим различие между проектной и исследовательской деятельностью с точки зрения прогнозирования ожидаемых результатов. Построение прогнозов делится на три составляющие:

1) полностью предсказуемую;

2) частично предсказуемую;

3) случайную – принципиально не поддающуюся прогнозированию.

Первая составляющая опирается на конвергентное мышление, вторая сочетает конвергентное и дивергентное мышление, третья – в основном дивергентное мышление. Заметим, что чем интенсивнее развивается наука, чем в более нестандартных условиях происходит научный поиск, тем больше становится непрогнозируемая часть работы.

Проект ориентирован на практику, поэтому разработка проекта не всегда имеет творческий характер. Теоретически проект можно выполнить на основе известных алгоритмов, например, наклеить вырезанные тексты и рисунки на ватман и получить стенгазету. Исследование – всегда творческий процесс. Таким образом, проектирование развивается в основном в рамках первой и второй составляющих, исследование – в рамках второй и третьей.

Анализ литературы и собственный опыт автора участия в жюри на конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ школьников позволяет выявить очень неприятную тенденцию при написании школьных исследовательских работ, связанную с переносом акцента с учебной на практическую значимость выполненной школьниками работы [11, 19, 57, 71, 150, 167, 192, 197, 203, 225, 234, 359, 360, 400, 433, 453]. Действительно, добытое в процессе исследовательской работы знание может быть мало полезно с практической точки зрения. Однако нужно учесть следующие обстоятельства. Во-первых, то, что кажется мало полезным с точки зрения уровня техники сегодняшнего дня, может оказаться полезным впоследствии. Например, сейчас трудно представить себе полезнее с практической точки зрения открытия, чем способ получения электрической энергии на основе открытого Фарадеем закона электромагнитной индукции. Однако сам Фарадей, открыв закон электромагнитной индукции, не оценил его практической значимости.

Во-вторых, исследовательская работа рассматривается педагогами как способ развития личностных способностей ученика, т.е. при проведении работы важен прежде всего педагогический результат, а не полученный учеником продукт. Исследование как бескорыстный поиск истины очень полезен в деле развития творческих способностей. Однако у руководителей работ часто возникает соблазн трансформировать исследовательский процесс в решение практической задачи – проектирование. Работая в жюри многих конкурсов-конференций проектно-исследовательских работ, автор был свидетелем того, что многие школьники пытались «за уши» притянуть к своим, в общем, неплохим работам практическую значимость своих работ. Очевидно, это делалось «с подачи» их руководителей, но при этом было видно, что дети говорят о вещах, в которых ничего не смыслят, что сильно портило впечатление от доклада. Заметим, что жюри на этих конференциях не оценивало практическую значимость школьных работ, то есть, научные руководители вставляли «практическую пользу» не с тем, чтобы подвести работу под критерии жюри, а, видимо, исходя из опыта составления своих «заявок на гранты». Видимо, по этой причине некоторые школьные конференции специально оговаривают, что отборе работ их практическая значимость не оценивается.

В нашей работе мы не будем разделять школьные работы, выполненные в процессе исследовательского обучения, на учебно-исследовательские, проектно-исследовательские и пр. Все подобные работы мы будем называть просто исследовательскими, основное внимание мы будем акцентировать на освоение школьником методов научного исследования, о чем подробнее написано ниже.

Структура исследовательской работы

После обсуждения задач, стоящих перед исследовательской работой, перейдем к рассмотрению последовательности действий при ее проведении. Учитывая вышесказанное о подобии учебной и профессиональной научной исследовательской работами, определим основные этапы исследовательских работ.

Рассмотрев схемы построения исследовательских работ, предложенные в [11, 27, 51, 57, 92, 112, 119, 126, 137, 145, 152, 156, 172, 173, 177, 181, 189, 193, 207, 248, 282, 379, 386, 407, 452], и прилагая их к обучению физике, выделим следующие основные этапы исследовательской работы школьников:

1) видение проблемы на основе наблюдения или логического анализа;
2) постановка задачи исследования;
3) формулировка гипотез, их априорная проверка;
4) решение вопроса о том, какие эксперименты необходимы для проверки гипотез, оценка необходимой точности экспериментов;
5) проведение экспериментов (натурных или вычислительных);
6) оценка истинности гипотезы в свете полученных данных;
7) представление полученных результатов в виде публичного доклада;
8) планирование дальнейшей работы по исследованию проблемы с учетом полученных результатов.

Отметим, что мы здесь используем обобщенное понятие эксперимента, которое включает как натурный эксперимент с использованием физических приборов, так и вычислительный эксперимент, заключающийся в проведении компьютерного моделирования с использованием численных методов на основе выбранной физической модели. Во второй главе мы детализируем указанную схему и рассмотрим ее конкретное наполнение.

Успешность выполнения исследовательской работы зависит также от благоприятной окружающей обстановки. Остановимся о роли педагога (учителя, наставника, научного руководителя) при выполнении исследовательской работы. С одной стороны, исследовательская работа – это самостоятельное решение задачи, поэтому необходимо, чтобы педагог, как на этапе постановки задачи, так и при выполнении работы предоставил бы ученику максимум самостоятельности. С другой стороны, при этом нужно понимать, что школьнику нужна помощь при выполнении работы. Здесь приходится искать «золотую середину» между командно-директивным руководством работой ученика и медленным, а порой и низкоэффективным выполнением работы. В литературе можно найти широкий спектр возможности взаимодействия обучающего и обучаемого при проведении проектно-исследовательских работ [3, 7, 21, 55, 57, 72, 85, 100, 126, 145, 149, 152, 156, 172, 177, 189, 191, 193, 196, 234, 241, 248, 265, 273, 281, 291, 379, 392, 394, 401, 402, 407, 421, 431, 461, 471].

В нашей работе мы будем придерживаться точки зрения, высказанной в [379], что руководителю исследовательской работы целесообразно следовать следующим принципам:

– не стремиться навязать ученику проблему, дать возможность ученику осознать, интересна ли она ему;
– не стремиться на первых этапах точно формулировать тему исследования;
– избегать директивных указаний при выполнении работы;
– не спешить оценивать работу;
– развивать критическое отношение к постановке экспериментов, и полученным в их ходе результатам;
– следить за сохранением интереса учеников к проблеме, уметь перенаправить ход работы или завершить выполнение задачи в случае потери интереса.

Этим же принципам рекомендовано руководствоваться преподавателям в руководимой автором Вечерней физической школе [365].

Еще один важный вопрос, касающийся выполнения как проектных, так и исследовательских работ – это число участников. Здесь существуют разные точки зрения [1, 58, 108, 114, 115, 137, 196, 359, 379, 406, 416, 433, 473]. С одной стороны стремление ученика делать все в одиночку может приводить к развитию эгоцентризма. С другой стороны, если у работы много авторов, возникает вопрос: как были между ними распределены роли? По данным Матюшкина А.М. даже в небольших группах детей (3-5 человек) при проблемном обучении в решении проблемы принимает участие только один (редко два) человек, а остальным отводятся «второстепенные» функции. Причем, ученики, занявшие «вторые роли» не могут самостоятельно изменить свое положение в группе [222].

Учитывая указанные источники и собственную педагогическую практику, а также опыт работы в жюри школьных конференций, мы считаем оптимальным выполнение исследовательской работы одним участником. Допустимо участие двух учеников, особенно когда работу желают делать «неразлучные друзья». Увеличение числа участников больше двух нежелательно по указанным выше причинам. Заметим, что на некоторых конкурсах школьных работ действует правило, ограничивающее число участников работы.

Завершая обсуждение позитивных сторон исследовательского обучения, нельзя не сказать и о возможных негативных последствиях. В работе [30] показано, что не для всех детей подходит исследовательский вид обучения. Не все ученики в равной степени одарены и склонны заниматься исследовательской деятельностью, поэтому существует необходимость выявления одаренных учеников и создания соответствующих условий для их работы. Перейдем к разбору этих аспектов развития исследовательских способностей – выявлению одаренных школьников (в области физики).

1.2. Определение терминов «детская одаренность» и «одаренные дети»

Изучение детской одаренности – история вопроса

Известно, что интеллектуальные возможности людей различны. Древние считали, что некоторые люди – гении обладали особым даром, ниспосланным богами, который назывался гениальностью или талантом (греч. ταλαντον – большая мера золота [53]). Такая же точка зрения была в Средние века: все врожденные качества человека определялись единым Богом [226, 378, 440].

Противоположенная точка зрения стала формироваться в эпоху Возрождения. Джон Локк (1632-1704) выдвинул концепцию «чистой доски» (лат. *tabula rasa*). По его мнению, человек от рождения является «чистой доской», которая заполняется при соприкосновении с внешним миром. Эта концепция стала отражением идеи, что все люди от рождения равны, а дальнейшее определяется их обучением. Положительным следствием этой идеи явилось понимание необходимости всеобщего образования.

Только в середине XIX века общефилософские рассуждения о природе таланта стали подкрепляться количественными измерениями. Английский ученый Френсис Гальтон (1822-1911) на основе анализа 977 человек из 300 семей пришел к выводу, что во многом причина высоких достижений обусловлена хорошей наследственностью. Ценность этой работы заключается в том, что Гальтон количественно измерял интеллект от 0 у «полного идиота» до 100 у нормального человека и до 200 у гения. Позже эти цифры войдут в шкалу IQ (Intelligence quotient), разработанную немецким ученым Вильямом Штерном. Ф. Гальтон фактически стал основателем психодиагностики и психометрии, хотя его методы тестирования существенно отличались от современных [378].

В связи с переходом в начале XX века в европейских странах к всеобщему (начальному) образованию возникла проблема отбора способных (и неспособных) к обучению детей. Развивая идеи Гальтона, французский ученый А. Бине создал тесты для отбора неспособных к обучению детей. Вскоре подобные тесты стали использоваться для отбора способных детей в странах Европы и Америки [378].

Следующий этап развития представлений о явлении одаренности связан с американским психологом Дж. Гилфордом (1897 – 1987). Он выделил три основных блока проявления интеллекта [378].

Первый блок – «операции»: основные интеллектуальные процессы и выполняемые операции. Этот блок объединяет следующие интеллектуальные способности:

– познание – восприятие и понимание материала;

– память – запоминание и воспроизведение информации;

– конвергентное мышление – логическое, последовательное однонаправленное мышление, оно проявляется при решении задач, имеющих единственный правильный ответ;

– дивергентное мышление – альтернативное мышление, проявляется при решении задач, допускающих существование множества ответов;

– оценка правильности разрешения проблемы.

Второй блок – способ классификации по виду содержания интеллектуальных способностей: образное, символическое, семантическое, поведенческое («социальный интеллект»).

Третий блок – конечные виды мыслительного продукта при выполнении той или иной мыслительной операции: элементы, классы, отношения, системы, преобразования (трансформации), предвидения.

Модель структуры интеллекта по Гилфорду показана на рис. 1.2 [378].

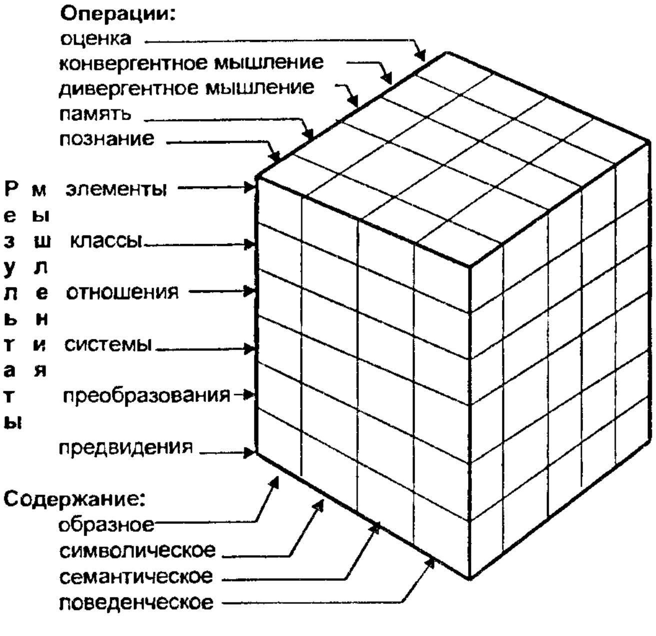


Рис. 1.2
Модель структуры интеллекта по Дж. Гилфорду [378]

Впоследствии модель Гилфорда была расширена. Для нашего исследования наиболее ценно деление мышления на конвергентное и дивергентное, о чем подробнее написано выше. Это деление дало начало деления одаренности на интеллектуальную одаренность и творческую одаренность [378].

Позже американский исследователь П. Торренс на основе многочисленных наблюдений пришел к выводу, что высокие показатели IQ и творческие успехи не всегда коррелируют друг с другом. На основе своих наблюдений Торренс создал систему тестов для определения креативности, используемую во всем мире для выявления одаренных детей [378].

Учитывая необходимость учета, как интеллекта, так и креативных качеств ученика, американский психолог Дж. Рензулли (род. 1936) создал модель одаренности на основе сочетания:

– интеллектуальных способностей (уровень выше среднего);

– креативности;

– настойчивости (мотивация, ориентированная на задачу).

Его модель представлена на рис. 1.3 [378].

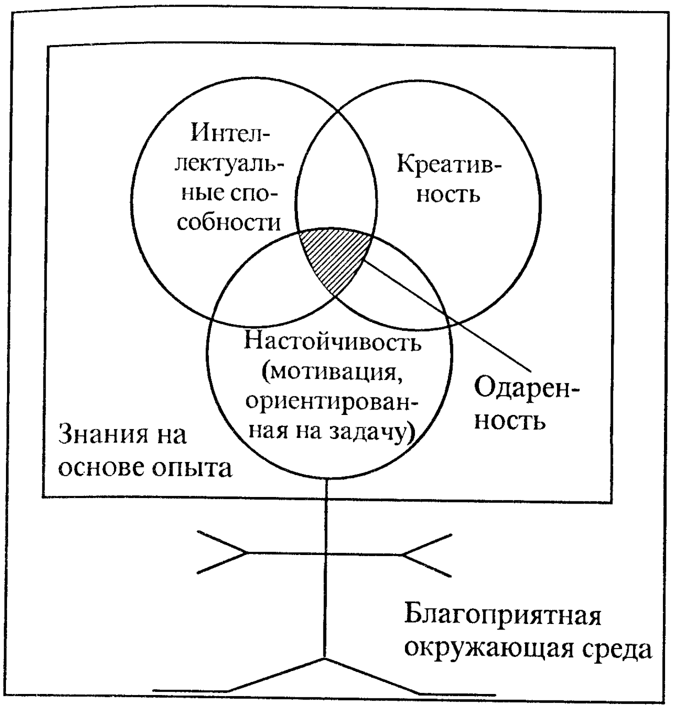


Рис. 1.3
Модель одаренности Рензулли [378]

К категории одаренных Рензулли относит детей с высокими показателями хотя бы по одному параметру. Для нас существенно отметить, что по Рензулли кроме личностных качеств для развития одаренности нужна благоприятная окружающая среда.

Включение окружающей среды в определение одаренности является выражением понимания, что одаренность – это не статическая, а динамическая характеристика. Одаренность существует только в развитии, поэтому необходимо учитывать факторы не только личности, но и окружения [378].

Рабочая концепция одаренности

В 1998 г. была создана «Рабочая концепция одаренности» (РКО) (все цитаты приводятся по второму изданию 2003 г. [277]). Главной целью создания РКО было определение того, кого именно и как должна поддерживать программа «Одаренные дети». РКО разрабатывал авторский коллектив под руководством Д.Б. Богоявленской (ответственный редактор) и В.Д. Шадрикова (научный редактор).

В предисловии авторы отмечают, что существующее представление об одаренности как «о высоком уровне развития конкретных (прежде всего умственных) способностей ребенка» неверно, поскольку одаренность характеризует психику ребенка. Авторы дают следующее определение одаренности:

«Одаренность – это системное, развивающееся в течение жизни качество психики, которое определяет возможность достижения человеком более высоких, незаурядных результатов в одном или нескольких видах деятельности по сравнению с другими людьми» [277, с. 7].

Есть существенное различие понятий «детская одаренность» и «одаренные дети». Детская одаренность – это доступные измерению личностные качества, а одаренные дети – это уже выделенная по тем или иным показателям группа детей. В РКО определяется, кого можно считать одаренным. «Одаренный ребенок – это ребенок, который выделяется яркими, очевидными, иногда выдающимися достижениями (или имеет внутренние предпосылки для таких достижений) в том или ином виде деятельности» [277, с. 7].

Выше мы уже поднимали вопрос, является ли одаренность врожденным или приобретенным качеством. Обсуждая эту проблему, создатели РКО придерживаются высказанной выше идеи, что одаренность – это результат сложного взаимодействия наследственности (природных задатков) и социокультурной среды [277, с. 7].

В РКО детская одаренность представлена в виде двух (а не трех, как у Рензулли и др.) компонент [277, с. 12]:

– инструментальный (т.е. то, что ребенок *может* делать);

– мотивационный (т.е. то, что ребенок *хочет* делать).

Инструментальный компонент поведения может быть описан следующими признаками:

1) наличие специфических стратегий деятельности, которые обеспечивают успешность деятельности по каждому из направлений:

– быстрое освоение деятельности и высокая успешность ее выполнения;

– использование новых способов деятельности в условиях поиска решения в заданной ситуации;

– новаторство, т.е. выдвижение новых целей деятельности за счет более глубокого овладения предметом, ведущее к новому видению ситуации.

2) сформированность качественно своеобразного индивидуального стиля деятельности, выражающегося в склонности «все делать по-своему»;

3) особый тип организации знаний одаренного ребенка: высокая структурированность; способность видеть изучаемый предмет в системе связей со смежными дисциплинами;

4) своеобразный тип обучаемости, связанный с тем, что одаренные дети, как правило, уже с раннего возраста отличаются высоким уровнем способности к самообучению, поэтому они нуждаются не столько в целенаправленных учебных воздействиях, сколько в создании вариативной, обогащенной и индивидуализированной образовательной среды.

Таким образом, в РКО инструментальный компонент включает как интеллект, так и креативные качества ребенка.

Мотивационный компонент поведения одаренного ребенка в РКО содержит пять признаков:

1) повышенная избирательная чувствительность к определенным сторонам предметной деятельности (например, техническим устройствам), сопровождающаяся, как правило, переживанием чувства удовольствия;

2) повышенная познавательная потребность, готовность по собственной инициативе выходить за пределы исходных требований деятельности;

3) ярко выраженный интерес к тем или иным занятиям или сферам деятельности, чрезвычайно высокая увлеченность каким-либо предметом, погруженность в то или иное дело, что выражается в упорстве и трудолюбии;

4) предпочтение парадоксальной, противоречивой и неопределенной информации, неприятие стандартных, типичных заданий и готовых ответов;

5) высокая критичность к результатам собственного труда, склонность ставить сверхтрудные цели, стремление к совершенству [277, с. 16].

Аналогичные черты, характерные для одаренные детей, приводятся и в других работах [34, 93, 119, 221, 257, 378, 440, 462]. В нашей работе мы будем использовать указанные в РКО характеристики одаренности в качестве основы с учетом особенности проявления указанных характеристик при обучении физике. В частности, «повышенную избирательную чувствительность к определенным сторонам предметной деятельности» мы будем относить к изучению технических устройств, физических приборов и проведению физических экспериментов. «Повышенную познавательная потребность» мы будем относить к изучению теоретического материала по физике, выходящего за рамки школьной программы, к стремлению решать нестандартные задачи повышенной сложности, проводить физические эксперименты и исследовательские работы в области физики.

Выявление одаренных детей

Авторы РКО указывают на сложность выявления одаренных детей:

«... выявление одаренных детей – продолжительный процесс, связанный с анализом развития конкретного ребенка. Эффективная идентификация одаренности посредством какой-либо одноразовой процедуры тестирования невозможна. Поэтому вместо одномоментного *отбора* одаренных детей необходимо направлять усилия на постепенный, поэтапный *поиск* одаренных детей в процессе их обучения по специальным программам (в системе дополнительного образования) либо в процессе индивидуализированного образования»... [277, с. 48].

В РКО различают несколько видов одаренности по следующим признакам [277, с. 17].

1) Вид деятельности.

2) Степень сформированности.

3) Форма проявлений.

4) Широта проявлений в различных видах деятельности.

5) Особенности возрастного развития.

К основным **видам деятельности** относятся: практическая, теоретическая (познавательная), художественно-эстетическая, коммуникативная и духовно-ценностная. С точки зрения обучения физике наиболее важна познавательная деятельность, которая является отражением интеллектуальной одаренности (в нашем случае в области физики) и включает как изучение теоретического материала, так и приобретение экспериментальных навыков.

Значение лидерской одаренности (коммуникативной деятельности) нам представляется не столь существенным, поскольку, как уже обсуждалось выше, когда исследовательскую работу проводит группа учеников, взаимодействие участников работы может приводить к появлению лидеров и аутсайдеров, что не способствует развитию исследовательских способностей последних.

Авторы РКО подчеркивают, что классификация видов одаренности по критерию «вид деятельности» является наиболее важной в плане понимания качественного своеобразия природы одаренности. По их мнению, в соответствии с деятельностным подходом, одаренность выступает как интегральное проявление разных способностей в целях конкретной деятельности. Деятельность всегда осуществляется личностью, цели и мотивы которой оказывают влияние на уровень ее выполнения. Если цели личности лежат вне самой деятельности, т. е. ученик готовит уроки только для того, чтобы не ругали за плохие отметки или чтобы не потерять престиж отличника, то работа выполняется в лучшем случае добросовестно. Отмечая способности такого ребенка, не следует говорить о его одаренности, поскольку последняя предполагает внутреннюю увлеченность самим предметом. Отсюда возникает важное практическое следствие: говоря о развитии одаренности, нельзя ограничивать свою работу лишь составлением программ обучения. Необходимо создавать условия для формирования внутренней мотивации деятельности, направленности и системы ценностей, которые создают основу становления духовности личности [277, с. 23].

Авторы РКО указывают, что если наблюдения не выявили одаренность, то это не значит, что ее нет. Для этого они формулируют следующий критерий – степень сформированности одаренности**,** где выделяют:

– актуальную одаренность;
– потенциальную одаренность.

Актуальная одаренность – это психологическая характеристика ребенка с уже достигнутыми показателями психического развития, которые проявляются в более высоком уровне выполнения деятельности в конкретной предметной области (в нашем случае – физике) по сравнению со сверстниками.

Потенциальная одаренность — это психологическая характеристика ребенка, который имеет лишь определенные психические возможности для высоких достижений, но не может реализовать свои возможности в данный момент времени в силу каких-либо неблагоприятных причин (трудные семейные обстоятельства, отсутствие необходимой образовательной среды и т. д.) [277, с. 24].

По критерию «широта проявлений в различных видах деятельности» авторы РКО выделяют: – общую одаренность; и – специальную одаренность.

Общая одаренность проявляется по отношению к различным видам деятельности. Специальная одаренность обнаруживает себя в конкретных видах деятельности, в нашем случае – при обучении физике.

Кроме этого, как указывалось выше, одаренность является динамической характеристикой личности, и, проявляя одаренность в раннем возрасте, ребенок может потерять ее в старшей школе. Точно также, если к определенному моменту обучения одаренность ученика не выявлена, это не означает, что она не может проявиться позже. Кроме того, родители (или педагоги) могут не заметить задатки у ребенка, или, более того, счесть их негативными свойствами, поскольку многие педагоги ценят прилежание, послушание, аккуратность, а не оригинальность, мышления.

Таким образом, любой индивидуальный случай детской одаренности может быть оценен с точки зрения всех вышеперечисленных критериев классификации видов одаренности, что еще раз подчеркивает многомерность явления одаренности и сложность ее выявления и оценки.

Авторы РКО подчеркивают, что «любая форма отбора (селектирования) детей на основе показателей психометрических тестов оказывается несостоятельной с научной точки зрения, поскольку тесты интеллекта и креативности по определению не являются инструментом диагностики одаренности» [277, с. 51].

Авторы РКО обращают внимание, что проблема выявления одаренных детей имеет четко выраженный этический аспект. Идентифицировать ребенка как «одаренного» либо как «неодаренного» на данный момент времени – значит, вмешаться в его судьбу. Навешивать ярлыки «одаренный» или «ординарный» недопустимо не только из-за опасности ошибок в диагностических заключениях. Как убедительно показывают психологические данные, такого рода ярлыки могут весьма негативно повлиять на личностное развитие ребенка [277, с. 55].

С учетом специфики одаренности в детском возрасте наиболее адекватной формой идентификации признаков одаренности того или другого конкретного ребенка является психолого-педагогический мониторинг.

Таким образом, авторы РКО приходят к заключению, что оценка ребенка как одаренного *не должна являться самоцелью*. Выявление одаренных детей необходимо связывать с задачами их обучения и воспитания. Проблема выявления одаренных детей должна быть переформулирована как проблема создания условий для интеллектуального и личностного роста детей в общеобразовательных школах и учреждениях дополнительного образования с тем, чтобы выявить как можно больше детей с признаками одаренности и обеспечить им благоприятные условия для совершенствования присущих им видов одаренности [277, с. 56].

Из вышесказанного можно сделать вывод, что поиск школьников, одаренных в области физики, должен не быть самоцелью, а направлен на выявление у них склонности к творческому развитию для вовлечения в исследовательскую деятельность. Таким образом, разработка методики развития исследовательских способностей и выявление одаренных школьников, готовых в самостоятельной исследовательской деятельности, являются взаимодополняющими направлениями данной работы.

Направления работы с одаренными детьми

В литературе часто дискутируется вопрос о том, насколько часто встречаются одаренные дети. По этому вопросу существуют две крайние точки зрения: «все дети являются одаренными» — «одаренные дети встречаются крайне редко» [378]. Сторонники первой позиции полагают, что при условии создания благоприятных условий до уровня одаренного можно развить практически любого здорового ребенка. В рамках этого подхода важен не отбор детей, а создание соответствующей среды. Противоположенная позиция – одаренность это уникальное явление и потому основное внимание нужно уделять поиску одаренных детей. Создатели РКО придерживаются следующей позиции: «потенциальные предпосылки к достижениям в разных видах деятельности присущи многим детям, тогда как реальные незаурядные результаты демонстрирует значительно меньшая часть детей» [277]. Поэтому важно не столько отбирать одаренных детей, сколько их развивать.

Авторы РКО выделяют основные общие принципы обучения одаренных детей школьного возраста:

– принцип развивающего и воспитывающего обучения (цели, содержание и методы обучения должны способствовать не только усвоению знаний и умений, но и познавательному развитию, а также воспитанию личностных качеств учащихся);

– принцип индивидуализации и дифференциации обучения, реализация этого принципа особенно важна при обучении одаренных детей, у которых индивидуальные различия выражены в яркой и уникальной форме;

– принцип учета возрастных возможностей [277].

Авторы РКО выделяют следующие творческие методы обучения интеллектуально одаренных учащихся: проблемные, поисковые, эвристические, исследовательские, проектные.

Среди указанных в РКО форм обучения применительно к обучению физике подходят только внеурочные занятия, что обусловлено большой насыщенностью материала, и невозможностью сократить часы обязательного курса для одаренных детей. Внеурочные занятия, в свою очередь, могут проходить как в виде дополнительных занятий в физико-математических лицеях, так и в системе дополнительного образования.

Дополнительное образование предоставляет каждому ребенку больше возможности в выборе образовательной области и включения в разнообразные виды деятельности.

В системе дополнительного образования авторы РКО выделяют следующие формы обучения одаренных детей:

– индивидуальное обучение или обучение в малых группах;

– работа по исследовательским и творческим проектам (наставничество);

– каникулярные сборы, лагеря и др. [277].

Авторы РКО предостерегают от опасностей, которые возможны при работе с одаренными детьми:

– очень важно не создавать у них «чувства исключительности» – ведь их одаренность может не получить подтверждения в дальнейшей жизни;

– нельзя эксплуатировать одаренных учеников ради престижа учебного заведения или повышения статуса руководителя (применительно к обучению физике эксплуатация может быть выражена в стремлении заставить школьника участвовать в большом количестве конкурсов с целью получения дипломов призера), что часто идет во вред самому ребенку, который оказывается средством для решения задач взрослых [277].

На основании сказанного выше авторы РКО формулируют требования к программам обучения для одаренных учащихся. Они должны:

– включать изучение широких (глобальных) тем и проблем, что позволяет учитывать интерес одаренных детей к универсальному и общему, их повышенное стремление к обобщению, теоретическую ориентацию и интерес к будущему;

– использовать в обучении междисциплинарный подход на основе интеграции тем и проблем, относящихся к различным областям знания;

– предполагать изучение проблем «открытого типа», позволяющих формировать навыки и методы исследовательской работы;

– учитывать интересы одаренного ребенка и в максимальной мере поощрять углубленное изучение тем, выбранных самим ребенком;

– содействовать изучению способов получения знаний;

– обеспечивать гибкость и вариативность учебного процесса с точки зрения содержания, форм и методов обучения, вплоть до возможности их корректировки самими детьми;

– поддерживать и развивать самостоятельность в учении;

– обеспечивать наличие и свободное использование разнообразных источников и способов получения информации;

– обучать детей оценивать результаты своей работы с помощью содержательных критериев, формировать у них навыки публичного обсуждения и отстаивания своих идей и результатов творческой деятельности;

– способствовать развитию рефлексии, самопознания, а также пониманию индивидуальных особенностей других людей [277].

Таким образом, анализ психолого–педагогической литературы показывает, что основными направлений работы с одаренными детьми при обучении физике являются обучение в малых группах материалу, выходящему за рамки обычной школьной программы, и вовлечение в исследовательскую деятельность с участием высококвалифицированного наставника (научного руководителя). При этом полезно побуждать учеников к изучению глобальных проблем физической науки, имеющих широкие перспективы для будущей профессиональной научной работы ученика (если он выберет в дальнейшем работу по естественнонаучному или техническому направлению).

Формы организации учебной работы с одаренными детьми

В педагогике принято различать три основные формы организации обучения [145, 221, 265, 378, 440, 443, 462]: индивидуальная, коллективная (классно-урочная) и групповая.

Индивидуальная форма занятий наиболее предпочтительна для учета индивидуальных особенностей ученика.

Классно-урочная форма организации учебной деятельности является в настоящее время основной. Однако она содержит в себе определенные недостатки, особенно касающиеся обучения одаренных школьников [5, 33, 36, 44, 45, 56, 71, 95, 99, 104, 126, 146, 167, 189, 195, 220, 231, 240, 259, 281, 327, 378, 461, 468, 476, 479, 480, 490, 492, 493, 496, 497]. Классно-урочная система возникла в Средние века с целью репродуктивного обучения, прежде всего, в области передачи готовых знаний, воспринимаемых на веру. Поэтому она воспитывала некритическое, нетворческое знание.

Альтернативой классно-урочной системы можно считать групповой способ обучения, когда все члены группы принимают активное участие в обучении. Например, по такой схеме проводятся командные соревнования ТЮФ [203]. Другая форма групповой формы организации обучения – это «класс-лаборатория», когда ученики заняты творческой работой в группах, а педагог помогает им, деликатно направляя исследовательскую инициативу учеников [1, 11, 104, 125, 126, 128, 259, 382, 383, 433].

В работе [378] обосновывается, что наиболее рациональной формой организации дополнительных занятий является эволюция занятий от занятий-лекций к занятиям-семинарам и к исследовательской работе.

Первый этап является информационно-рецептивный, второй – репродуктивным, далее ученикам предлагается проблемная задача, которую ставит учитель, затем ее решает и на ее примере показывает образец научного решения проблемы. Далее частично-поисковый (эвристический) этап, когда ученики пытаются сами увидеть проблему, выдвинуть гипотезы, предложить эксперимент, сделать выводы и т.д. Заканчивается исследовательской практикой. Заметим, что в работе [378] на подобные мини курсы отводится 2-6 занятий, что мало реально при обучении физике.

Следующий этап в работе [378] называется «Наставничество», хотя к нему уже вполне можно применить термин «научное руководство». Прочитав мини-курс, наставник находит несколько школьников, с которыми он индивидуально проводит исследовательские работы.

Заметим, что представленная схема во многом сходна с рассмотренной выше схемой развития исследовательских способностей школьников, что еще раз подтверждает мысль о схожести педагогических подходов к развитию исследовательских способностей и обучения одаренных детей.

Мы примем данную схему обучения мышления и указанные принципы в качестве основы для построения модели развития исследовательских способностей при обучении физике.

1.3. Теория и практика развития исследовательских способностей школьников

В течение длительного времени развитие одаренных школьников в области физики оценивалось, в основном, по их результатам на олимпиадах по физике [244, 462, 470]. В советское время была создана эффективная система олимпиад, в том числе по физике, которая позволяла выявить одаренных школьников, способных к дальнейшему обучению в вузах по естественнонаучному и техническому направлениям. Существовала также система поддержки и развития одаренных школьников, которая включала многочисленные физико-математические школы и учебные центры [244, 462, 470].

Однако анализ олимпиадных задач по физике показывает, что подавляющее большинство теоретических олимпиадных задач являются задачами, имеющими единственный правильный ответ, т.е. задачами конвергентного типа, позволяющими определить в основном развитость конвергентного мышления школьников. Соответственно, подготовка к олимпиадам была нацелена на развитие, прежде всего, конвергентного мышления.

Но, как отмечалось выше, для развития исследовательских способностей нужно также развивать дивергентное мышление. Конечно, нельзя сказать, что подготовка к олимпиадам ничего не дает для развития дивергентного мышления. Каждая задача повышенной сложности (олимпиадная задача) представляет собой проблему, требующую поиска решения, включая выдвижение гипотез. Но методика подготовки к решению олимпиадных задач теоретического тура нацелена обычно на освоение определенных алгоритмов решения задач, что ускоряет решение задач на олимпиадах, но не способствует развитию исследовательских способностей школьников.

Нужно отметить, что развитию исследовательских способностей школьников способствует решение задач экспериментального тура олимпиад, которые хуже поддаются алгоритмизации. Решая задачу, школьник должен сам определить, как именно он будет применять измерительные приборы. Решению экспериментальных задач по физике всегда уделялось большое внимание [6, 11, 32, 39, 47, 79, 94, 97, 101, 121, 127, 131, 150, 156, 183, 190, 207, 212, 401, 414, 415, 420, 422, 423, 432, 463].

В диссертациях **Дмитриевой О.А.** «Инновационный подход к решению задач и лабораторному практикуму в курсе физики средней школы» [101], **Майера В.В.** «Элементы учебной физики как основа организации процесса научного познания в современной системе физического образования» [207], **Майера Р.В.** «Проблема формирования системы эмпирических знаний по физике» [212] приводится критика оторванных от эксперимента подходов к обучению физике за их формализм. В них подчеркивается важность проведения физических экспериментов для развития творчества учеников и научного познания мира. Однако предлагаемые в этих работах методики не адресованы к одаренным школьникам и не предусматривают проведение самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня.

Важный аспект взаимосвязи эксперимента и моделирования при обучении физике раскрывается в диссертации **Алексеевой О.Л.** «Взаимосвязь эксперимента и моделирования при изучении механики в курсе физики основной школы» [6]. Однако эта взаимосвязь касается основных понятий механики и не предполагает проведение учащимися самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня.

В диссертации **Бойковой А.Е.** «Экспериментальные задачи как средство формирования и развития исследовательских умений учащихся в процессе обучения физике» [32] раскрывается мысль, что решение экспериментальных задач позволяет развивать «исследовательские умения общеучебного характера», т.е. ставить проблему и формулировать цель, формулировать гипотезу, планировать эксперимент, проводить эксперимент, анализировать и обрабатывать экспериментальные данные, формулировать выводы.

К сожалению, в этой работе при постановке задачи на первое место выдвигается не физические явления, а имеющееся оборудование. Например, рассматривается задача: имеется фотоаппарат, можно ли по фотографии ученика определить расстояние до фотоаппарата? Для решения этой задачи достаточно вспомнить закон прямолинейного распространения света. Поскольку физические явления не стоят в основе задачи, то уровень рассматриваемых задач мало отличается от обычных лабораторных работ. Возможно, именно поэтому предлагаемая методика [32] не предусматривает публикацию получаемых результатов на конференциях школьных работ. Несомненным достоинством разработанной методики является то, что ее можно применять в сетке основных часов обучения физике, но она мало подходит для обучения одаренных школьников, поскольку не позволяет в основу поиска тем для исследовательских работ ставить научные интересы школьника [32].

Похожие идеи использования компьютера для анализа школьного эксперимента высказаны в диссертации **Грук В.Ю.** «Формирование ключевых компетенций учащихся основной школы при организации исследовательских лабораторий на базе реального физического эксперимента» [79].

В диссертации **Слепцова А.И.** «Обучение учащихся исследовательской деятельности по физике» [401] предложена методика развития исследовательских способностей школьников при обучении в сельской местности (республика Саха). В ней рассмотрено 7 индивидуальных моделей исследовательской деятельности учащихся. Каждая из этих моделей содержит отдельные элементы разобранных выше этапов научного исследования. Однако большинство моделей не предусматривают проведение эксперимента, ограничиваясь лишь анализом имеющихся источников информации.

В модели «теория–задача–эксперимент» рассматриваются экспериментальные задачи. Действия учеников подобны тем, которые описаны в работе [32]. Однако при этом выбор темы также не связан с научными интересами учеников. Интересной с точки зрения развития исследовательских способностей является модель «эксперимент – самодельный прибор», где учащиеся должны предложить решение для конструирования оригинальных самодельных приборов. При этом, несомненно, развивается их дивергентное мышление. Однако и в этой модели, и в моделях «задача–эксперимент», «эксперимент – видеосъемка – анализ» также инициатива по выбору темы лежит в основном, на педагоге. Важно отметить, что критерием результативности обучения [401] является выступление учеников на конференциях.

Интересной является модель «компьютерная модель явления», когда ученик может создавать собственные модели физических явлений и провести компьютерный эксперимент. Однако при этом не используются численные методы, и компьютерный эксперимент сводится к удобному представлению (визуализации) физических явлений, что ограничивает уровень рассматриваемых проблем в разработанной методике [401].

Похожие подходы к обучению школьников в сельской школе навыкам проектно-исследовательской деятельности применены в диссертациях **Мухамадияровой Г.Ф.** «Формирование исследовательских умений старшеклассников сельской школы в учебной деятельности» [230] и **Кузьмина Р.И.** «Формирование учебно-исследовательской культуры старшеклассников сельской школы» [187].

Вопросам организации исследовательской деятельности в школе посвящена диссертация **Проказовой О.Г.** «Организация исследовательской деятельности учащихся в школе» [273]. Согласно разработанной модели организации исследовательской деятельности школьники 8–9-х классах осуществляют частично-исследовательскую деятельность, под которой автор понимает поисковую исследовательскую деятельность, и лишь в 10–11-х классах школьники могут заниматься научно-исследовательской деятельностью в рамках научного общества учащихся. В работе отмечен вред излишнего внимания педагога к процессу исследовательской работы, который приводит к перегрузке школьников и вызывает негативное отношение, как к исследовательской деятельности, так и к образовательному процессу в целом. Отмечено также, что далеко не все школьники готовы к самостоятельному творчеству и что процесс вовлечения школьников в исследовательскую деятельность требует «интерактивности», т.е. совместной работы педагога и ученика [273]. В работе также отмечена сложность количественной оценки успешности исследовательской деятельности. Среди основных критериев автор выдвигает участие и победы на конкурсах школьных работ, подчеркивая, однако, неоднозначность такой оценки. Также нужно учитывать личностный фактор, например, «положительные эмоции, пережитые при выполнении различных творческих заданий», «мотивация успеха и боязнь неудач» и др. Работа [273] имеет общий характер и не связана непосредственно с обучением физике.

С указанной работой перекликается диссертационная работа **Федотовой Н.А.** на близкую тему: «Развитие исследовательской компетентности старшеклассников в условиях профильного обучения» [426]. В работе в основу развития исследовательской компетентности положены *исследовательские задачи,* в процессе решения которых школьники овладевают основами научных знаний и методами научных исследований. Исследовательскую компетентность автор понимает как «интегративное личностное качество школьника, проявляющееся в его осознанной готовности и способности заниматься учебным исследованием». При этом учебное исследование автор определяет как деятельность школьника, связанное с открытием субъективно нового научного знания [426]. Среди показателей автор отмечает такие качества как наблюдение, умение работать с информацией, умение оформлять результаты исследования, что соответствует нашим представлениям о задачах развития исследовательских способностей одаренных школьников. Однако работа [426] направлена в основном на обучение гуманитарным наукам, поэтому в ней не обсуждается роль физического эксперимента в развитии исследовательской компетенции.

В указанных диссертациях [273, 426] исследовательская деятельность школьников раскрыта, прежде всего, с точки зрения развития их личности. Этой же проблеме посвящены диссертации **Байзулаевой О.Л**. «Развитие учебно-исследовательской деятельности учащихся профильных классов лицея на основе интегративно-личностного подхода» [21], **Васильевой И.В.** «Проектная и исследовательская деятельность учащихся как средство реализации компетентностного подхода при обучении физике в основной школе» [50], **Вединеевой Н.А.** Научно-исследовательские проекты как средство самореализации старшеклассника» [52], **Вихоревой О.А.** «Развитие самостоятельности старших подростков в процессе исследовательской деятельности» [55], **Гараевой Е.А.** «Исследовательские задачи как средство развития образовательной мотивации старшеклассника» [68], **Голавской Н.И.** «Формирование у старших подростков субъектного исследовательского опыта во внеурочной деятельности» [72], **Дементьевой Е.С.** «Формирование исследовательских экспериментальных умений учащихся основной школы при выполнении домашнего физического эксперимента» [97], **Ишковой А.Э.** «Педагогические условия развития исследовательской компетентности учащихся в системе начального профессионального образования» [136], **Кодиковой Е.С.** «Формирование исследовательских экспериментальных умений у учащихся основной школы при обучении физике» [156], **Козыревой Л.В.** «Формирование готовности старших школьников к учебно-исследовательской деятельности» [157], **Косоговой А.С.** «Педагогические основы творческого самовыражения как фактора профессионального становления будущего учителя» [171], **Кривенко Я.В.** «Формирование исследовательской компетентности старшеклассников в условиях профильной школы» [181], **Кудровой И.А.** «Формирование представлений о современной научной картине мира в процессе исследовательской деятельности учащихся» [185], **Мендель А.В.** «Педагогические условия саморазвития личности одаренного учащегося в летней физико-математической школе» [224], **Новожиловой М.М.** «Формирование культуры исследовательской деятельности старшеклассников в условиях профильного обучения» [241], **Ушакова А.А.** «Развитие исследовательской компетентности учащихся общеобразовательной школы в условиях профильного обучения» [424] и др. В этих работах указывается на недостаточную разработанность методик развития исследовательских способностей школьников, подчеркивается необходимость вовлечения школьников в исследовательскую деятельность на основе личностно-ориентированного подхода, их ценностной ориентации. Теме взаимосвязи развития исследовательских способностей школьников и их становления как личности посвящены также диссертации по психологии **Леонтовича А.В.** «Проектирование исследовательской деятельности учащегося» [193] и по акмеологии **Зайцевой Н.В.** «Акмеологические условия организации исследовательской деятельности одаренных школьников» [119]. Однако эти работы не связаны с обучением физике, не позволяют выявить специфику развития исследовательских способностей при обучении физике, и не предлагают конкретных методик по обеспечению развития исследовательских способностей школьников при обучении физике.

Роли внешней региональной среды в смысле: организации исследовательской деятельности в школах и учреждениях дополнительного образования, научных соревнований школьников, информационной поддержке, методическому обеспечению и др., посвящена диссертация **Роговой О.Б.** «Педагогические условия организации региональной системы исследовательской деятельности старшеклассников» [286]. Одним из важнейших показателем успешности исследовательской деятельности школьников рассматривается их участие в программе «Шаг в будущее».

Похожим образом рассматривается значение внешней среды в диссертации **Паршукова В.Г.** «Развитие исследовательских способностей учащихся в условиях гимназического образования (управленческий аспект)» [248], где указывается на важность управления исследовательской деятельности школьников с ориентацией на образовательные и социально-экономические результаты. В качестве критериев успешности исследовательской деятельности автор выделяет участие гимназистов в российских турнирах и конференций. Указанные диссертации [248, 286] также определяют общие подходы к исследовательской деятельности и не связаны с обучением физике.

В близких по теме диссертациях **Ефимовой Е.В.** «Развитие исследовательской деятельности обучающихся в системе непрерывного образования «школа-вуз»» [112], **Кандеровой О.Н.** «Подготовка к научно-исследовательской деятельности в условиях взаимодействия «профильная школа-вуз»» [140], **Форкуновой Л.В.** «Методика формирования исследовательской компетентности школьников в области приложений математики при взаимодействии школы и вуза» [434] и **Кикоть Е.Н.** «Теоретические основы развития исследовательской деятельности учащихся в учебном комплексе «лицей-вуз»» [149] исследовательская деятельность рассматривается как важное условие непрерывности образовательного процесса. Показано, что исследовательская деятельность школьников, включая их участие в школьных конференциях проектно-исследовательских работ, является тренажером исследовательского обучения в вузе [149]. Подчеркивается, что основная нагрузка на исследовательскую деятельность лежит на внеурочных занятиях: кружки, экспедиции, школьные научные общества, малые академии наук и др. В качестве средства для развития исследовательских способностей школьников предлагается участие студентов вузов в работе школьных научных обществ [149]. Критерием успешности работы научных обществ является участие школьников в конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ, среди которых выделены: «Старт в науку» (МФТИ), «Сахаровские чтения», и др. [149]. Данная диссертация посвящена общим положениям и не предлагает методик для развития исследовательских способностей при обучении физике.

Роли школьных научных обществ в развитии исследовательских способностей школьников посвящены диссертации **Авгусмановой Т.В.** «Педагогические условия развития исследовательской деятельности старшеклассников в инновационном образовательном учреждении» [3] и **Самохиной В.М.** «Исследовательская деятельность старшеклассников как фактор их подготовки к профессиональному самоопределению» [387]. Эти работы также имеют общий характер и не связаны с обучением физике.

Кроме работ общего характера отметим специальные работы, посвященные развитию исследовательских способностей при обучении математики [434], химии [140], экологии [73] и др., и перейдем к рассмотрению диссертаций, посвященных исследовательским методам при обучении физике.

В диссертации **Плащевой Е.В.** «Методика формирования исследовательских умений в проектной деятельности у учащихся основной школы при изучении физики» под исследовательскими умениями понимается владение учеником способами выполнения умственных и практических действий, соответствующих научно-исследовательской деятельности и подчиняющиеся логике научного исследования [261]. Автор подчеркивает, что наибольшая исследовательская активность присуща учащимся 7-9 классов [261]. Основное внимание автор в работе уделяет не исследовательской, а проектной деятельности, не проводя разграничения между ними. Поэтому предлагаемые методики обучения не подходят для развития исследовательских способностей одаренных школьников.

В диссертации **Данилова Д.О.** «Формирование системного мышления учащихся в процессе обучения физике на основе исследовательского метода» обсуждается роль исследовательского эксперимента при обучении физике. В работе прослеживается тенденция усиления доли пассивного учебного эксперимента, преобладания «мелового» способа изложения материала [92]. В работе предлагается развивать системное мышление и навыки научно-исследовательской деятельности на основе учебного исследовательского эксперимента. Однако предлагаемый в работе комплекс экспериментальных заданий на основе метода «черного ящика», не является отправной точкой для самостоятельных исследовательских работ и не пригоден для развития исследовательских способностей одаренных школьников.

В диссертации **Котлярова В.А.** «Организация исследовательской деятельности учащихся при изучении физики в основной школе» рассмотрена исследовательская деятельность учащихся 7-9 классов. В работе выдвинута гипотеза, что процесс обучения физике, организованный на основе исследовательской деятельности учащихся, обеспечит развитие их творческих исследовательских умений, если обеспечить учебный процесс специальными дидактическими средствами, включающими комплексы алгоритмических предписаний [173].

Данное утверждение звучит несколько странно, поскольку в нем содержится попытка совместить исследовательскую деятельность, основанную на неопределенности, и алгоритмизацию процесса обучения. Основное внимание в работе уделяется учебно-методическому комплексу «Микролаборатория», что представляется недостаточным для развития исследовательских способностей одаренных школьников.

Рассмотрим диссертацию **Альниковой Т.В.** «Формирование проектно-исследовательской компетенции учащихся на элективных курсах по физике» [12]. Альникова Т.В. усматривает противоречие в том, что «...в настоящее время достаточно успешно освоены методы формирования проектных и исследовательских умений при обучении физике, но не разработана методика формирования проектно-исследовательской компетенции, необходимой учащимся физического профиля общеобразовательной школы».

Разработанность методов формирования исследовательских умений кажется очень сильным утверждением, учитывая отмеченную в этой и других диссертациях низкую вовлеченность школьников в исследовательскую деятельность. Тем больший интерес вызывает следующий этап – формирование исследовательской компетенции. Можно было бы ожидать, что в диссертации будет приведена методика проведения исследовательских работ, в том числе углубленного уровня.

Альникова Т.В. действительно, уделяет внимание исследовательским работам, выделяя два активных метода обучения – проектный и исследовательский. При этом она подразделяет проекты на исследовательские, творческие (театр, постановки, видеофильмы и т.д.), ролевые (игровые); информационные, практико-ориентированные.

Среди перечисленных проектов для нас наиболее интересны исследовательские проекты, которые являются, по сути, исследовательскими работами. Альникова Т.В. отмечает основные проблемы, возникающие при проектном обучении [12]:

– замена проектной (исследовательской) работы реферативной;

– несамостоятельность при выполнении работы.

С данными проблемами можно согласиться, однако заметим, что реферативную работу несложно выявить на стадии предварительного отбора работ, а несамостоятельность работы может быть выявлена во время доклада. Также можно согласиться с утверждением Альниковой Т.В., что времени на проектно-исследовательскую деятельность в основной сетке часов не хватает и ею приходится заниматься во внеурочное время. Утверждение автора, что до 50% школьных работ делаются несамостоятельно, не может не настораживать. К сожалению, в диссертации не указано, где была проведена выборка с половиной не самостоятельных работ.

Альникова Т.В. выделяет этапы научного исследования: возникновение идей, формирование суждений, выдвижение гипотез, обобщение научных фактов, доказательство правильности научных гипотез.

Приведенные этапы выглядят неполно с точки зрения исследования физической проблемы, поскольку в них не обозначена роль эксперимента.

Для развития проектно-исследовательской компетенции Альникова Т.В. предлагает обучение по 4-х модульной системе элективных курсов [12].

Модуль 1 – как поставить физический опыт (9 класс).
Модуль 2 – как ответить на познавательный вопрос (9 класс).
Модуль 3 – научные исследования в физике (10 класс).
Модуль 4 – как проводить исследования (10 класс).

Хотя идея специального курса для подготовки к исследовательской работе и модульности обучения на курсе, т.е. поэтапное вовлечение школьника в исследовательскую деятельность представляется правильным, указанная последовательность вызывает много вопросов. Почему обучение на курсе начинается не с 7-го, а только с 9-го класса? Вопросы вызывает уровень лабораторных работ, который мало отличается от стандартных фронтальных работ (измерение сопротивлений в цепи постоянного тока), некоторым отличием является только то, что школьники сами составляют план работы, который обсуждают с учителем.

Модуль 2 предстает в виде выполнения школьниками проектов типа оформления стенда «Законов Ньютона» [12], что нельзя отнести к исследовательской деятельности. Модуль 3 представляет собой лекционно-семинарские занятия по избранным проблемам науки и техники, где обсуждается, как проводят научные исследования [12] и только 4-ый модуль посвящен определению области интересов ученика (неясно, почему нельзя было сделать раньше), выбору темы и проведению исследовательской работы. На планирование, проведение эксперимента, анализ и подготовку доклада по плану отводится всего 15 часов [12], что представляется совершенно недостаточным для исследовательской работы углубленного уровня. Представленные возможные темы работ «Определение модуля Юнга стали» и др. более похожи на задачи физического практикума, чем на научный поиск с неизвестным конечным результатом.

Таким образом, обучение на указанных модулях позволят школьникам в лучшем случае получить навыки проведения эксперимента, но не дать опыт проведения исследовательской работы углубленного уровня.

Интересной представляется докторская диссертация **Старовикова М.Ю.** «Формирование учебной исследовательской деятельности школьников в условиях информатизации процесса обучения (на материале курса физики)». Старовиков М.Ю. усматривает противоречие «между преобладанием в содержании обучения физике «знаниевой» или «информационной» компоненты, освоение которой учащимися осуществляется преимущественно в репродуктивной форме, и необходимостью более широкого включения учебно-исследовательской деятельности». Старовиков М.Ю. подчеркивает, что «исследовательская задача является открытой и потому потенциально творческой», и с сожалением отмечает, что в настоящее время (2007 г.) исследовательские работы школьников чаще всего реализуются методом проектов, который, по его мнению, является «фрагментарным» и дающий «неопределенный образовательный результат» [407].

Старовиков М.Ю. полагает, что для обучения школьников эксперименту необходимо использовать компьютер, причем не только как средство «для просмотра мультимедиа», но как «инструмент интеллектуального труда» [407]. Соответственно, при обучении нужно использовать, как натурный, так и вычислительный эксперимент, однако этому препятствует то, что в настоящее время большинство учителей физики не имеют навыков работы с компьютером [407].

Особую роль при этом отводится табличному процессору *MS Excel*, который осваивается учащимися более успешно, чем даже учебные языки программирования *Basic* и *Pascal*. Электронные таблицы Старовиков М.Ю. использует для создания многовариантных (по числу учеников) заданий, применяя при этом генератор случайных чисел. Электронные таблицы используются еще для статистической и графической обработки эксперимента, а также для компьютерного эксперимента, включая создание и исследование моделей учащимися [407]. Старовиков М.Ю. много внимания уделяет разбору навыков и умений, которые формируются у школьников при моделировании, однако, к сожалению, приводимые конкретные примеры не отличаются высокой сложностью. Так, с помощью электронных таблиц реализуется «изучение особенности равноускоренного движения тел», когда заданы ускорения и путь, а требуется найти время движения, что можно сделать с помощью стандартных школьных формул, не прибегая к компьютерному моделированию.

Также не отличается сложностью используемые модели. Старовиков М.Ю. приводит в качестве примера задачи для компьютерного моделирования определение длины ствола электромагнитной пушки, которая бы позволила капсуле с космонавтом выйти на околоземную орбиту. [407]. Движение в пушке предполагается равноускоренным, т.е. сила трения не учитывается и даже не обсуждается. Правда, в приложении №3 и №5 указанной диссертационной работы приводятся более сложные примеры вычислительного эксперимента, однако и они не сопоставляются с натурным экспериментом или известными аналитическими формулами.

Еще один вид компьютерного моделирования – работа с компьютерными моделями, имитирующими натурный эксперимент («Физика в картинках», НЦ «Физикон», 1993, «Открытая физика» НЦ «Физикон», 2002 и др.) [407]. Как уже отмечалось выше, существенным недостатком профессиональных компьютерных моделей является то, что школьники работают с программами, алгоритм работы которых им обычно неизвестен.

Таким образом, можно заметить, что, несмотря на то, что указанная диссертация посвящена формированию исследовательской деятельности школьников, уровень рассмотренных в ней задач мало отличается от стандартных школьных задач. Автор это понимает и специально разделяет уровень рассматриваемых им задач и уровень задач на конференциях «Старт в науку», «Шаг в будущее» и др. По его мнению, задачи, представляемые на этих конференциях выходят за рамки интеллектуальных и материальных возможностей массовой школы [407]. Таким образом, несмотря на множество интересных идей, в том числе относительно вычислительного эксперимента, высказанных в указанной диссертации, представленная методика не подходит для обучения одаренных школьников, что делает актуальным разработку методической системы развития исследовательских способностей, предназначенную именно для одаренных школьников.

Итоги первой главы

1. Исследовательские способности необходимы для успешной исследовательской деятельности, порождаемой функционированием поисковой активности, включающей в качестве основного инструмента взаимодействие дивергентного и конвергентного мышления. В основе поисковой активности личности лежит безусловный ориентировочно-исследовательский рефлекс, который имеет самостоятельное побуждающее значение, не выводится из

других побуждений и не сводится к ним. В отличие от животных поисковая активность у человека проявляется не только в борьбе за выживание, но и в творчестве.

Исследовательские способности являются интегративным свойством психики, и их оценка требует использования нескольких показателей, включая уровень поисковой активности, развитость конвергентного и дивергентного мышления. Учитывая неоднозначность получаемых оценок, при определении исследовательских способностей следует не ориентироваться на однократный тест, а проводить длительное педагогическое наблюдение за деятельностью учеников.

При обучении физике можно ожидать выявления следующих качеств учеников, которые характеризуют их исследовательские способности:

– любознательность;

– высокий уровень развития логического мышления;

– повышенный интерес к «дивергентным» задачам;

– оригинальность и гибкость мышления.

2. При обучении физике необходимо сочетать продуктивные (проблемный, частично-поисковый, исследовательский) и репродуктивные методы обучения, поскольку репродуктивные методы обучения позволяют обучающему быстрее передавать информацию, а продуктивные методы позволяют обучаемому более глубоко осмыслить получаемую информацию. При этом продуктивные методы эффективны в основном для учеников, склонных к исследовательской деятельности.

Относительная стабильность окружающего мира в прошлом способствовала применению преимущественно репродуктивных методов обучения. Современное динамичное развитие науки и техники требует перехода к продуктивным методам обучения.

3. Исследовательский метод обучения – это обучение через собственный творческий исследовательский поиск ученика. Он направлен на развитие у ученика умений научного поиска, а главная цель исследовательского обу-

чения – формирование у школьника готовности и способности самостоятельно творчески осваивать новые способы деятельности. Применительно к обучению физике исследовательское обучение лишь частично может применяться на основных занятиях, в большей степени оно реализуемо на дополнительных занятиях, в основном при проведении исследовательских работ.

4. Исследовательские работы школьников имеют учебный характер, поэтому важны не получаемые в результате работы научная информация (новизна, актуальность, практическая значимость и пр.) или ценность созданного продукта (макета, экспериментальной установки и пр.), а освоение школьником методов научного исследования.

Структура исследовательской работы школьника подобна структуре профессиональной научной работы и включает следующие основные этапы:

- видение проблемы на основе наблюдения или логического анализа;
- постановка задачи, формулировка гипотез, их априорная проверка;
- решение вопроса о том, какие эксперименты необходимы для проверки гипотез, оценка необходимой точности и планирование экспериментов;
- проведение экспериментов;
- оценка истинности гипотезы в свете полученных данных;
- представление полученных результатов в виде публичного доклада;
- планирование дальнейшей работы по исследованию проблемы с учетом полученных результатов.

При выполнении исследовательской работы педагог должен стремиться к «золотой середине», избегая директивных указаний ученику, но в тоже время не оставляя его один на один с возникающими проблемами.

5. Одаренность – это системное, развивающееся в течение жизни качество психики, которое определяет возможность достижения человеком более высоких, незаурядных результатов в одном или нескольких видах деятельности по сравнению с другими людьми. Одаренность – это не статическая, а динамическая характеристика, которая существует только в развитии. Одаренность не предопределена исключительно генетически, а является резуль-

татам сложного взаимодействия наследственности (природных задатков) и социокультурной среды.

Кроме «явной» или «актуальной» одаренности существует «скрытая» или «потенциальная» одаренность. Поэтому, если наблюдения не выявили одаренность у школьника, то это не значит, что ее нет. Возможно, одаренность данного ученика не проявилась в силу неблагоприятных внешних условий.

В соответствии с деятельностным подходом, одаренность является интегральным проявлением разных способностей в конкретной области деятельности. Деятельность зависит от целей и мотивов ее выполнения. Для одаренных детей цели деятельности лежат внутри самой деятельности, а не связаны с внешней оценкой деятельности.

6. Одаренный ребенок – это ребенок, который выделяется яркими, очевидными, иногда выдающимися достижениями (или имеет внутренние предпосылки для таких достижений) в том или ином виде деятельности.

Указывать детям, что они «одаренные» или «ординарные» недопустимо не только из-за опасности диагностических ошибок, но и потому, что подобные оценки могут негативно повлиять на личностное развитие ребенка. Оценка ученика как одаренного не должна являться самоцелью, а быть связана с задачами его обучения и воспитания, создания условий для развития его исследовательских способностей.

7. Одним из основных направлений работы с одаренными детьми при обучении физике является вовлечение их в исследовательскую деятельность с высококвалифицированным научным руководителем. Учеников следует побуждать к изучению проблем физической науки, имеющих широкие перспективы для будущей профессиональной научной работы ученика.

При проведении исследовательских работ с одаренными школьниками необходимо избегать ошибок, которые могут принести ущерб развитию личности ученика:

– не создавать у него «чувства исключительности»;

– не эксплуатировать одаренных учеников ради престижа учебного заведения (например, побуждая его постоянно участвовать в конкурсах и олимпиадах).

Оптимальной формой организации дополнительных занятий с одаренными школьниками является поэтапный переход от занятий-лекций к занятиям-семинарам и к исследовательской работе с научным руководителем.

8. В настоящее время существует много психолого-педагогических исследований, в том числе диссертационных работ, посвященных развитию исследовательских способностей школьников. Однако уровень рассматриваемых в них исследовательских проблем, как основы ученических исследований мало отличается от стандартных школьных задач, и потому предложенные методы обучения не отвечают в полной мере познавательным потребностям одаренных школьников.

Таким образом, проведенный анализ литературы показывает, что в настоящее время существует потребность в методической системе развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике.

Глава 2

Теоретические основы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

2.1. Теоретические основы методики вовлечения школьников в исследовательскую деятельность

Понятие «исследовательская работа углубленного уровня (по физике)»

В первой главе была рассмотрена роль исследовательских работ в развитии исследовательских способностей детей. Перейдем к более подробному анализу исследовательских работ с учетом специфики обучения физике.

В педагогической литературе под термином «исследовательские работы по физике» можно встретить описание работ различных уровней сложности. При этом можно встретить два диаметральных подхода.

С одной стороны под исследовательской работой понимают получение школьником любой, даже самой примитивной субъективно новой информации, т.е. когда школьник изучает явления, которые еще не изучались в классе. При этом исследование часто проводят в виде фронтальной лабораторной работы, учитывая при этом разницу между обычной (стандартной) лабораторной работой, где школьнику заранее указывается ход работы, и исследовательской работой, где у школьника существует определенная свобода действий [1, 7, 11, 12, 14, 31, 57, 70, 114, 145, 158, 174, 205, 223, 242, 452, 458, 472]. Выполняемые задания при этом не отличается особенной сложностью, например, ученики могут исследовать процесс закипания воды [174] или измерять коэффициент трения карандаша о стол [70].

С другой стороны, под исследовательской работой понимают получение школьником объективно новой научной информации [23, 35, 58, 115, 186, 258, 259, 419]. Число таких работ намного меньше, чем работ, когда школьники получают лишь субъективно новую информацию. Обычно такие работы проводятся в лабораториях НИИ или вузов под руководством научных сотрудников. Как правило, эти работы проводятся учениками школ, являющимися «базовыми» школами при соответствующих вузах (например, лицей №1511 при МИФИ, школа №1580 при МГТУ им Э.Н. Баумана... и др.). К несомненным достоинствам этих работ относится то, что школьник получает представление о работе современной научной лаборатории, проходит профориентацию, знакомится с возможным местом своей будущей работы. Однако опыт участия в жюри Московских городских и Всероссийских конкурсах проектно-исследовательских работ показывает, что поскольку работой школьника руководит не профессиональный педагог, а научный сотрудник (или его аспирант), то во многом страдает само обучение. Школьник, работая на дорогостоящем современном физическом приборе, не всегда хорошо представляет физические принципы его функционирования. На конференциях школьных работ, автору многократно приходилось слушать работы, когда личный вклад школьника ограничивался тем, что ему «разрешили нажать вторую кнопку справа». Само же выполнение работы при этом зачастую регламентировано жестче, чем обычная школьная лабораторная работа. Таким образом, несмотря на то, что в ходе подобных работ иногда получаются интересные научные результаты, исследовательская составляющая работы школьника может отсутствовать: он не занимался выработкой гипотез, планированием эксперимента и анализом полученных данных.

Сделанное замечание иногда справедливо при работе школьников на сложном школьном оборудовании, например, цифровой лаборатории «Архимед». На конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ школьников нередко можно услышать доклады, когда, проведя работу с помощью цифровой лаборатории, школьники зачастую не понимали исследуемых явлений, не имели представления о точности полученных результатов и методах их обработки. Разумеется, это относится не ко всем работам – встречаются прекрасно выполненные работы, когда школьники разбирались с теорией, участвовали в выработке гипотез и планировании эксперимента, успешно осваивали экспериментальные методики и математические методы обработки результатов.

Между этими двумя диаметрально противоположенными подходами к исследовательским работам существуют разные точки зрения, сходящиеся в том, что при выполнении исследовательских работ школьник получает субъективно новую информацию, при этом эта информация является для него значимой и ее нельзя получить из школьного учебника. Проведение подобных работ в большей степени дает школьнику представление о научной работе, чем от работ, где он получает лишь примитивную информацию. Подобные работы обычно проводятся индивидуально или небольшими группами [2, 4, 11, 24, 48, 56, 57, 71, 134, 135, 143, 146, 150, 153, 158, 161, 166, 168, 169, 172, 189, 195, 198, 203, 204, 243, 257, 258, 259, 229, 232, 235, 245, 247, 254, 255, 263, 266, 282, 283, 291, 359, 360, 386, 400, 408, 446, 451, 473].

Неочевидность результатов работы является фактором, стимулирующим одаренных школьников к проведению исследований. Но уровень сложности – не единственное требование, предъявляемое к выбору темы и методике проведения работы. Как показал проведенный выше анализ психолого-педагогической литературы, важно, чтобы исследовательские работы школьников содержали основные этапы профессиональной исследовательской работы:

– видение проблемы;
– постановка задачи;
– выдвижение гипотез;
– планирование эксперимента;
– проведение натурного или вычислительного эксперимента;
– анализ полученных данных;
– презентация результатов, обычно в виде произносимого или стендового доклада на школьных конференциях (конкурсах) исследовательских работ.

Таким образом, можно выделить вид исследовательских работ, которые наиболее подходят для развития исследовательских способностей одаренных школьников. Назовем их *исследовательскими работами углубленного уровня*. Эти работы должны удовлетворять следующим условиям. Во-первых, работа содержит указанные выше основные этапы профессиональной исследовательской работы.

Во-вторых, уровень сложности исследуемых проблем должен существенно превышать уровень стандартных школьных задач, т.е. ответ на заданный вопрос нельзя получить непосредственно из школьного курса.

Сложность исследуемых проблем и необходимость следование основным этапам профессиональных исследований приводят к тому, что выполнение исследовательских работ углубленного уровня требует продолжительного времени, они могут выполняться от нескольких недель, до учебного года. Более длительное выполнение исследовательских работ нежелательно, поскольку для школьников важно доложить результаты работы или хотя бы существенного этапа работы на конференциях. Выполнение длительных исследовательских работ требует от учеников высокой познавательной активности и устойчивой внутренней мотивации к выполнению этих работ, что является одним из признаков детской одаренности. Научный руководитель, прежде чем предложить тему работы, должен оценить ее трудоемкость и работоспособность учеников. Желательно так формулировать тему работ, чтобы, если в процессе ее выполнения научный руководитель увидит потерю интереса школьников к работе, то можно было бы на определенном этапе завершить и приступить к подготовке доклада.

При проведении исследовательской работы для выдвижения разумных гипотез школьникам необходимо развитое дивергентное мышление, а при анализе полученных данных – развитое конвергентное мышление, что вместе с уровнем познавательной активности и устойчивостью внутренней мотивации является характеристикой развитости исследовательских способностей школьников.

Обоснование необходимости поэтапного вовлечения школьников в исследовательскую деятельность

Особенность выполнения исследовательской работы по физике заключается в том, что ожидать получение школьниками объективно новых (научных) результатов по физике не приходится, поскольку основные результаты, которые можно было бы получить с использованием доступного школьникам экспериментального оборудования, уже были давно получены. Этим обучение физике существенно отличается от обучения другим естественным наукам, например, биологии, где школьникам под силу провести феноменологические исследования, определить, например, многообразие и численность тех или иных видов фауны и флоры в определенной местности, степень загрязнения окружающей среды и пр.

Рассматривая особенность проведения исследовательских работ при обучении физике нужно учитывать также возраст участников работы. Физика начинает изучаться с 7-го класса. С одной стороны, у школьника к этому времени уже формируются основы научного мировоззрения, как на основе школьного курса природоведения, так и в результате внешкольного обучения, которое, как правило, не носит систематический характер. В связи с этим возникает задача дать представления о физике, как о точной науке, опирающейся на эксперименты и теорию. С другой стороны, математический аппарат школьников еще достаточно слаб и позволяет решать лишь самые элементарные задачи, например, рассчитывать равномерное движение по прямой (в редких учебниках в 7-м классе разбирается равноускоренное движение), записывать правило рычагов и т.п. Отсутствие знаний в области тригонометрии и векторов не позволяет пользоваться проекцией скорости на оси координат и рассчитывать движение на плоскости и в пространстве, раскладывать силы на составляющие и т.п. Все это, как мы увидим ниже, сильно ограничивает учителя в выборе проблемных задач и тем для исследовательской деятельности.

Таким образом, школьники, особенно 7-го класса не готовы к выполнению исследовательских работ углубленного уровня, и их необходимо научить пользоваться физическими приборами (хотя бы самыми простыми) для проведения экспериментов и дать им знания, необходимые для планирования и анализа экспериментов.

Вовлечение школьников в исследовательскую деятельность может начинаться на основных занятиях. Например, на уроке школьникам можно предложить поразмышлять о том, с одинаковой ли скоростью вращаются правое и левое ведущие колеса автомобиля при повороте. Однако вряд ли можно ожидать, что многие ученики будут выдвигать гипотезы и искать ответ на этот вопрос. Кроме того, нужно учесть, что школьный курс физики очень насыщен материалом и для изучения вопросов, выходящих за рамки школьного курса физики (в данном примере – устройства автомобильного дифференциала), на основных уроках также нет времени. Поэтому, предложив проблемный вопрос на уроке, имеет смысл продолжить его обсуждение уже на дополнительных занятиях с теми учениками, которые проявили интерес к рассматриваемой теме.

Таким образом, из рассмотренных выше пяти основных форм обучения [202] (информационно-рецептивное, репродуктивное, проблемное обучение, частично поисковое (эвристическое), исследовательское) – в сетке основных учебных часов можно реализовать только первые три, причем проблемное обучение требует хорошей подготовки всего класса, что реально только в условиях обучения в физико-математической школе (гимназии, лицее) [21, 85, 149, 385, 462]. Частично-поисковое и исследовательское обучение может происходить во внеурочное время: либо после уроков или в воскресенье в течение учебного года, либо в каникулярное время (например, в летних школах).

Формы внеурочных занятий в системе дополнительного образования могут быть разнообразны: это и школьные кружки, и кружки во дворцах детского творчества и других учебных центрах, научные общества учащихся

(НОУ) и т.п. [11, 24, 58, 133, 257, 259, 262, 381, 416, 419, 435, 439, 447]. Заинтересованные школьники приходят в кружок, наблюдают за работой старших учеников, принимают участие в их исследованиях, а затем переходят к самостоятельным работам. Некоторые школьники начинают заниматься исследовательской деятельностью после выступления (или в процессе подготовки) на Турнире юных физиков [113, 115, 203, 394]. Поэтому развитие исследовательских способностей должно начинаться с выявления (а не отбора) одаренных школьников и вовлечения их в исследовательскую деятельность.

Как указывалось в первой главе, исследовательское обучение не дает одинакового результата для всех детей, и наиболее эффективно для одаренных школьников с развитой познавательной потребностью и проявляющих интерес к творчеству [378, 379]. Нами уже обсуждался вопрос о том, что одаренность является интегративным качеством личности, включающим множество факторов, что обуславливает сложность выявления одаренных детей. Поскольку речь идет о факультативных занятиях, главным критерием выявления становится желание школьников посещать эти факультативные занятия (после уроков в течение года или в каникулы).

Такой выбор главного критерия выявления школьников сделан ввиду следующих обстоятельств. С одной стороны, если школьник сам не стремится на факультативные занятия по физике, то заманивать его «пряником» бессмысленно, поскольку, как указывалось выше, любые внешние стимулы к творчеству не приводят к желаемому результату и один из главных признаков одаренности – это стремление к творчеству, исходящее только из внутренней познавательной потребности. С другой стороны, если школьник пришел на занятия, то его незачем «отсеивать», даже если он на первых порах не показывает успехов, поскольку, как указывалось в первой главе, одаренность может иметь скрытый характер.

Конечно, теоретически возможна ситуация, что на занятия школьников пришло больше, чем может обучать преподаватель, но на практике (как на основании результатов констатирующего педагогического эксперимента, так и из анализа литературы) число школьников, желающих проводить исследовательские работы, относительно невелико.

Заметим, что факультативный характер занятий порождает несколько проблем.

Первая проблема заключается в необходимости соотноситься с реальными потребностями школьников. Большая часть одаренных детей стремится получить высшее образование. Выполнение исследовательской работы (в отличие от успешного выступления на олимпиадах) не дает льгот при поступлении в вуз. Поскольку школьники 10 и 11-го классов обычно основное внимание уделяют подготовке к поступлению в вуз – усиленно готовятся к ЕГЭ и к профильным олимпиадам, то им уже некогда заниматься исследовательскими работами. Поэтому вовлекать школьников в исследовательскую деятельность в области физики желательно с 7-го класса – с момента начала изучения предмета физики. Если школьники изучают физику в более раннем возрасте, например, в кружке, то можно начинать вовлекать их в исследовательскую деятельность с момента, когда они приходят в кружок [1, 7, 76, 108, 126, 137, 186, 189, 257, 259, 378, 388, 433, 454]. Однако в этом возрасте у них еще весьма малые познания, как по физике, так и по математике, что сильно ограничивает выбор тем для исследовательских работ. Исследование показало, что слабость математического аппарата школьников можно преодолеть с помощью новых методов обучения на основе численного моделирования, что будет подробнее обсуждаться ниже.

Вторая проблема – это необходимость выбора между различными формами внешкольной деятельности. Время всегда ограничено, поскольку им еще необходимо готовить уроки, заниматься спортом и т.п. Поэтому на кружки остается не так много времени, и выбор кружка происходит придирчиво. Если просто заявить факультативный курс по проведению исследовательских работ, то на такой курс школьники могут не прийти не потому, что им не нравится заниматься исследовательской деятельностью, и даже не потому, что у них много других занятий, а потому, что они, скорее всего, не занимались исследованиями раньше и плохо понимают, что их ждет на этих занятиях.

Может показаться, что проблема выбора школьниками факультативного курса по проведению исследовательских работ может быть решена следующим путем: организовать одно-два пропедевтических занятия, пригласить на них большое число школьников, а дальше школьники сами решат: интересно им это или нет.

Однако здесь имеется определенная сложность. Мало того, что выполнение исследовательской работы занимает несколько недель, а иногда и месяцев. Главная проблема заключается в том, что *первые результаты* работы могут появиться нескоро. Это существенно отличает исследовательские работы от других форм обучения физике. Когда школьники учатся решать задачи, то к концу урока они уже способны научиться решать задачи рассматриваемого типа, при выполнении лабораторной работы, они получают результаты уже в конце урока. При выполнении исследовательской работы от школьников требуется много терпения. К сожалению, бывали случаи, когда школьники начинали с энтузиазмом выполнять работу, но затем «сходили с дистанции». Поэтому приглашать школьников выполнять «какую-то» исследовательскую работу оказывается неэффективно.

Третья проблема заключается в том, что школьник редко приходит на занятия факультативного курса (кружка) со своей темой исследовательской работы. Как указывалось в первой главе, оптимально, чтобы выбор темы был результатом совместных усилий обучаемого и обучающего, а это требует определенного времени, чтобы обучающий мог понять направление интересов ученика, выяснить уровень его подготовки и только затем подвел бы его к конкретной теме исследовательской работы [7, 11, 57, 125, 146, 152, 182, 189, 197, 234, 245, 291, 325, 341, 359, 360, 365, 378, 385, 400, 433, 452, 473].

Таким образом, получается, что должен существовать определенный промежуток времени между приходом школьника в кружок и началом его самостоятельной исследовательской работы по выбранной теме.

Отсюда следует необходимость организации факультативного курса (кружка), посещая который школьники будут готовиться к исследовательской деятельности и выбирать тему исследовательской работы. Поскольку указанный курс носит характер предварительного знакомства с исследовательской деятельностью, будем называть его курсом пропедевтического содержания или *пропедевтическим курсом*.

Учитывая разобранную в первой главе схему занятий с одаренными детьми: лекции – семинары – наставничество, в предложенном пропедевтическом курсе также можно выделить следующие этапы вовлечения школьников в исследовательскую деятельность, каждый из которых имеет свои цели и, соответственно, свои методы, и свое содержание.

Первый этап – начально – ознакомительный (вводный). На нем происходит знакомство школьников с пропедевтический курсом, и даются начальные знания, необходимые для дальнейшей работы.

Вместе с тем, как было указано выше, нежелательно, чтобы данный курс анонсировался как подготовка к проведению исследовательской работы. Кроме того, нужно иметь в виду возможность, что школьники, прослушав курс (частично или полностью), по разным причинам не станут заниматься исследовательской деятельностью. Поэтому важно построить курс таким образом, чтобы посещающие курс школьники, не приступившие к исследовательской работе, даже в этом случае извлекли бы для себя определенную пользу, т.е. получили определенные знания и умения, в том числе для развития своих исследовательских способностей. Это может произойти, например, если пропедевтический курс имеет проблемное изложение или частично-поисковую форму занятий.

Из сказанного следует, что у пропедевтического курса, кроме подготовки школьников к исследовательской деятельности, должны быть и другие цели (задачи) на случай, если школьники не приступят к самостоятельной исследовательской работе.

Учитывая то, что школьники из-за незнания того, что такое исследовательская деятельность, могут не захотеть прийти на курс, главной целью которого анонсирована подготовка к исследовательской деятельности, можно объявить, что основной целью занятий является не выполнение исследовательской работы, а что-то другое. Такими целями могут быть:

- подготовка к олимпиадам – решение теоретических задач повышенной сложности, в том числе задач, требующих частично-поискового подхода;
- обучение выполнению экспериментальных (лабораторных) работ;
- подготовка к Турниру юных физиков,
- занятия в стиле «занимательная физика» и т.д.

Важно, что при этом не идет речь об обмане школьников или предоставлении недостоверной информации. При объявлении о курсе необходимо сразу сказать, что на нем возможно выполнение исследовательских работ, просто это не обязательно объявлять главной целью курса. Впоследствии, если школьники не захотят тратить свои время и силы на выполнение исследовательской работы, они получат от посещения занятий определенную пользу для себя в соответствии с заявленной целью и программой курса. Например, курс может называться: «Решение задач по физике повышенной сложности с использованием численных методов». В этом случае, если школьники не приступят к исследовательским работам и не освоят численных методов, они научатся решать определенный круг задач повышенной сложности по физике. Если курс анонсирован как введение в технику физического эксперимента, то школьники получат навыки проведения экспериментов по физике и т.д.

На этом этапе основным признаком одаренности школьников является их любознательность (познавательная потребность), желание получить новую информацию и овладеть новыми навыками. При этом первые занятия могут носить как продуктивный, так и репродуктивный характер, поскольку необходимо передать школьнику большой объем новой информации. Однако, ввиду того, что, как указывалось в первой главе, именно одаренные школьники могут негативно относиться к занятиям репродуктивного типа, нужно как можно быстрее переходить к продуктивным формам обучения.

На **втором** (ориентировочном) этапе идет наблюдение за работой школьников в кружке. При этом возможны следующие сценарии.

1) По мере обучения в кружке у школьников могут появляться вопросы, которые выходят за рамки программы курса. Преподаватели, с одной стороны, поощряют эти вопросы, но, с другой стороны, не дают исчерпывающих ответов (иногда это просто невозможно, например, если школьников интересует процесс образования черных дыр). Задача обучающего в этом случае помочь обучаемым подобрать литературу, разобраться с тем, насколько научна информация на интернет-сайтах, и т.п. Впоследствии, если интерес к проблеме развивается, то школьники могут захотеть провести самостоятельное исследование по заинтересовавшей их теме.

2) Школьники не проявляют желание узнать, что-либо выходящее за рамки занятий. В этом случае им (индивидуально или небольшой группе) можно осторожно предлагать проблемные задачи для самостоятельного размышления. Если какая–либо задача им понравится, то она может перерасти в тему исследовательской работы. Выбор, кому в первую очередь нужно предлагать задачу, нужно проводить на основании таких признаков одаренности, как любознательность и развитость дивергентного мышления.

3) Школьники могут с самого начала проявить интерес к исследовательской работе. От обучающего требуется выяснить, что школьники уже знают по данному направлению, какими навыками (экспериментальными, теоретическими) владеют и помочь сформулировать тему исследовательской работы.

На **третьем** этапе, когда школьники выбрали тему или общее направление исследовательской работы, школьники могут продолжить обучение в кружке (на факультативных занятиях), а могут полностью переключиться на исследовательскую работу.

Целесообразно выделить **четвертый** итоговый этап работы, на котором происходит завершение исследовательской работы и ее презентация, обычно в виде произносимого или стендового доклада на конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ школьников. После этого необходимо подвести итоги проведенного исследования и обсудить возможность продолжения исследовательской деятельности по прежней или новой теме, что особенно важно для одаренных школьников, обладающих надситуативной активностью.

Подобный метод вовлечения школьников в исследовательскую деятельность используется автором и некоторыми его коллегами в лицее «Вторая школа», в Вечерней физической школе при физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова, в кружках Московского городского дворца детского (юношеского) творчества (МГДД(Ю)Т) [291, 308, 342, 359, 365].

Возможны и другие варианты вовлечения школьников. Например, с помощью «класса-лаборатории», где могут обучаться школьники разных возрастов. Заинтересованные школьники приходят в кружок, наблюдают за работой старших учеников, принимают участие в их исследованиях, а затем переходят к самостоятельным работам. Некоторые школьники начинают заниматься исследовательской деятельностью после выступления (или в процессе подготовки) на Турнире юных физиков. При этом общий вид поэтапного вовлечения: лекции – семинары – самостоятельная деятельность под руководством наставника сохраняется [113, 115, 203, 259, 394].

При вовлечении одаренных школьников в исследовательскую деятельность в летних школах возникают дополнительные проблемы.

1) Летние школы работают непродолжительное время, редко более трех недель, поэтому времени «на раскачку» нет.

2) В летнюю школу можно вывести лишь ограниченный объем оборудования для демонстрационных экспериментов и практических работ.

3) В летней школе обычно число компьютеров ограничено и нет возможности предложить школьникам произвести обработку экспериментов на домашнем компьютере.

Поэтому в условиях летней школы сложно реализовать вовлечение школьников в исследовательскую деятельность параллельно с обучением в кружке. Летняя школа удобна для продолжения уже начатой работы. Если же учитель знакомится с возможными будущими исполнителями исследовательской работы в летней школе, то приходится ориентироваться лишь на то, чтобы такую работу хотя бы начать, обсудить тему или общее направление исследования, а работу можно доделать уже в течение учебного года, проводя очное или дистанционное руководство школьником [318, 320].

Рассмотрев в общем виде процесс вовлечения школьников в исследовательскую деятельность, перейдем к другим аспектам проведения работы – выбору темы (направления) исследования, получению и анализу результатов и их презентации.

Выбор направления исследовательской работы и постановка задач

Выше уже обсуждались критерии выбора темы для успешного выполнения исследовательской работы:

– тема исследования должна быть интересна школьнику;

– работа должна привести к результату с высоким уровнем субъективной (или объективной) новизны;

– работа по этой теме должна быть выполнима.

Также обсуждалась возникающая здесь дилемма: если тему формулирует руководитель, то у школьника может остаться ощущение не свободы в выборе темы. При этом также теряется важнейшая составляющая исследовательской деятельности – видение проблемы, которое проистекает от умения наблюдать за физическими явлениями. Многие темы исследований возникают из наблюдений школьника за окружающим миром природы и техники [67, 176, 192, 197, 268, 275, 341, 346, 356, 402, 433, 451, 461]. Если тему предлагает школьник, то, как показывает опыт, она редко бывает выполнимой. Кроме того, обычно школьник не в состоянии сформулировать тему исследования, поскольку он ранее таких исследований не проводил и плохо понимает, как это делается. Предлагать темы на выбор также не является выходом из положения, поскольку по названию темы школьник не может оценить трудоемкость темы и ценность ожидаемых результатов.

Поэтому, как указывалось в первой главе, оптимально, чтобы выбор темы был результатом совместных усилий ученика и руководителя. Например, ученик может указать общее направление своих интересов (тепловые машины, оптические явления, аэродинамика и пр.), а руководитель уже подсказывает, как может звучать тема исследования. Если у школьника просто есть желание «сделать что-нибудь интересное», но нет никаких идей, то можно предложить поискать интересующую его тему в научно-популярной литературе, где описано большое число занимательных экспериментов и интересных наблюдений, связанных с проявлением физических явлений в повседневной жизни [18, 78, 84, 90, 91, 132, 231, 250, 251, 252, 276, 412, 413, 422, 456, 464, 469, 483].

Следуя работе [379] представим процесс выбора темы (направления) исследовательской работы в виде схемы, показанной на рис. 2.1. В отличие от работы [379], мы предлагаем, чтобы указанный процесс актуализации проблемы происходил бы не как отдельный вид деятельности, а шел «естественным образом» в процессе обучения в рамках пропедевтического курса.

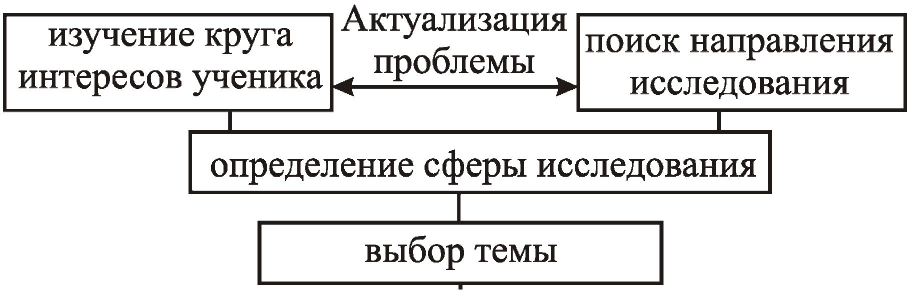


Рис. 2.1

Схема выбора темы исследовательской работы [379]

Заметим, что направление исследовательской работы должно быть интересно школьникам, поэтому для актуализации проблемы необходимо выяснить круг интересов учеников и найти направление исследования, которое могло бы их вдохновить. Однако при этом нужно учитывать, что круг интересов ученика не является чем-то неизменным и может расширяться за счет предлагаемых ему поисковых задач в процессе занятий на пропедевтическом курсе.

Подчеркнем, что при всем многообразии тем исследовательских работ существует единое требование для этих тем: работа должна быть «обречена на успех». То есть, если ученик не бросает работу посредине пути, а следует выбранному направлению, то у него должен быть набран материал для проверки выдвинутых гипотез и в дальнейшем для выступления на конференции. Если школьник в результате работы не получает результатов, то положительные стороны выполнения исследовательской работы могут стать отрицательными. Действительно, у него перед глазами будет пример, что его сверстники выполняют работы и у них все получается, а у него – нет. Ему остается думать, что он – неудачник, и, вместо того, чтобы ощутить радость творчества, у него может возникнуть боязнь к исследовательской деятельности. Поэтому лучше ставить простые, но заведомо выполнимые задачи, чем дать важную и актуальную, но рискованную тему работы [50, 192, 195, 196, 257, 268, 275, 359, 406, 461]. Степень сложности работы зависит также от усидчивости и работоспособности ученика. Если у руководителя есть опасения, что у школьника не хватит терпения на выполнение длительной задачи, то желательно поставить задачу так, чтобы первые результаты получались уже через 2-3 занятия, а далее идти по пути усложнения задачи.

Отдельным вопросом является определение оптимального числа участников исследовательской работы.

Как уже обсуждалось в первой главе, исследовательские работы могут проводиться как индивидуально, так и группой. Способ проведения сильно зависит от характера ученика. Некоторые с самого начала хотят проводить работу в одиночку – чтобы никто не мешал. Другие, напротив, из боязни остаться «один на один» с учителем или по другим причинам предпочитают работать вдвоем, втроем или небольшой группой [1, 11, 126, 192, 193, 205, 275, 433, 451]. Как было указано в первой главе, увеличение числа участников нежелательно, поскольку это приводит к тому, что делают работу 1-2 человека, а остальные оказываются на «вторых ролях» [221, 275, 359]. К тому же на конференции жюри обязательно поинтересуются, как были распределены роли между участниками. Кроме того, возможно возникновение ситуации, когда какую-то исследовательскую работу вначале изъявили желание делать несколько учеников, а через некоторое время они захотели делать исследовательские работы индивидуально. В этом случае научному руководителю хорошо бы иметь несколько подзадач, чтобы при необходимости быть готовым предоставить каждому участнику свой фронт работы.

Отметим еще, что окончательная формулировка темы исследования (как учебного, так и профессионального) может произойти уже в процессе работы и корректироваться вплоть до презентации результатов. Для профессионального исследования это в первую очередь связано с неопределенностью конечного результата. Учебно-исследовательская работа имеет меньшую степень неопределенности (для руководителя), поскольку в работе не обязательно должен получиться объективно новый научный результат. Важно, чтобы результат был субъективно новым, значимым для учеников и способствовал развитию их исследовательских способностей. Но, как указывалось выше, нет уверенности, что школьники выполнят работу в запланированном объеме. Поэтому, если научный руководитель видит, что интерес пропал, и продвижение работы остановилось, он может переформулировать тему (цели и задачи работы) так, чтобы она относилась к полученному промежуточному результату.

Основные этапы проведения исследовательской работы школьниками

Как указывалось выше, для развития исследовательских способностей школьников желательно, чтобы они выполняли исследовательские работы углубленного уровня.

После выбора темы школьники могут полностью переключиться на исследовательскую работу, а могут продолжать посещение пропедевтического курса. Последнее желательно, если для выполнения работы им необходимо знание численных методов и др. материала, изучаемого на курсе.

Выше уже обсуждалось, что исследовательские работы углубленного уровня должны повторять основные этапы профессионального научного исследования. Выбор темы мы уже обсудили. Перейдем к краткому рассмотрению последующих **этапов** исследовательской работы. Конечно, невозможно в общем виде дать все методические рекомендации по проведению исследовательских работ углубленного уровня, частично их можно найти в [124, 194, 275, 359, 360].

1) Выдвижение гипотез

Выдвижение гипотез является важным этапом работы, способствующим развитию дивергентного мышления. Здесь у руководителя может возникнуть желание навязать гипотезы ученикам. Действительно, руководитель лучше учеников понимает, что, скорее всего, получится в результате работы, поэтому для ускорения процесса он может сам сформулировать гипотезу. Это уменьшает ценность исследования как самостоятельной работы. С другой стороны, ученики, действительно могут долго блуждать, поскольку неверные гипотезы приведут к тому, что работа не будет выполнена. Поэтому от руководителя требуется чрезвычайная деликатность. Если он видит, что у учеников слишком долго нет гипотез, то ему их нужно осторожно подсказать. Если руководитель видит, что гипотезы абсурдны, то хорошо, если удалось бы самих учеников наводящими вопросами подвести к тому, что гипотезы абсурдны. На этапе выдвижения гипотез полезно стимулировать ученика к изучению литературы по данному вопросу. Можно рассмотреть на пропедевтическом курсе смежные проблемы, чтобы позволить ученикам сделать больше гипотез.

После выдвижения гипотез можно приступать к планированию эксперимента (натурного или вычислительного).

2) Планирование эксперимента

При планировании натурных экспериментов полезно провести компьютерное моделирование на основе численных методов (подробнее ниже). При этом главное внимание нужно уделять оценке ожидаемой точности из-за приборной погрешности (случайную и систематическую погрешность *apriori* оценить сложнее) и сравнения ее с точностью, необходимой для проверки гипотезы. Если выяснится, что планируемая методика эксперимента не может обеспечить необходимую точность, то нужно найти другую методику эксперимента.

Кроме этого, планирование эксперимента должно включать оценку времени, которое планируется затратить на работу. Особенно это актуально для работ, где необходимо набирать большую статистику. Научному руководителю следует иметь в виду, что время на работу понадобится больше, чем планировалось вначале. Поэтому руководителю следует соотнести это время со временем проведения конференции, на которой планировалось доложить результаты работы.

3) Проведение эксперимента и анализ полученных данных

Обучение экспериментальным навыкам в существенной степени зависит от характера выполняемой задачи. Однако в любом случае при сборе данных нужно обучать школьников точному описанию производимых действий. Данная рекомендация следует из важнейшего свойства результатов научных экспериментов – они должны быть воспроизводимы, поэтому необходимы все данные, чтобы эксперимент можно было впоследствии воспроизвести.

При обработке экспериментальных результатов особое внимание следует уделять определению погрешности измерений [178, 277, 484, 485]. При использовании программных пакетов для обработки данных необходимо, чтобы школьники точно понимали, какие именно алгоритмы использует компьютер, а не говорили жюри: «результаты рассчитал компьютер». Использование компьютера, для обработки экспериментальных данных можно найти, например, в [46, 86, 211, 256].

Обычно исследовательские работы углубленного уровня предполагают планирование натурных экспериментов или проведение вычислительных экспериментов на основе численных методов (подробнее ниже). Поэтому важно, чтобы школьники на пропедевтическом курсе изучили численные методы, необходимые для этого.

Как уже говорилось в первой главе, исследовательская работа связана с большой неопределенностью и не является движением по заранее намеченному плану. Само по себе это не является негативным явлением. Позитивный момент заключается в том, что школьники приобретают бесценный опыт проведения исследования, который включает постоянную корректировку первоначального плана работы. Однако важно, чтобы школьники были готовы к тому, что в работе не все будет идти, как планировалось вначале, поэтому этот момент лучше обсудить заранее.

Кроме того, о чем должны помнить и ученики и особенно научный руководитель, что путь к совершенству бесконечен и в любом исследовании существует желание улучшить полученный результат, набрать больше статистики ... и. т. п. Однако нужно в какой-то момент остановиться, чтобы оформить результат и доложить его на конференции или конкурсе школьных работ. Обычно этот момент определяется не объемом выполненного исследования, а временным фактором – необходимостью успеть подготовить доклад к конференции.

4) Презентация выполненной работы

При планировании времени работы следует иметь в виду, что подготовка доклада к школьной конференции (конкурсу) занимает не меньше время, чем проведение самой работы. Более того, если желание получить новый результат является достаточной мотивацией, чтобы «вдохновить» одаренных школьников провести исследование, то подготовка доклада (устного или стендового) представляется им рутинной работой, за которую они обычно берутся с большой неохотой.

Подготовка доклада требует много внимания со стороны руководителя, поскольку школьник не имеет опыта выступления. Обычно он волнуется, не может собраться с мыслями и постоянно сбивается. Поэтому школьника необходимо тщательно готовить к выступлению, о чем подробнее можно прочитать в [124, 172, 195, 275, 360, 421].

Рефлексия, планирование развития работы

После участия в конференции необходимо проанализировать участие в ней по нескольким аспектам.

1) Удовлетворены ли ученики качеством выполненной работы, в том числе, ее презентацией?

Как уже отмечалось у одаренных детей высокая критическая самооценка. Поэтому кому-то могло показаться, что все было плохо. Такой подход малоконструктивен, как и противоположенный подход – все было хорошо. Необходимо подметить слабые и сильные стороны выступления, чтобы в дальнейшем оттачивать мастерство публичных выступлений. Кроме этого, возможны деструктивные моменты, выражающиеся в субъективных переживаниях детей. Школьникам может казаться, что члены жюри «бестолковые» и не поняли глубины их работы, что к ним были необъективны, их «засудили»... и т.п.

К сожалению, режим некоторых конференций не позволяет присутствовать во время выступления научному руководителю (особенно это относится к конкурсам со стендовыми докладами), поэтому руководитель не всегда может квалифицированно прокомментировать выступление учеников. В любом случае еще перед конференцией нужно настраивать учеников, что не могут все получить первые места и что не следует ожидать призовых мест, особенно при первом выступлении. А неудачи нужно анализировать, может быть, что-то нужно доделать в работе, изменить план доклада и готовиться к новым выступлениям.

2) Какие были заданы вопросы и даны пожелания?

Вопросы и пожелания, которые были даны как сотрудниками жюри, так и сверстниками, очень ценны, и при правильном подходе могут послужить отправной точкой для продолжения исследовательской работы.

3) Что нового узнали ученики на конференции?

Конференции проводятся не только для того, чтобы ученики сделали свой доклад, но и чтобы послушали чужие. Это относится как к школьным, так и к профессиональным конференциям, Посмотрев, что делают другие, школьники могут захотеть существенно расширить выполняемую исследовательскую работу или даже выбрать новую тему.

После того, как прошла конференция, наступает время подводить итоги. Дальнейшее развитие исследовательской деятельности ученика может идти по следующим сценариям.

1) Прекращение исследовательской работы

Выше обсуждалось, что одаренные дети обладают надситуативностью. Однако прекращение работы еще не означает отсутствия у школьника одаренности. Здесь нужно анализировать причины. Прекращение работы может быть вызвано:

– переходом учеников в 11 класс и началом целеустремленной подготовки к ЕГЭ и олимпиадам;

– желанием ученика попробовать себя на других поприщах, например, он заинтересовался другими предметами или поставил себе цель стать победителем Всероссийской олимпиады (по физике или другим предметам).

Беспокойство должно вызывать прекращение работы по причине разочарования учеников в своих силах, обидой на жюри, научного руководителя, других участников исследовательской работы и в других случаях, когда прекращение работы сопровождается снижением уровня поисковой активности.

2) Продолжение исследовательской работы по той же теме

Этот сценарий является типичным для большинства школьников, не достигших выпускного класса. Здесь обучающему нужно следить, чтобы призы (и др. награды) за выступления на очередных конференциях не превратились во внешний стимул продолжения работы. При этом школьники могут захотеть докладывать результаты одной работы на нескольких конференциях. С одной стороны, повторные доклады позволяют улучшить качество выступления, с другой – не развивают исследовательские способности школьника. Поэтому с точки зрения развития умений публичных докладов допустимо повторное выступление школьника с одной работой на конференциях разного уровня: например, сначала на уровне школы, затем – города, затем на Всероссийской конференции. Однако в дальнейшем, чтобы не страдало развитие исследовательских способностей, перед последующими выступлениями необходимо продолжить работу и получить новые результаты.

3) Начало исследовательской работы по новой теме

Стремление к выполнению новой исследовательской работы свидетельствует об успешности предыдущего этапа обучения, поскольку говорит о высокой поисковой активности школьников.

Причиной смены темы могут быть следующие обстоятельства:

- прежняя тема исчерпала себя, ее продолжение уже не удовлетворяет познавательной потребности школьников;
- школьники изучили в школе новые разделы физики или познакомились с новыми направлениями физики на внеклассных занятиях (в том числе и на конференциях), и им хочется провести исследование по одной из новых тем;
- школьники хотят познакомиться с другими методами исследований, в том числе новым экспериментальным оборудованием.

Компьютерное моделирование на основе численных методов при проведении исследовательских работ углубленного уровня

Одна из основных проблем, возникающих как на стадии постановки задачи, так и в ходе работы – это низкий уровень математического аппарата школьников, особенно учащихся в 7-м и 8-м классе.

Исследование показало, что одним из эффективных способов решения этой проблемы является использование компьютерного моделирования на основе *численных методов*, которые сегодня широко применяются в науке и технике. Изучение с одаренными школьниками численных методов позволяет решить несколько проблем.

Во-первых, благодаря численным методам школьники могут решать задачи, которые без численного подхода показались бы просто не решаемыми. Кроме того, предварительное планирование эксперимента также требует сложных расчетов, которые не всегда можно провести аналитически, поэтому численные методы расчета становятся не благим пожеланием, а необходимостью для проведения исследовательских работ по указанному выше плану [359, 360].

Во-вторых, расчеты численными методами являются важнейшей составляющей современного профессионального физического эксперимента. Современное экспериментальное оборудование стоит достаточно дорого, поэтому нецелесообразно проводить эксперимент «вслепую», без предварительных расчетов того, что может получиться в результате. В науке существует понятие «вычислительного эксперимента», т.е. результатов численных расчетов (как правило, на компьютере) эволюции конкретной физической модели. Поэтому численные методы изучаются студентами в вузах технического и естественнонаучного профиля. Но для освоения простейших численных методов достаточно знаний, которые есть у 7-ми классников, поэтому обучение численным методам одаренных школьников позволяет дать им представление о методах современного научного исследования [359, 360].

К сожалению, в настоящее время численные методы практически не изучаются в школе и, несмотря на огромное количество книг по данной тематике для студентов вузов [26, 139, 285, 384], существует очень немного учебных пособий по численным методам, адаптированных для школьников [40, 82, 83, 237, 294-299]. Отчасти, это связано с тем, что применение численных методов возможно только при наличии компьютеров, которые появились в школе относительно недавно. Другая сложность изучения численных методов состоит в том, что, несмотря на то, что компьютеры сегодня пришли почти в каждый дом, программировать на них умеют далеко не все школьники. Поэтому задачи для численного решения и описанные в следующей главе направления исследовательских работ, разделены на два уровня сложности.

Первый уровень сложности *не требует* от школьников знания языков программирования. Все расчеты могут быть произведены с использованием электронной таблицы *MS Excel* или ее аналога в *LibreOffice*. Используемые в настоящее время расширенные возможности этих таблиц типа надстройки «Поиск решения» и т.п., вряд ли можно рекомендовать школьникам, поскольку:

1) алгоритм работы этой и подобных надстроек скрыт от пользователя и школьник не сможет понять, как именно компьютер получил ответ;

2) освоение работы этих настроек не проще, чем изучение языков программирования.

Второй уровень сложности предполагает, что школьники знакомы хотя бы с основами языков программирования или готовы за короткое время освоить их. Современные учебные языки программирования *Basic* или *Pascal* (*Delphi*) имеют достаточно простой интерфейс и при проведении индивидуально – групповых занятий можно за 2–3 занятия дать основы языка в объеме, достаточном для программирования предлагаемых алгоритмов [359].

Следует специально подчеркнуть, что автор не сторонник того, чтобы численными методами решались все задачи подряд. Численный подход оправдан, если он используется применительно к задачам повышенной сложности, которые на школьном уровне решить либо чрезвычайно сложно, либо вовсе нельзя. Тем более оправдано применение численных методов для проведения сложных расчетов при выполнении исследовательских работ.

Компьютеры уже давно с успехом применяются в школе для обработки результатов экспериментов [17, 46, 86, 206, 211, 238, 256, 410]. Однако численные методы могут дать гораздо больше – они позволяют моделировать эксперимент. Но здесь нужно быть осторожным в терминологии и не путать моделирование эксперимента с помощью компьютера и компьютерное моделирование. В последнее время появилось большое число работ, посвященных компьютерному моделированию, под которым часто понимается использование школьниками компьютерных программ, позволяющих изменять начальные параметры задачи, после чего программа рассчитывает конечный результат. Таким образом, школьник может рассчитать дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, напряжение на резисторе или ход лучей в оптической системе [9, 17, 75, 96, 122, 123, 150, 164, 474, 486]. Компьютерное моделирование или виртуальный эксперимент представляет собой совсем другой способ обучения физике с другими конечными целями. Применение виртуального эксперимента применяется, в основном, когда нет возможности провести натурный эксперимент (из-за отсутствия оборудования или др. причинам) или в качестве подготовки к проведению лабораторной работе [80, 81, 238, 450]. Главная проблема заключается в том. что программы пишут не школьники и вычислительный алгоритм либо скрыт от них, либо требует специального изучения. Предлагаемая методика выполнения исследовательских работ с использованием численных методов предполагает, что школьник сначала изучает алгоритмы, а затем применяет их к предмету своего исследования [294-299, 359, 360].

Поскольку численные методы нужны не сами по себе, а для развития исследовательских способностей школьников, то обучать этим методам следует лишь после того, когда в этом возникнет потребность. Потребность в них может возникнуть либо при решении теоретических задач повышенной сложности, которые школьники не смогут сразу решить аналитически, либо при анализе экспериментальных задач.

Так как численные методы в обычной школе не изучаются и они достаточно сложны для восприятия школьниками, то чем раньше они начинают изучаться, тем лучше. Поэтому начало обучения численным методам возможно уже на первом (лекционном) этапе, т.е. выбора направления исследовательской работы. При этом численные методы органически включаются в пропедевтический курс. Например, если анонсирован пропедевтический курс «решение задач повышенной сложности с применением компьютерного моделирования», то некоторые задачи повышенной сложности решаются с использование схемы Эйлера (подробнее см. ниже).

Констатирующий эксперимент показал, что школьники редко владеют языками программирования. Поэтому обучение компьютерному моделированию на основе численных методов целесообразно проводить с использованием электронных таблиц *MS Excel* или *LibreOffice*. При этом на каждом занятии часть времени нужно отводить на объяснение того, как работать с электронными таблицами. При отсутствии возможности работы в дисплейном классе, можно ограничиться одним компьютером учителя, на котором показывается какие формулы нужно заводить в электронные таблицы, с тем, чтобы дома ученики на своих компьютерах воспроизвели то, что делалось в классе.

При изучении численных методов возникает проблема – школьники (которые первоначально не планировали выполнять исследовательские работы) могут сказать о бесполезности решения задач численными методами, поскольку пользоваться компьютером и даже программируемым калькулятором на олимпиадах по физике (и экзаменах) не разрешается. В ответ школьникам можно привести аргумент, что численные методы полезны для домашнего анализа некоторых задач, поскольку они позволяют получить ответ в численном виде, а знание ответа может помочь в поиске решения задачи. Примеры решения задач повышенной сложности численными методами приведены в третьей главе и в Приложениях.

Заметим, что нежелательно, чтобы исследование ограничивалось только численными расчетами (вычислительным экспериментом). Чисто вычислительный эксперимент не позволяет выполнить важнейшую часть научной исследовательской работы – проанализировать полученные результаты, а именно – соотнести их с существующей картиной мира. Посчитать только для того чтобы посчитать может быть полезно с точки зрения обучения информатике, но не дает возможность реализовать представленный выше план исследовательской работы. Школьники уже привыкли, что получить на экране компьютера, как и на меловой доске можно все что угодно. Поэтому, возможно, что именно по этой причине темы работ с чисто вычислительным экспериментом редко интересны одаренным школьникам. Отсюда вытекают критерии подбора задач для компьютерного моделирования на основе численных методов – расчеты должны:

– либо подкрепляться аналитическими вычислениями (что скорее соответствует задачам повышенной сложности, проблемно-поисковым задачам, но не исследовательской работе);

– либо опираться на хорошо известные опытные факты (например, согласовывались бы с законами Кеплера и с другими известными школьникам эмпирическими законами),

– либо проверяться экспериментально.

Отметим, что последнее наиболее полезно с точки зрения развития исследовательских способностей, но наиболее сложно для реализации на практике, что будет подробнее обсуждено в третьей главе.

Таким образом, предлагаемое поэтапное обучение школьников позволяет частично решить указанные выше проблемы. Проблема, связанная с длительностью промежутка времени от начала выполнения работы до получения первых результатов, решается тем, что еще до начала выполнения исследовательской работы школьники численными методами решают некоторое количество олимпиадных задач, которые полезны им для развития конвергентного и дивергентного мышления.

Проблема, связанная с оценкой учеником сложности будущей исследовательской работы, решается тем, что школьник решает частично-поисковые задачи, в чем-то похожие (хотя и более простые) на те задачи, которые он будет решать в процессе исследовательской работы. Поэтому он получит представление о трудности задач, объеме работы и ожидаемых результатах.

2.2. Концепция развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

Опираясь на представленный выше анализ подходов к развитию исследовательских способностей школьников, можно выделить концептуальные положения развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике.

Как следует из основной цели обучения – развития исследовательских способностей, и из описанной структуры исследовательских способностей, у школьников необходимо развивать поисковую активность, конвергентное и дивергентно мышление. Развитие исследовательских способностей происходит при любой творческой деятельности школьников, в наибольшей степени – при выполнении самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня.

В результате проведения исследовательских работ углубленного уровня школьники приобретают опыт исследовательской деятельности, начиная от видения проблемы и постановки задачи до получения результатов и презентации их на школьных конференциях. Особенно важно осознание школьниками того, что исследовательская деятельность связана с большой степенью неопределенности конечного результата, что в ходе работы перед ними могут возникать новые проблемы, которые не были видны при планировании работы, что первоначальный план работы приходится постоянно корректировать.

При проведении натурных экспериментов школьники получают опыт работы с физическими приборами, оценке приборных, случайных и систематических погрешностей результатов. При планировании и анализе натурных экспериментов, а также при выполнении вычислительных экспериментов школьники приобретают опыт компьютерного моделирования на основе численных методов – одного из основных методов современного научного исследования.

Исследовательская работа углубленного уровня должна завершаться презентацией результатов на конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ. На этих конференциях школьники приобретают опыт доклада своих результатов, ведения дискуссии, умения выслушивать чужое мнение, учитывать сделанные замечания и предложения в дальнейшей работе.

Приобретенный опыт исследовательской деятельности позволит школьникам в дальнейшем при обучении в классических естественнонаучных и физико-технических вузах (МГУ им. М.В. Ломоносова, МФТИ, МИФИ, МГТУ им. Н.Э. Баумана и др.) более взвешенно подойти к выбору направлений научно-исследовательской деятельности, оценки времени и трудозатрат при проведении научных исследований.

Для достижения указанных целей школьникам необходимо получить навык решения проблемных задач (задач дивергентно типа), которые могут быть развиты в исследовательские работы, а также научиться критически подходить к изучению теоретического материала по физике, анализировать природные явления, технические устройства, изучение которых также может помочь в выборе тем (направлений) исследовательских работ. Для успешного выполнения исследовательских работ углубленного уровня школьникам необходимо освоить работу с физическими приборами для проведения натурных экспериментов, а также методы обработки полученных данных. Особую роль нужно отвести изучению компьютерного моделирования на основе численных методов для планирования и анализа натурных экспериментов и проведения численных экспериментов.

Для успешного завершения исследовательской работы углубленного уровня и презентации результатов на конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ, школьники должны научиться делать произносимые или стендовые доклады.

При составлении концептуальных положений методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике нужно учесть цель, содержание, методику развития исследовательских способностей, разобрав все этапы от вовлечения школьников в исследовательскую деятельность, проведения педагогического наблюдения с целью выявления одаренных школьников, склонных к исследовательской деятельности, обсуждения с ними возможные темы (направления) исследовательских работ углубленного уровня, проведения исследовательских работ, включая доклад полученных результатов на конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ школьников. Особое внимание нужно уделить диагностике успешности развития исследовательских способностей.

Учитывая разобранную выше структуру исследовательских способностей и важность роль исследовательских работ в их развитии, определим первое положение концепции.

1. Развитие исследовательских способностей школьников, одаренных в области физики, включает развитие их конвергентного и дивергентного мышления и поисковой активности, и может происходить при применении продуктивных форм и методов обучения, причем наиболее действенным является выполнение учащимися самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня.

Выше обсуждалась необходимость поэтапного вовлечения школьников в исследовательскую деятельность и возможность реализации этого с помощью специального пропедевтического курса, решающего одновременно задачи мотивации школьников и подготовки их к выполнению исследовательской работе. Определим необходимость проведения указанного курса во втором положении концепции.

2. Для выявления школьников, одаренных в области физики, и вовлечения их в исследовательскую деятельность целесообразно проведение специального пропедевтического курса, содержание и мотивационная составляющая которого зависят от условий обучения, и на занятиях которого школьники обучаются методам, необходимым для выполнения исследовательских работ углубленного уровня, включая использование цифровых фо-

то- или видеокамер в качестве измерительных инструментов и компьютерное моделирование на основе численных методов, выбирают темы (направления) исследований в результате совместных усилий обучающего и обучаемых с учетом личностных психолого-педагогических особенностей обучаемых.

Учитывая, что сложность решаемых задач является для одаренных школьников мотивацией обучения на указанном курсе, определим требования к содержательному компоненту пропедевтического курса в третьем положении концепции.

3. Содержательный компонент пропедевтического курса должен включать количественные задачи повышенной сложности, которые школьники могли бы решать как в общем виде (аналитически), так и численными методами. Оптимально, чтобы полученные решения могли быть проверены экспериментально.

Как обсуждалось выше, развитию исследовательских способностей одаренных детей будет способствовать проведению ими исследовательских работ углубленного уровня, как указано в четвертом положении концепции.

4. Для обеспечения высокого уровня субъективной новизны исследовательских работ углубленного уровня и успешности ее проведения школьниками на всех этапах, воспроизводящих основные этапы профессионального исследования (видение проблемы – постановка задачи – выдвижение гипотез – планирование эксперимента – проведение эксперимента – анализ полученных данных – презентация результатов) целесообразно применение компьютерного моделирования на основе численных методов.

Поскольку исследовательская работа углубленного уровня содержит основные этапы профессионального научного исследования, то ее результаты нужно публиковать. Для школьников оптимально доложить о своих результатах на конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ учащихся. Особая роль выступления на подобных конференциях (конкурсах) указана в пятом положении концепции.

5. Исследовательские работы углубленного уровня должны завершать-

ся презентациями учащимися итогов исследования (устные или стендовые доклады и др.), являющихся важнейшими составляющими исследовательской деятельности, дающие возможность получить внешнюю оценку со стороны жюри и сверстников, приобрести опыт подготовки доклада, ответов на вопросы, научной дискуссии и, кроме того, позволяющие получить новую информацию, в том числе, в виде замечаний и пожеланий к своей работе, которую учащийся может впоследствии использовать для продолжения работы, что особенно важно для одаренных школьников, обладающих высокой надситуативной активностью.

Чтобы одаренные школьники могли успешно проводить исследовательские работы углубленного уровня и решать задачи повышенного уровня сложности, в том числе, выходящие за рамки уровня школьной программы, их необходимо обучить специальным методам решения задач, в том числе компьютерному моделированию на основе численных методов. Реализация численных методов возможна как с помощью языков программирования, так и с помощью электронных таблиц, что отмечено в шестом положении концепции.

6. Компьютерное моделирование на основе численных методов является эффективным инструментом, позволяющим преодолеть слабость математического аппарата школьников при решении задач повышенной сложности, проведении вычислительного эксперимента, на этапе планирования натурного эксперимента и при анализе полученных результатов. Компьютерное моделирование может осуществляться с помощью языков программирования или с помощью электронных таблиц, если школьники не владеют языками программирования.

Как указано выше, цифровые видео- или фотокамеры сочетают доступность, простоту используемых физических принципов, универсальность и точность измерения. Поэтому они могут быть использованы для успешного проведения исследовательских работ углубленного уровня при отсутствии другого экспериментального оборудования, что указано в седьмом положении концепции.

7. Для преодоления проблем, связанных с отсутствием у школьников возможности работы с современными физическими приборами, при проведении экспериментальных исследовательских работ углубленного уровня целесообразно использовать цифровые фото- или видеокамеры, сочетающую доступность, простоту в эксплуатации и высокую точность измерений.

Как указывалось выше, исследовательские способности, включают поисковую активность, конвергентное и дивергентное мышление. Поэтому диагностировать развитие исследовательских способностей нужно по изменению уровня указанных компонент, что нашло отражение в восьмом положении концепции.

8. Успешность развития исследовательских способностей одаренных школьников можно диагностировать по развитию их конвергентного мышления (оцениваемого по успешности решения олимпиадных задач (задач повышенной сложности)), дивергентного мышления (оцениваемого по стремлению решать задачи дивергентного типа и успешности их решения) и устойчивой поисковой активности, оцениваемой по активности исследовательской деятельности школьника, включая выполнение исследовательских работ углубленного уровня.

2.3. Модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

Основные компоненты модели методической системы

Как следует из приведенной выше концепции, методическая система развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике предполагает наличие нескольких этапов, каждый из которых имеет свои цели, задачи, содержание и методы. Схема взаимодействия элементов методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике представлена на рис. 2.2.

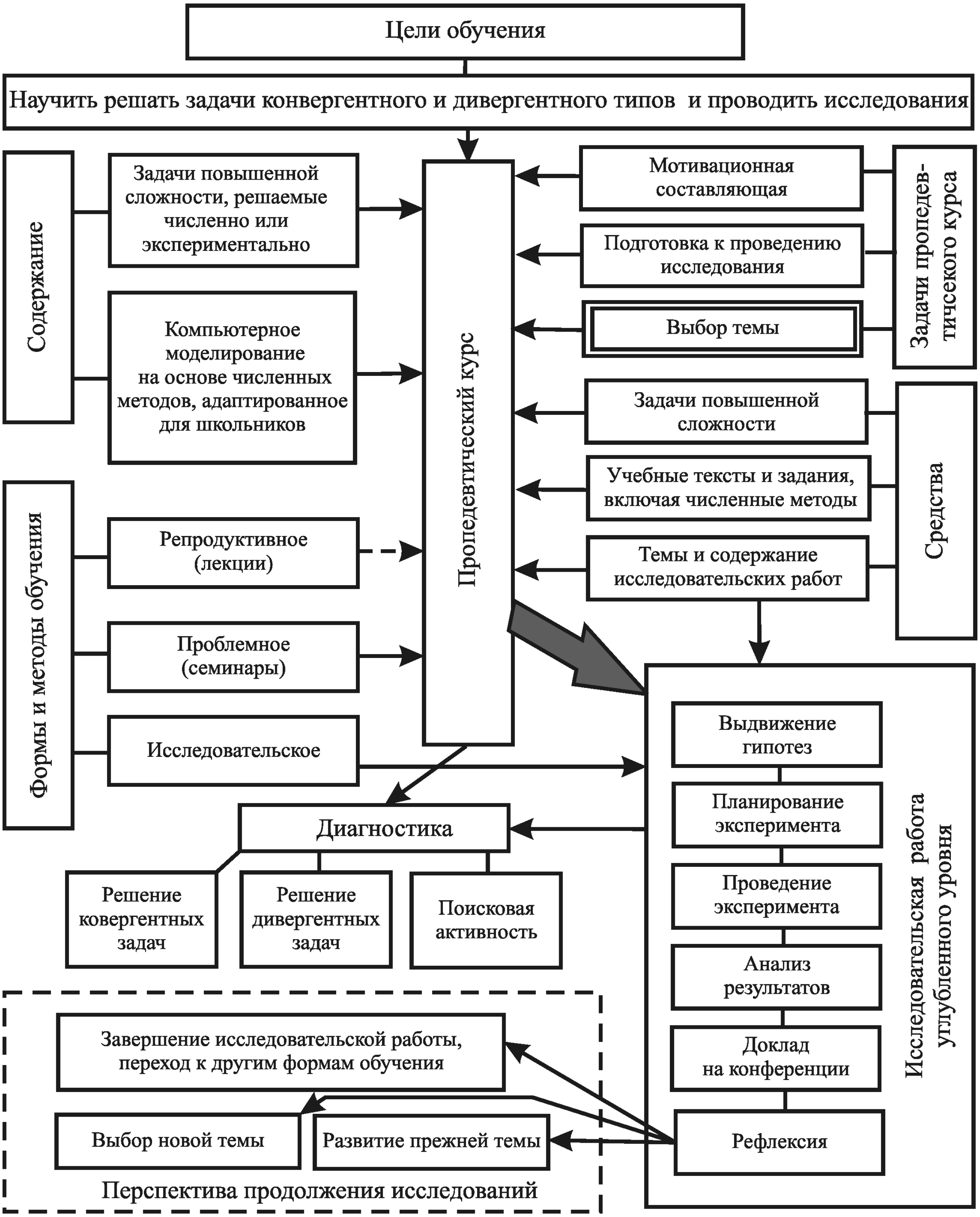


Рис. 2.2
Модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

Ядром методической системы является пропедевтический курс, который, как описано выше, выполняет двойную задачу:

– мотивационную – привлечь одаренных школьников к исследовательской деятельности;

– подготовительно-ориентационную – подготовить школьников к выполнению исследовательских работ углубленного уровня по физике и помочь им в выборе темы (направления) исследования.

В зависимости от личных возможностей учеников они могут делать работу и продолжать обучение на пропедевтическом курсе, а могут полностью переключиться на исследовательскую работу.

Заметим, что пропедевтический курс может слушать достаточно большая группа школьников, а тему школьники выбирают индивидуально или небольшими группами, так что для каждой малой группы школьников начало выполнение исследовательской работы отсчитывается индивидуально, как показано на рис. 2.3.

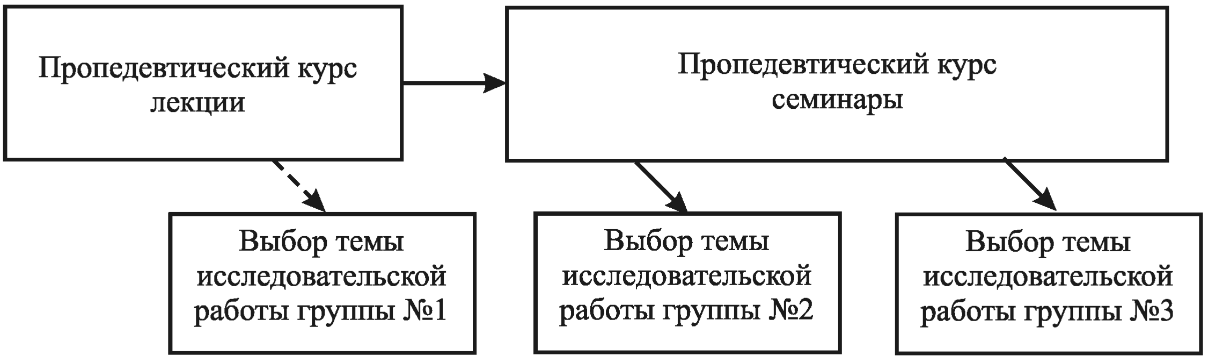


Рис. 2.3
Схема перехода к исследовательской деятельности школьников, посещающих пропедевтический курс

Содержание мотивационной составляющей является вариативной частью методической системы и определяется возрастом школьников, а также условиями проведения пропедевтического курса: факультативный или элективный курс в физико-математической школе, кружок при вузе или учебном центре, летняя школа и др. На первом этапе обучения целесообразно использование репродуктивных форм обучения (лекции), но в основном в курсе должны применяться продуктивные формы обучения.

Выбор темы (направление исследования) в предложенной схеме является результатом совместных усилий обучающего и обучаемого. Редко, когда направление исследования ученик приносит в самом начале курса в «готовом виде» и обучающему нужно лишь подправить его, чтобы исследование было под силу ученику. Обычно темы работ обучающий деликатно подсказывает обучаемым, исходя из направления их интересов, либо они вырастают из проблемных или частично–поисковых задач, разбираемых на пропедевтическом курсе.

После выбора темы и начала выполнения самостоятельной исследовательской работы школьник может выполнять работу и продолжать обучение на занятиях пропедевтического курса, а может полностью переключиться на исследовательскую работу. В таблице 2.1 представлены задачи каждого этапа обучения на занятиях пропедевтического курса.

Таблица 2.1

Этапы обучения на занятиях пропедевтического курса

Этап	Формы обучения	Основные задачи
1. Начально – ознакомительный	Лекции и семинары. Сочетание репродуктивных и продуктивных форм	Выявление школьников, склонных к исследовательской деятельности, помощь в определении тем исследовательских работ школьникам, у которых уже до начала курса был интерес к определенным физическим проблемам
2. Ориентировочный	Семинары. В основном продуктивное обучение	Развитие поисковой активности, конвергентного и дивергентного мышления, наблюдение за школьниками, выявление одаренных школьников, склонных к исследовательской деятельности, помощь в выборе тем исследовательских работ
3. Выполнение исследовательских работ	Научное руководство. Исследовательское обучение	Развитие исследовательских способностей в процессе выполнения самостоятельной исследовательской работы углубленного уровня

Разобрав модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике в целом, перейдем к более подробному описанию этапов ядра пропедевтического курса, являющегося ядром методической системы.

Первый этап пропедевтического курса

Основной целью первого этапа пропедевтического курса является выявление школьников, склонных к проведению исследовательской работы, и подготовка их к ней. Обучение должно быть направлено на развитие всех трех компонент исследовательских способностей:

– конвергентного мышления;

– дивергентного мышления;

– поисковой активности.

Как указывалось в концепции, необходимо предусмотреть ситуацию, когда ходящие на пропедевтический курс школьники не приступят к исследовательской работы. Поэтому желательно, чтобы с одной стороны, пропедевтический курс готовил школьников к выполнению исследовательских работ, а с другой давал им знания и умения, которые были бы полезны для их развития, даже если они не будут проводить исследований. Указанная часть курса является мотивационной. Это может быть решение олимпиадных задач (задач повышенной сложности), введение в технику физического эксперимента, подготовка к ТЮФ и пр. Мотивационная часть курса может содержать как традиционный материал (в том числе обучение экспериментальным навыкам, умению оценивать погрешности и пр.), так и новые методики (решение задач численными методами).

Конкретное содержание мотивационной части пропедевтического курса зависит от наличия в образовательном учреждении других подобного рода курсов. Например, если школа традиционно участвует в ТЮФ или в ней читается курс введения в технику физического эксперимента, то нет смысла делать еще один параллельный курс с таким же названием, и пропедевтический курс можно озаглавить «решение задач повышенной сложности» или «решение олимпиадных задач». Если в школе традиционно проходит подготовка к олимпиадам разных уровней, и такие курсы уже читаются другими учителями, то можно выбрать название пропедевтического курса «занимательная физика», «избранные главы физики и астрономии» и т.п.

Важно заметить, что пропедевтический курс должен способствовать развитию у школьников конвергентного, дивергентного мышления и поисковой активности. Поэтому первый этап, на котором планируются лекционные занятия репродуктивного типа, не должен продолжаться долго. После репродуктивной передачи минимального количества информации, без которой сложно строить дальнейший курс, нужно переходить к проблемному и частично-поисковому обучению.

На первом этапе следует в основном контролировать развитие дивергентного мышления, которое можно определять по стремлению к решению дивергентных задач и успешности их решения. Если в силу краткости первого этапа обучающий не планирует текущий контроль, то уровень интереса к дивергентным задачам можно определять на вступительном тестировании.

Второй этап пропедевтического курса

Основными задачами второго этапа являются:

– подготовка школьников к проведению исследовательской работы;

– выбор темы или общего направления исследовательской работы.

Кроме этого, если мотивационная часть курса предполагает наличие еще дополнительных целей, то содержание должно учитывать и эти цели.

В соответствии с этими целями на втором этапе должно произойти уменьшение доли репродуктивных методов обучения даже в мотивационной части пропедевтического курса. Необходимость этого вызвана, прежде всего, тем, что одаренные дети при репродуктивном обучении могут потерять интерес к курсу в целом.

На этом этапе обучающий уже может предлагать обучаемым (индивидуально или небольшим группам) проблемные или частично – поисковые задачи. Для помощи в выборе темы (направления исследования) курс должен включать описание проблем, стоящих перед современной наукой и техникой, а также разделы физического знания, сложные для понимания школьниками. Кроме того, следует поощрять поиски задач для самостоятельного исследования.

Обучающий наблюдает как за развитием дивергентного мышления, которое можно определять по стремлению к решению дивергентных задач и успешности их решения, так и за развитием поисковой активности, которую можно определять по желанию решать частично-поисковые задачи, и готовности обсуждать тему (направление) исследовательской работы. Взаимодействие обучаемого и обучающего при выборе темы происходит по схеме, представленной на рис. 2.4.

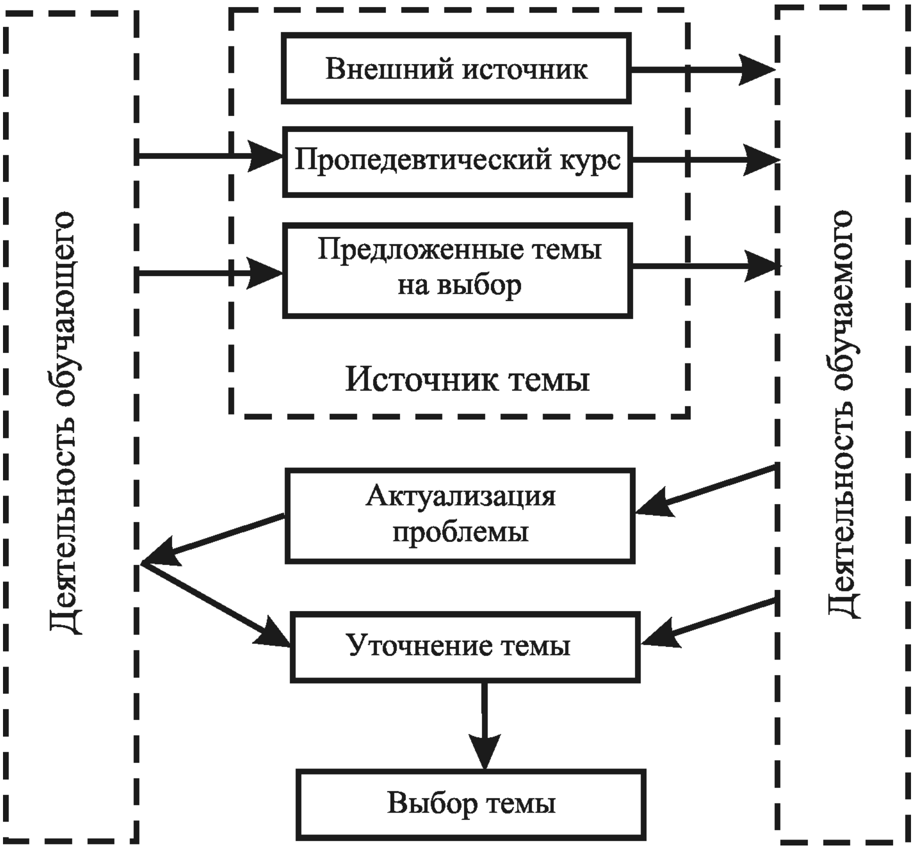


Рис. 2.4
Взаимодействие обучаемого и обучающего при выборе темы исследовательской работы

Для подготовки школьников к проведению исследовательской работы пропедевтический курс должен включать изучение теоретических и экспериментальных методов исследования. Эти методы могут быть как традиционными, так и новаторскими, – изучение компьютерного моделирования на основе численных методов.

Рассмотрим **методику** обучения одаренных школьников компьютерному моделированию на основе численных методов.

Вначале на занятиях пропедевтического курса учитель предлагает задачу повышенной сложности, которую школьники не могут решить аналитически. Тогда он предлагает решить им задачу численно и показывает, как можно получить численный ответ в задаче с помощью электронной таблицы на основе простейшего алгоритма (например, численного интегрирования с помощью схемы Эйлера). Для демонстрации шаблона электронной таблицы достаточно наличия одного компьютера у учителя, формулы для заполнения ячеек электронной таблицы можно выписать на доске. При наличии компьютеров (например, если занятия проводятся в дисплейном классе) можно предложить школьникам прямо в классе воспроизвести построенную таблицу. Если компьютеров недостаточно, то можно предложить воспроизвести таблицы по построенному в классе образцу дома. Для контроля исполнения задания школьникам можно предложить прислать по электронной почте или принести на электронных носителях файлы с таблицами.

После получения численного ответа, полезно на текущем или последующем занятии, разобрать со школьниками аналитическое решение задачи и (или) провести эксперимент и сравнить с численным ответом.

После того, как школьники овладели простейшими численными методами и научились реализовывать их в электронных таблицах, им можно предлагать более сложные задачи и использовать для их решения более сложных алгоритмов.

Таким образом, методика обучения школьников компьютерному моделированию на основе численных методов включает следующие этапы.

1) Создание проблемной ситуации (теоретической или экспериментальной задачи), которую учащиеся не могут сразу разрешить. В соответствии с проблемным подходом к обучению, предлагать численные методы нужно лишь тогда, когда школьники почувствуют в них необходимость. Самый простой способ подвести их к этому – дать задачу, которую они не смо-

гут решить (во всяком случае, сразу), а затем предложить решить ее численными методами.

2) Построение шаблона электронной таблицы (ядра программы, если школьники владеют языками программирования) или предложение воспользоваться шаблонами, рассмотренными на предыдущих занятиях. Учитывая, что не все ученики умеют работать с электронными таблицами, на первых занятиях целесообразно показать, как они заполняются. В качестве первого домашнего задания можно предложить им просто воспроизвести сделанные в классе таблицы. После того, как ученики освоят составление простых таблиц, их можно усложнять в соответствии с усложнением рассматриваемых проблем. Если школьники пользуются языками программирования, то в классе имеет смысл разобрать ядро программы, оставив оформление интерфейса на усмотрение учеников.

3) Самостоятельное заполнение школьниками электронных таблиц по шаблону (составление компьютерных программ), анализ полученного ответа при варьировании начальных условий, проверка сходимости и т.п. При составлении шаблонов электронных таблиц целесообразно в формулах оставлять формальные параметры, чтобы затем школьники могли их самостоятельно варьировать, не переделывая таблицы. При анализе сходимости нужно иметь в виду, что работать с электронными таблицами, содержащими более 10 000 строк формул неудобно.

4) Решение задачи аналитическими методами (полученное численное решение может стать подсказкой для аналитического решения), и, если возможно проведение экспериментальной проверки. Как уже обсуждалось раньше, численное решение не должно «повиснуть в воздухе», его необходимо сравнить либо с аналитическим решением, либо с известными литературными данными, либо с самостоятельно полученными результатами эксперимента.

5) Сравнение и анализ полученных численных, аналитических и экспериментальных результатов. При сравнении следует иметь в виду, что резуль-

таты натурного эксперимента и результаты вычислений на основе численных методов получаются с определенной погрешностью.

6) Для закрепления материала школьникам предлагается самостоятельно численно и аналитически решить несколько подобных задач. Подбор задач для самостоятельного решения должен производиться с учетом того, что предлагаемые задачи могут стать темами (направлениями) для самостоятельных исследований.

Схема методики обучения школьников компьютерному моделированию на основе численных методов представлена на рис. 2.5.

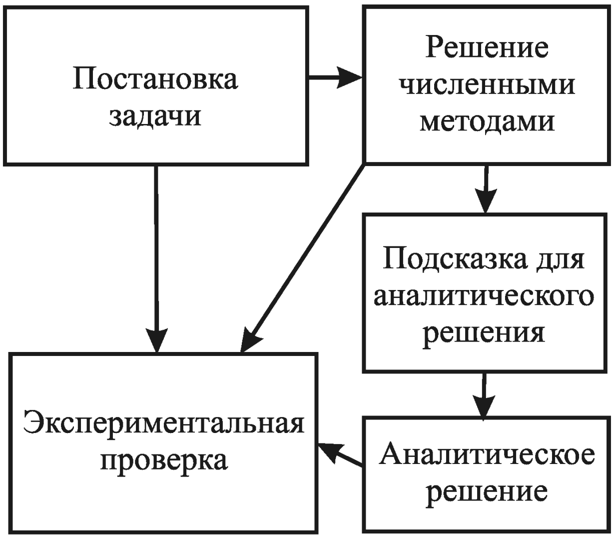


Рис. 2.5

Методика обучения компьютерному моделированию на основе численных методов

На этом этапе заинтересованность школьников в освоении нового метода – численного решения задач на компьютере может служить одним из критериев выявления школьников, желающих проводить исследовательские работы. Школьникам, успешно решающим численными методами олимпиадные задачи, можно индивидуально предлагать частично-поисковые задачи еще большей сложности, которые не имеют аналитического решения на школьном уровне. Примеры подобных задач описаны в Главе 3 и в Приложениях. Кроме того, этим школьникам, если они не умеют программировать, можно предложить начать осваивать какой-нибудь язык программирования, например, *Basic* или *Pascal* (*Delphi*).

После того как школьники решат несколько частично-поисковых задач, у них может возникнуть желание развить одну из предложенных задач в тему исследовательской работы, что знаменует собой начало третьего этапа, когда ученики индивидуально или малой группой проводят исследование заинтересовавшей их проблемы.

Возможные негативные последствия использования компьютеров в исследовательских работах

Использование компьютеров при обучении школьников у многих педагогов и родителей вызывает озабоченность: не идет ли «общение с компьютером» в ущерб развитию ребенка?

Исследования [379] показали, что уровень овладения детьми компьютером не зависит ни от мощности процессора, ни от периферийного оснащения. Обнаружено, что увлечение компьютером ведет не к ограничению интересов ребенка, а, наоборот, к расширению его интересов, включая чтение литературы. Естественно, при использовании компьютера необходим родительский контроль, чтобы ограничить детей в доступе к нежелательной информации.

Вместе с тем, необходимо отнести к негативным моментам увлечения компьютером то, что «компьютерные гении» зачастую с высокомерием относятся к сверстникам [379]. Однако это относится к указанным выше рискам «захваливания» одаренных детей, и не связано непосредственно с компьютерами.

Третий этап пропедевтического курса и проведение исследовательской работы углубленного уровня

Третий этап можно отсчитывать с момента, когда сформулирована тема или общее направление исследования.

Основной задачей является помощь школьникам в проведении исследовательской работы и подготовка презентации (доклада на конференции).

Кроме этого, мотивационная часть курса может иметь свои дополнительные цели.

Еще раз заметим, что выполнение исследовательской работы начинается для разных слушателей курса не одновременно. Кто-то приступает к выполнению работы раньше, кто-то не приступает вовсе. В связи с этим происходит разделение времени учеников между обучением на пропедевтическом курсе и выполнением исследовательской работы.

У учеников возникает возможность либо продолжать слушать пропедевтический курс и выполнять исследовательскую работу, либо полностью переключиться на исследовательскую работу, прекратив посещать пропедевтический курс. Преподавателю приходится продолжать чтение пропедевтического курса и выполнять обязанности научного руководителя.

Большую помощь учителю здесь могут оказать ассистенты, взяв часть нагрузки по чтению курса и научному руководству. Например, в ВФШ в роли таких ассистентов выступают студенты физического факультета, многие из которых сами, будучи школьниками, выполняли исследовательские работы.

Возможен сценарий, когда пропедевтический курс заканчивается и преподаватель сообщает школьникам, что курс завершен, и кто еще не выбрал себе темы исследовательских работ, могут это сделать, а кто не захочет этого делать – может продолжить обучение в других кружках.

Содержательная часть обучения зависит от выбранной темы работы. Еще раз подчеркнем необходимость предоставить ученикам возможность выполнять работу максимально самостоятельно, и вмешиваться только когда собственные усилия учеников не могут вывести их из тупика, проявляя при этом деликатность и доброжелательность.

Как указывалось в концепции, исследовательская работа (или определенный ее этап) должна завершаться презентацией. Обычно это доклад на конференции (конкурсе) школьных работ.

Учитывая отсутствие или малый опыт публичных выступлений у школьников, от руководителя требуется помощь в подготовке доклада (презентации или стенда). Желательно, чтобы при этом руководитель, с одной стороны, предостерег учеников от наиболее часто встречающихся ошибок при выступлении, но с другой стороны, не навязывал им свой стиль написания работы и выступления.

После завершения конференции нужно подвести итоги не только работы, но и опыту публичного выступления.

Поскольку одаренные школьники обладают надситуативной активностью, то, если они учатся еще не в выпускном классе, имеет смысл обсудить с ними возможность продолжения исследовательской деятельности по данной теме или иному направлению по выбору школьников.

Таким образом, представленная модель методической системы охватывает все этапы развития исследовательских способностей одаренных школьников от их выявления до завершения исследовательской деятельности в выпускном классе.

Рассмотрев модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников, перейдем к наполнению ее конкретным содержанием.

Итоги второй главы

1. Проанализированы существующие подходы к проведению исследовательских работ школьниками. Определен тип работ в наибольшей степени способствующей развитию исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике – «исследовательских работ углубленного уровня (по физике)».

Исследовательские работы углубленного уровня по физике, отличаются от обычных учебных исследовательских работ тем, что:

– полученный в работе результат является неочевидным в рамках школьной программы по физике;

– исследовательская работа включает основные этапы профессиональных научных исследований (видение проблемы – постановка задачи – выдвижение гипотез – планирование эксперимента – проведение натурного или вычислительного эксперимента – анализ полученных результатов – презентация).

Для выполнения исследовательской работы углубленного уровня школьникам необходимы исследовательские способности, а именно наличие развитых дивергентного и конвергентного мышления, высокой поисковой активности и устойчивой внутренней мотивации к выполнению исследовательских работ углубленного уровня.

2. Обоснована необходимость поэтапного вовлечения школьников в исследовательскую деятельность, для чего необходим специальный курс пропедевтического содержания (пропедевтический курс) на котором происходит выбор темы исследовательской работы в ходе совместных усилий обучаемого и обучающего и подготавливающего школьников к выполнению исследовательских работ углубленного уровня с использованием традиционных и инновационных методик, включая компьютерное моделирование на основе численных методов.

3. Обоснована особая роль обучения школьников адаптированному на школьном уровне компьютерному моделированию на основе численных методов в развитии исследовательских способностей школьников как инструмента обеспечения высокого уровня субъективной новизны и успешности при выполнении школьниками исследовательских работ углубленного уровня.

4. Разработана концепция развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике на основе деятельностного и личностного подходов как совокупность положений, обосновывающих:

– существенную роль продуктивных форм обучения и выполнения обучаемыми самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня в развитии исследовательских способностей учащихся, одаренных в области физики;

– целесообразность проведения особого пропедевтического курса, на занятиях которого школьники обучаются методам, необходимым для выполнения исследовательских работ углубленного уровня, выбирают темы исследований в результате совместных усилий обучающего и обучаемых;

– включение в содержательный компонент пропедевтического курса количественных задач повышенной сложности, которые школьники могли бы решать как в общем виде (аналитически), так и численными методами, при этом оптимально, чтобы полученные решения могли быть проверены экспериментально;

– существенную роль компьютерного моделирования на основе численных методов для обеспечения высокого уровня субъективной новизны исследовательских работ углубленного уровня и успешности их проведения школьниками на всех этапах, воспроизводящих основные этапы профессионального исследования;

– необходимость презентации итогов исследований, дающих возможность получить внешнюю оценку со стороны жюри и сверстников, приобрести опыт подготовки презентации, публичного выступления, научной дискуссии и, кроме того, позволяющих получить новую информацию, которую учащийся может впоследствии использовать для продолжения работы, что особенно важно для одаренных школьников, обладающих высокой надситуативной активностью;

– существенную роль электронных таблиц и языков программирования для реализации компьютерного моделирование на основе численных методов, позволяющего преодолеть слабость математического аппарата школьников при проведении вычислительного эксперимента, планировании натурного эксперимента и при анализе полученных результатов;

– существенную роль цифровых фото- и видеокамер, сочетающих доступность, простоту в эксплуатации и высокую точность измерений, при проведении экспериментальных исследовательских работ углубленного уровня школьниками, не имеющими возможности работать с современными физическими приборами;

– оценку развития конвергентного мышления, дивергентного мышления и устойчивой поисковой активности школьников как диагностических критериев сформированности их исследовательских способностей.

5. Разработана модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, включающая цели, содержание обучения, формы, методы и средства подготовки к исследовательским работам углубленного уровня, их выполнения и оценки успешности. Ядром разработанной модели является пропедевтический курс, на занятиях которого происходит выявление одаренных школьников, обучение их необходимым для выполнения исследовательских работ методикам, включая компьютерное моделирование на основе численных методов, а также выбор тем (направлений) исследований в результате совместных усилий обучаемых и обучающего.

Глава 3

Методическая система развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

3.1. Целевой компонент методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

Основной целью разработанной методической системы является развитие исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике. Как указывалось выше, для развития исследовательских способностей необходимо использовать продуктивные методы обучения. При этом наиболее эффективно развитие исследовательских способностей происходит при выполнении школьниками самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня.

При создании методической системы необходимо было решить задачи:

– разработать методику выявления одаренных школьников, склонных к исследовательской деятельности, и вовлечения их в исследовательскую деятельность;

– разработать программы курсов пропедевтического содержания (пропедевтический курс) дающих школьникам знания и умения, необходимые для проведения исследовательских работ углубленного уровня, включая обучение компьютерному моделированию на основе численных методов, с учетом личностных особенностей школьников и условий проведения занятий;

– разработать методику выбора темы (направления) исследовательской работы, которая должна быть результатом совместных усилий обучающего и обучаемого.

Как указывалось при описании модели методической системы, для выявления одаренных школьников, склонных к исследовательской деятельности, и вовлечения их в исследовательскую деятельность используется пропедевтический курс, который имеет мотивационную составляющую и обучающую составляющую, направленную на поиск темы исследовательской работы, и дающую им необходимые знания и умения, необходимые для выполнения исследовательских работ углубленного уровня, включая изучение компьютерного моделирования на основе численных методов. При этом существуют различные варианты конкретного наполнения указанной модели методики развития исследовательских способностей.

Ниже мы рассмотрим возможные способы наполнения содержательной компоненты пропедевтического курса в зависимости от возраста учеников и условий проведения занятий:

– факультативные занятия в физико-математической школе;
– кружок в учебном центре;
– летние школы и др.

Кроме того, содержание курса зависит от наличия лабораторного оборудования, без которого пропедевтический курс может быть только теоретическим, от умения учеников программировать и др.

Ниже рассмотрены варианты построения пропедевтического факультативного курса для школьников 7, 8 и 9-го классов. Школьники 10-11 классов могут заниматься по программе для 9-го класса. Специальной программы для школьников 10-11 классов создавать нецелесообразно, поскольку, как указывалось выше, число учеников 10-11 классов, желающих начать проводить исследовательские работы углубленного уровня, невелико, так как они целенаправленно готовятся к ЕГЭ и не имеют большого запаса времени для проведения исследовательских работ. Поэтому, в лучшем случае, школьники 10–11 классов могут завершить уже начатые работы.

В соответствии с двумя основными составляющими пропедевтического курса, можно выделить две группы задач курса. Первая группа задач связана с подготовкой и проведением исследовательской работы и включает:

1) подготовку школьников к проведению исследовательских работ (включая знакомство с численными методами);
2) помощь в выборе тем (направлений) исследовательских работ.

Вторая группа задач связана с мотивационной частью пропедевтического курса, которая является вариативной. В зависимости от условий чтения курса мотивационная часть может быть посвящена:

– подготовке к олимпиадам, т.е. решению теоретических задач повышенной сложности, в том числе задач, требующего частично-поискового метода обучения, – в этом случае задачей курса является подготовить школьников к успешному выступлению на физических олимпиадах и сдачи ЕГЭ;

– обучению на углубленном уровне выполнению экспериментальных работ (физический практикум), например, это может быть подготовка к решению задач экспериментального тура Всероссийских олимпиад, к Турниру юных физиков (ТЮФ) и др., – в этом случае задачей курса является развитие экспериментальных умений школьников;

– занятиям в стиле «занимательная физика», – в этом случае задачей курса является заинтересовать школьников рассказом (и показом) интересных явлений и опытов, мотивировав их к дальнейшему изучению физики (самостоятельно или под руководством педагога);

– знакомству школьников с современными достижениями науки и техники на научно-популярных лекциях и докладах, которые делают молодые специалисты, студенты, аспиранты или даже сами школьники, – в этом случае задачей курса является заинтересовать школьников, мотивировав их к дальнейшему изучению физики.

Возможны и другие варианты построения мотивационной части курса.

Чтобы цели пропедевтического курса не вызвали путаницы у школьников, при его анонсировании необходимо сказать, что на нем возможно выполнение исследовательских работ, просто это не объявлять главной целью курса. Впоследствии, если школьники не смогут выбрать тему для исследовательской работы, они получат от посещения занятий определенную пользу для себя в соответствии с заявленной целью и программой курса.

Отметим, что упоминавшиеся выше умение решать задачи численными методами полезно при реализации всех вариантов пропедевтического курса, поскольку численные методы могут применяться при планировании натурного эксперимента, проведении вычислительного эксперимента, а также при решении задач повышенной сложности. Хотя на олимпиадах и экзаменах пользоваться компьютерами не разрешается, решение задач численными методами можно успешно применять в качестве эвристического метода при домашнем решении задач и их последующем анализе.

Рассмотрим содержание возможных реализаций пропедевтических курсов. Заметим, что представленный ниже материал показывает логическое построение курсов и не является поурочным планированием занятий пропедевтических курсов, поскольку темп освоения материала при продуктивных формах обучения сильно зависит от уровня активности школьников, а так же от их начальных знаний физики и математики. При рассмотрении содержания курса основное внимание будет уделено проблемным, частично-поисковым задачам и темам исследовательских работ. Задачи конвергентного типа можно взять из любого сборника задач по физике повышенной сложности, например, из [60, 116, 117, 118].

При отборе задач следует руководствоваться следующими критериями:

– задачи должны быть неочевидны для школьников 9 – 11 классов;

– они могут быть решены численными методами;

– численное решение должно быть подтверждено аналитически (алгебраически или геометрически), либо проверено экспериментально, либо и тем и другим.

3.2. Содержательный компонент методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

Рассмотрим реализацию методической системы развития исследовательских способностей школьников для следующих условий проведения занятий:

– факультативные занятия (кружки) в физико-математической школе (в учебном центре или вузе) для 7, 8 и 9 классов;

– факультативные занятия в физико-математической школе при повышенном интересе слушателей к астрономии (небесной механике);

– факультативные занятия в учебном центре или в вузе, 7 – 9 классы;

– летние школы – 7 – 9 классы.

Поскольку ученики 10-11-х классов обычно целенаправленно готовятся к ЕГЭ, то они не могут много времени уделять исследовательской деятельности, и потому гораздо реже начинают проводить самостоятельные исследовательские работы. Поэтому, если появляются школьники 10 и 11-х классов, желающие проводить подобные работы, они могут заниматься по программе для 9-го класса.

Рассмотрим содержание материала методической системы при обучении школьников 7-го класса на факультативных занятиях (в кружке) в физико-математической школе, учебном центре или вузе. В этом случае целесообразно начинать пропедевтический курс с кинематики. Это обусловлено несколькими причинами. Во-первых, часто курс физики начинается с кинематики [77, 147, 148, 253, 274, 428, 429, 465-467, 438]. Во-вторых, в курсе кинематике существует большое число задач, имеющих строгий количественный ответ, которые можно предложить для решения численными методами школьникам, начиная с 7-го класса. Кроме этого, без умения описывать движение невозможно изучение других разделов механики.

Пропедевтический курс по кинематике целесообразно начинать с апорий Зенона – как проблемы описания движения в кинематике. Затем нужно рассмотреть графические методы решения задач, и ввести понятие мгновенной скорости, которую можно корректно ввести в 7-м классе через касательную к графику зависимости пути от времени. Далее содержание пропедевтического курса нужно наполнить олимпиадными задачами (повышенной сложности) – расчетом неравномерного движения при известных зависимостях скорости от времени и координаты [295, 359].

Задачи по кинематике следует подбирать так, чтобы они:

– были неочевидны для школьников 7 – 11 классов;

– могли быть быстро (за одно занятие) решены численными методами;

– численные решения служили бы подсказкой для решения задач аналитическими (алгебраическими или геометрическими) методами.

К недостаткам задач по кинематике можно отнести то, что их сложно проверить экспериментально. Поэтому когда во II-ом полугодии во многих школах ученики 7-го класса получают представление о правиле рычага (при этом детально законы Ньютона обычно не изучаются), целесообразно включить в содержание пропедевтического курса экспериментальные задачи, связанные с правилом рычага («золотым правилом механики»), в том числе на нахождение центра тяжести (центра масс) [299, 359].

Задачи на правило рычага следует подбирать так, чтобы они:

– были не очевидны для школьников 7 – 9 классов;

– могли быть быстро (за одно занятие) решены численными методами;

– численные решения могли быть проверены экспериментально;

– большинство задач имели бы аналитическое решение.

Развернутый план занятий для учеников 7-го класса приведен в Приложении 1.

Рассмотрим содержание материала методической системы при обучении школьников 8-го класса.

Поскольку познаний в физике у 8-ми классников ненамного больше, чем у школьников 7-го класса, то содержание методической системы развития исследовательских способностей для школьников 8-го класса, также как и для учеников 7-го класса, целесообразно наполнить задачами кинематики. Во II-ом полугодии ученики 8-го класса во многих школах изучают геометрическую оптику (при этом обычно преломление в призмах, и на сферических поверхностях (в толстых линзах) детально не изучается). Поэтому в содержание материала методической системы при обучении школьников 8-го класса во II-ом полугодии целесообразно включить решение экспериментальных задач по оптике.

Задачи по оптике следует подбирать так, чтобы они:

– были не очевидны для школьников 8 – 9 классов;
– могли быть быстро решены численными методами;
– численные решения могли быть проверены экспериментально;
– по возможности, задачи имели бы аналитическое решение.

Развернутый план занятий для учеников 8-го класса приведен в Приложении 2.

Рассмотрим содержание материала методической системы при обучении школьников 9-го класса.

Поскольку для учеников 9-го класса проходит Всероссийская олимпиада по физике, в которой принимает участие большинство одаренных школьников, то содержание материала методической системы при обучении школьников 9-го класса целесообразно наполнять с учетом программы Всероссийской олимпиады по физике для 9-х классов [60]. Она предполагает, что учащиеся 9-х классов должны изучить основы геометрической оптики, механику, знать векторные величины, тригонометрические функции и др. Поэтому начать пропедевтический курс нужно с кинематики, затем перейти к динамике, законам сохранения и, если позволит время, к колебательному движению.

Задачи по динамике для 9-ти классников следует подбирать так, чтобы они:

– были не очевидны для школьников 9 классов;
– могли быть решены численными методами;
– численные решения могли быть проверены экспериментально;
– по возможности, задачи имели бы аналитическое решение.

Развернутый план занятий для учеников 9-го класса приведен в Приложении 3.

Рассмотрим содержание материала методической системы при обучении школьников 8-го и 9-го класса, проявляющих особый интерес к **астрономии** (небесной механике). К сожалению, решение задач небесной механики обычно нельзя проверить экспериментально в силу длительности движения небесных тел, поэтому приходится ограничиваться сравнением с литературными данными.

Задачи по небесной механике следует подбирать так, чтобы они:

– были не очевидны для школьников 8 – 11 классов;

– могли быть решены численными методами;

– результаты расчетов могли быть сопоставлены с литературными данными по астрономии.

Развернутый план занятий для учеников 8-го и 9-го класса, проявляющих особый интерес к астрономии (небесной механике), приведен в Приложении 4.

Рассмотрим особенности реализации методической системы развития исследовательских способностей школьников 7-х – 9-х классов в летних школах (т.е. у школьников, закончивших, соответственно, 7-й – 9-й класс).

Прежде всего, нужно учесть краткосрочность курсов в летних школах. Кроме этого в летних школах существенно ограничены возможности для проведения экспериментов, поскольку в летние школы можно вывезти лишь самое простое оборудование. Поэтому содержание курса зависит как от числа часов, так и от наличия экспериментального оборудования. Однако даже в летних школах можно провести наглядные и достаточно точные эксперименты с помощью простого оборудования, как описано в [318, 320]. В целом содержание пропедевтических курсов в летних школах является сокращенным вариантом приведенных курсов для школьников 7-х – 9-х классов для факультативных занятий в физико-математической школе или в учебном центре.

3.3. Процессуальный компонент методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

3.3.1. Построение пропедевтического курса

Рассмотрим возможные реализации методической системы развития исследовательских способностей школьников в зависимости от возраста и условий обучения.

Как уже указывалось, ядром методической системы является пропедевтический курс, который решает одновременно две задачи:

– подготовить школьников к выполнению самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня и помочь выбрать тему исследовательской работы;

– дать школьникам определенные знания и умения (которые напрямую могут быть не связаны с исследовательской работой), которые были бы интересны и полезны школьникам даже в случае, если они не смогут выбрать тему для самостоятельной исследовательской работы.

В соответствии с указанными задачами у пропедевтического курса имеются две составляющие: обучающая и мотивационная. Начнем с мотивационной составляющей пропедевтического курса.

Если обучение происходит на факультативных занятиях в физико-математической школе, то мотивационную составляющую целесообразно анонсировать как решение олимпиадных задач (задач повышенной сложности), поскольку:

– в физико-математической школе учатся дети, мотивированные к изучению математики и физике;

– участие в олимпиадах является возможностью самовыражения школьников, получения ими объективной оценки своих знаний, а в выпускном классе – возможностью получения льгот при поступлении в вуз;

– в физико-математической школе по итогам выступлений на олимпиадах педагоги часто оценивают успешность учеников, а администрация – успешность работы педагога.

Поэтому потребность в кружке по подготовке к олимпиадам есть, и пропедевтический курс как нельзя лучше подойдет для подготовки к олимпиадам.

При обучении школьников 8-х – 9-х классов, проявляющих особый интерес к астрономии (например, школьники посещают факультативные занятия по астрономии) пропедевтический курс можно анонсировать как решение задач повышенной сложности по небесной механике.

При наличии необходимого оборудования в физико-математической школе курс также можно анонсировать как углубленный физический практикум. Заметим, что умение проводить эксперименты необходимо для успешного участия на экспериментальных турах III и IV этапов Всероссийской олимпиады по физике [60], поэтому решение олимпиадных экспериментальных задач (повышенной сложности) может быть продолжением курса по решению теоретических олимпиадных задач.

По традиции многие физико-математические школы участвуют в ТЮФ, поэтому пропедевтический курс может включать элементы подготовки к ТЮФ, что не противопоставляется решению теоретических или экспериментальных задач, а может стать продолжением этих курсов применительно к задачам ТЮФ.

Если пропедевтический курс читается в кружке в учебном центре или в летней школе, то его можно анонсировать так же, как и на факультативных занятиях в физико-математической школе: решение олимпиадных задач (повышенной сложности), углубленный физический практикум, подготовка к ТЮФ. Отличие состоит в том, что на факультативных занятиях в физико-математической школе учитель либо сам ведет основные занятия, либо может выяснить у коллег, какой материал уже был изучен. При работе в кружке в учебном центре или в вузе, куда приходят школьники из разных школ, учитель не может отследить, какой материал они уже изучили, что затрудняет ведение курса решения олимпиадных задач. Поэтому мотивационную составляющую пропедевтического курса можно анонсировать как занятия в стиле «занимательная физика». Эта мотивация менее привлекательна для одаренных школьников, чем подготовка к олимпиадам и ее следует использовать, когда планомерные занятия осуществить затруднительно. Такая мотивационная составляющая используется, например, в ВФШ, поскольку занятия ведут студенты, не имеющие опыта обучения физике, и потому не всегда способные провести последовательную подготовку школьников к олимпиадам, о чем при анонсировании курса информируются школьники и их родители.

Рассмотрим формы обучения, применяющиеся при реализации методической системы.

Как показал анализ литературы в первой главе, одаренные школьники более склонны к продуктивным видам обучения [193, 265, 381]. Поэтому первая (лекционная) часть курса (репродуктивное обучение) должна быть по возможности короче и может состоять только из одной – двух лекций, посвященной конкретным методам решения задач повышенной сложности (например, в 7-м классе лекции можно посвятить изучению графических методов решения задач), после чего следует переходить к проблемному обучению.

3.3.2. Реализация методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при решении олимпиадных задач по кинематике (7-9 класс)

Рассмотрим реализацию методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при решении олимпиадных задач (задач повышенной сложности). Методика решения олимпиадных задач предусматривает использование, как аналитических (алгебраических и геометрических), так и численных методов.

Как упоминалось выше, обучение школьников 7-х – 9-х классов целесообразно начинать с кинематики. Поскольку кинематика изучает перемещение тела, то, прежде всего, необходимо научиться описывать положение тела в пространстве (начинать в 7-м классе нужно с положения тела на прямой) и изменение этого положения. Для этого вводятся понятия скорости и ускорения. Поскольку понятия скорости и ускорения лежат в основе курса, то лучше потратить некоторое время, чтобы быть уверенным, что школьники правильно понимают эти понятия, и в дальнейшем к этому вопросу не возвращаться.

Объяснение понятия мгновенной скорости школьникам 7 – 8 класса представляет собой серьезную проблему [415]. С одной стороны, поскольку школьники 7 – 10 классов не знают производных, им невозможно строго ввести понятие мгновенной скорости как производную перемещения по времени. С другой стороны, понятие скорости знакомо школьникам из повседневной жизни, и возникает некоторая путаница в связи с тем, что в механике под общим термином «скорость» объединяются несколько разных понятий [415]:

– скалярная скорость равномерного прямолинейного движения;
– векторная скорость равномерного прямолинейного движения;
– средняя скалярная скорость;
– средняя векторная скорость;
– мгновенная скалярная скорость;
– мгновенная векторная скорость;
– (средняя) угловая скорость и др.

Из перечисленного наиболее сложным для понимания является понятие мгновенной скорости, поскольку речь идет о скорости в данный момент времени. К сожалению, при изучении курса кинематики ей не уделяют должного внимания, а неправильное понимание понятия мгновенной скорости приводит к ошибкам.

Продуктивное обучение предполагает, что прежде чем ввести понятие мгновенной скорости, целесообразно подвести школьников к пониманию того, зачем она нужна. Начать разговор о мгновенной скорости можно с получения парадоксальной ситуации, из которой невозможно выйти без понятия мгновенной скорости. Исторически первой эту проблему поднял Зенон Элейский в своих *апориях*. Поскольку слово «апория» может вызвать непонимание у школьников, можно пояснить, что оно происходит от греческого слова «порос» – «выход» и стоящей перед ним отрицательной частицы «а», так что буквально «апория» означает «безвыходное положение». Можно также перевести это слово как «затруднение», «задача» или «загадка» [159, 295, 359, 469]. Рассказ об апориях Зенона можно предварить известным стихотворением А.С. Пушкина «Движения нет ...». Рассмотрение целесообразно начать с апории «Стрела» [159, 295, 359, 469].

Апория «Стрела»

Где летит стрела? Стрела летит либо там, где она есть, либо там, где ее нет, третьего не дано (школьники обычно с этим легко соглашаются). Но стрела не может лететь, где ее нет. Остается, что стрела летит там, где она есть. Но стрела не может лететь там, где она есть, в этом месте она может только покоиться. Вывод: стрела не может лететь.

После того, как получен этот вывод, школьники обычно приходят в растерянность и ожидают, что учитель объяснит, в чем тут дело. Понятно, что Зенон видел, как ходят люди и летят стрелы. Он жил в V веке до н. э., и был, наверное, первым, кто попытался описать движение, как бы мы сказали, математически и первым понял, что сделать это совсем не просто. Далее можно переходить к аккуратному определению понятия мгновенной скорости, которую корректно в 7-м классе можно ввести через **касательную** к графику зависимости пути от времени [295, 359].

Графическое описание движения. Средняя скорость

Использование графиков является удобным и широко используемым приемом решения физических задач: [42, 43, 60, 116, 144, 180, 295, 359, 415, 465-467]. Начинать рассмотрения нужно с наиболее простого вида движения – равномерного прямолинейного движения. На рис. 3.1 для равномерного прямолинейного движения представлены зависимости:

а) пути от времени;

б) модуля перемещения от времени;

в) координаты от времени.

Заметим, что в 7-м классе школьники, скорее всего, еще не знают понятия вектора перемещения и координаты, поэтому для учеников 7-го класса следует приводить только левый график, а два остальных – только в 8-м классе или старше.

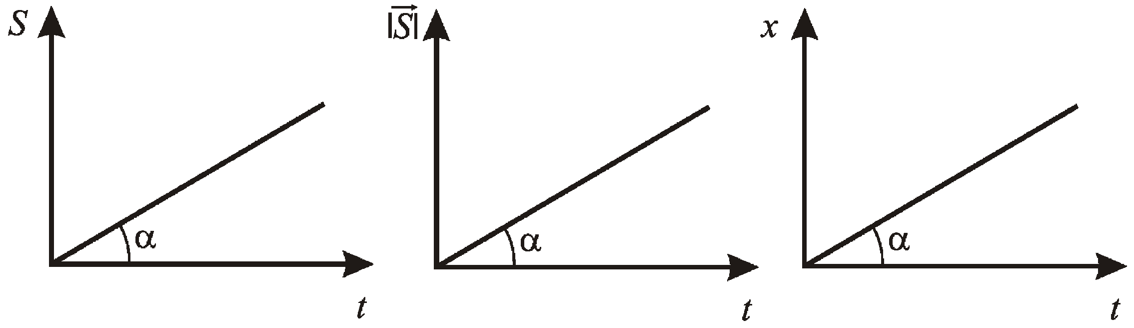


Рис. 3.1
Графики равномерного движения

Хотя все графики имеют совершенно одинаковый вид, значения угловых коэффициентов (в 8-м и 9-м классе, если школьники уже изучали тригонометрию, можно говорить, что угловые коэффициенты численно равны тангенсу углов α) имеют различный физический смысл. Для графика слева – это скалярная скорость тела, для графика в центре – это модуль векторной скорости тела, для графика справа – это проекция скорости тела на ось *x*.

Рассмотрим теперь неравномерное движение тела. В 7-м классе нужно начинать с зависимости пути от времени (рис. 3.2). Для школьников обычно не составляет большой сложности понять, что средняя скорость на интервале *AB* численно равна угловому коэффициенту прямой *CD* (тангенсу угла наклона α).

Вместе с тем понятие средней скорости не так просто как может показаться с первого взгляда [415]. Для того, чтобы понять, насколько школьники разобрались в этом вопросе, полезно рассмотреть следующую задачу (№1.19 в [74], № 1.27 в [427]).

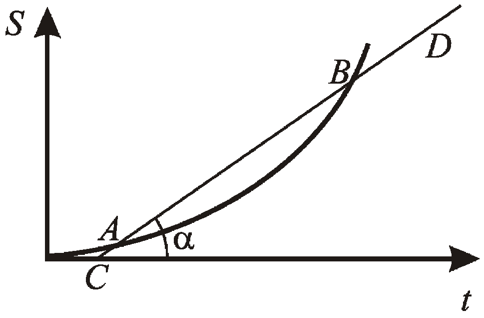


Рис. 3.2
Вычисление средней скорости

Пусть имеется два города *A* и *B*. Скорость движения машины из *A* и *B* равна υ_1, а из *B* в *A* равна υ_2. Найти среднюю скорость движения туда и обратно.

Типичная ошибка состоит в том, что среднюю скорость школьники ищут как среднее арифметическое: $\upsilon_{ср} = (\upsilon_1 + \upsilon_2)/2$. Это был бы правильный ответ, если бы тело прошло два участка пути, затратив на каждый из них одинаковое время, т.е. усреднение физической величины, в данной задаче – скорости, проводилось бы по времени. В действительности, средняя скорость в данной задаче является не средним арифметическим, а средним гармоническим, и ее значение равно $\upsilon_{ср} = \dfrac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$.

Если школьники еще не познакомились на основных уроках с этой задачей, то ее целесообразно разобрать, чтобы в дальнейшем не было путаницы с усреднением по времени и по расстоянию. Семиклассники ее обычно еще не знают, а восьмиклассникам, даже если она им уже известна, ее лучше напомнить. После того, как школьники разобрались с понятием средней скорости, можно перейти к объяснению мгновенной скорости без использования производных, как подробнее описано в [295, 359].

Вычисление пути через площадь на графике

Кроме касательной к графику полезную информацию для решения задач можно получить от вычисления площади фигуры под графиком. Если применение касательной позволяет обойти понятие производной функции, то вычисление площади под графиком является неявным интегрированием. Заметим, что слова «производная, дифференцирование, интегрирование» и т. п. лучше на занятиях не произносить, поскольку они незнакомы школьникам и скорее их пугают, чем помогают освоить материал.

Для школьников представляется очевидным факт, что при равномерном прямолинейном движении площадь под графиком зависимости скорости от времени численно равна пройденному пути. Далее следует «тонкий» момент. Те, кто знаком с интегрированием понимают, что при неравномерном движении площадь под графиком зависимости скорости от времени также будет численно равна пройденному пути, но школьникам не так легко это представить. Прежде всего, нелегко представить, что *время движения можно разбить на бесконечное число бесконечно малых интервалов времени*. Этот момент труден для понимания, и его лучше не перескакивать, а остановиться подробнее и разобрать апорию Зенона – «Ахиллес и черепаха».

Апория «Ахиллес и черепаха»

Пусть вначале Ахиллес находится в точке A, а черепаха в точке B_1 (рис. 3.3). Когда Ахиллес добежит до точки B_1, черепаха успеет проползти вперед до точки B_2. Ахиллес добежит и до точки B_2, но черепаха уже будет в точке B_3. И так далее... Получается, что, какое бы число отрезков Ахиллес не преодолел, он не догонит черепаху [159, 295, 359, 469].

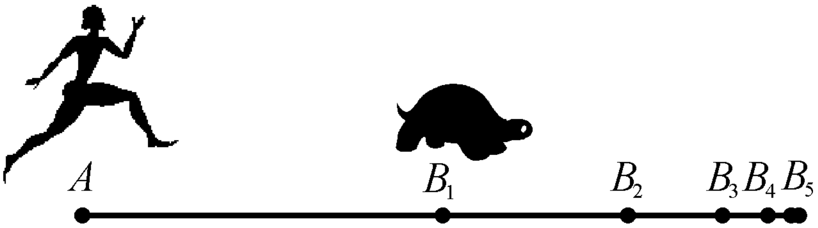


Рис. 3.3
К апории «Ахиллес и черепаха»

Школьникам эти рассуждения представляются странными. Ведь ясно, что быстрый бегун догонит черепаху. Уже в 7-м классе школьники могут рассчитать, что встреча произойдет через время:

$$t = \frac{L}{\upsilon_A - \upsilon}, \qquad (3.1)$$

где L – начальное расстояние между ними, υ_A – скорость Ахиллеса, а υ – скорость черепахи. Но, тем не менее, они не могут объяснить, как Ахиллес преодолевает бесконечное число отрезков между ним и черепахой. В качестве альтернативы можно привести другую апорию Зенона – «Дихотомия» (греч. «деление»), в соответствии с которой Ахиллес не сможет сделать даже одного шага.

Апория «Дихотомия»

Прежде чем пройти метр, нужно пройти полметра. Но прежде нужно пройти четверть метра. А перед этим нужно пройти 1/8, 1/16, 1/32 ... и т.д. Получается, что бы пройти один метр (или один шаг) нужно пройти бесконечное число отрезков. А разве возможно преодолеть бесконечное число отрезков пути [159, 295, 359, 469]?

Для решения апории «Ахиллес и черепаха» нужно понимать, что, действительно, какое бы *конечное* число отрезков Ахиллес не преодолел, он не догонит черепаху. Чтобы догнать черепаху ему нужно преодолеть *бесконечное* число отрезков. К счастью, длина отрезков все время уменьшается, время на их преодоление тоже уменьшается. Можно предложить ученикам это время рассчитать. Пусть вначале между Ахиллесом и черепахой 10 метров, примем для круглого счета скорость черепахи 1 см/с или 0,01 м/с. А скорость Ахиллеса 1 м/с. Первый интервал он преодолеет за 10 секунд. За это время черепаха продвинется на 10 см, т.е. теперь между ними 10 см. Ахиллес преодолеет эти 10 см за 0,1 с. Черепаха продвинется еще на 0,1 см... и т. д. Вычисленные значения интервалов пути и времени нужно занести в таблицу 3.1.

Дальнейший ход объяснений зависит от того, знают ли школьники геометрическую прогрессию.

Если они знают, что бесконечная сумма вида:

$$a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 + aq^5 + \dots\ , \qquad (3.2)$$

причем $q<1$, равна $a/(1-q)$, то дальнейшие рассуждения происходят «в одну строчку». Ученики 7-го класса геометрическую прогрессию, скорее всего, не знают, и приходится либо доказывать методом математической индукции формулу:

$$a+aq+aq^2+aq^3+aq^4+aq^5+\ldots aq^N=a\frac{1-q^N}{1-q}, \qquad (3.3)$$

либо оставлять ее доказательство на уроки математики, а ученикам предложить проверить ее правильность для частных случаев на калькуляторе или с помощью электронной таблицы.

Таблица 3.1

Этапы движения Ахиллеса и черепахи

№ интервала	Время, за которое Ахиллес преодолеет путь до того места, где была черепаха	За это время черепаха успеет проползти
1	10 с	10 см
2	0,1 с	0,1 см
3	0,001 с	0,001 см
4	0,00001 с	0,00001 см
5	0,0000001 с	0,0000001 см
6	0,000000001 с	0,000000001 см

Затем формулу (3.3) нужно проанализировать, устремив N к бесконечности: $N\to\infty$ (без введения строгого определения предела последовательности). Поскольку q меньше единицы, то при любом N значение q^{N+1} будет меньше q^N, и при $N\to\infty$ значение q^N будет стремиться к нулю. Таким образом, сумма будет равна:

$$a+aq+aq^2+aq^3+aq^4+aq^5+\ldots=a\frac{1}{1-q} \qquad (3.4)$$

Далее можно вернуться к задаче с Ахиллесом. У получившейся прогрессии $q=0,01$ и $a=10$ с. Значит, Ахиллес пробежит все интервалы за время $a/(1-q)$=10/(1-0,01) = 10/0,99 = 10,10101… с, что совпадает с результатом, полученным по формуле (3.1). Таким образом, школьники получают главный результат; бесконечное число убывающих отрезков пути (или бесконечное число убывающих интервалов времени) можно преодолеть за конечное время, что и является выходом из затруднительного положения (апории) Зенона.

Если учителю представляется, что уровень школьников недостаточен для разбора апории Зенона «Ахиллес и черепаха», то можно ограничиться разбором апории Зенона «Дихотомия». Ее решение сводится к нахождению бесконечной суммы:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots\frac{1}{2^N}+\ldots \qquad (3.5)$$

Данная задача имеет простую геометрическую интерпретацию – это сумма площадей последовательно разрезаемого единичного квадрата (рис. 3.4). Из построения можно видеть, что:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots\frac{1}{2^N}=1-\frac{1}{2^N}\,. \qquad (3.6)$$

Следовательно, сумма (3.5) стремится к единице. Таким образом, на примере апории Зенона «Дихотомия» можно показать, что бесконечное число убывающих слагаемых дает конечную сумму. То есть, Ахиллес может преодолеть бесконечное число убывающих отрезков за конечное время.

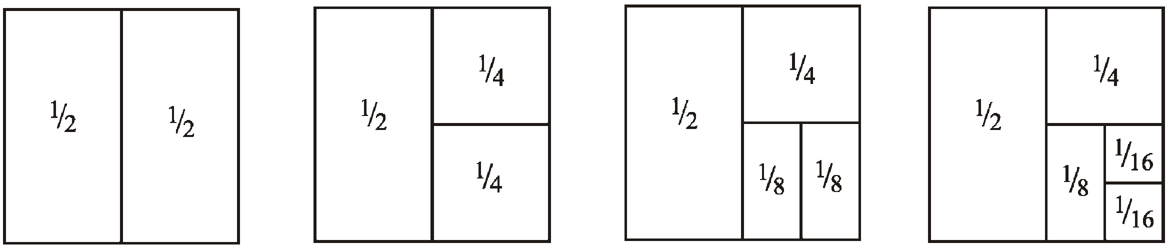


Рис. 3.4
К вычислению суммы геометрической прогрессии

Если время и уровень интереса учащихся позволяет обсудить понятие предела, то можно заметить, что в этих примерах высказанная Зеноном проблема оказалась обойденной стороной: бесконечное число слагаемых не суммировали, а заменили *пределом*, к которому эта сумма *стремится*.

Теперь можно перейти к графику зависимости скорости от времени. Целесообразно начать с графика равномерного движения (рис. 3.5, слева).

Прежде всего, нужно убедиться, что все школьники в группе понимают, что при равномерном движении пройденный путь *численно* равен площади прямоугольника *OABC* (рис. 3.5, слева). Обычно это представляется очевидным и не вызывает вопросов. При этом нужно акцентировать внимание на слово «численно», поскольку школьники не должны запутаться с тем, что площадь и путь имеют разную размерность. Далее нужно перейти к переменному движению. Школьникам требуется некоторое время, чтобы осознать, что движение можно разбить на множество малых интервалов времени, на каждом из которых величину пройденного пути можно найти как численное значение площади прямоугольника *ABCD* (рис. 3.5, в центре). Общий путь будет численно равен суммарной площади прямоугольников. Далее нужно заметить, что если уменьшать интервалы времени, то сумма бесконечного числа прямоугольников (сумму бесконечного числа слагаемых мы употребляем в том же смысле, что и сумму интервалов времени, пробегаемых Ахиллесом) будет равна площади под графиком, и эта площадь покажет точное численное значение пройденного телом пути.

Метод определения пройденного пути как численного значения площади под графиком скорости от времени нужно разобрать очень подробно, поскольку подобный метод применяется при составлении схемы Эйлера [294, 295, 301, 328, 359].

Пример решения задачи с использованием площади под графиком

Пройденный материал полезно закрепить конкретным примером. Самый простой пример – это вывод формулы пути, проходимого телом (материальной точки) при равноускоренном прямолинейном движении, который есть в большинстве учебников [77, 147, 148, 253, 274, 428, 429, 465-467, 438]. Если школьники 7-го класса не изучали этот материал, то на нем следует остановиться подробнее, если изучали – это будет его повторением. Зависимость скорости от времени при равноускоренном движении будет представлять собой прямую линию (рис. 3.5, справа). Площадь прямоугольного треугольника школьники вычислять умеют, поэтому они могут вычислить, что путь, пройденный телом равен:

$$l=\frac{\upsilon_1+\upsilon_2}{2}t=\upsilon_1 t+\frac{at^2}{2}\ . \tag{3.7}$$

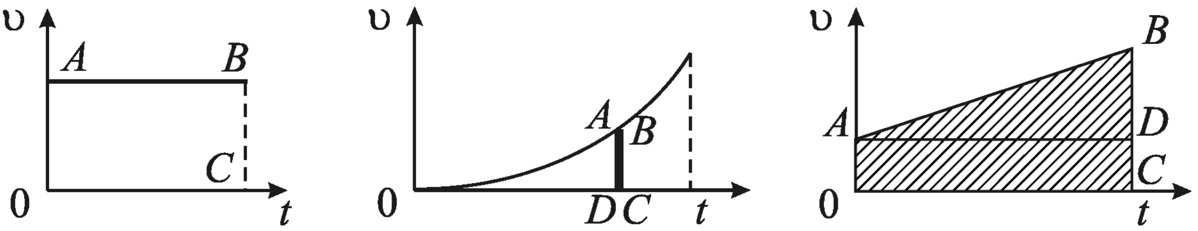


Рис. 3.5
Вычисление пути при равноускоренном движении

После рассмотрения стандартной задачи на равноускоренное движение можно перейти к решению задач повышенной сложности – исследованию различных видов неравномерных движений, решения которых потребует знание численных методов.

3.3.3. Методика обучения компьютерному моделированию на основе численных методов

Рассмотрим методику обучения школьников компьютерному моделированию на основе численных методов на примере решения задач с неравномерным движением. Если вводить компьютерное моделирование на основе численных методов репродуктивно, то оно может показаться школьникам сложным, а, главное – ненужным. Поэтому при продуктивном обучении численные методы сведут вводить после того, как ученики почувствуют в них необходимость. Поскольку обучение начинается с кинематики, то целесообразно начать с кинематических задач, которые вызывают затруднения у школьников.

В школе при обучении физике обычно рассматривается очень ограниченное число видов движений:

– равномерное по прямой;

– равномерное по окружности;

– равноускоренное (равнопеременное);

– гармоническое (колебание маятника).

Математический аппарат школьника позволяет рассчитать еще несколько видов движений (о чем пойдет речь ниже), в остальных случаях при выполнении исследовательских работ нужно прибегать к численному интегрированию (не обязательно произнося слово интегрирование), которое сводится к нахождению площади под кривой. К сожалению, возможности численного расчета движения с помощью компьютера в школьных учебниках не уделяется должного внимания. Лишь в одном школьном учебнике этому вопросу уделен один параграф без конкретных примеров решения задач [428].

Если школьники 7-го класса еще не знают, как вычислять путь при равноускоренном движении, то компьютерное моделирование на основе численных методов можно начать с решения этой задачи. Если же она уже известна, то компьютерное моделирование можно применить для более сложных движений.

Как уже обсуждалось во второй главе, методика обучения школьников компьютерному моделированию на основе численных методов включает следующие этапы.

1) Создание проблемной ситуации (теоретической или экспериментальной задачи), которую учащиеся, скорее всего, не смогут сразу разрешить.

2) После того, как школьники исчерпали идеи, как решать задачу, им предлагается прибегнуть к компьютерному моделированию на основе численных методов с помощью электронной таблицы (или языков программирования), обычно, в виде домашнего задания. При этом в классе предварительно должен быть рассмотрен пример использования численных методов для решения подобных задач.

3) После того, как в классе построен шаблон электронной таблицы, школьникам целесообразно предложить самостоятельно заполнить электронные таб-

лицы и провести анализ полученного ответа при варьировании начальных условий, проверить сходимость и т.п.

4) Анализ предложенной задачи на компьютере численными методами может стать подсказкой для поиска ее аналитического решения. Получив аналитическое решение, его полезно сравнить с расчетами на компьютере. Иногда для нахождения аналитического решения требуется несколько подсказок обучающего. Таким образом, анализ задачи на компьютере является эвристическим приемом нахождения аналитического решения. Кроме этого, по возможности, полученные решения (численные и аналитические) желательно проверять экспериментально.

5) Необходимо провести сравнение и анализ полученных численных, аналитических и экспериментальных результатов. При сравнении следует иметь в виду, что результаты, как натурного эксперимента, так и результаты вычислений на основе численных методов получаются с определенной погрешностью.

6) Для закрепления материала школьникам нужно предложить численно и аналитически решить несколько подобных задач. Подбор задач для самостоятельного решения должен производиться с учетом того, что предлагаемые задачи могут стать темами (направлениями) для самостоятельных исследований.

Изучение компьютерного моделирования на основе численных методов в курсе кинематики целесообразно начинать с задачи, когда в явном виде известна зависимость скорости тела от времени, например, как в следующей задаче.

Задача

Найти путь, пройденный телом (материальной точкой), если скорость зависит от времени по квадратичному закону:

$$\upsilon=\beta t^2, \qquad (3.8)$$

где β – постоянный коэффициент (чтобы получаемые цифры не были слишком малы или велики, время t нужно задавать равным 100 с, а коэффициент β брать равным 0,001 м/с^3).

Замечание к задаче

График зависимости скорости от времени в этом случае будет представлять собой ветвь параболы. Понимание этого факта, скорее всего, школьникам не поможет решить задачу, поскольку они обычно не знают формулу площади фигуры, ограниченной параболой.

Данная задача удовлетворяет требованиям, предъявляемым к задачам для изучения численных методов:

– решение этой задачи не является очевидным для школьника;

– подобное движение не рассматривается в большинстве школьных учебников, не изучается также площадь фигуры, ограниченной параболой, и потому школьник не может сразу узнать ответ задачи;

– движение может быть быстро рассчитано по схеме Эйлера;

– задача имеет аналитическое решение, доступное ученикам 7-го класса.

Схема Эйлера

На примере указанной задачи или задачи с равноускоренным движением можно ввести простейший численный метод – схему Эйлера.

Существуют различные способы расчета площади под кривой. Простейшие методы – это разбиение движения на множество малых равных интервалов времени и расчет площади методом прямоугольников или методом трапеций. Заметим, что оба метода очень наглядны и доступны ученикам 7-го класса.

В методе прямоугольников движение представляется в виде множества равных интервалов времени, на каждом из которых тело движется равномерно. В этом случае путь тела равен (площадь под графиком численно равна):

$$l = \upsilon_1 \Delta t + \upsilon_2 \Delta t + \ldots + \upsilon_{n-1} \Delta t. \qquad (3.9)$$

Заметим, что разбиение на равные промежутки времени с расчетом площади по формуле (3.9) называется *схемой Эйлера* [139, 384].

Метод прямоугольников является простейшим, но не самым точным методом. Более точный результат позволяет получить метод трапеций, в котором время движения разбивается на множество равных интервалов времени, на каждом из которых тело движется равноускоренно.

В этом случае площадь под графиком равна:

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{\upsilon_1+\upsilon_2}{2}\Delta t+\frac{\upsilon_2+\upsilon_3}{2}\Delta t+\ldots+\frac{\upsilon_{n-1}+\upsilon_n}{2}\Delta t= \\ &=(\upsilon_1/2+\upsilon_2+\upsilon_3+\ldots+\upsilon_{n-1}+\upsilon_n/2)\Delta t \end{aligned}. \qquad (3.10)$$

Легко видеть, что суммы (3.9) и (3.10) мало отличаются друг от друга:

$$l_1-l=(\upsilon_n-\upsilon_1)\Delta t/2\,. \qquad (3.11)$$

Понятно, что при уменьшении интервала времени Δt разность между этими суммами уменьшается, и численно приближается к площади под кривой. Если бы можно было уменьшить интервал Δt до нуля, обе суммы численно стали бы точно равны площади под кривой. Здесь важно напомнить школьникам, что устремить $\Delta t \to 0$ можно только теоретически, поэтому численные методы всегда дают *приближенный* результат [139, 384].

Ниже будет показано, как реализовать алгоритм схемы Эйлера на компьютере с помощью электронных таблиц или языков программирования.

Получив численный результат, полезно исследовать алгоритм схемы Эйлера на *сходимость*, т.е. смотреть, как ответ зависит от значения интервала Δt. Правильно работающий алгоритм при уменьшении интервала Δt должен лишь уточнять полученное значение, не выходя за рамки погрешности. Если известно точное аналитическое решение, то численные расчеты при уменьшении интервала Δt должны сходиться к нему. Если это не происходит, то либо при использовании алгоритма была допущена погрешность, либо точность самого метода недостаточна для решения задачи, и нужно использовать другие, более точные алгоритмы [139, 384].

На этом этапе нужно следить, чтобы у одаренных школьников не возникло чувство непонимания основ численных методов, и они не стали впадать в две крайности. С одной стороны, не следует думать, что численными методами нужно решать все задачи подряд. Им полезно напоминать, что численное решение всегда дает *приближенный* ответ. Следует рекомендовать ученикам сначала попытаться решить задачи аналитически, и только в тех случаях, когда это сделать не удается, можно перейти к численным методам.

С другой стороны, школьники могут прийти к заключению, что приближенное решение – это неправильное решение. А раз решить задачу точно нельзя, то незачем получать приближенное, и, следовательно, неправильное решение. Чтобы преодолеть эту крайность, нужно дать представление о сходимости и о точности метода.

Оценка точности численного решения, понятие сходимости

Оценим точность численных расчетов для метода прямоугольников. Пусть тело движется по прямой, причем скорость зависит от времени как показано на рис. 3.6.

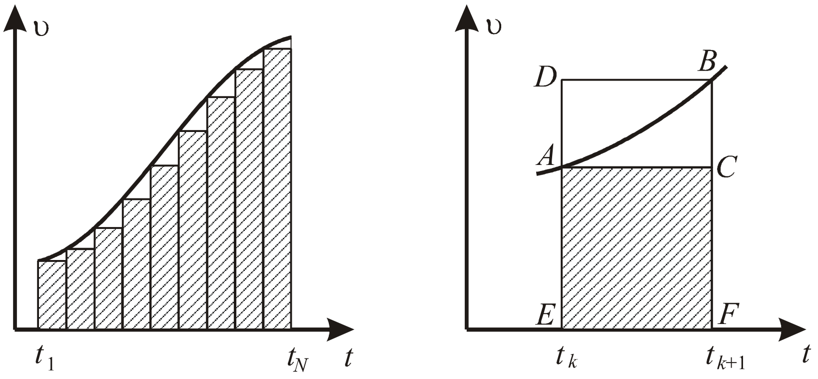


Рис. 3.6.
Пояснение схемы Эйлера

Неточность определения перемещения Δx_k, вычисляемого по схеме Эйлера заключается в том, что мы считаем скорость в течение каждого промежутка Δt постоянной, хотя в действительности она меняется. Оценим погрешность вычисления Δx_k (рис. 3.6, справа). За время Δt тело пройдет путь равный площади под кривой *AB*, т.е. площадь фигуры *ABFE*. Вычисления по схеме Эйлера дадут значение пути равное площади прямоугольника *ACFE*.

Очевидно, что разность площадей фигуры *ABFE* и прямоугольника *ACFE* меньше площади прямоугольника *ADBC,* равной произведению $|\upsilon_{k+1}-\upsilon_k|\Delta t$ (разность скоростей берется по модулю, поскольку υ_{k+1} может быть как больше, так и меньше υ_k, а погрешность всегда положительна). Таким образом, разница между истинным путем, пройденным телом за время Δt, и вычисленным по схеме Эйлера меньше, чем $|\upsilon_{k+1}-\upsilon_k|\Delta t$. Оценим максимальную суммарную погрешность измеренного пути ΔL:

$$\Delta L \le |\upsilon_2-\upsilon_1|\Delta t+|\upsilon_3-\upsilon_2|\Delta t+...+|\upsilon_N-\upsilon_{N-1}|\Delta t \le \Delta\upsilon\cdot N\cdot\Delta t=\Delta\upsilon\cdot t, \quad (3.12)$$

где $\Delta\upsilon$ – максимальное значение всех $|\upsilon_k-\upsilon_{k-1}|$, *t* – полное время движения тела. Выразим $\Delta\upsilon$ через ускорение: $\Delta\upsilon=a_{\max}\Delta t$, где $a_{\max}$ – модуль максимального ускорения тела за время движения. Окончательно имеем:

$$\Delta L \le a_{\max}\cdot\Delta t\cdot t. \quad (3.13)$$

Получилось, что чем меньше промежуток времени Δt, тем точнее будет решение. Видно, что погрешность была бы меньше, если в качестве длины пути вместо площади прямоугольника *ACFE* брать площадь трапеции *ABFE*. Метод прямоугольников является самым простым, но не самым точным. После рассмотрения метода прямоугольников можно перейти к методу трапеций [139, 384].

Заметим, что оценка точности метода может занять целое занятие, но не при этом она может не вызвать интерес у школьников, которые еще не освоили метод. В соответствии с принципами продуктивного обучения оценку точности следует давать лишь тогда, когда в ней возникнет потребность. Поэтому при объяснении схемы Эйлера полезно с ее помощью решить несколько задач, чтобы у школьников появилось понимание возможностей нового для них метода решения задач, и лишь затем углубляться в ее тонкости.

Ниже разобрано численное решение этой задачи. Вычисления методом прямоугольников при интервале времени Δt равным 0,01 с дают значение

333,283 (м), а методом трапеций – 333,333 (м). После получения численного решения его нужно сравнить с аналитическим.

Аналитическое решение

Указанная задача имеет аналитическое решение, доступное для школьников 7-го класса. Для решения нужно, чтобы школьники знали формулу суммы квадратичной прогрессии:

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + N^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}. \qquad (3.14)$$

Эта формула доказывается методом математической индукции, проверить ее правильность для нескольких слагаемых можно на калькуляторе или с помощью электронной таблицы. В Приложении 5 показано, как с помощью этой формулы можно доказать, что пройденный телом путь равен:

$$l = \frac{\beta t^3}{3}. \qquad (3.15)$$

Вычисления по формуле (3.15) для данных нашей задачи показывают, что за 100 с тело проходит путь: $l = 0{,}001 \cdot 100^3 / 3 = 333{,}33$ (м).

Приведенные выше результаты численных расчетов показывают, что метод трапеций ближе к аналитическому значению, но и результат, полученный методом прямоугольников, совпадает с полученным выше численным ответом с точностью 0,015%.

После разбора этой задачи можно предложить школьниками для закрепления материала самостоятельно посчитать путь тела, когда зависимость скорости от времени имеет вид: $\upsilon = \gamma t^3$ или $\upsilon = \delta t^4$, где γ и δ – постоянные числа.

Компьютерное моделирование на основе численных методов позволяет получить результат, изменив одну формулу в электронной таблице. Для аналитического решения потребуются формулы сумм следующих прогрессий:

$$\sum_{i=1}^{N} i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + N^3 = \frac{N^2(N+1)^2}{4} = \frac{N^4}{4} + \frac{N^3}{2} + \frac{N^2}{4}; \qquad (3.16)$$

$$\sum_{i=1}^{N} i^4 = \frac{N(N+1)(2N+1)(3N^2+3N-1)}{30} = \frac{N^5}{5} + \frac{N^4}{2} + \frac{N^3}{3} - \frac{N}{30}. \qquad (3.17)$$

Формулы (3.16) и (3.17) доказываются методом математической индукции или проверяется с помощью электронной таблицы для любого числа членов прогрессии.

Педагогическое наблюдение за обучением на занятиях пропедевтического курса

После того, как школьники на примере одной – двух задач освоят схему Эйлера можно начинать педагогическое наблюдение за школьниками, проявляющими интерес к решению задач численными методами. Поисковый эксперимент показал, что школьники сильно отличаются по той активности, с которой они решают задачи численными методами. Многие школьники не хотят осваивать численные методы, мотивируя это тем, что в школе они ничего подобного не изучали. Многим школьникам вообще не нравится решать проблемные и частично-поисковые задачи, и они терпеливо ждут, когда учитель расскажет решение задач. Как указывалось в первой главе, готовность к продуктивным формам обучения является одним из существенных признаков одаренных школьников. Педагогический эксперимент показал, что школьники, не проявляющие интереса к продуктивным формам обучения, достаточно быстро перестают посещать факультативные занятия.

Школьникам, успешно освоившим численные методы и проявляющим интерес к проблемным задачам, обучающий может начать индивидуально или небольшими группами предлагать более сложные частично-поисковые задачи, которые могут впоследствии стать темой самостоятельных исследовательских работ углубленного уровня. Например, можно предложить следующую задачу, когда известна зависимость скорости не от времени, а от координаты.

Компьютерное моделирование движения с известной зависимостью скорости от координаты

Задача № 1.21 в [117], формулировка немного изменена.

Когда муравей находился в точке A (рис. 3.7) на расстоянии $l_A = 1$ м от муравейника, то он заметил, что муравейник начал закрываться на ночь. Он тут же поспешил вернуться по прямой линии к муравейнику. При этом на некотором отрезке AB его скорость менялась по закону $\upsilon = C/l$, где l – расстояние до муравейника, а C – постоянная величина, равная 0,001 (м^2/с). Определите, за какое время муравей добежит до точки B, находящейся от муравейника на расстоянии $l_B = 0{,}5$ м.

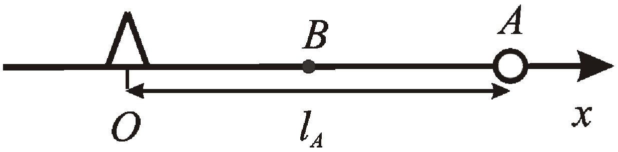


Рис. 3.7
К задаче о движении муравья

Заметим, что данная задача, как и предыдущая задача:

– не является очевидной для школьника, поскольку движение муравья не является ни равномерным, ни равноускоренным;

– может быть быстро решена с использованием схемы Эйлера;

– имеет аналитическое решение, доступное ученикам 7-го класса.

Аналитическое решение задачи приведено в [295, 359], компьютерное моделирование задачи разобрано ниже. Оба способа приводят к одинаковым ответам.

Таким образом, можно разобрать со школьниками задачи на неравномерные движения при известной зависимости скорости от времени и при известной зависимости скорости от координаты. В общем случае скорость может зависеть и от времени и от координаты. Примером такого движения является преследование на плоскости, которое будет рассмотрено ниже в разделе для 9-го класса.

Заметим, что существуют и другие задачи с расчетом неравномерного прямолинейного движения, однако нужно помнить, что одаренные школьники не любят решать много однотипных задач. Поэтому, решив несколько подобных задач движения по прямой, целесообразно перейти к более сложным задачам движения на плоскости.

Компьютерное моделирование двумерного движения

Положение тела – материальной точки на плоскости и в пространстве можно выразить в различных системах координат. Чаще всего используется декартова (прямоугольная) система координат (если речь не идет об астрономических наблюдениях, где более употребительна сферическая система координат), и обучение кинематике начинается с описания положения и перемещения точки в декартовой системе координат. Для решения задач, связанных с двухмерным движением (по плоскости) школьникам 7-х классов необходимы знания, которые они не всегда успевают получить к началу 7-го класса:

– теорема Пифагора;
– соотношение сторон подобных треугольников.

Больший круг задач можно решить, если школьники знают:

– определение векторной скорости;
– понятие проекции вектора на ось;
– тригонометрические функции.

Если времени на детальное изучение этих тем нет, теорему Пифагора можно рассказать без доказательства, тем более, что многие школьники даже 7-х классов уже слышали о ней (правда, не все 7-ми классники умеют ее доказывать, но для решения задач по физике это не обязательно). Пропорциональное увеличение сторон подобных треугольников и понятие вектора также не вызывает трудностей. Сложение векторов одаренные школьники также способны освоить, особенно, если на первом этапе ограничиться сложением взаимно перпендикулярных векторов. Сложнее обстоит дело с проекцией вектора на ось. Здесь часто вызывает затруднение то, что проекция имеет знак, ведь до этого школьники имели дело только с длиной, которая всегда неотрицательна. Поэтому на этом моменте приходится специально останавливаться.

В остальном, применение схемы Эйлера для двумерного движения аналогично схеме Эйлера для одномерного движения вдоль прямой. Для расчета параметров движения требуется вычисления уже не одной, а двух координат:

$$x_{n+1} = x_n + \upsilon_{x,n}\Delta t = x_1 + \upsilon_{x,1}\Delta t + \upsilon_{x,2}\Delta t + \ldots + \upsilon_{x,n}\Delta t;$$

$$y_{n+1} = y_n + \upsilon_{y,n}\Delta t = y_1 + \upsilon_{y,1}\Delta t + \upsilon_{y,2}\Delta t + \ldots + \upsilon_{y,n}\Delta t. \qquad (3.18)$$

Рассмотрим для примера задачу, которую можно решить с учениками 7-го класса без введения векторов и тригонометрических функций.

Задача с двумя машинами

(№1.188 в [427], с изменениями)

К перекрестку по двум взаимно перпендикулярным дорогам подъезжают две машины (рис. 3.8). Скорость первой машины υ_1= 15 м/с, скорость второй – υ_2= 20 м/с. В некоторый момент времени обеим машинам оставалось проехать до перекрестка одинаковые расстояния d = 1000 м. Найти наименьшее расстояние между машинами.

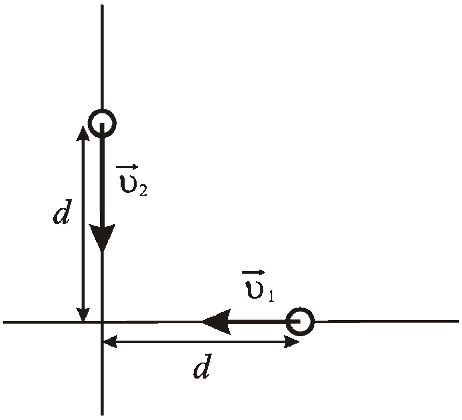


Рис. 3.8
К задаче с двумя машинами

Заметим, что данная задача:

– имеет с первого взгляда «очевидное» решение, которое на самом деле является неверным;

– может быть решена числено с использованием схемы Эйлера;

– имеет аналитическое решение, доступное ученикам 7-го класса (при освоении ими теоремы Пифагора).

Поскольку школьники знают, что самый короткий путь от точки до прямой – это перпендикуляр, то они предполагают, что кратчайшее расстояние между машинами достигается, когда одна из машин пересекает перекресток. Далее решение сводится к рассмотрению двух случаев: когда перекресток пересекает первая машина (через 66,7 с) и вторая машина (через 50 с). В первом случае расстояние между машинами равно 333,3 м, во втором – 250 м, что школьники и считают ответом данной задачи. В действительности, машины сближаются на меньшее расстояние.

Компьютерное моделирование на основе численных методов приведено ниже. Анализ получившихся расчетов показывает, что при интервале времени Δt равным 0,1 с минимальное расстояние между машинами достигается на 56-ой секунде и составляет 200 м, что на 20% меньше «очевидного» решения. Построив график зависимости квадрата расстояния между машинами от времени, можно убедиться, что он напоминает параболу.

Данная задача имеет два решения, доступных школьникам 7-го класса (т.е. без тригонометрии): аналитическое и геометрическое (векторное), разобранные в [295, 359]. Оба способа дают одинаковые минимальные расстояния между машинами:

$$l = \frac{d\left|\upsilon_1 - \upsilon_2\right|}{\sqrt{\upsilon_1^{\,2} + \upsilon_2^{\,2}}}. \tag{3.19}$$

Подставляя из условия значения υ_1, υ_2 и d получим, что минимальное расстояние между машинами будет достигнуто через 56 с, и равно $l_{\min}$ = 200 м, что совпадает с компьютерными расчетами.

Следует обратить внимание школьников, что численные расчеты на компьютере неожиданно дали точный ответ, хотя ранее мы обсуждали, что численные решение – приближенное. Так получилось ввиду двух причин:

1) движение машин было равномерным, поэтому мы рассчитывали координаты машин по точным формулам для равномерного движения;

2) числа в условии были подобраны так, что минимальное расстояние между машинами было достигнуто через целое число секунд и, следовательно, через целое число интервалов времени. В общем случае, это выполняться не будет.

Можно предложить ученикам в качестве самостоятельного упражнения, решить задачу с другими скоростями машин, например, 20 и 25 (м/с). Точность вычисления расстояния в этом случае будет зависеть от величины интервала времени Δt.

Разумеется, приведенные примеры не исчерпывает набор задач по кинематике, которые можно решить с помощью компьютерного моделирования на основе численных методов. Однако, как указывалось выше, задачи по кинематике трудно проверить экспериментально. Поэтому, рассмотрев достаточное число задач по кинематике, чтобы школьники освоили численные методы, целесообразно перейти к задачам на нахождение центра масс (правило рычага), которые предусматривают экспериментальную проверку.

3.3.4. Реализация методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при решении олимпиадных задач на нахождение центра масс и по геометрической оптике

Как уже отмечалась выше, задачи на правило рычага и нахождение центра масс целесообразно предлагать во II половине 7-го класса, когда школьники уже начали изучать правило рычага. Если школьники не знают понятия центра масс (центра тяжести), то его нужно ввести на пропедевтическом курсе из правила рычага по следующей схеме.

Сначала нужно напомнить школьникам правило рычага для системы из двух грузов. Согласно правилу рычага невесомое коромысло с 2-мя грузами будет находиться в равновесии, если оно закреплено в точке *O*, называемой *центром тяжести* системы (или центром масс), так что выполняется соотношение (рис. 3.9, слева):

$$m_1 l_1 = m_2 l_2 . \qquad (3.20)$$

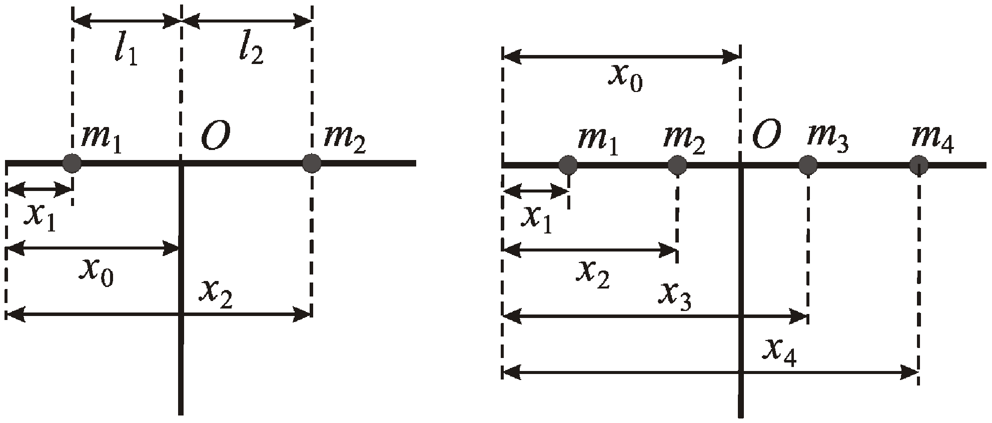


Рис. 3.9. К определению центра тяжести

Обозначим расстояние от левого конца коромысла до первого груза x_1, а до второго – x_2. Тогда x_0 можно получить, преобразуя уравнение (3.20): $m_1\left(x_0 - x_1\right) = m_2\left(x_2 - x_0\right)$. Откуда следует, что:

$$x_0 = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2}. \qquad (3.21)$$

Развивая этот подход для коромысла с N грузами массами m_i, (рис. 3.9, справа), можно найти положение центра тяжести по формуле:

$$x_0 = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \ldots + x_N m_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} x_i m_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} m_i}. \qquad (3.22)$$

Заметим, что использование знака суммы Σ в этой и последующих формулах не обязательно, его применение оправдано, если ученики уже достаточно хорошо его освоили на уроках математики.

От системы грузиков можно перейти к твердым телам, разбивая их на множество малых объемов m_i. Здесь встает вопрос о выборе задач достаточного уровня сложности: простые задачи могут показаться одаренным школьникам недостаточно интересными. С другой стороны, задача должна быть решаема учениками 7-го класса.

Следуя указанным выше принципам подбора задач, в пропедевтическом курсе сначала целесообразно рассмотреть стандартную школьную задачу – нахождение центра масс (центра тяжести) равнобедренного треугольника, и повышенной сложности – полукольца и фигуры, ограниченной параболой. Эти задачи могут быть решены школьниками 7-го класса численными методами на компьютере (разобрано ниже), аналитически и экспериментально [299, 351, 361, 372]. При правильно проведенных экспериментах, результаты совпадут с численными и аналитическими расчетами с точностью до миллиметра (т.е. с точностью до погрешности измерений). Кроме этого, школьникам из курса математики уже может быть известно, что центр масс треугольника лежит в точке пересечении медиан, что укрепит их доверие к проведенным расчетам.

Задачи с нахождением центра масс сложных фигур можно предложить школьникам 7-го класса как в качестве частично-поисковых, так и самостоятельных исследовательских задач. Можно придумать более сложные фигуры, ограниченные гиперболой, циклоидой и др., которые могут не иметь аналитического решения, а результаты вычисления численными методами на компьютере можно сравнить с экспериментом.

На пропедевтическом курсе можно предложить и другие задачи на правило рычага [60, 116, 117, 118], так что, если к окончанию курса школьники не определятся с темой исследовательской работы, то в любом случае они познакомятся с большим числом олимпиадных задач, так что заявленная задача курса будет выполнена. Поиск темы для исследовательской работы можно будет продолжить в 8-м классе.

Решение олимпиадных задач по геометрической оптике (8-й класс)

Как уже обсуждалось ранее, во II-м полугодии 8-го класса имеет смысл рассмотреть задачи по геометрической оптике. Поскольку многие школьники к этому времени еще не изучили основ тригонометрии, а другие только начинают изучать этот материал, то занятия приходится начинать с изучения прямых и обратных тригонометрических функций, которые школьники смогут использовать при решении задач, в том числе с помощью электронных таблиц и с помощью языков программирования.

Во время занятий обучающий наблюдает за школьниками, проявляющими интерес, как к изучению численных методов, так и к проведению натурных экспериментов, и дает им более сложные частично-поисковые задачи, которые могут перерасти в исследовательские работы. Примеры задач, которые можно предложить школьникам в качестве проблемных и частично-поисковых задач можно найти в [41, 60, 74, 116, 117, 118, 403, 427].

Наиболее интересными задачами по геометрической оптике представляются объяснение гало (преломление в призме) и объяснение радуги (преломление в шаре), решение которых в зависимости от сложности модели можно реализовать в несколько этапов:

1) стандартная задача;

2) частично-поисковая задача;

3) исследовательская работа.

Объяснение гало [371**]**

На первом этапе рассматривается прохождение луча через призму (рис. 3.10). Требуется найти угол отклонения θ.

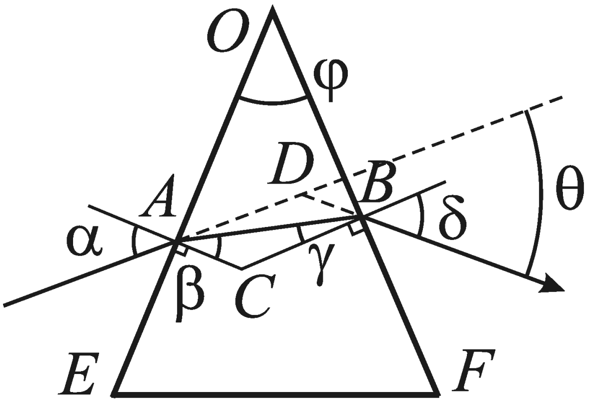


Рис. 3.10
Ход луча в призме

Для решения данной задачи достаточно знать, что сумма углов в треугольнике равна 180°. Ее решение приведено в [371, 467] и в Приложении 6. Получается, что:

$$\varphi = \beta + \gamma; \quad \theta = \alpha - \beta + \delta - \gamma. \tag{3.23}$$

Если задать модельные условия, что угол при вершине призмы и угол падения малы, то угол отклонения равен:

$$\theta = (n-1)\varphi. \tag{3.24}$$

Следует обратить внимание школьников, что при малых углах угол отклонения не зависит от угла падения, что используется при решении многих олимпиадных задач [116, 117]. Кроме того, с помощью формулы (3.24) можно вывести формулу для расчета фокусного расстояние тонкой линзы [467]:

$$1/F = (n-1)\left(1/R_1 + 1/R_2\right), \tag{3.25}$$

где n – показатель преломления стекла, а R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей выпуклой линзы. Полученная формула оказывается полезной при решении многих олимпиадных задач [116, 117] и соответствует анонсированной цели пропедевтического курса.

Второй этап – нахождение зависимости угла отклонения θ от угла падения α. Данная задача на школьном уровне может быть решена численными методами на компьютере или экспериментально, но не аналитически. Численные расчеты, приведенные ниже, дают следующий график искомой зависимости для угла при вершине призмы $\varphi = 60°$ (в оптических наборах для школ бывают призмы с углами при вершинах 60°, 60°, 60°) и показателя преломления стекла $n = 1{,}5$ (рис. 3.11, слева).

Видно, что зависимость имеет пологий минимум (примерно 37°) при угле падения 50°. Заметим, что при угле падения менее 28° происходит полное внутреннее отражение от второй грани призмы. Более красивый вид имеет зависимость угла θ от угла преломления β (рис. 3.11, справа). Видно, что минимальное отклонение достигается в середине диапазона, при $\beta = \varphi/2$, т.е. когда преломленный луч параллелен основанию призмы *EF* (рис. 3.10). Теоретические расчеты методами высшей математики показывают, что минимальное отклонение всегда достигается при $\beta = \varphi/2$.

Полученные численные значения полезно проверить экспериментально с помощью призмы и лазерной указки, как описано в Приложении 6.

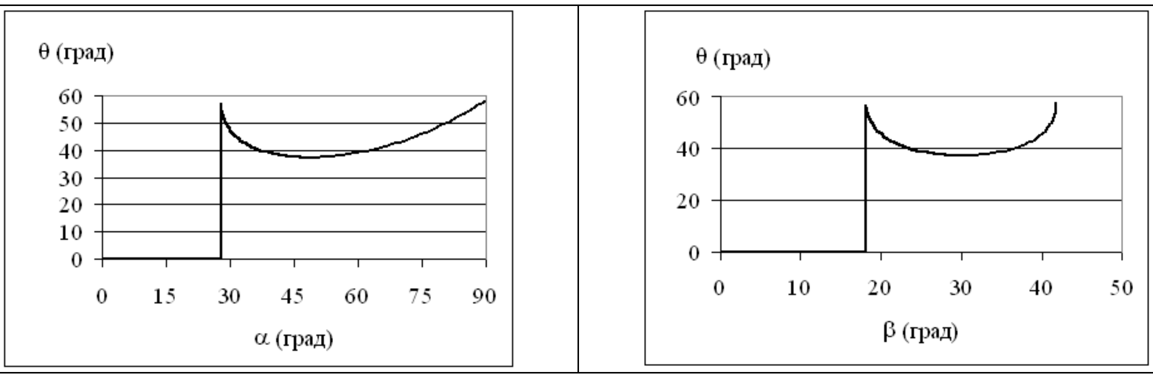


Рис. 3.11
Зависимость угла отклонения θ от угла падения α (слева)
и от угла преломления β (справа),
угол при вершине призмы φ = 60°, n = 1,5.

Третий этап – исследовательская работа.

Задача минимального отклонения луча в призме имеет продолжение, которое может стать темой исследовательской работы – изучение редкого атмосферного явления – гало [371, 412, 413]. Круги гало вызваны преломлением солнечных лучей в льдинках, которые можно считать шестиугольными призмами с преломляющим углом 60° и 90°. Расчеты в электронной таблице дают значения наименьших углов отклонения 22° и 46°, что совпадает с размерами экспериментально наблюдаемых колец гало [371, 412, 413].

Объяснение явления радуги

Рассмотрим подробнее на примере задачи преломления в шаре (объяснение явления радуги) процесс поэтапного вовлечения одаренных школьников в исследовательскую деятельность.

Первый этап – изучение преломления луча в шаре. Задача преломления в шаре удовлетворяет указанным выше требованиям. Она может быть решена численно, проверена экспериментально, простейший вариант задачи может быть решен аналитически, в то же время задача может быть развита в частично-поисковую, и стать темой для исследовательской работы.

В соответствии с принципами продуктивного обучения, начинать нужно с постановки задачи – как, зная законы физики, объяснить явление радуги. Если школьники знают на качественном уровне, что радуга связана с явлением дисперсии, можно конкретизировать вопрос: – знают ли они, от чего зависит размер радуги? Заметим, что объяснить явление радуги довольно сложно. Его полного объяснения (расчета углового размера колец) нет не только в школьном учебнике, но даже в вузовских учебниках по общей физике [397]. В тоже время численные методы позволяют провести необходимые расчеты, и для понимания этого прекрасного явления природы не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы.

Объяснение радуги было дано еще Р. Декартом и И. Ньютоном. Радуга получается в результате того, что солнечные лучи преломляются и отражаются в многочисленных каплях дождя. Появление цветовых дуг связано с явлением дисперсии. Дисперсия изучается обычно в 11-м классе в курсе волновой оптики и определяется как зависимость показателя преломления от длины световой волны. Но явление дисперсии можно объяснять и школьникам 7–8 классов при изучении геометрической оптики – как зависимость показателя преломления от цвета луча, т.е. без упоминания о длине волны.

Изучение явления радуги нужно проводить в несколько этапов, постепенно наращивая уровень сложности в зависимости от способностей учеников.

1) 1-й уровень сложности – стандартная задача по геометрической оптике (или по геометрии), может быть предложена на основных занятиях. Найти угол отклонения луча θ_1, если угол падения равен α, а угол преломления – β (рис. 3.12, слева).

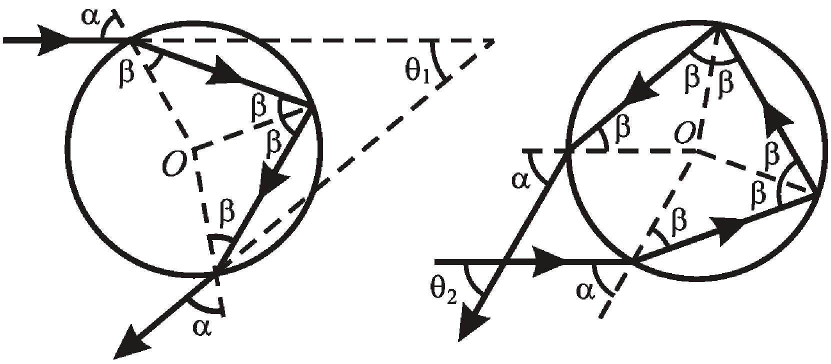


Рис. 3.12
Ход лучей в капле дождя

Для решения этой задачи достаточно знать, что сумма углов в треугольнике равна 180°. Приведенное на рис. 3.12 (слева) геометрическое построение позволяет получить, что острый угол между входящими и выходящими лучами у первой радуги равен:

$$\theta_1 = 4\beta - 2\alpha. \qquad (3.26)$$

Развивая эту задачу для второй радуги (два отражения внутри капли), можно получить, что отклонение луча равно (рис. 3.12, справа):

$$\theta_2 = 180^\circ - 6\beta + 2\alpha. \qquad (3.27)$$

Для экспериментальной проверки формул (3.26 – 3.27) нужны только лазерная указка и тонкостенная сферическая колба с водой. При отсутствии такой колбы можно использовать химический цилиндрический стакан или пластиковую бутылку, хотя в этом случае проверка не столь наглядна. Эксперименты показывают согласование с теорией с точностью до погрешности измерений. Следует иметь в виду, что луч от указки не является бесконечно тонким, поэтому после прохождения через колбу он становится расходящимся, из-за этого ход луча можно определить только вблизи колбы.

2) 2-й уровень сложности – частично-поисковая задача (задача для численного решения) – исследование зависимости угла отклонение от угла падения.

Учитывая, что согласно закону преломления:

$$\sin\alpha = n\sin\beta, \qquad (3.28)$$

получим для угла отклонения:

$$\theta_1 = 4\beta - 2\alpha = 4\arcsin(\sin\alpha / n) - 2\alpha. \qquad (3.29)$$

График такой зависимости можно построить на компьютере с помощью электронных таблиц, приведенных ниже в параграфе 3.4.1. На рис. 3.13 слева представлена зависимость для коэффициента преломления n = 1,33. Расчеты показывают, что максимальный угол отклонения равен $\theta = 42{,}5^\circ$, достигается при угле падения $\alpha = 59{,}6^\circ$ и угле преломления $\beta = 40{,}4^\circ$. Заметим, что максимальный угол отклонения лучей соответствует наблюдаемому угловому размеру колец радуги [311, 364, 412, 413, 418].

Значение максимального угла отклонения может быть также вычислено в старших классах путем дифференцирования выражения (3.29). Получается, что максимальное отклонение луча достигается при угле падения:

$$\alpha = \arccos\sqrt{(n^2-1)/3}\,. \tag{3.30}$$

Однако поскольку школьники 7-9 классов еще не умеют дифференцировать, то для них достаточно получить численное решение. Если в группе есть умеющие дифференцировать одаренные школьники, то полезно убедиться, что вычисления по формуле (3.30) совпадают с численными расчетами.

Проводя аналогичные вычисления для второй радуги по формуле (3.27), можно получить, что при коэффициенте преломления n = 1,33 минимальный угол отклонения равен $\theta = 50{,}1^\circ$, который достигается при угле падения $\alpha = 71{,}9^\circ$ и угле преломления $\beta = 45{,}6^\circ$ (рис. 3.13, справа). Можно обратить внимание школьников, что вторая радуга получается из лучей, которые падают в нижнюю половину капли. Лучи, у которых угол отклонения θ_2 получается больше 90°, будут выходить из капли не влево, как показано на рис. 3.12, а вправо.

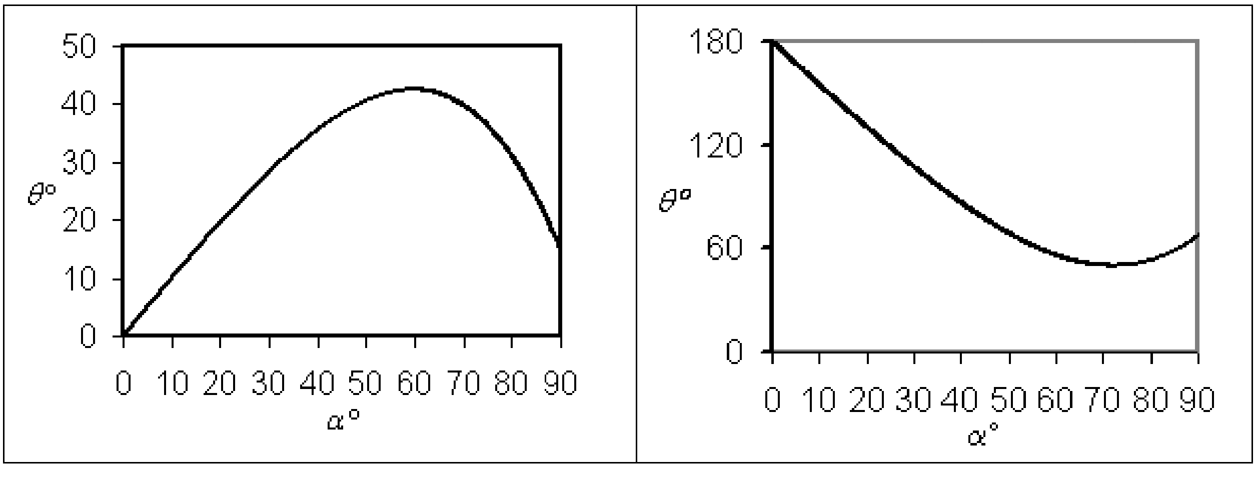


Рис. 3.13
Зависимость угла отклонения от угла падения
для первой (слева) и второй (справа) радуг

3) 3-ий уровень сложности – исследовательская работа. Нахождение углового распределения интенсивности вышедшего из капли света. Эту задачу можно выполнить на компьютере с помощью электронных таблиц, хотя удобнее это делать с помощью языков программирования.

Детальное исследование хода лучей показывает, что, хотя все лучи выходят под разными углами, некоторые лучи расходятся сильно и, следовательно, не создадут яркого пучка, а некоторые лучи выходят под практически одинаковыми углами. Отсюда возникает задача исследования того, как выходящие лучи будут распределяться по углам.

Пусть на каплю падает большое число (например, 100 000) лучей. Расчет распределения отклоненных лучей проводится для одного цвета, т.е. для одного показателя преломления (например, n = 1,33). Получается, что большое число лучей попадает в небольшой диапазон углов, где и будет наблюдаться кольцо радуги данного цвета (рис. 3.14, слева).

Далее можно вычислить углы отклонения максимального числа лучей для нескольких цветов спектра. Результаты расчетов приведены на рис. 3.14, слева. Значения показателя преломления n приведены в таблице 3.2 [364].

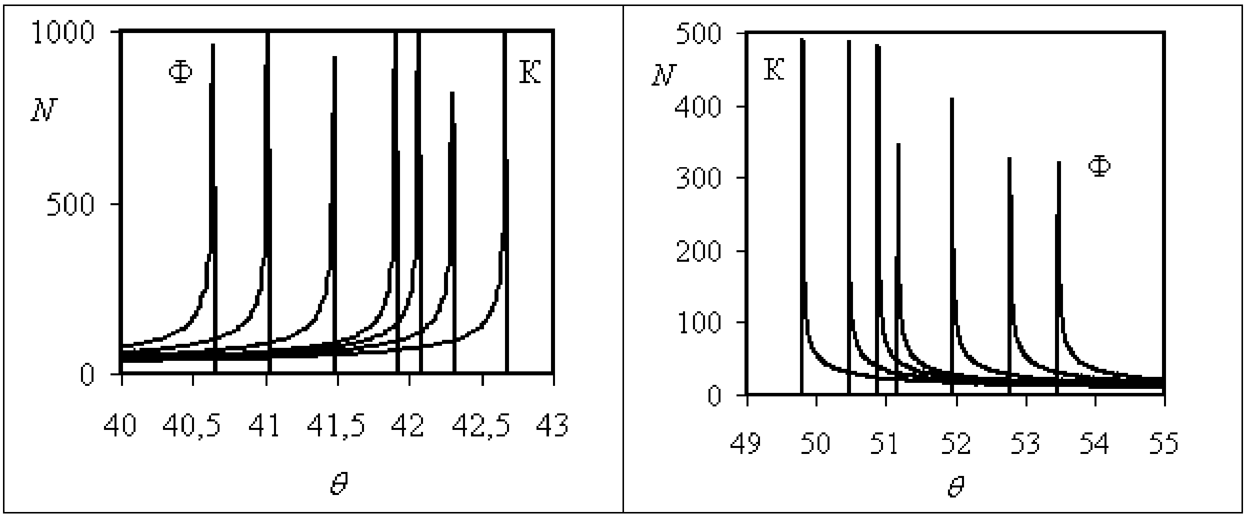


Рис. 3.14
Угловое распределение выходящих лучей для семи цветов радуги
от красного (К) до фиолетового (Ф)
для первой (слева) и второй (справа) радуг

Таблица 3.2

Средние показатели преломления для цветов радуги

№	Цвет	Средний показатель преломления n
1	Красный	1,3289
2	Оранжевый	1,3314
3	Желтый	1,3333
4	Зеленый	1,3341
5	Голубой	1,3371
6	Синий	1,3403
7	Фиолетовый	1,3430

Различие интенсивностей линий для разных цветов связаны с ограниченной точностью расчета распределения лучей по углам (в данном случае – 0,01 градуса).

Полученные значения углов полезно сравнить с угловыми размерами радуги по ее фотографии (при этом нужно знать фокусное расстояние объектива). При отсутствии такой возможности можно сравнить вычисленные углы с табличными значениями угловых размеров радуги [412, 413, 364]. При желании учеников можно рассчитать угловые размеры колец второй радуги (рис. 3.14, справа).

4) 4-ый уровень сложности – продолжение исследовательской работы. Уточнение предыдущих расчетов.

Получение распределения интенсивности (числа лучей) по углам можно считать законченным исследованием, поскольку в результате достигается поставленная задача – нахождение угловых размеры колец радуги. Сравнивая полученные результаты с экспериментом (или литературными данными) можно убедиться в корректности использования декартовой модели в рамках геометрической оптики (с учетом явления дисперсии). Однако после того как работа сделана и доложена на конференции, возникает вопрос: что делать дальше? Если школьник учится не в 11 классе, то ему можно либо предложить сделать новую работу, либо усложнить сделанную задачу. Последнее предпочтительнее, поскольку это демонстрирует, что творческий поиск безграничен.

Можно усложнить рассмотренную выше модель радуги.

1) Учет угловых размеров Солнца. Выше считалось, что все лучи от Солнца падают под одним углом, поэтому получились очень узкие линии. Учет угловых размеров Солнца сделает линии более широкими.

2) Расчет относительной интенсивности первой и второй радуг и степени поляризации. Ранее рассчитывалось только число лучей. Учитывая коэффициенты отражения и пропускания Френеля [397], можно рассчитать относительную интенсивность падающих лучей и вышедших из капель лучей, образующих первую и вторую радуги (это позволяет понять, почему затруднено наблюдение радуг более высоких порядков). К сожалению, в формулы Френеля входит направление плоскости поляризации лучей. Поэтому приходится подробно объяснять явление поляризации, которое в школьной программе подробно не изучается. Если у школьника хватает терпения сделать эту часть работы, то он получит интересный результат: степень поляризации первой радуги составляет примерно 90%, второй – 80%.

3) Учет дифракции. Дифракция не влияет на угловой радиус колец радуги, но ограничивает размер капель, в которых можно наблюдать радугу. Методика учета явления дифракции приведена в [418]. Показано, что в каплях размером много меньше 0,1 мм наблюдать радугу нельзя (например, в тумане).

Таким образом, изучение такого хорошо известного явления как радуга позволяет решать со школьниками задачи разных уровней – от самых простых, которые можно разбирать с учениками 8-го класса, до чрезвычайно сложных, которые можно предложить ученикам в старших классах.

3.3.5. Реализация методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников 9-го класса при решении олимпиадных задач по механике

Рассмотрим реализацию пропедевтического курса для 9-го класса. Как уже указывалось выше, начинать курс следует с кинематики, причем начало курса похоже на курс для 7-х и 8-х классов. Однако в 9-м классе темы, связанные с одномерным движением (по прямой) можно изучать быстрее, и далее возможен переход к двумерным задачам.

Задача преследования является удачной возможностью применить схему Эйлера для двухмерного движения, когда скорость тела зависит от времени и координат. В [295, 359] и Приложениях 7-9 представлены численные решения задач преследований. Целесообразно рассмотреть задачи в порядке возрастания сложности компьютерного моделирования:

– цель движется по прямой, скорости цели и преследователя равны ([295, 359], Приложение 7);

– цель движется по прямой, скорость преследователя больше скорости цели ([295, 359], Приложение 7);

– цель движется по кругу ([295, 359], Приложение 8);

– преследования с несколькими участниками ([295, 359], Приложение 9).

Заметим, что из педагогических соображений нежелательно называть цель «жертвой» и использовать аналогию погони волка за зайцем. Можно рекомендовать использовать терминологию «Ахиллес догоняет коня».

Учитывая сложность задачи, целесообразно предложить её школьникам как частично-поисковую и в процессе решения дать несколько подсказок. В соответствии с указанным выше планом решения задач на компьютере численными методами, нужно, чтобы вначале школьники убедились в сложности задачи, затем решили её численно на компьютере с помощью схемы Эйлера. Численное решение должно послужить подсказкой для аналитического решения задачи. В [295, 359] приведены разные формулировки задачи, чтобы школьники могли узнать задачу, встретив её в иной формулировке.

По мере решения указанных частично-поисковых задач, целесообразно давать индивидуально или малым группам школьников, проявившим склонность к решению подобных задач, более сложные задачи, которые могут стать темами для исследовательских работ. Правда, для успешной реализации этих работ электронной таблицы может оказаться недостаточно и придется использовать языки программирования.

Возможные направления для исследовательских работ школьников с использованием компьютерного моделирования на основе численных методов задач преследования.

1) Рассматривается преследование коня Ахиллесом, когда конь бежит по квадрату, треугольнику и т.п. При этом получаются весьма затейливые траектории. Можно сделать движение коня или Ахиллеса неравномерным, ограничить время погони... и т.д.

2) Рассматривается движение большого числа черепах, расположенных в вершинах (не обязательно правильного) *N*–угольника. В качестве варианта можно рассмотреть движение черепах не обязательно к своей ближайшей соседке, можно сделать движение черепах не равномерным. При этом также могут получиться сложные траектории.

3) Рассчитывается задача преследования, когда один из участников движется по заданной траектории (прямая, круг, квадрат и т.д.), а остальные гонятся по цепочке друг за другом: кошка за мышкой, Жучка за кошкой и т.д.

Достоинствами этих работ является то, что они могут быть выполнены даже учениками 7-го класса. К недостаткам следует отнести то, что полученные результаты, нельзя сравнить с экспериментом. Поэтому нужно ориентироваться на то, что экспериментальные исследовательские работы будут проводиться по другим разделам механики или оптики.

Компьютерное моделирование на основе численных методов движения тел в вязкой среде (9-й класс)

Практически все движения, рассматриваемые в школьных задачах, происходят в воздухе или в воде (исключением являются задачи небесной механики). Однако сила вязкого трения почти никогда не учитывается. При этом даже в профильном курсе тема «вязкое трение» обычно рассматривается вскользь: говорится, что при малых скоростях сила трения (сопротивления) пропорциональна скорости тела, а при больших – квадрату скорости. При этом не обсуждается, какие скорости считать «малыми» и как вычислить коэффициент пропорциональности [148, 428, 429].

Такое положение дел существует по нескольким причинам. Во-первых, в большинстве случаях, сила трения (сопротивления) воздуха намного меньше других сил, действующих в рассматриваемых системах, и ею можно пренебречь. Во-вторых, расчеты движений тел с учетом силы вязкого трения чрезвычайно сложны и могут быть проведены аналитически лишь для узкого круга задач.

Таким образом, задачи, связанные с измерением силы трения (сопротивления) среды удовлетворяют указанным выше критериям тем для исследовательских работ: они не могут быть решены простыми аналитическими способами, многие из них имеют известное решение методами высшей математики, часть задач может быть реализована экспериментально, и эти задачи решаются численно.

Остановимся на последовательности изложения материала. При наличии интереса школьников и достаточном времени могут быть рассмотрены следующие задачи [294, 297, 298, 359]:

– вертикальное падение тел в воздухе;
– полет тела, брошенного под углом к горизонту;
– затухающие колебания маятника (пружинного или математического);
– (ламинарное) движение тел в вязкой жидкости.

Особенностью этой темы является то, что указанные задачи могут излагаться независимо друг от друга в порядке, который может выбрать сам учитель с учетом интересов учеников.

Проблема учета сопротивления воздуха на примере опыта Галилея

Продуктивная форма обучения предполагает, что у школьников должен возникнуть интерес к проблеме. Для этого можно предложить проанализировать знаменитый эксперимент Галилея на Пизанской башне, предварив его живым описанием происходящих событий [294, 298].

Заметим, что существуют сомнения, что Галилей такой эксперимент вообще проводил, во всяком случае, в такой постановке [298, 436]. Но для нас не так уж важно, проводил Галилей эксперимент или нет – легенда об этом эксперименте есть практически во всех учебниках физики и ученики знают о нем. Поставим вопрос: чем должен был закончиться эксперимент, если он был проведен?

Обычно школьники уверены, что тела должны были упасть одновременно, ведь оба тела падали с ускорением свободного падения g. Но ведь Галилей не откачивал воздух перед Пизанской башней, поэтому тела падали *в воздухе*. Столь уж очевидно, что сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала? Подробный разбор этой проблемы дан в [294, 298, 359] и в Приложении 10.

Прежде чем проводить детальные расчеты, целесообразно начать с *качественного анализа задачи*. Можно сделать разумное предположение, что сила сопротивления пропорциональна площади сечения тела, говоря точнее, площади максимального сечения, перпендикулярного скорости движения тела. Обычно это предположение принимается школьниками без возражений. Действительно, если отпустить лист бумаги, держа его горизонтально, то он будет падать медленно, а если держать его вертикально, когда площадь сечения мала, то лист упадет быстрее.

Далее можно провести следующие рассуждения: если диаметр ядра, например, в 10 раз больше пули, то его площадь в 100 раз больше, а объем, и, следовательно, масса ядра больше в 1000 раз. Получается, что ядро упадет быстрее пули. Полученный результат может обескуражить школьников. Выходит, что Галилей своим знаменитым экспериментом ничего не доказал и *не мог доказать*. По Аристотелю ядро должно было упасть быстрее, и по современным представлениям о законах движения оно должно упасть быстрее. Становится непонятным, в чем был смысл этого эксперимента и почему он попал в учебник по физике.

После того, как школьники осознали проблему можно перейти к обсуждению точности проводимого эксперимента. Важен не только качественный результат – одновременно ли упали ядро и пуля или нет, но и количественная оценка – насколько ядро опередило пулю. Если на сотую секунду, то толпа на площади этого просто бы не заметила. Отсюда вытекает необходимость рассчитать время падения ядра и пули.

Для количественных расчетов школьникам приходится давать новый для них материал и рассматривать *ламинарное* и *турбулентное* или вихревое движения. Подробно изложение материала рассмотрено в [294, 298, 359].

Компьютерное моделирование на основе численных методов задач динамики

Аналитическое решение задачи и компьютерное моделирование на основе численных методов падения тел с Пизанской башни приведены в [294, 298, 359] и Приложении 10. Учитывая сложность задачи, следуя предложенной схеме решения задач, ее нужно сначала предложить ученикам решить числено с помощью схемы Эйлера.

Применение схемы Эйлера в динамике будет отличаться от ее использования в кинематике тем, что в динамике обычно известна не скорость, а ускорение тела, получаемое из II закона Ньютона. Поэтому нужно применять схему Эйлера дважды. Сначала, зная ускорения на *n*-ом шаге, вычисляется скорость:

$$\upsilon_{n+1} = \upsilon_n + a_n \Delta t . \tag{3.31}$$

Затем, вычисляется координата:

$$x_{n+1} = x_n + \upsilon_n \Delta t . \tag{3.32}$$

Более точно значение координаты можно вычислить методом трапеций:

$$x_{n+1} = x_n + 0{,}5\left(\upsilon_n + \upsilon_{n+1}\right)\Delta t . \tag{3.33}$$

Если движение происходит не по прямой, а на плоскости, то нужно еще учесть изменение проекции скорости на вторую ось:

$$\upsilon_{y,\,n+1} = \upsilon_{y,\,n} + a_{y,\,n}\Delta t ;$$

$$y_{n+1} = y_n + (\upsilon_{y,\,n} + \upsilon_{y,\,n+1})\Delta t / 2 .$$

Подробнее решение задач динамики численными методами будет обсуждено ниже.

Анализ опыта Галилея

Детальный анализ опыта Галилея с паданием тел. приведен в [294, 298, 359] и в Приложении 10. Высота Пизанской башни равна 55 м. Считая, что Галилей бросал тела с самого верха (скорее всего, он бросал их с одной из анфилад), несложно получить, что в отсутствие сопротивления воздуха время падения обоих тел составляет 3,3477 с. Примем массы ядра и пули на основании книги Галилея [65] 100 фунтов и 1/2 фунта (37,3 кг, и 0,1865 кг).

Расчеты показывают (Приложение 10), что ядро с высоты 55 м будет падать 3,355 с, а пуля – 3,389 с. Следовательно, ядро падает менее чем на сотую долю секунды больше, чем оно падало бы в отсутствии воздуха. Разность во времени падения ядра и пули составляет менее 0,05 с. Трудно сказать, можно на глаз заметить отставание на 0,05 с или нет. Зрителей было много. Кто хотел, чтобы тела упали одновременно, мог счесть, что они упали одновременно, а кто хотел, чтобы раньше упало ядро, мог увидеть и это. Сегодня этот вопрос можно было бы решить с помощью фотофиниша по аналогии с тем, как это делают в спорте, чтобы узнать, кто из спортсменов пришел первым: делают снимок, на котором видно, кто первый, кто второй.

Фотофиниш показал бы заметное отставание пули. Расчеты показывают (Приложение 10), что когда ядро коснется земли, пуля будет находиться на высоте 1,12 м. Такое большое расстояние получается, поскольку скорости тел около земли велики. В отсутствие воздуха скорость обоих тел в момент удара была бы 32,6 м/с. Скорость ядра в момент удара о землю – 32,6 м/с, пуля к этому времени разгоняется до 31,4 м/с. При такой скорости даже за 0,05 с ядро проходит вполне заметное расстояние.

Расчеты показывают (Приложение 10), что если бы Галилей бросал ядро и такого же размера деревянный шар (одна из версий легенды [107, 217]) плотности ρ_1 – 800 кг/м^3, то время падения деревянного шара составило бы

3,417 с, всего на 0,06 с больше, чем у ядра, что тоже трудно заметить. При этом деревянный шар отстал бы от ядра на 1,9 м.

Если бы Галилей взял шарик для пинг-понга (радиус 1,88 см, масса – 1,75 г), то такой шарик падал бы с Пизанской башни 7,57 с – в два раза больше, чем ядро (Приложение 10).

Обсудив эксперимент на Пизанской башне, можно провести подобный эксперимент в классе, бросая шарик для пинг-понга и другие подобные тела со стремянки, используя для регистрации цифровую фотокамеру, как описано ниже.

Установившаяся скорость

При рассмотрении падения тел в вязкой среде, полезно сначала дать качественные задачи, а затем с помощью компьютерного моделирования на основе численных методов количественно рассчитать зависимости скорости от времени, для упоминавшихся выше тел: ядра, деревянного шара, шарика для пинг-понга, а также для идеального случая, когда сопротивления воздуха нет (Приложение 10). Результаты расчетов приведены на рис. 3.15.

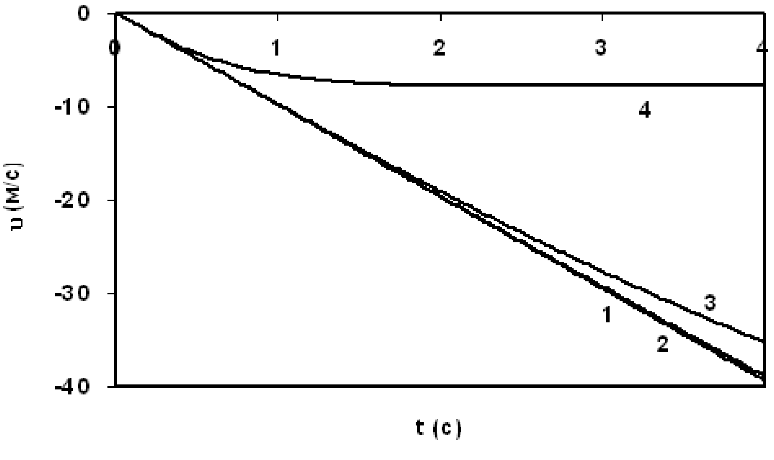


Рис. 3.15
Зависимость скорости падающего тела от времени:
1 – в отсутствии сопротивления воздуха; 2 – чугунное ядро,
3 – деревянное ядро, 4 – шарик для пинг-понга

Анализируя графики, можно подвести школьников к понятию *установившейся скорости*, когда сила сопротивления воздуха становится равной силе тяжести и тело падает равномерно. В [294, 298, 359] рассчитаны установившиеся скорости для некоторых тел.

При обсуждении понятия установившейся скорости ученикам полезно напомнить обычно известный им факт, что когда парашютист прыгает с самолета, его скорость сначала возрастает, затем, через некоторое время после раскрытия парашюта становится постоянной, и не меняется вплоть до приземления.

В качестве проблемной или частично-поисковой задачи можно предложить школьникам оценить скорость оседания тумана, что подробно разобрано в [294, 298, 359].

Использование компьютерного моделирования на основе численных методов в качестве эвристического метода для решения олимпиадных задач

Как уже говорилось выше, пропедевтический курс можно анонсировать как обучение решению олимпиадных задач. Поэтому при обсуждении темы сопротивления воздуха полезно рассмотреть задачу Всесоюзной олимпиады по физике 1970 г. (№119 в [403]), относящуюся к падению тел.

> «Мяч подброшен вертикально вверх. Что больше: время подъема или время падения?»

С первого взгляда это очень простая задача, которая разбирается практически во всех школьных учебниках [428, 429, 465] и др., где показывается, что время полета тела вверх равно времени его падения и может быть вычислено по формуле:

$$t_{подъема} = \upsilon_0 / g . \qquad (3.34)$$

Остается вопрос: как такая простая задача попала на Всесоюзную олимпиаду? Дело в том, что формула (3.34) получена в предположении, что сопротивления воздуха нет. Каков будет ответ, если его учесть? В этом случае задача из очень простой становится очень сложной.

Скорее всего, школьники сразу не смогут ее решить, поэтому в соответствии с предлагаемой схемой целесообразно сначала предложить им провести компьютерное моделирование на основе численных методов, как описано в Приложении 10. Школьники быстро убедятся, что независимо от того, какие брать коэффициенты β, время подъема всегда меньше времени падения (кроме случая β = 0, когда время подъема равно времени падения). Таким образом, ответ получен, что является существенной подсказкой для аналитического решения, которое приведено в Приложении 11.

Конечно, на Всесоюзных олимпиадах пользоваться компьютерами было нельзя. Но домашний анализ позволяет получить школьникам ответ, а, зная ответ, уже легче решить задачу аналитически.

Компьютерное моделирование на основе численных методов баллистических траекторий

Компьютерное моделирование на основе численных методов предоставляет большие возможности для исследования вида траекторий полета тел, брошенных под углом к горизонту. Заметим, что такие траектории называются *баллистическими* (от греческого «βαλλω» – бросаю, кидаю). Расчет баллистических траекторий, возможно, является старейшей задачей механики со времен, когда использовали метательные машины – катапульты.

Возникает вопрос: существенна ли сила сопротивления воздуха при расчете баллистических траекторий? Хорошей проблемной задачей является оценка силы сопротивления воздуха при выстреле из пневматической винтовки в тире, которая разобрана в [294, 298, 359]. Расчеты показывают, что при разумных параметрах винтовки и пули сила сопротивления воздуха во много раз превышает силу тяжести! Поэтому некоторое недоумение вызывают задачи, когда силой сопротивления воздуха при выстреле предлагают пренебречь. Сразу после выстрела можно, скорее, пренебречь силой тяжести, действующей на пулю, чем силой сопротивления воздуха. Конечно ядро или снаряд тяжелее пули, но и скорость у них несравненно больше, для огнестрельного оружия она больше скорости звука, поэтому сила сопротивления воздуха существенна и для пушечного ядра и для артиллерийского снаряда.

При исследовании полета брошенного под углом к горизонту тела, полезно заострить внимание школьников на то, что, если задача расчета вертикального падения тела при наличии сопротивления воздуха, хотя и выходит за рамки школьной программы, но все же имеет решение методами высшей математики, то полет тела под углом к горизонту является классическим примером задачи, не решаемой в аналитическом виде [8, 396].

Начать решение этой задачи имеет смысл с самой простой модели – без учета силы сопротивления воздуха [148, 428, 429, 465] и др. Если школьники уже знают эту задачу, на ней можно не останавливаться, если нет, то можно вывести формулы для времени высоты и дальности полета, и получить, что максимальная дальность полета достигается при угле броска 45°.

Здесь нужно остановиться и поставить перед учениками проблему: не показывает ли опыт другое? Действительно, когда ученики на уроках физкультуры бросают на дальность мяч, то максимальная дальность получается, когда мяч брошен под углом немного меньше 45°. У школьников обычно возникает разумное предположение, что угол нужно уменьшать из-за сопротивления воздуха. Эта гипотеза является прекрасной частично-поисковой задачей, которую школьникам можно предложить решить численно. Алгоритм расчета приведен в Приложении 12.

Компьютерное моделирование показывает, что если взять обычный теннисный мяч массой 58 г и диаметром 66 мм, то при начальной скорости 10 м/с с учетом сопротивления воздуха оптимальный угол броска составляет $44^\circ \pm 1^\circ$, при этом дальность полета равна 9,129 м, т.е. лишь на метр меньше, чем в отсутствии сопротивления воздуха. Разницу между углами 44° и 45°трудно заметить «на глаз». Почему же опыт показывает, что теннисный мяч летит дальше при броске под углом заметно меньше 45°?

Продуктивная форма обучения предполагает, что школьники должны сами выдвинуть гипотезы. Гипотезы бывают самыми разными. Среди разумных гипотез – соображения эргономики: может быть дело в том, что бросать под углами $35^\circ - 40^\circ$, проще, чем под углом 45°, просто так устроена у человека рука. Но, скорее всего, большинство с такой гипотезой не согласится – что они могут с таким же успехом бросить мяч под углом 45°.

Если школьники не догадаются сами, можно им подсказать, что они проводили расчеты для тела, брошенного с *поверхности* земли. А мяч они бросают с высоты своего роста плюс длина согнутой руки, т.е. с высоты примерно два метра [298].

Компьютерное моделирование на основе численных методов показывает (Приложение 12), что при бросании теннисного мяча с начальной скоростью 10 м/с с высоты два метра с учетом сопротивления воздуха оптимальный угол бросания составляет $39° \pm 1°$, т.е. уже вполне заметную на глаз величину. Дальность полета при этом составляет 10,81 м.

Таким образом, уменьшение оптимального угла броска происходит по двум причинам, есть сопротивление воздуха и мяч бросается не с нулевой высоты. При этом основную роль играет не сопротивление воздуха, а то, что мяч бросают с некоторой начальной высоты [298].

При наличии времени и желания школьников, можно предложить им провести самостоятельно **эксперимент:** бросить мяч или учебную гранату с поверхности земли (из окопа). Скорее всего, максимальная дальность будет достигнута при броске под углом $45°$. Это опровергнет гипотезу, что изменение оптимального угла связано с устройством человеческой руки, хотя в некоторых случаях, возможность сделать хороший замах играет существенную роль.

При наличии времени полезно дать краткую историческую справку. Форму траектории полета ядра изучал в XIV в. Альберт Саксонский. Он описал траекторию полета пушечного ядра, исходя из теории импетуса (первоначального толчка). Пушечное ядро, получив большой импетус, сначала летит по прямой линии. По мере ослабевания импетуса, собственная тяжесть ядра заставляет его устремляться к центру Земли, поэтому траектория изгибается, и, когда импетус полностью кончится, то ядро вертикально устремляется вниз...[469].

Если подойти к этому тексту с ограниченными знаниями, что тела летят по параболе, то можно посчитать эти наблюдения полной ерундой. Но, исследовав формы баллистических траекторий, которые заметно отличаются от параболы, можно только удивиться точности наблюдения ученого XIV в. Можно обратить внимание школьников как это знание использовали в средние века. Если стрелять по крепости под малыми углами по настильным траекториям, то пули и ядра не могут достать защитников крепости непосредственно за стеной. Если же стрелять по навесным траекториям, то падающие почти вертикально ядра даже вблизи стены не дадут защитникам покоя.

Анализ гипотезы Галилея о времени падения горизонтально брошенного тела

При наличии времени можно проанализировать еще одну из гипотез Галилея. Галилей предложил но, к сожалению (а может, как мы увидим ниже, и к счастью), не осуществил эксперимент, который описан в книге «Диалог о двух главнейших системах мира, Птоломеевой и Коперниковой» (1632 г.). В ходе обсуждения проблемы свободного падения тел Сальвиати говорит:

> «...я считал бы бесспорным, что если одним ядром выстрелить <горизонтально> из пушки, а другому дать упасть с той же высоты отвесно вниз, то оба они достигнут земли в одно и то же мгновение, хотя первое пройдет расстояние, быть может, в десять тысяч локтей, а второе – только в сто...» [64], с. 254.

С точки зрения современной физики это утверждение верно при отсутствии сопротивления воздуха. Можно предложить школьникам рассмотреть справедливость этого утверждения с учетом сопротивления воздуха.

Результаты компьютерного моделирования на основе численных методов полета тел приведены в Приложении 12. Получается несколько неожиданный результат. Время полета пули будет больше, чем ядра, но улетит пуля на меньшее расстояние. Разница во времени вертикального падения пули и пули, вылетевшей из мушкета, составляет почти полсекунды. Так что может, и хорошо, что Галилей не ставил этого опыта, его результат мог бы поколебать уверенность в независимости времени падения тела от его горизонтальной скорости. Тогда, возможно, Галилей не опубликовал «Диалога...».

Остается заметить, что если бы сила сопротивления воздуха была пропорциональна не квадрату скорости, а скорости тела, то время падения тела не зависело бы от значения горизонтальной проекции начальной скорости, в чем также можно предложить убедиться школьникам в качестве самостоятельной задачи [298].

Компьютерное моделирование на основе численных методов горизонтального движения в вязкой среде

Хотя в школе число ***e*** обычно не выводится, в физике затухающие движения описываются с помощью экспонент [8, 396]. Поэтому при наличии времени можно предложить школьникам задачу с экспоненциальным затуханием.

Для этого лучше рассмотреть горизонтальное движение тела в вязкой среде. Горизонтальное движение тела проще вертикального, поскольку сила тяжести не влияет на скорость тела. Рассмотрим вывод аналитической формулы для движения, когда сила сопротивления пропорциональна скорости. Эта задача весьма сложна как для аналитического решения, так и для экспериментальной проверки. Поэтому ее лучше выносить в конец темы движение тела в вязкой среде.

Задача

Пусть лодка горизонтально движется в вязкой среде, причем сила сопротивления среды пропорциональна скорости движения $F=-\alpha\upsilon$, где $\alpha>0$. Вначале скорость лодки равна υ_0. Какое максимальное расстояние может пройти лодка? [127] Дополнительный вопрос: как скорость лодки зависит от времени?

Аналитическое решение задачи приведено в [294, 298, 359], а компьютерное моделирование на основе численных методов – в Приложении 13. При решении задачи можно «попутно» получить «первый замечательный предел» и ввести число «*e*», которое школьникам 9-го класса, скорее всего, еще не знакомо.

Таким образом, изучение движения в вязкой среде дает возможность для разбора большого числа частично-поисковых задач. Многие из них могут стать темой для самостоятельной исследовательской работы углубленного уровня. Например, школьники могут рассчитать баллистические траектории, а затем проверить расчеты экспериментально, воспользовавшись игрушечным пистолетом и цифровой камерой, о чем подробнее написано ниже. Можно также изучить падение тел в вязкой жидкости или получить коэффициенты лобового сопротивления для тел несферической формы и т.п.

Еще больше возможностей для исследований предоставляет изучение колебательных движений, к рассмотрению которых мы сейчас перейдем.

Исследование колебательных систем

В школе обычно изучается две простые колебательные системы: пружинный и математический маятники. Начнем с математического маятника, поскольку:

– реализовать эксперименты с математическим маятником проще, чем с пружинным;

– он чаще используется при выполнении лабораторных работ.

На примере математического маятника удобно продемонстрировать, как можно в повседневном увидеть необычное. Можно запустить в классе математический маятник и спросить школьников, что они наблюдают. Обычно этот вопрос вызывает недоумение: маятник просто качается взад – вперед, что тут можно наблюдать и анализировать? Тогда им можно рассказать историю про открытие Галилеем изохронности (от греческих слов «изо» – «постоянство» и «хронос» – «время», то есть явление независимости периода колебания от амплитуды).

При наличии времени можно получить период колебания математического маятника *методом размерностей*, как описано в [15, 180, 236, 297, 359, 494]. Метод размерностей позволяет получить, что период пропорционален $\sqrt{L/g}$, где L – длина маятника. Следует обратить внимание учеников, что, к сожалению, метод размерностей не позволяет определить коэффициент пропорциональности, но в некоторых случаях получить общий вид формулы может быть полезно в качестве подсказки или проверки.

Заметим, что формулу периода колебаний математического маятника при малых углах [8, 396, 465]:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} \tag{3.35}$$

в школе обычно дают без вывода [415]. Частично это связано с тем, что математический маятник изучается в 9-м классе, а производные, используемые при выводе формулы (3.35), только в 11-м классе. Аналитический вывод формулы (3.35) без использования производных приведен в [297, 359].

Период колебаний математического маятника, причем не только при малых, но и при произвольных углах, может быть вычислен с помощью компьютерного моделирования, как описано в Приложении 14.

На основании проведенных расчетов можно получить приближенную формулу зависимости периода колебания от угла:

$$T = T_0(1 + \frac{\alpha_0^{\ 2}}{16}), \tag{3.36}$$

где T_0 – период колебания, вычисляемый по формуле (3.35).

Следует заметить, что формула (3.36) все же не является абсолютно точной. Строгой формулы для периода математического маятника не существует. Период колебания равен сумме бесконечного ряда [396]:

$$T = T_0\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\alpha_0}{2} + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 \sin^4\frac{\alpha_0}{2} + \left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2 \sin^6\frac{\alpha_0}{2} + \ldots\right]. \tag{3.37}$$

Последнюю формулу можно ученикам и не приводить, а просто отметить, что формула (3.36) описывает период колебания математического маятника достаточно точно, так что мы не сможем экспериментально обнаружить расхождение с этой формулой.

Получив формулу (3.36), целесообразно остановится на понятии малых углов. Какой угол можно считать малым зависит от точности, с которой нужно получить результат. Обычно принимают, что малыми можно считать углы меньше 0,1 рад. (5,7°). При этом формула (3.35) дает результат с точностью примерно 0,16%. Если не задаваться столь большой точностью, а, например, принять точность 10%, то формулу (3.35) можно применять вплоть до 30° [297].

Исследование колебаний пружинного маятника

Кроме математического маятника, в школе часто рассматривается пружинный маятник – грузик, подвешенный на пружинке (рис. 3.16) или скользящий без трения по горизонтальному столу или стержню [148, 428, 429, 465].

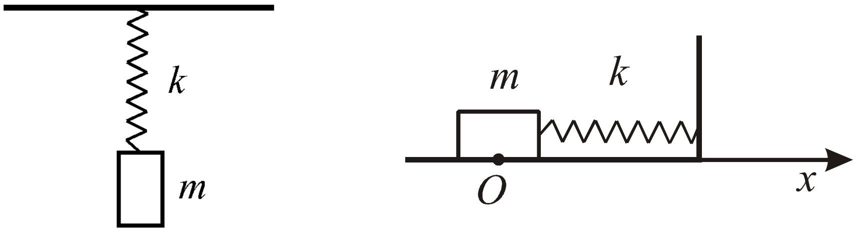


Рис. 3.16
Пружинные маятники

Обычно рассматривается идеальный маятник: пружина подчиняется закону Гука, масса пружинки много меньше массы грузика, сила трения отсутствует. Реальный пружинный маятник раскачивается из стороны в сторону, поэтому во многих учебниках и задачниках изображается горизонтальный пружинный маятник, движущийся без трения (рис. 3.16, справа), хотя, к сожалению, не указывается, почему рассматривается горизонтальный, а не вертикальный маятник [465].

Формула периода колебания пружинного маятника, так же как и математического маятника обычно приводится без строгого вывода [415]. Эту формулу можно получить из соображений размерности, затем численно и потом из сравнения движения пружинного маятника и математического маятника как описано в [297, 359] и в Приложении 14.

В качестве темы для самостоятельного исследования можно предложить изучение колебаний сложного маятника, который представляет собой грузик, подвешенный на легкой пружине, которая может качаться вокруг неподвижной точки (рис. 3.16, слева).

Такой маятник можно сделать, используя пружину от эспандера и грузик, массы много большей, чем масса пружины (использование резинового эспандера представляет более сложную задачу, поскольку для резинового жгута плохо выполняется закон Гука, и нужно учитывать нелинейность зависимости натяжения от удлинения резины). Можно подвесить грузик на пружине, и предоставить ему возможность колебаться вверх-вниз и из стороны в сторону. Компьютерное моделирование на основе численных методов движения такого маятника приведено в Приложении 15.

Кроме того, в качестве тем для самостоятельного исследования можно предложить ученикам рассмотреть движение сложных маятников, например, двойного математического маятника изображенного на рис. 3.17, слева. Его движение рассматривается в Приложении 16. На рис. 3.17 представлено еще два сложных маятника. Примеры других колебательных систем можно найти в [60, 116, 117, 141, 319, 333].

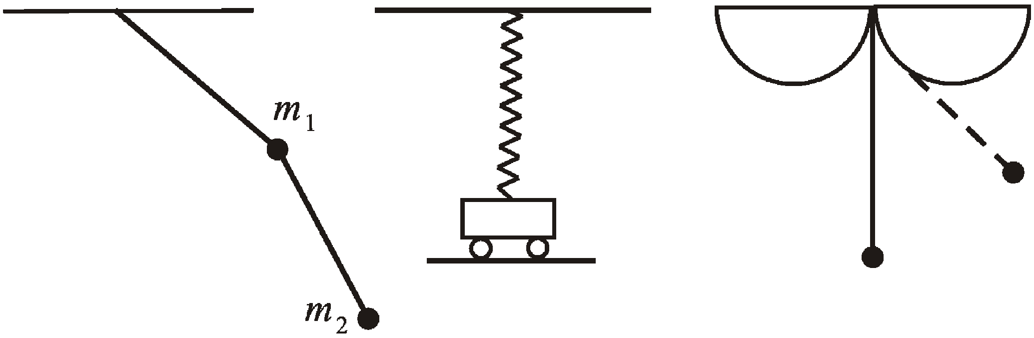


Рис. 3.17
Примеры сложных маятников

Большое число как частично-поисковых, так и исследовательских задач представляют описанные ниже системы связанных маятников. Кроме того, связанные маятники позволяют моделировать волновые процессы как описано в [297, 359].

Исследование колебаний двух связанных маятников

Среди колебательных систем можно выделить особую группу – *связанные маятники* (рис. 3.18) [8, 396]. Массы нитей и пружинки будем считать пренебрежимо малыми. Чуть ниже рассмотрим вопрос, как сделать такую конструкцию. Когда грузики находятся в нижних положениях, пружинки не растянуты. Такая, несложная на первый взгляд, система позволяет продемонстрировать много интересных эффектов.

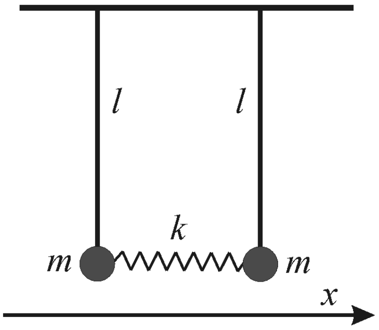


Рис. 3.18
Связанные маятники

Начать можно с того, что продемонстрировать такой маятник (не приводя его в движение) и поставить проблемную задачу: что произойдет, если качнуть левый маятник, не трогая правый?

Может показаться, что левый груз начнет раскачивать правый, и через какое-то время они будут колебаться с одинаковой амплитудой, при этом из-за трения колебания будут постепенно затухать. Однако компьютерное моделирование на основе численных методов, приведенное в Приложении 17, и эксперимент показывают, что маятники будут совершать сложные движения (биения) [297, 322, 352, 366, 375], как показано на рис. 3.19.

Связанные маятники позволяют продемонстрировать, как сильно меняется характер движения в зависимости от начальных условий. Маятники можно заставить колебаться синхронно (синфазно), для чего нужно вначале отклонить маятники на одну величину, как показано на рис. 3.20, слева, или *в противофазе* для чего нужно отклонить маятники на одну величину в разные стороны, как показано на рис. 3.20, справа.

В этих случаях оба маятника колеблются с одной частотой. Такие виды (моды) колебаний называют собственными модами.

В качестве самостоятельного задания можно предложить школьникам исследовать колебания связанных маятников с грузами разной массы.

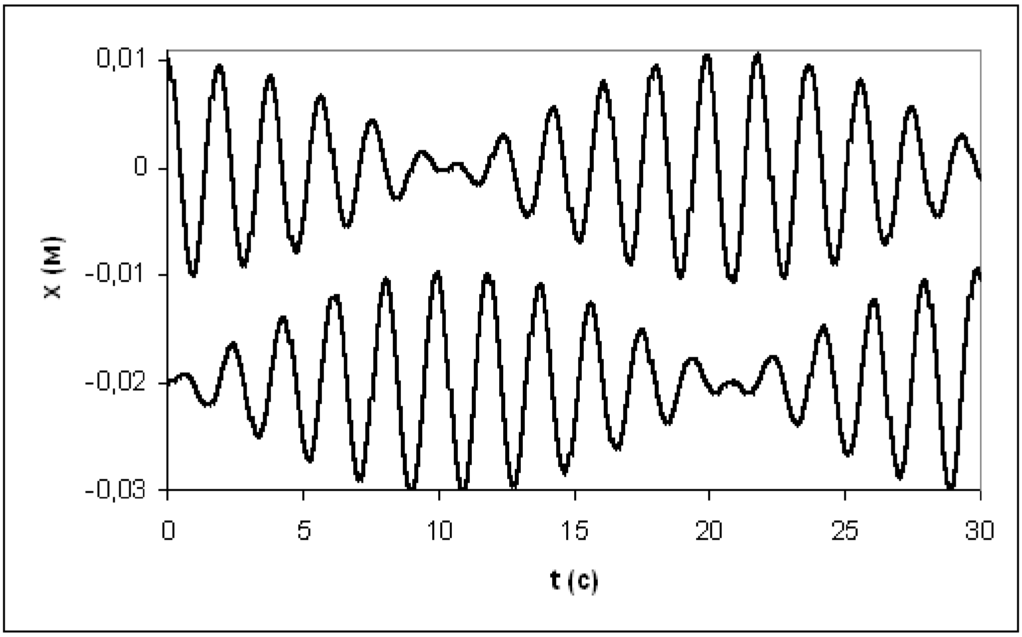


Рис. 3.19
Колебания связанных маятников

Связанные маятники нетрудно собрать самостоятельно из рыболовных грузил и канцелярских скрепок, о чем подробнее написано в [297, 359].

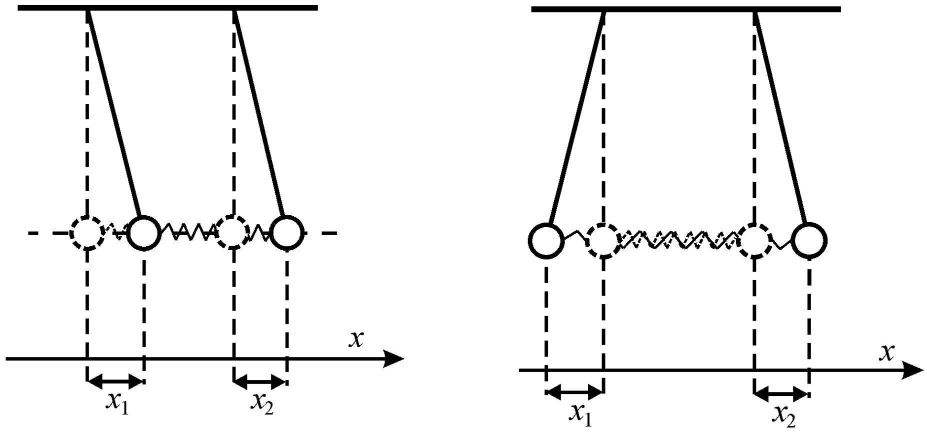


Рис. 3.20
Собственные моды колебаний связанных маятников

Еще больше возможностей для исследования предоставляет система из трех связанных маятников (рис. 3.21) [8, 396].

Компьютерное моделирование на основе численных методов такой системы представлено в Приложении 17. Если запустить только один крайний маятник, то система начнет совершать сложные колебания, представленные на рис. 3.22.

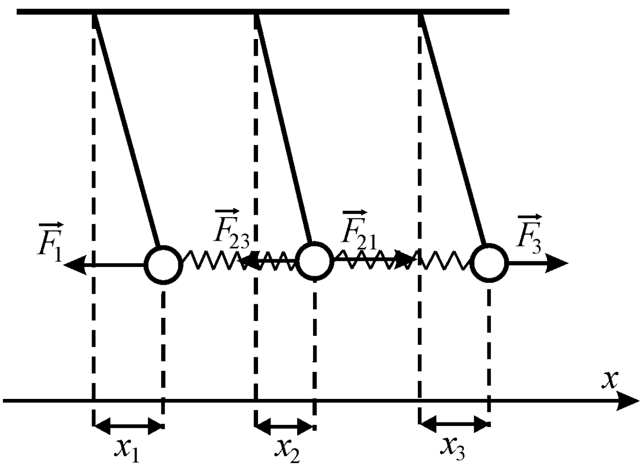


Рис. 3.21
Три связанных маятника

У такой системы существуют три собственные моды колебаний. Две из них – колебания в фазе и в противофазе найти несложно, они представлены на рис. 3.23.

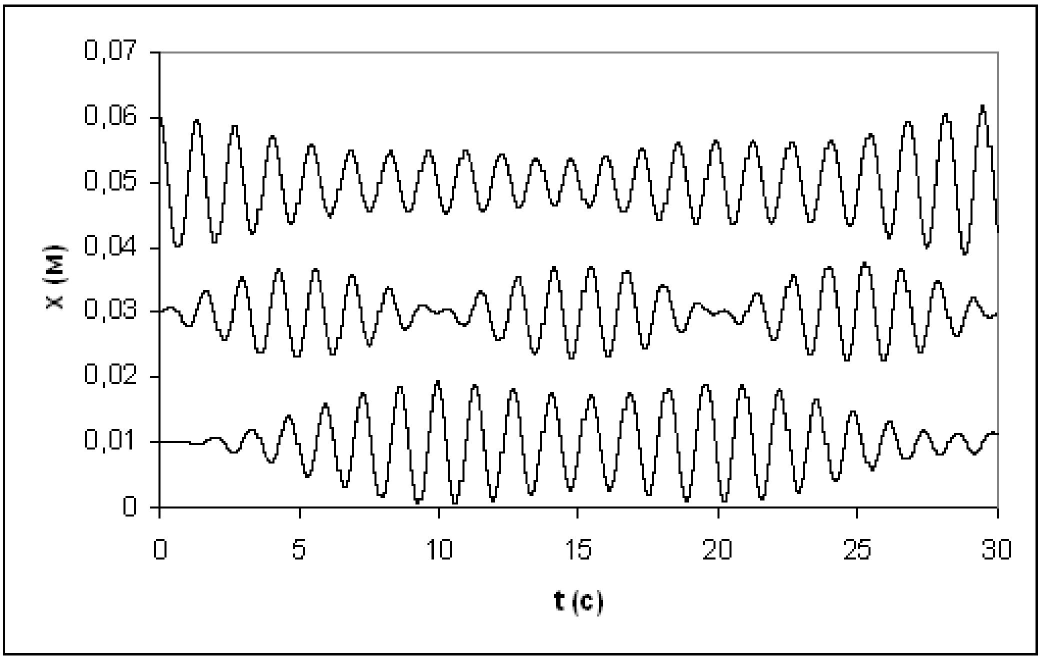


Рис. 3.22
Колебания связанных маятников:
вверху колебания первого грузика,
в центре - второго, снизу – третьего

Существует третий способ привести маятники в движение так, чтобы они все колебались с одной частотой [8, 396]. Найти его непросто. Поэтому можно предложить ученикам найти этот способ в качестве частично-поисковой задачи.

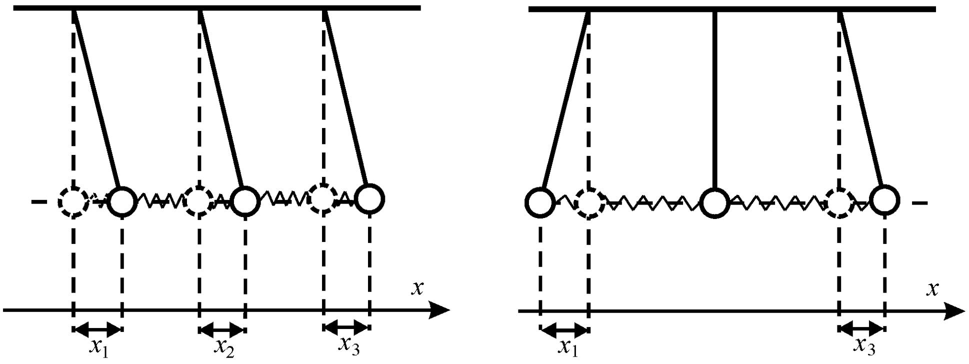


Рис. 3.23
Колебания трех связанных маятников в фазе (слева) и в противофазе (справа)

Кроме этого, интересно рассчитать, как будет вести себя система, если качнуть только один крайний маятник. Можно дать эту задачу ученикам для самостоятельного исследования, поскольку догадаться до ответа, не проводя вычислительного или натурного эксперимента, очень сложно [297].

Таким образом, было продемонстрировано, что связанные маятники предоставляет широкое поле для исследовательской деятельности [297], позволяя провести много расчетов, которые можно проверить экспериментально.

Изучение движения системы связанных маятников может стать темой для исследовательских работ углубленного уровня.

Исследование затухающих колебаний

В качестве темы исследовательской работы можно предложить исследовать затухающие колебания математического маятника в воздухе [297]. Компьютерное моделирование на основе численных методов приведено в Приложении 18.

Получается убывающая кривая, похожая на «синусоиду» (рис. 3.24, слева) [297]. Целесообразно обратить внимание школьников, что, строго говоря, эта функция не является периодичной, но при малом затухании колебания называют *квазипериодичными* (от латинского «квази» – «как бы»). Можно выделить условный период – время одного качания маятника, т.е. когда маятник возвращается в положение максимального отклонения. Можно измерять период как время между прохождениями положения равновесия, но при этом следует помнить, что за период маятник дважды проходит через положение равновесия.

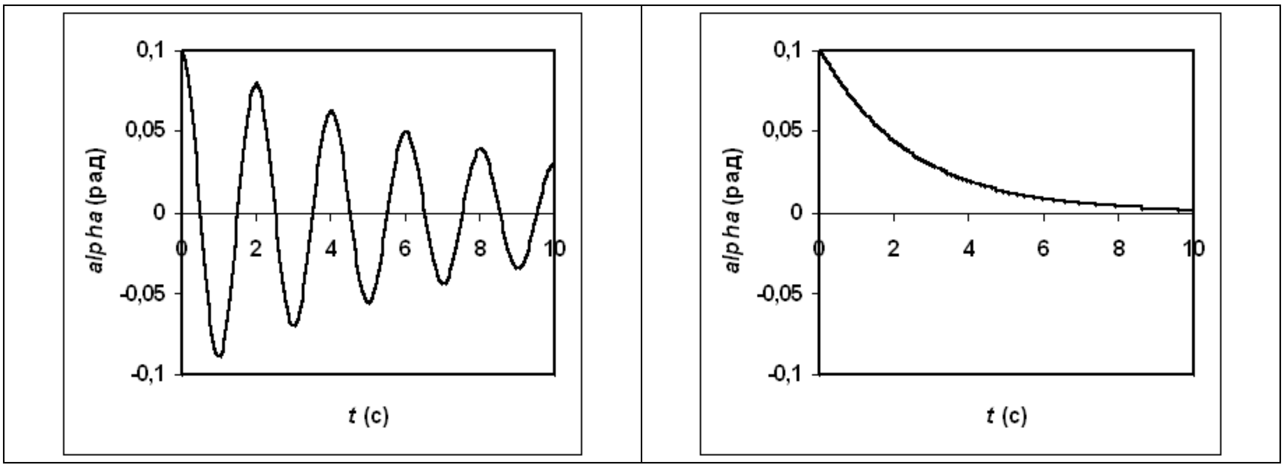


Рис. 3.24
Затухающие колебания маятника

Также можно обратить внимание школьников, что при очень большой вязкости колебания вообще не возникнут (рис. 3.24, справа).

В качестве частично-поисковой или исследовательской задачи можно предложить школьникам самостоятельно определить при каких условиях начнутся колебания, а при каких – их не будет. Для экспериментальной проверки расчетов можно взять глицерин. Для изменения коэффициента трения можно разводить глицерин водой или брать масла с разной вязкостью.

Компьютерное моделирование на основе численных методов вращательных движений (9 класс)

Динамика вращательного движения обычно в школе не изучается. Однако на олимпиадах высокого уровня встречаются задачи для решения которых полезно знать законы динамики вращательного движения (например, № 9.103 в [60]). Хотя формально эти задачи можно решить без применения этих законов, но в этом случае они становятся очень сложными. Поэтому имеет смысл изучать основы динамики вращательного движения для решения олимпиадных задач и, возможно чуть углубиться в эту тему для выбора тем исследовательских работ. Кроме этого, задачи на динамику вращательного движения имеет смысл предлагать, если школьники проявили особый интерес к этой теме.

Поскольку продуктивное обучение предполагает, что проблема должна возникать раньше, чем предлагаемое учителем решение, то в качестве такой проблемы можно предложить одну из указанных выше теоретических олимпиадных задач или задачу скатывания шара по наклонной плоскости, которую рассмотрел еще Галилей в книге «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящиеся к механике и местному движению» в 1638 г. [65].

Можно предложить школьникам провести эксперимент: скатить шарик по наклонной парте (или любой другой наклонной плоскости), убедиться, что движение равноускоренное, и измерить его ускорение. Школьники будут ожидать, что ускорение будет равно $g\sin\alpha$, где α – угол наклона плоскости. Однако, в действительности, из-за вращений шара, ускорение будет чуть меньше.

Школьники могут подумать, что ускорение получилось меньше из-за силы трения (качения). Опровергнуть эту гипотезу можно одновременно скатывая шар, сплошной и полый цилиндры.

Для решения этой задачи нужно ввести основное уравнение динамики вращательного движения, с помощью которого можно получить формулу для скатывания полого цилиндра [299]. Затем необходимо аналитически или с помощью численных методов рассчитать моменты инерции сплошного цилиндра и шара [299]. Подробно задача скатывания тел разобрана в [299].

При наличии времени можно дать школьникам историческую справку, что скатывание шара Галилеем по наклонной плоскости – это одни из первых количественных экспериментов в физике. Описывая их, один из историков науки Бергсон сказал, что физика сошла с небес на землю по наклонной плоскости Галилея.

Кроме наклонной плоскости имеет смысл рассмотреть следующие задачи, которые можно решить аналитически, экспериментально и с помощью компьютерного моделирования [299, 336, 353, 358]:

– машина Атвуда с массивным блоком;

– маятник Максвелла;

– физический маятник, закрепленный на оси;

– крутильные колебания, в т.ч. на трифилярном подвесе.

Таким образом, опираясь на изученный материал, можно предложить школьникам большой спектр **исследовательских работ**:

Приведем основные направления возможных исследований (конкретных тем можно придумать намного больше – это уже входит в компетенцию научных руководителей).

1. Увеличение числа маятников. Можно предложить школьникам рассчитать движения трех, четырех и более связанных маятников. Например, рассмотреть четыре связанных маятника – их можно запустить четырьмя способами, чтобы они колебались с одной частотой. Задача заключается в том, чтобы найти эти способы. Затем полученные расчеты можно будет проверить экспериментально. Можно также рассмотреть пять, шесть или больше связанных маятников, подобрать для них начальные условия, чтобы они совершали гармонические колебания с одной частотой, однако опыт показывает, что просто механическое усложнение задачи не вызывает интереса у школьников [299].

2. Исследование движения системы маятников с грузиками разных масс. Их нетрудно реализовать экспериментально – подвесить грузики разных масс. Интерес к таким колебаниям вызван тем, что он позволяет моделировать колебание атомов в молекулах. Для большей схожести с колебаниями атомов в молекуле, нужно рассмотреть колебания не математических, а связанных пружинных маятников, лежащих на столе без трения (рис. 3.25.)

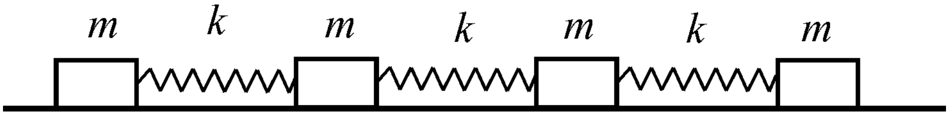


Рис. 3.25
Связанные пружинные маятники

3. Можно также рассмотреть вертикальные связанные маятники – несколько грузиков, висящих на пружинках, как показано на рис. 3.26.

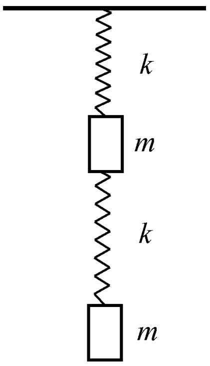


Рис. 3.26
Вертикальные связанные маятники

Их движение также сложно предугадать заранее. Однако эксперимент с ними затруднен, поскольку через некоторое время такая система начинает раскачиваться из стороны в сторону.

4. Увеличив число маятников до 10 и более, можно рассчитывать распространения колебаний. Для расчетов, придется использовать много столбцов электронных таблиц. И хотя столбцы можно копировать, такие задачи лучше решать с помощью языков программирования. Интересна эта задача тем, что таким образом можно моделировать процесс *распространения упругих волн*. Реальные упругие волны в струне и др. средах распространяются слишком быстро, чтобы за ними можно было уследить с помощью школьного оборудования. Система связанных маятников позволит наблюдать эти процессы в реальном времени [299].

Распространение волн предоставляет огромное число задач для исследования. Например, можно рассчитать [299]:

a) затухание при распространении колебаний – какая часть энергии дойдет от первого маятника до 10-го, т.е. нужно найти амплитуду колебания 10-го маятника, когда до него дойдет волна;

b) отражение от более плотной среды – например, сделать грузик у пятого маятника в два раза тяжелее или в 2 раза легче остальных, как это повлияет на амплитуду колебаний 10-го маятника;

c) условие возбуждения волны: если привести в движение не один маятник, а первые два, как это изменит амплитуду колебания 10-го маятника;

d) скорость распространения колебаний – как зависит скорость волны от массы грузиков и жесткости пружин (результаты можно сравнить с теоретической зависимостью скорости упругой волны от плотности среды и модуля Юнга);

e) можно исследовать условие возникновения и распространения одиночной волны – солитона.

Указанные выше задачи можно решить как для системы связанных маятников, так и для системы грузиков, соединенных пружинками на горизонтальном столе. Последнее более напоминает распространение волн в упругой среде: звуковых волн в стержне, сейсмических волн в земной коре и т.д. Кроме того, для большей реалистичности можно промоделировать затухание волн.

5. Исследование зависимости силы сопротивления воздуха от формы тела (здесь для школьников будет неожиданным резкое уменьшение силы сопротивления для тел каплевидной формы по сравнению с телами сферической формы, так же неожиданным будет то, что у тел каплевидной формы при падении острым концом вниз сила сопротивления будет больше, чем при падении тупым концом вниз [8, 396]);

– исследование баллистических траекторий (в том числе можно исследовать движение «крученных» мячей, где будет действовать дополнительная сила, которая в первом приближении может быть получена из уравнения Бернулли).

6. Исследование затухающих колебаний сложных маятников. Учет затухания сделает задачи более реалистичными и более точно описывающими экспериментальные данные;

7. Исследование затухающих колебаний связанных маятников и затухающих волн (для школьников окажется неожиданным, что если первые 99 связанных маятников колеблются без затухания, а 100-ый с затуханием, то волна отразится от этого маятника, а добиться отсутствие отраженной волны является сложной задачей, (ее важность очевидна для тех, кто хотел бы неза-

метно проплыть, не будучи обнаруженным вражескими сонарами);

8. Исследование зависимости силы сопротивления от свойств среды, например, вязкости глицерина от температуры, количества добавленной воды и др., вязкость можно измерять по времени падения шариков или путем увлечения неподвижного цилиндра, диска или пластины, подобно тому, как это делал Ньютон [8, 396];

9. Исследование ламинарных потоков, например, проверки формулы Пуазеля [8, 396];

10. Если школьники знакомы с законами динамики вращательного движения можно исследовать крутильные колебания, гироскопы и волчки [290, 303, 306, 307, 336, 349].

Разумеется, можно придумать еще множество задач, как на основе экспериментов, описанных в литературе [18, 37, 47, 78, 84, 90, 91, 111, 132, 231, 250, 251, 252, 276, 412, 413, 422, 456, 464, 469], так (что гораздо более ценно) и на основе собственных наблюдений школьника.

Олимпиадные задачи по небесной механике (8 – 9-ые классы)

Рассмотрим реализацию методической системы при обучении одаренных школьников 8-9-х классов, проявляющих особый интерес к астрономии. В этом случае с ними имеет смысл решать задачи небесной механики, в том числе олимпиадные задачи, которые им могут встретиться как на олимпиадах по физике, так и на олимпиадах по астрономии и физики космоса. Это могут быть задачи небесной механики, изучающей движение тел на основе закона всемирного тяготения.

Компьютерное моделирование движения небесных тел в Кеплеровском приближении

Если школьники еще не успели изучить закон всемирного тяготения Ньютона, то его приходится объяснять на пропедевтическом курсе. При его объяснении нужно акцентировать внимание школьников, что формульная запись закона применима к телам – материальным точкам или телам сферической формы [148, 428, 429, 465]. Кроме этого, нужно учесть, что задачи небесной механики обычно рассматриваются в следующих модельных предположениях (Кеплеровское приближение) [377]:

– Солнце и планеты считаются материальными точками, поскольку расстояние между ними много больше их размеров;

- масса Солнца много больше массы остальных планет, поэтому полагается, что планеты обращаются вокруг Солнца, а не вокруг центра масс солнечной системы;

– не учитывается взаимное притяжение планет.

При рассмотрении движения спутников вокруг Земли нужно сделать следующие модельные предположения:

– спутники полагаются материальными точками, а Земля считается идеальным шаром (что не очень точно, но учитывать ее приплюснутость у полюсов слишком сложно);

- масса Земли много больше массы спутников, поэтому можно считать, что спутники обращаются вокруг Земли, а не вокруг общего центра масс (что выполняется для всех искусственных спутников, но не для Луны [377]);

– пренебрегается влиянием Луны, других спутников и орбитальным движением тел вокруг Солнца.

Начинать решения задач небесной механики можно с вывода величины I космической скорости и III закона Кеплера для круговых орбит, как описано в [465].

Разобрав стандартные школьные задачи, связанные с законом всемирного тяготения, можно перейти к проблемным и частично-поисковым задачам (которые на уровне 8-9-х классов решаются только на компьютере):

– вывести три закона Кеплера из закона Всемирного тяготения (Приложение 19);

– вывести из закона Всемирного тяготения траектории движения небесных тел по гиперболическим и параболическим траекториям (Приложение 20);

– исследовать справедливость II закона Кеплера для гиперболических и параболических траекторий (Приложение 20);

– исследование справедливости закона сохранения энергии и получить значение II космической скоростей (Приложение 20)... и др.

Заметим, что движение небесных тел в Кеплеровсом приближении может быть рассчитано методами высшей математики, поэтому проведенные расчеты можно сравнить с литературными данными.

Кроме этого можно рассмотреть со школьниками задачу нахождения величины приливных сил, которую можно решить аналитически [296].

При сохранении у школьников устойчивого интереса к этим задачам им можно предложить указанные ниже темы для исследовательских работ (если к этому времени они еще не нашли темы).

Компьютерное моделирование на основе численных методов движения небесных тел с учетом их взаимного притяжения, возможные направления исследовательских работ

Согласно закону всемирного тяготения, небесные тела притягиваются не только к Солнцу, но и взаимодействуют друг с другом. В общем случае задача расчета движения трех и более взаимодействующих тел (так называемая «задача трех тел») не решается. Поэтому выполненные компьютерные расчеты нельзя будет проверить аналитически. Экспериментальная проверка также затруднена, поскольку астрономические наблюдения за небесными телами продолжаются многие годы. Тем не менее, можно предложить несколько интересных тем для исследования [296, 359, 363].

Следует заметить, что возможностей электронной таблицы может не хватить для достижения нужной точности и проводить предлагаемые ниже расчеты нужно с использованием языков программирования.

Первое направление исследования: влияние планет-гигантов на движение планет земной группы и астероидов.

В простейшем случае можно использовать следующие модельные предположения:

– масса Солнца много больше массы остальных планет, т.е. будем попрежнему считать, что планеты обращаются вокруг Солнца, а не вокруг общего центра масс;

– малые планеты (Венера, Земля, Марс) не оказывают влияние на движение планет-гигантов (Юпитер, Сатурн, Уран), причем для простоты планеты-гиганты движутся по окружностям.

Рассмотрим для начала движение трех тел: Солнца, Земли и самой большой планеты – Юпитера. Теперь на Землю действует не одна сила, а две – со стороны Солнца и со стороны Юпитера. Значит нужно записать закон всемирного тяготения в виде [8, 296, 396]:

$$m\vec{a} = \vec{F} = -G\frac{m_C m}{r^3}\vec{r} - G\frac{m_J m}{r_J^{\,3}}\vec{r}_J, \qquad (3.38)$$

где m_J – масса Юпитера, $\vec{r}$ – вектор, соединяющий Солнце и Землю, а $\vec{r}_J$ – Юпитер и Землю; расстояние от Земли до Юпитера равно $r_J = \sqrt{(x - x_J)^2 + (y - y_J)^2}$, где (x_J, y_J) – координаты Юпитера. Для большей точности нужно учесть, что Юпитер и Земля вращаются не в одной плоскости, а орбита Юпитера наклонена по отношению к орбите Земли на 1° 18' [10, 377]. Параметры Юпитера и его орбиты можно взять из [10, 377].

Второе направление исследования: задача устойчивости движения планет солнечной системы.

Солнечная система существует достаточно давно – миллиарды лет. Можно ли считать ее движение устойчивым, т.е. можно ли быть уверенным, что из-за взаимодействия планет не произойдет их изменение орбит, которое, в конечном счете, может привести к их столкновениям.

В связи с этим можно предложить следующие темы исследования [296].

1) Известно, что все планеты Солнечной системы лежат практически в одной плоскости. Вопрос, случайно ли так получилось? Оказывается, иначе не может быть. Существует гипотеза, что если взять Солнце, Юпитер, небольшую планету размером с Землю и запустить планету вращаться в другой плоскости, то она не сможет устойчиво вращаться. Под влиянием притяже-

ния Юпитера орбита планеты будет вытягиваться и ее судьба – упасть на Солнце. Возможно, такова судьба Плутона, который недавно разжаловали из планет в небольшое космическое тело. Плоскость орбиты Плутона наклонена к плоскости Земли на 17° 9'. И орбита Плутона – самая вытянутая, ее эксцентриситет равен 0,249 [10]. Можно предложить школьникам исследовать эту гипотезу в любых разумных модельных предположениях.

2) Существует экспериментальный закон, открытый в XVIII веке немецкими астрономами Тициусом и Боде [109]. Они предложили математическую закономерность расположения планет. Средний радиус орбиты планеты в зависимости от ее номера N определяется по закону: $R = 4+3\cdot 2^N$, причем радиус измеряется в 0,1 а.е. Правда, нумерация планет у Боде отличается от той, к которой мы привыкли.

Закон Тициуса-Боде до сих пор не нашел разумного объяснения. Некоторые астрономы считают, что это просто случайность. Другие считают, что планеты не могут располагаться как угодно. Во-первых, они должны быть расположены достаточно далеко друг от друга, чтобы их взаимное влияние было мало. Во-вторых, в их расположении должен быть определенный порядок, иначе за миллиарды лет даже небольшие возмущения орбит привели бы к сильным изменениям и даже к катастрофам. Существует гипотеза, что если бы планеты вращались по другим орбитам, чем определяет закон Тициуса-Боде, то их движение не было бы устойчивым.

В связи с этими рассуждениями можно предложить школьникам тему для исследования: рассмотреть систему, состоящую из Солнца и нескольких планет, или хотя бы из двух самых больших: Юпитера и Сатурна. Можно попробовать запустить малую планету по круговой орбите, и посмотреть, на любой ли орбите ее движение будет устойчивым. Наиболее интересна в этой связи область между Юпитером и Марсом – там, где находится пояс астероидов. Известно, что пояс астероидов состоит из нескольких узких поясов. Возможно, не любая орбита между Юпитером и Марсом является устойчивой [296].

Третье направление исследования: расчет возможности столкновения Земли с астероидом.

В настоящее время астрономы наблюдают за примерно 600 астероидами, орбиты которых лежат вблизи орбиты Земли. Их координаты можно найти на астрономических интернет-сайтах. Наиболее опасен астероид под названием «Апофис» (по имени египетского Демона – Змея) [316]. Этот небольшой астероид размером около 400 метров и массой около 50 млн. тонн был открыт в 2004 году. Период его обращения вокруг Солнца чуть меньше года, а плоскость его орбиты немного наклонена к плоскости орбиты Земли. Плохо то, что его орбита пересекает орбиту Земли. По расчетам астрономов в апреле 2029 г. Апофис пройдет от Земли всего в 40 тыс. км, что по астрономическим меркам очень близко. Это составляет всего 0,0003 а.е., это расстояние в 10 раз меньше, чем расстояние от Земли до Луны. Скорее всего, астероид будет виден невооруженным глазом. Точный расчет расстояния сближения произвести трудно, поскольку нужно учитывать взаимодействия с другими планетами. Кроме того, сложно предсказать, как изменится его орбита, после того как он пройдет так близко от Земли, и какое расстояние будет между астероидом и нами во время следующего сближения. Возникает вопрос, можно ли предотвратить столкновение астероида с Землей?

Можно предложить школьникам провести компьютерное моделирование на основе численных методов движение астероида (реального или придуманного), который может столкнуться с Землей и провести исследование, на сколько нужно изменить его орбиту, чтобы это столкновение не произошло. Школьники могут убедиться в том, что движение астероида неустойчиво. Изменив его орбиту на толщину бумажного листа за несколько десятков оборотов до столкновения, можно отвести астероид от Земли на безопасное расстояние. Чем раньше ученые узнают о существовании такого астероида, тем меньше нужно изменить его орбиту, чтобы избежать катастрофы. Координаты астероида Апофис и др. астероидов можно найти, например, на образовательном сайте *http://elementy.ru*. Разумеется, предложенные исследования не исчерпывают список возможных тем.

3.3.6. Реализация методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников на занятиях в стиле «занимательная физика», в физическом практикуме и при подготовке к ТЮФ

Во многих случаях пропедевтический курс нецелесообразно анонсировать как решение олимпиадных задач. Как уже указывалось выше, высокий уровень конвергентного мышления (который необходим для решения олимпиадных задач) не всегда коррелирует с высоким уровнем дивергентного мышления и поисковой активности. Многие школьники проявляют определенный интерес к изучению физики, не проявляя при этом успехов в решении олимпиадных задач.

Кроме того, нужно иметь в виду, что из-за краткости летних школ, в них просто нет возможности ни провести полноценную исследовательскую работу углубленного уровня (в лучшем случае такую работу можно начать), ни даже провести полноценного курса подготовки к олимпиадам.

Поэтому в летних школах (если они не были заявлены как целенаправленная подготовка к олимпиадам высокого уровня) и в кружках при вузах и образовательных центрах можно мотивационную составляющую пропедевтического курса анонсировать как занятия в стиле «занимательная физика».

В силу того, что продуктивные формы обучения предполагают активное участие школьников в обучении, то, составляя программу курса, нужно иметь в виду возможность ее корректировки в зависимости от интереса школьников. Курс занимательной физики не должен следовать обычному курсу школьной программы от кинематики до атомной физики и его разделы могут чередоваться с учетом интересов школьников. Обучаемые могут задавать вопросы, относящиеся к другим разделам физики, и обучающий должен сам оценить имеет ли смысл разобрать интересующую учеников проблему.

Начинать занятия в летней школе целесообразно с экспериментов, которые можно провести на открытом воздухе, например, с изучения баллистических траекторий, стреляя из игрушечного пистолетика и делая видеозапись. Затем нужно численно рассчитать баллистические траектории, как описано выше. Можно в качестве первого эксперимента взять математический маятник (посмотреть зависимости периода от угла отклонения).

При благоприятных обстоятельствах можно сделать фотографию радуги, потом, сделав тем же фотоаппаратом контрольный кадр, рассчитать угловые размеры колец радуги. После этого нужно численно рассчитать эти размеры, как описано в [359, 360].

Занятия в стиле «занимательная физика» могут проходить не только в летних школах, но и в кружках. Например, в Вечерней физической школе при физическом факультете МГУ (ВФШ) занятия для школьников 8-9 классов анонсируются как занятия «занимательная физика». Связано это с тем, что в ВФШ приходят школьники из разных школ, в том числе из тех, где по разным причинам не было физики или она преподавалась в сильно урезанном виде. При подготовке к олимпиадам разный уровень подготовленности школьников мешает, при занятиях в стиле «занимательная физика» начальный уровень конвергентного мышления школьников не имеет большого значения.

Занятия в ВФШ традиционно начинаются с кинематики, но затем изучаемые темы могут меняться в соответствии с интересами школьников. В последнее время в начале занятий всем школьникам предлагается придумать или выбрать из списка интересующие их темы и сделать по ней презентации на 15-20 кадров (примерно 10 мин доклада). Затем преподаватель определяет, какие темы вызвали наибольший интерес у аудитории, и корректирует план занятий.

Занятия физического практикума являются прекрасной возможностью для выбора темы исследовательской работы, поскольку экспериментальные задачи всегда дают пищу для размышлений, и в зависимости от выбора модели для расчета, могут стать как очень простыми, так и очень сложными. Реализация методической системы в этом случае зависит от возможностей практикума и отличается от подготовки к олимпиадам тем, что на теоретических занятиях целесообразно попытаться сначала решить задачу теоретически или численными методами на компьютере, а затем проверить на эксперименте. При работе в физическом практикуме имеет смысл сначала получить результат, а затем построить модель и рассчитать ее аналитически и с помощью компьютерного моделирования на основе численных методов.

Один из возможных способов реализации методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике – это подготовка к турниру юных физиков (ТЮФ). Сама подготовка к ТЮФ способствует развитию дивергентного мышления и поисковой активности. Однако решение задач ТЮФ отличается от проведения исследовательской работы углубленного уровня тем, что в задачах ТЮФ выпадает важная составляющая исследования – видение проблемы, поскольку условия задач дают организаторы. Кроме этого, в некоторых задачах ТЮФ предлагаются гипотезы и даются идеи проведения эксперимента. Поэтому задачи ТЮФ не является в чистом виде темами исследовательских работ углубленного уровня, но на их основе школьники могут захотеть выполнить самостоятельные исследования.

3.3.7. Дополнительные возможности реализации методической системы развития исследовательских способностей у одаренных школьников, знающих языки программирования

Рассмотрим дополнительные варианты реализации методической системы развития исследовательских способностей у школьников, знающих языки программирования. Умение программировать позволяет предложить школьникам больший круг частично-поисковых и исследовательских задач в зависимости от интересов школьников.

Если обучающий видит интерес обучаемых к проблемам оптимизации временных или пространственных характеристик систем, то он может индивидуально или малым группам школьников предложить частично-исследовательские задачи, требующие компьютерного моделирования на основе численных методов, например, исследование классической проблемы «брахистохронос» [49, 331, 334], определение форм мыльных пленок [343], поверхности водяной струи [342, 348, 355, 390], движение заряженных частиц в неоднородном магнитном поле [367], расчет гравитационного линзирования [228, 357].

Если обучающиеся проявляют интерес к статистической физике, то индивидуально или малым группам школьников (2–3 человека) можно предложить исследовательские задачи, связанные с нахождением статистических закономерностей в газе: распределение Максвелла-Больцмана, явлениями переноса, Броуновским движением [304, 323, 329, 330, 368, 370].

Если обучающиеся проявляют интерес к волновой оптике, то индивидуально или малым группам школьников можно предложить исследовательские задачи расчета на компьютере дифракционных картин от простейших объектов, как описано в Приложении 21 и в [312, 313, 335, 354, 369, 374].

Разумеется, возможны и другие направления исследовательских работ.

3.4. Средства реализации методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

3.4.1. Средства реализации алгоритмов компьютерного моделирования на основе численных методов

Реализация компьютерного моделирования с помощью языков программирования

Используемые численные методы могут быть реализованы на любом языке программирования. В общем виде алгоритм может быть представлен в виде схемы на рис. 3.27 [294, 295, 337, 347]. В цикле будет содержаться две формулы. Первая формула определяется условием решаемой задачи. Вторая формула определяется схемой Эйлера. Зная положение и скорость тела в момент времени t_n, мы находим новое положение тела в момент времени $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ по формуле:

$$x_{n+1} = x_n + \upsilon_n \Delta t . \qquad (3.39)$$

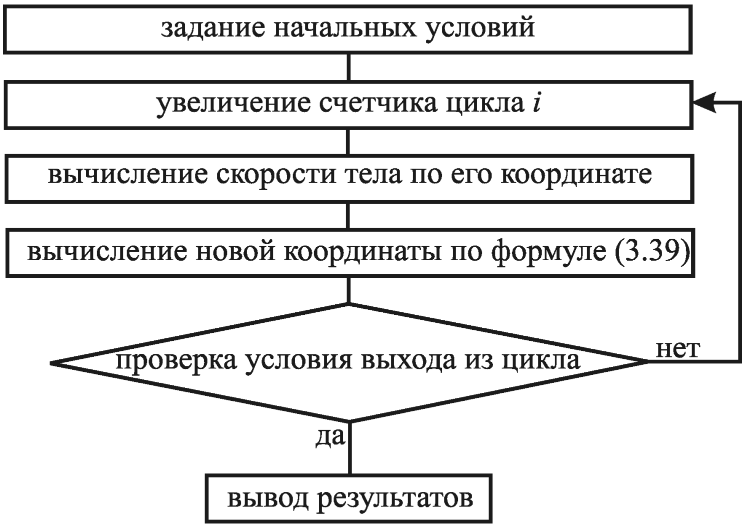


Рис. 3.27
Простейший вариант алгоритма схемы Эйлера

Цикл завершается проверкой условия выхода из цикла. Если цель не достигнута, то цикл повторяется. В противном случае выводится результат.

Условием выхода из цикла может быть:

– выполнение цикла определенное число раз (т.е. движение в течение определенного времени);

– достижение координаты x заданной величины;

– другие условия (в зависимости от задачи).

Рассмотрим для примера, как с помощью указанной схемы можно численно решить следующую задачу:

Задача

Найти путь, пройденный телом за 100 с, если скорость зависит от времени по квадратичному закону:

$$\upsilon = \beta t^2 ,$$

где β – постоянный коэффициент, равный 0,001 м/с^3.

Выше рассматривалось, как данную задачу можно решить аналитически. Алгоритм на рис. 3.27 может быть реализован для численного решения данной задачи в виде программы (подпрограммы) практически в любом языке программирования. В Приложении 22 приведены реализации алгоритма на языках *Basic, Pascal, Matlab* и *Mathcad*.

Реализация с помощью электронных таблиц компьютерного моделирования движения с известной зависимостью скорости от времени

Указанный алгоритм схемы Эйлера можно также реализовать с помощью электронной таблицы *MS Excel*, ее свободно распространяемого аналога *LibreOffice* и др. Электронные таблицы широко используются при решении физических задач [63, 86, 122, 123, 164, 188, 206, 310, 315, 317, 321, 333, 338, 339, 340, 344, 345, 362, 373, 376, 437]. Это вызвано следующими обстоятельствами:

– большинство школьников не знают языков программирования, электронные таблицы видели практически все;

– обучить школьника работать с электронной таблицей можно значительно быстрее, чем дать основы простейших языков программирования;

– электронные таблицы позволяют быстрее получить результат, что играет существенную роль при планировании времени урока – за урок должна быть полностью разобрана задача – образец, по образу и подобию которой, школьники смогут дома выполнить аналогичные задачи;

– электронные таблицы позволяют сразу же получить графики зависимости пути от времени, скорости от времени и т.д., написание процедур построения графиков на языках программирования требует времени.

Недостатком электронных таблиц можно считать сложность работы с большим числом строк, что ограничивает проверку сходимости решения. На языках программирования нет проблем выполнить циклы миллионы раз. Нужно обратить внимание школьников, что некоторые операторы по-разному записываются в англо- и русскоязычной версиях таблицы *MS Excel*.

При работе с электронными таблицами используется их свойство, что при копировании ячеек, их индексы возрастают. Например, если в ячейке B2 была формула: «= А2+1» (т.е. содержимое ячейки В2 равно числу в ячейке А2 плюс один), то при копировании этой формулы в ячейку В3, ее содержимое станет «= А3+1». При этом возрастание индекса можно отменить, если рядом с номером ячейки поставить символ «$», например, если в ячейке В2 была формула: «=А$2+1», то при копировании в ячейку В3 формула не изменится «= А$2+1».

Каждый столбец в таблице рассматривается как массив данных, т.е. как последовательность значений. Каждому шагу цикла по времени будет соответствовать строка.

Вернемся к задаче, условие которой приведено на с. 212. В ней нужно найти путь, пройденный телом. Для реализации алгоритма потребуется три столбца: для отчета времени, для вычисления скоростей и для вычисления пройденного пути.

При этом ученикам полезно напомнить, что вместе с величиной нужно указывать единицу измерения величины, однако в ячейки электронных таблиц нельзя занести размерность. Поэтому нужно производить все вычисления в одной системе единиц, лучше всего, в системе СИ, тогда не придется беспокоиться о размерности.

Конкретное размещение строк и столбцов в электронной таблице можно оставить на усмотрение школьников. Можно рекомендовать использовать первую строчку для наименования столбцов, в столбце А помещать значения времени, в В – скорости, а в С – пройденного пути.

Для реализации алгоритмов численных методов достаточно задать начальные значения и строку формул, которые в дальнейшем нужно будет копировать.

При составлении электронной таблицы полезно, чтобы школьники составляли в тетрадях таблицы, в которые они заносили как математические формулы, которые нужны для реализации алгоритма, так и эти же формулы, записанные в символах процессора электронных таблиц. Это поможет им в дальнейшем разбираться в созданных электронных таблицах.

Начальные значения времени, скорости и пути для рассматриваемой задачи равны нулю. Поэтому во вторую строчку нужно занести начальные значения: времени – A2 = 0, скорости – B2 = 0, пути – C2 = 0.

Для решения данной задачи – расчета пройденного пути нужно занести всего три формулы, приведенные в таблице 3.3. Интервал времени Δt в схеме Эйлера нужно выбрать много меньше времени движения, например, равным 0,01 с.

Таблица 3.3

Реализация схемы Эйлера для задачи с известной зависимостью скорости от времени

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+0,01	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=0,001*A3^2	$\upsilon_{n+1} = \beta \cdot t_n^{\ 2}$
C3	=C2+B2*0,01	$l_{n+1} = l_n + \upsilon_n \cdot \Delta t$

После того как формулы будут занесены в электронную таблицу, их нужно откопировать в нижележащие ячейки. На этом моменте стоит остановиться более детально, поскольку школьники часто ошибаются, пытаясь копировать формулы, используя операции вставки (Ctrl+V).

Для копирования нужно навести курсор на нижний правый угол ячейки *A*3, где стоит маленький черный квадратик. При этом курсор превращается в маленьких черный крестик. Далее нужно нажать левую кнопку мыши и, не отпуская ее, протянуть курсор вниз, пока он не достигнет нужной ячейки, в нашем случае, до 10002 строки. При этом в столбце A получится возрастающий ряд чисел от 0 до 100 с шагом 0,01. Проведя аналогичные действия для копирования формул из ячеек B3 и C3, можно в ячейке C10002 получить значение пути 333,283 (м).

Электронные таблицы позволяет заносить численные данные условия задачи в виде параметров. Если школьники (хотя бы часть группы) раньше не работали с электронными таблицами, то целесообразно на первом занятии ограничиться простейшим вариантом, а рассказать о больших возможностях электронных таблиц на последующих занятиях.

В нашем примере такими параметрами являются интервал времени Δt и значение переменной β.

Для задания этих переменных в качестве параметров нужно будет задействовать две ячейки в таблице, например, D2 для интервала времени и E2 для переменной β (в D1 и E1 можно занести наименования параметров).

Тогда формулы примут вид как в таблице 3.4.

Таблица 3.4

Формулы с возможностью изменения параметров

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+D$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=E$2*A3^2	$\upsilon_{n+1} = \beta \cdot t_n{}^2$
C3	=C2+B2*D$2	$l_{n+1} = l_n + \upsilon_n \cdot \Delta t$

Нужно обратить внимание школьников, что вид математических формул в правом столбце не изменился, т.е. сам алгоритм численных методов остался прежним, а изменилась лишь их реализация на языке процессора электронных таблиц. Появление символа «$» означает, что значение параметра не меняется при копировании формул в электронной таблице.

Рассмотрим пример электронной таблицы для расчета пути методом трапеций. В этом случае формулы примут вид как показано в таблице 3.5.

Таблица 3.5

Формулы для расчета пути методом трапеций

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+D$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=E$2*A3^2	$\upsilon_{n+1} = \beta \cdot t_n{}^2$
C3	=C2+0,5*(B2+B3)*D$2	$l_{n+1} = l_n + 0,5(\upsilon_n + \upsilon_{n+1})\Delta t$

Значение пути в ячейке C10002 получится равным 333,333 (м). Как указывалось выше, это же значение дает аналитическое решение.

Реализация с помощью электронных таблиц компьютерного моделирования движения с известной зависимостью скорости от координаты

Похожий вид имеют электронные таблицы, в которых можно реализовать схему Эйлера при известной зависимости скорости от координаты. Рассмотрим составление такой таблицы на примере рассмотренной выше задачи о движении муравья (задача № 1.21 из [117], формулировка изменена).

Когда муравей находился в точке *A* (рис. 3.7) на расстоянии $l_A = 1$ м от муравейника, то он заметил, что муравейник начал закрываться на ночь. Он тут же поспешил вернуться по прямой линии к муравейнику. При этом на некотором отрезке *AB* его скорость менялась по закону $\upsilon = C / l$, где l – расстояние до муравейника, а *C* – постоянная величина, равная 0,1 (м^2/с). Определите, за какое время муравей добежит до точки *B*, находящейся от муравейника на расстоянии $l_B = 0{,}5$ м.

Для компьютерного моделирования на основе численных методов с помощью электронной таблицы понадобится три столбца для данных: A – время, B – скорость и C – расстояние до муравейника.

Занесем начальные значения: времени – A2 = 0, скорости – B2 = 0, расстояния – C2 = 1. Занесем значение интервала времени D2 = 0,1, и значение коэффициента C – E2 = 0,001 (м^2/с). Далее нужно изменить занести для вычисления скорости, как показано в таблице 3.6.

Таблица 3.6.

Формулы для движения муравья

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+D$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=E$2/C3	$\upsilon_{n+1} = C / l_{n+1}$
C3	=C2-B2*D$2	$l_{n+1} = l_n - \upsilon_n \cdot \Delta t$

Возникает вопрос, до какой строки копировать формулы, поскольку время движения неизвестно, его как раз и нужно найти. Копировать нужно до тех пор, пока значение расстояния до муравейника не станет равным 0,5.

Здесь нужно обратить внимание учеников, что численные методы приближенные, поэтому значение пути ни в какой ячейке не будет *точно* равно 0,5 (м). Действительно, из таблицы видно, что в 3752 строке расстояние равно 0,500069 м, а в 3753 строке расстояние уже меньше 0,5 м – 0,499869 м. Что же принять за время движения муравья?

Ответом на этот вопрос является то, что мы можем получить ответ с точностью не лучше, чем значение Δt. Таким образом, мы можем принять в качестве ответа 375 с или 375,1 с с точностью 0,1 с. Полученный ответ совпадает с аналитическим ответом в [295, 359].

Реализация с помощью электронных таблиц компьютерного моделирования двумерного движения

При компьютерном моделировании двумерного движения в электронных таблицах приходится задействовать больше столбцов, поскольку нужно рассчитывать координаты x и y, проекции скорости на оси x и y (в общем случае проекции ускорений на оси x и y). Рассмотрим составление такой таблицы на примере рассмотренной выше задачи о движении двух машин на перекрестке (задача №1.188 из [427], с изменениями).

К перекрестку по двум взаимно перпендикулярным дорогам подъезжают две машины (рис. 3.8). Скорость первой машины υ_1= 15 м/с, скорость второй – υ_2= 20 м/с. В некоторый момент времени обеим машинам оставалось проехать до перекрестка одинаковые расстояния d = 1000 м. Найти наименьшее расстояние между машинами.

Для компьютерного моделирования на основе численных методов нужно занести в электронную таблицу координаты машин. Поскольку движение машин равномерное, то нам незачем прибегать к схеме Эйлера – мы можем вычислять координаты машин по формуле для равномерного движения. Для решения задачи нам потребуется четыре столбца для данных: A – время, B – координата I-ой машины, C – координата II-ой машины, D – расстояние между машинами.

Занесем начальные значения: времени – A2 = 0, координаты I-ой машины – B2 = 1000, координаты II-ой машины – C2 = 1000. Выберем интервал времени Δt равным 0,1 с. Занесем в таблицу формулы, как показано в таблице 3.7.

Формулы записаны для англоязычной версии *MS Excel,* в русскоязычной версии *MS Excel* вместо «SQRT» нужно записать «КОРЕНЬ». Если школьники знают, что квадратный корень числа – это возведение его в степень «1/2», то формулу в D2 можно записать, как показано в таблице 3.8.

Таблица 3.7.

Формулы для расчета движения машин на перекрестке

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+0,1	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2-15*0,1	$x_{n+1} = x_n - \upsilon_1 \Delta t$
C3	=C2-20*0,1	$y_{n+1} = y_n - \upsilon_2 \Delta t$
D2	=SQRT(B2^2+C2^2)	$l_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$

Таблица 3.8.

Формула для вычисления квадратного корня

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
D2	=(B2^2+C2^2)^0,5	$l_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$

Если школьники не изучали еще квадратных корней, то можно искать не минимальное расстояние, а квадрат минимального расстояния между машинами. В этом случае в ячейку D2 можно занести формулу, указанную в таблице 3.9.

Таблица 3.9.

Формула для вычисления квадрата расстояния между машинами

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
D2	=B2^2+C2^2	$l_n^2 = x_n^2 + y_n^2$

Копировать формулы нужно не далее 700-й строки. К этому времени уже обе машины проедут перекресток.

Анализ получившихся расчетов показывает, что минимальное расстояние между машинами достигается в 562 строке (что соответствует 56 с движения) и составляет 200 м, что на 20% меньше указанного выше «очевидного» решения. Можно обратить внимание школьников на «симметричность» расстояния между машинами относительно этого момента времени: значения в ячейках 561 и 563, 560 и 564, 559 и 565 попарно равны между собой. Полезно построить график зависимости квадрата расстояния между машинами от времени и убедиться, что он напоминает параболу, что может послужить подсказкой для разобранного выше аналитического решения.

Реализация с помощью электронных таблиц алгоритмов расчета центра тяжести (центра масс) плоских фигур

Электронные таблицы позволяют реализовывать не только схему Эйлера, но и позволяют решать задачи на нахождение центра тяжести (центра масс). Рассмотрим для примера реализацию алгоритма расчета центра тяжести полукруга и фигуры, ограниченной параболой.

Центр тяжести полукруга

Рассмотрим полукруг радиуса *R* (рис. 3.28). Пусть он вырезан из бумаги толщиной *b* плотности ρ. Разобьем его на большое число *N* полосок шириной Δx. Ввиду их малости, полоски можно приближенно считать прямоугольниками. Длина *i*–ой полоски равна:

$$l_i = 2\sqrt{R^2 - x_i^{\,2}}\,.$$

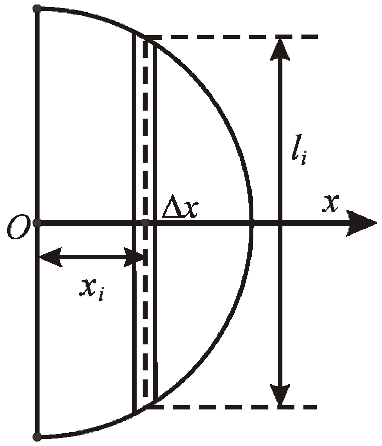


Рис. 3.28. Нахождение центра тяжести полукруга

Масса *i*-ой полоски равна: $m_i = \rho b l_i\,\Delta x$. Координата x_0 центра масс равна:

$$x_0 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} m_i x_i}{m} = \frac{\rho b\,\Delta x \sum\limits_{i=1}^{N} l_i x_i}{\rho b \pi R^2/2} = \frac{4\Delta x \sum\limits_{i=1}^{N} x_i\sqrt{R^2 - x_i^{\,2}}}{\pi R^2}. \qquad (3.40)$$

Посчитаем сумму $\sum\limits_{i=1}^{N} x_i\sqrt{R^2 - x_i^{\,2}}$ с помощью электронной таблицы.

Будем заносить в первую строчку название переменной, а во вторую – ее значение. В А2 занесем радиус R = 1 (м), в В2 – N = 100, в С2 – величину Δx. Ее можно не считать «вручную», а занести в С2 формулу: «=А2/В2».

В столбец D будем заносить значения x_i, а в Е – значения $x_i\sqrt{R^2 - x_i^2}$. Для этого потребуются формулы, как показано в таблице 3.10.

Таблица 3.10.

Формулы для расчета центра масс полукруга

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
С2	=A2/B2	$\Delta x = R / N$
D2	=C2/2	$x_1 = \Delta x / 2$
D3	=D2+C$2	$x_{i+1} = x_i + \Delta x$
E2	=D2*(A$2^2-D2^2)^0,5	$x_i\sqrt{R^2 - x_i^2}$
E1	=СУММ(E2:E101)	$\sum_{i=1}^{100} x_i\sqrt{R^2 - x_i^2}$
F2	=4*C2*E1/A2^2	$4\,\Delta x \sum_{i=1}^{100} x_i\sqrt{R^2 - x_i^2} \,/\, R^2$
G2	=F2/3,14159	$x_0 = 4\,\Delta x \sum_{i=1}^{100} x_i\sqrt{R^2 - x_i^2} \,/\, \pi R^2$

Осталось откопировать формулы из D3 и Е2 в нижележащие ячейки до 101 строки.

В Е1 будет рассчитанная сумма – 33,34233... В ячейке F2 получится значение 1,333693. Заметим, что аналитическое решение дает величину 4/3 [299, 359]. Окончательный ответ считаем из ячейки G2: центр тяжести находится на расстоянии 0,4245 (м) от центра полуокружности, что совпадает с аналитическим решением: $4R/3\pi$ [41]. Полученные расчеты полезно проверить на сходимость [359].

Центр тяжести фигуры, ограниченной параболой

Эта задача решается в 2 этапа. Вначале нужно найти площадь фигуры, ограниченной участком параболы и горизонтальной секущей (рис. 3.29).

Пусть парабола задана функцией $y = Ax^2$. Обозначим толщину листа, из которого вырезана фигура – b. Пусть фигура ограничена по оси x значениями x_M и $-x_M$, а по оси y величиной $h = Ax_M{}^2$. Поскольку фигура симметрична, рассчитаем площадь ее правой половины. Разобьем ее на N полосок толщиной $\Delta x = x_M / N$. В силу малости Δx будем считать полоски прямоугольниками.

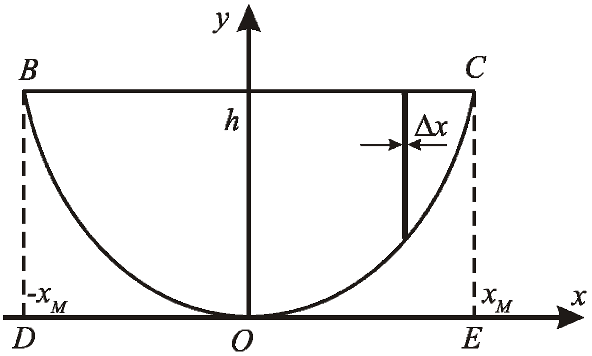


Рис. 3.29.
Нахождение центра тяжести фигуры, ограниченной параболой

Длина i-ой полоски равна: $l_i = h - Ax_i{}^2 = Ax_M{}^2 - Ax_i{}^2$, а ее площадь:

$$S_i = \Delta x\, l_i = \Delta x\, A(x_M{}^2 - x_i{}^2).$$

Рассчитаем сумму S_i, используя электронную таблицу. Занесем в A2 параметр A = 1 (м$^{-1}$), в B2 – x_M = 1 (м), в C2 – N = 100, в D2 – величину Δx. Занесем формулы, как показано в таблице 3.11.

Таблица 3.11.
Формулы для расчета площади фигуры, ограниченной параболой

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
D2	=B2/C2	$\Delta x = x_M / N$
E2	=D2/2	$x_1 = \Delta x / 2$
E3	=E2+D$2	$x_{i+1} = x_i + \Delta x$
F2	=D$2*A$2*(B$2^2-E2^2)	$\Delta x\, A\left(x_M{}^2 - x_i{}^2\right)$
F1	=СУММ(F2:F101)	$\Delta x\, A \sum_{i=1}^{100}\left(x_M{}^2 - x_i{}^2\right)$

Откопируем формулы из E3 и F2 в нижележащие ячейки до 101 строки. В ячейке F1 будет рассчитанная сумма – 0,666675... Теоретическое значение – 2/3 [299, 359]. Увеличивая число строк, можно убедиться, что численное решение стремится к теоретическому.

Второй шаг – вычисление центра тяжести. Из соображения симметрии он лежит на оси y. Координата центра масс каждой полоски равна:

$$y_i = (h + Ax_i^2)/2 = A(x_M{}^2 + x_i^2)/2 .$$

Центр тяжести правой половины фигуры будет иметь координату:

$$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i m_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\rho b \sum_{i=1}^{N} y_i S_i}{\rho b \sum_{i=1}^{N} S_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i S_i}{\sum_{i=1}^{N} S_i} .$$

Для расчета суммы $y_i S_i$ воспользуемся уже составленной таблицей, добавив туда формулы, как показано в таблице 3.12.

Таблица 3.12

Формулы для расчета центра тяжести фигуры, ограниченной параболой

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
G2	=F2*A$2*(B$2^2+E2^2)/2	$S_i y_i = S_i\ A\left(x_M{}^2 + x_i^2\right)/2$
G1	=СУММ(G2:G101)	$\sum_{i=1}^{100} S_i y_i$
H2	=G1/F1	$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i S_i}{\sum_{i=1}^{N} S_i}$

После копирования формул до 101 строки в ячейке G1 появится число 0,400083.., а в H2 – 0,60005... Теоретические значения равны 0,4 и 0,6, соответственно [299, 359]. Проверяя решение на сходимость (увеличивая *N*), можно убедиться, что значения, полученные численными методами, стремятся к теоретическим [299, 351, 361, 372].

Реализация с помощью электронных таблиц компьютерного моделирования явлений гало и радуги

Электронные таблицы позволяют реализовывать находить экстремумы функций и корни сложных уравнений, включая трансцендентные. Рассмотрим эту возможность на примере исследования прохождения лучей через призму и сферу, что позволяет объяснять явления гало и радуги.

Выше мы рассматривали прохождение луча в призме (рис. 3.10) и получили, что угол отклонения лучей равен (формула (3.23)) $\theta = \alpha - \beta + \delta - \gamma$, причем угол при вершине призмы равен $\varphi = \beta + \gamma$. Используя закон Снеллиуса, вычислим с помощью электронной таблицы зависимость угла отклонения от угла падения.

Следует обратить внимание школьников, что тригонометрические функции в электронных таблицах (и в языках программирования) вычисляются в радианах. Однако, чтобы полученные результаты были нагляднее, можно также выразить углы в более привычных для школьников градусах.

В первую строку занесем названия переменных. Далее будем заносить в столбцы величины, как показано в таблице 3.13.

Таблица 3.13

Составление таблицы для расчета отклонения луча в призме

Столбец	Величина	Столбец	Величина	Столбец	Величина
A	α (градусы)	B	α (радианы)	C	SIN(α)
D	SIN(β)	E	β (радианы)	F	β (градусы)
G	γ (градусы)	H	γ (радианы)	I	SIN(γ)
J	SIN(δ)	K	δ (радианы)	L	δ (градусы)
M	θ (градусы)				

Для определенности примем: φ = 60°, n = 1,5. Занесем значения угла φ и показателя преломления n в ячейки: O2 и P2, соответственно. Будем варьировать угол падения α от 0° (ячейка A2) до 90° с шагом 0,01°.

Занесем в ячейки формулы, как показано в таблице 3.14.

Затем откопируем их до 9000 строки и получим график зависимости θ от угла падения α, приведенный выше на рис. 3.11 (слева). Зависимость θ от угла преломления β имеет вид, приведенный выше на рис. 3.11 (справа).

Задав малый угол φ, можно убедиться (рис. 3.30), что при малых углах α угол отклонения θ практически не зависит от α и равен: $\theta = (n-1)\varphi$, что полностью соответствует теоретическим расчетам [467].

Таблица 3.14

Формулы для расчета отклонения луча в призме

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+0,01	$\alpha_{i+1} = \alpha_i + 0,01$
B2	=A2*3,14159265359/180	α_i(рад)= α_i(град)·π/180
C2	=SIN(B2)	$\sin\alpha_i$
D2	=C2/P$2	$\sin\beta_i = \sin\alpha_i / n$
E2	=ASIN(D2)	$\beta_i = \arcsin(\sin\beta_i)$
F2	=E2/3,14159265359*180	β_i(град) = β_i(рад) /π ·180
G2	=O$2-F2	$\gamma_i = \varphi - \beta_i$
H2	=G2*3,14159265359/180	γ_i(рад)= γ_i(град)·π/180
I2	=SIN(H2)	$\sin\gamma_i$
J2	=I2*P$2	$\sin\delta_i = n\cdot\sin\gamma_i$
K2	=ASIN(J2)	$\delta_i = \arcsin(\sin\delta_i)$
L2	=K2/3,14159265359*180	δ_i(град) = δ_i(рад) /π ·180
M2	=A2-F2-G2+L2	$\theta = \alpha - \beta + \delta - \gamma$

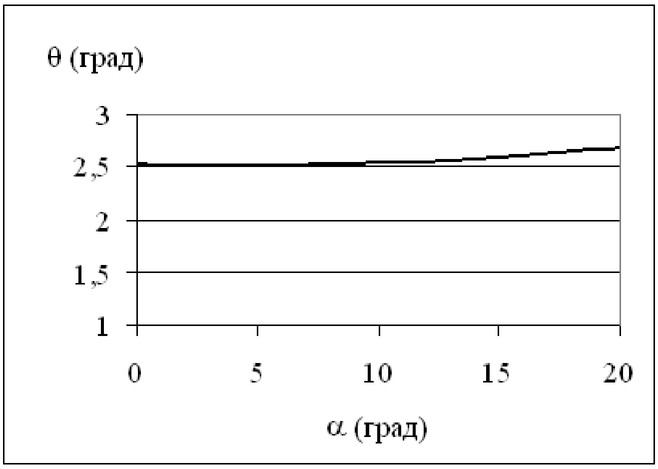


Рис. 3.30

Зависимость угла отклонения θ от угла падения α,

угол при вершине φ = 5°, n = 1,5

Компьютерное моделирование радуги

В электронной таблице можно построить зависимость угла отклонения луча в водяной капле θ от угла падения α для I и II радуг, используя полученные выше формулы (3.26) – (3.29).

Составим электронную таблицу, как показано в таблице 3.15.

Таблица 3.15

Составление таблицы для расчета отклонения луча в сфере

Столбец	Величина	Столбец	Величина	Столбец	Величина
A	α (градусы)	B	α (радианы)	C	SIN(α)
D	SIN(β)	E	β (радианы)	F	β (градусы)
G	θ_1 (градусы)	H	θ_2 (градусы)		

Занесем значение показателя преломления n = 1,33 в ячейку I2. Занесем в ячейки формулы, как показано в таблице 3.16.

Таблица 3.16

Формулы для расчета отклонения луча в сфере

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+0,01	$\alpha_{i+1} = \alpha_i + 0,01$
B2	=A2*3,14159265359/180	α_i(рад) = α_i(град)$\cdot\pi/180$
C2	=SIN(B2)	$\sin\alpha_i$
D2	=C2/I$2	$\sin\beta_i = \sin\alpha_i / n$
E2	=ASIN(D2)	$\beta_i = \arcsin(\sin\beta_i)$
F2	=E2/3,14159265359*180	β_i(град) = β_i(рад)$/\pi \cdot 180$
G2	=4*F2-2*A2	$\theta_1 = 4\beta - 2\alpha$
H2	=180-6*F2+2*A2	$\theta_2 = 180° - 6\beta + 2\alpha$

Откопировав формулы, можно получить графики, приведенные выше на рис. 3.13. Полученные результаты соответствуют литературным данным [412, 413].

Система электронных таблиц для реализации алгоритмов расчетов при компьютерном моделировании на основе численных методов

Приведенные выше простейшие электронные таблицы демонстрируют возможность их использования для реализации алгоритмов расчетов при компьютерном моделировании на основе численных методов. В Приложениях 7 – 21 приведены еще примеры заполнения электронных таблиц для решения ряда задач по механике и оптике:

- компьютерное моделирование преследования при движении цели по прямой (Приложение 7);

- компьютерное моделирование преследования при движении цели по кругу (Приложение 8);
- компьютерное моделирование преследования с несколькими участниками (Приложение 9);
- компьютерное моделирование падения тел с учетом сопротивления воздуха (Приложение 10);
- компьютерное моделирование баллистических траекторий (Приложение 12);
- компьютерное моделирование движения лодки в вязкой среде (Приложение 13);
- компьютерное моделирование колебаний математического и пружинного маятников (Приложение 14);
- компьютерное моделирование сложного пружинного маятника (Приложение 15);
- компьютерное моделирование двойного маятника (Приложение 16);
- компьютерное моделирование связанных маятников (Приложение 17);
- компьютерное моделирование затухающих колебаний (Приложение 18);
- компьютерное моделирование движения небесных тел в Кеплеровском приближении (Приложение 19);
- компьютерное моделирование движения небесных тел по параболическим и гиперболическим траекториям (Приложение 20);
- компьютерные расчеты дифракционных картин от простейших объектов (Приложение 21).

3.4.2. Средства реализации экспериментов на основе цифровых фото– и видеокамер

Хотя во многих описанных ниже экспериментах вместо фото- или видеокамер можно было применить другие инструменты (стробоскоп, электронный секундомер со световыми воротами или герконовыми датчиками и т.п.), использование (фото-) видеокамер имеет определенные преимущества: [294, 300, 301, 314, 319, 332, 341, 342, 343, 360, 368]:

- доступность – сегодня сложно найти удаленный город, где нельзя было бы приобрести цифровую фотокамеру;
- простота в использовании – вряд ли можно найти школьника, который не умел бы фотографировать, описанным ниже «маленьким хитростям» может овладеть каждый;
- универсальность – нет необходимости приобретать фотокамеру специально для проведения исследовательской работы, можно использовать имеющуюся технику;
- взаимозаменяемость – описанные в литературе эксперименты можно воспроизвести с помощью другой фотокамеры такого же класса;
- компактность – фото– и видеотехника не занимает много места, она может использована в походе и условиях летней школы;
- простота в подготовке – хотя в большинстве фото– и видео сессиях требуются дополнительные источники освещения, подготовка к фото- или видео съемке в описанных ниже экспериментах не занимает много времени;
- возможность компьютерной обработки данных – полученные в цифровых камерах данные можно быстро перенести на компьютер;
- высокая точность измерений;
- наглядность – возможность использовать полученные фотографии или видеоролики в качестве иллюстративного материала на уроке, в презентации на конференции и т.п.

К недостаткам фото– или видеокамер можно отнести их хрупкость. При неаккуратном обращении или падении на пол они выходят из строя, что затрудняет их использование при выполнении фронтальных лабораторных работ, когда учитель не может уследить за правильностью эксплуатации всех камер. Видимо это и является основной причиной, почему они не получили широкого распространения в школе.

Фото- и видеотехника может быть использована при следующих направлениях исследований:

– исследование динамики протекания процессов, особенно она полезна, когда исследуются очень быстрые (доли секунды и короче) или очень медленные (часы или дни) процессы;

– исследование формы и распределения цвета на объекте, особенно в случае очень мелких, очень крупных или неустойчивых объектов.

Рассмотрим особенности использования фото- и видеотехники при выполнении задачи регистрации движения.

В зависимости от задачи можно использовать следующие схемы работы.

1. Режим однократной съемки – может быть реализован практически с любым фотоаппаратом и большинством видеокамер, однако в большинстве видеокамер размер изображения меньше, чем у фотоаппаратов. Желательно, чтобы фотоаппарат имел ручную установку времени экспозиции для уменьшения размытости кадра при съемке быстро движущихся объектов.

2. Режим серийной съемки – реализован в большинстве цифровых фотоаппаратов. Желательно, чтобы также можно было вручную устанавливать время экспозиции кадров.

3. Режим видеозаписи – реализован во всех видеокамерах и в большинстве цифровых фотоаппаратов. Фотоаппарат создает видеофайл типа «avi» («mov» и т.п.), который нужно перенести на компьютер для дальнейшей обработки. Видеокамера также позволяет перенести записанный видеоролик на компьютер по цифровому каналу. Видеофайл можно преобразовать в последовательность графических файлов с помощью программ видеообработки Adobe Premiere, Movie Maker и др. [54, 142, 233, 294, 298, 360]. При съемке движущихся объектов возникает «смазывание» изображения, поэтому следует выбирать соответствующий режим съемки движущихся объектов, который есть в большинстве видеокамер, обычно он называется «спорт». В этом режиме

время экспозиции кадра уменьшено, поэтому получается лишь незначительное размытие изображения [294, 360].

Каждый режим работы имеет свои преимущества. Наиболее удобен режим серийной съемки, поскольку сразу создает серию графических файлов. Однако большинство фотоаппаратов не позволяют снимать достаточно быстро и достаточно долго, поэтому этот режим нельзя использовать, если нужно зафиксировать очень быстрый или, наоборот, очень долгий процесс. Ограничения по времени сильно варьируют от конкретной модели фотоаппарата или видеокамеры.

Видеосъемка позволяет проводить длительное наблюдение за динамикой процесса, однако если нельзя регулировать время затвора, то получаются не очень четкие кадры.

Однократная съемка имеет то преимущество, что существует в каждом фотоаппарате и позволяет получать четкие кадры высокого разрешения. Как мы увидим ниже, в некоторых случаях полезно при наличии нескольких фотоаппаратов или видеокамер комбинировать разные виды съемки [294, 360].

Определение погрешности измерений

Остановимся подробнее на точности измерений.

Частота кадров в фотоаппарате (режим «видео») и в камере выдерживается с высокой точностью, иначе видеоролик при просмотре на телевизоре начал бы «плыть». Будем считать, что неточности, связанные с измерением времени видеокамерой, намного меньше остальных приборных погрешностей.

Сложнее определить промежутки между кадрами при серийной съемке. Обычно в инструкции по эксплуатации фотоаппарата приводятся лишь примерные значения частоты следования кадров. Поэтому необходимо провести калибровку, произведя съемку цифрового секундомера с отчетом десятых долей секунды. Сделав серию кадров, можно построить график зависимости показаний секундомера от номера кадра. Проведя несколько съемок можно определить частоту следования кадров и стабильность работы фотоаппарата.

Координаты тела измеряются по оцифрованному кадру видеокамеры или фотоаппарата. Проще всего это делать в графических редакторах (Paint-Brush, Photoshop и т.п.), где указываются текущие координаты курсора. Для большей точности курсор лучше подводить не к центру тела (шарика), который не всегда можно точно определить, а к верхнему или нижнему краю тела. В некоторых программах можно сделать курсор, напоминающий размером и формой наблюдаемый объект, Координаты объекта определяются по положению курсора, когда он максимально точно совпадает с объектом [294, 360].

Для того чтобы перевести размеры изображения в метры, надо определить с помощью курсора координаты любого изображения с известными размерами на том же кадре (например, меток на линейке). При этом нужно иметь в виду, что масштаб по горизонтали и по вертикали может несколько различаться. Использование широкоугольного объектива приводит к некоторому искажению размеров (масштаб в верхней части кадра может быть чуть мельче, чем в центре), что требуется учесть для более точного определения координат шарика [288, 294, 360].

Точность измерений координат определяется разрешающей способностью видеокамеры. С учетом того, что изображение объекта обычно немного «смазано», относительная точность определения координаты редко бывает лучше 1% от размера кадра.

Таким образом, абсолютная точность измерения координаты тела зависит от того, насколько большой участок пути мы хотим зафиксировать. Чем больший отрезок пути должен поместиться в кадре, тем меньше точность определения координат тела.

По двум последовательным кадрам можно измерить скорость движущегося тела. Для этого следует измерить путь ΔL, который оно проходит между двумя кадрами. Затем скорость движения тела вычисляется по формуле $\upsilon=\Delta L/T$, где T – время между двумя последовательными кадрами (см. рис. 3.31) [294, 360].

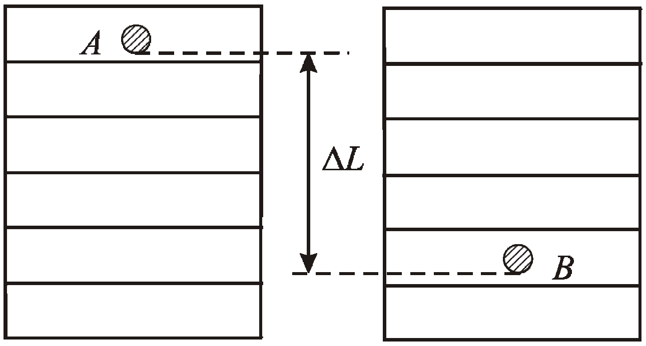


Рис. 3.31
Пояснение к определению скорости тела с помощью видеокамеры:
A и *B* – положения тела на двух последовательных кадрах

Следует иметь в виду, что таким способом мы измеряем не мгновенную, а среднюю скорость. Действительно, средняя скорость – это отношение перемещения тела ко времени Δt, за которое это перемещение произошло. Мгновенная скорость – это предел, к которому стремится средняя скорость при интервале Δt, стремящемся к 0. Но устремить Δt к 0 можно только теоретически. На практике мы ограничены частотой кадров видеокамеры и измеряем *среднюю* скорость, пусть за малые, но не за бесконечно малые промежутки времени.

Измеряя изменение скорости между тремя последовательными кадрами, можно вычислить также и ускорение. Однако, поскольку за малые промежутки времени скорость меняется мало, то ускорение будет измерено не очень точно [294, 360].

Для большей точности определения координат нужно учесть явления параллакса как указано в [294, 298, 350].

Заметим, что иногда экспериментальную исследовательскую работу углубленного уровня можно провести и без компьютерного моделирования. Например, можно подвести школьников к вопросу – как зависит сила сопротивления воздуха от скорости тела: пропорционально скорости, квадрату скорости или как-то еще? Ответ на этот вопрос сложен для школьников, поскольку теме вязкого трения (сопротивления воздуха) обычно в школе уделяется мало внимания. Во многих учебниках есть лишь утверждение, что при малых скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости тела, а при больших – квадрату, но при этом ничего не говорится о том какие скорости считать малыми. Поэтому определение характера зависимости силы сопротивления от скорости может стать темой работы углубленного уровня. Для ее проведения достаточно иметь цифровой фотоаппарат и детский шарик, наполненный гелием.

Указанную исследовательскую работу можно провести со школьниками 7-го класса (после изучения закона Архимеда). Работа позволяет наглядно продемонстрировать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости тела даже при скоростях порядка нескольких сантиметров в секунду [302]. Подробнее проведение работы описано в [294, 298, 360].

Используя цифровой фотоаппарат, детский пистолетик, набор грузов и др. несложное оборудование можно определить силу сопротивления воздуха и измерить коэффициенты лобового сопротивления, исследовать баллистические траектории, затухающие колебания математического маятника и др. задачи [294, 298, 350].

Цифровой фотоаппарат может использоваться также для проведения экспериментов с очень большими объектами, например, для измерения угловых размеров колец гало или радуги [364], очень маленькими объектами, например, дифракционными картинами [324], а также с нестабильными объектами, например, мыльными пленками [343] или поверхностью движущейся жидкости [342]. В этом случае используется режим одиночной (а не серийной съемки), для нестабильных объектов приходится использовать малые времена экспозиции.

Возможные направления исследовательских работ углубленного уровня с использованием фото– и видеокамер

Как уже обсуждалось выше, для проведения исследовательских работ углубленного уровня недостаточно только провести эксперимент или только сделать численные расчеты. Работа должна включать как планирование, так и проведение и анализ экспериментов, т.е. рассматриваться в системе экспериментальных и численных подходов к исследованию проблем. Поэтому использование цифровой фото– (видео) техники или иного экспериментального оборудования может стать прекрасным дополнением при решении ряда из указанных выше проблем механики, оптики и молекулярной физики, которые обсуждались при описании возможностей компьютерного моделирования на основе численных методов. Цифровая фото– (видео) техника может быть использована при исследовательских работах по следующим направлениям:

– динамика, вертикальное движение тел в вязкой жидкости, ламинарное обтекание, в т.ч. исследование зависимости вязкости от температуры;

– динамика, вертикальное движение тел с учетом силы сопротивления воздуха, в т. ч. исследование зависимости силы сопротивления от формы тела;

– динамика, движение тел, брошенных под углом к горизонту, с учетом силы сопротивления воздуха (баллистические траектории);

– динамика, негармонические колебания математических маятников;

– динамика, колебания двух и более связанных маятников, в том числе с грузиками разных масс;

– динамика, сложные колебательные системы;

– динамика, затухающие колебания в воздухе и др. вязких средах;

– динамика вращательного движения, скатывание тел по наклонной плоскости (задача Галилея);

– динамика вращательного движения, движение гироскопов, волчков, кельтских камней и др.;

– динамика вращательного движения, движение по поверхностям заданной формы (задача «брахистохронос»);

– динамика вращательного движения, колебания физических маятников, в т.ч. негармонические;

– динамика вращательного движения, крутильные маятники, в т.ч. маятник Максвелла;

– молекулярная физика, формы мыльных пленок (статическая задача);

– молекулярная физика, формы поверхности капель воды и водяных струй (динамическая задача);

– геометрическая оптика, преломление света в сферических (цилиндрических) телах, исследование радуги (статическая задача);

– геометрическая оптика, преломление света в призмах и др. фигурах, исследование гало (статическая задача);

– волновая оптика, наблюдение дифракционных картин от простейших объектов (статическая задача).

Представленные направления не исчерпывают всех возможностей использования цифровой фото– (видео) техники для проведения исследовательских работ углубленного уровня, а представляет собой наиболее интересные проблемы, для исследования которых не требуется специализированного оборудования и которые могут быть реализованы практически в любой школе.

3.5. Средства диагностики развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике

Как отмечалось в первой главе, исследовательские способности можно охарактеризовать степенью проявления поисковой активности и развитием конвергентного и дивергентного мышления.

Рассмотрим возможности диагностики успешности развития каждой составляющей. В соответствии с терминологией Дж. Гилфорда, конвергентное мышление – это логическое мышление, использующее определенный алгоритмы. Применительно к обучению физике, развитость конвергентного мышления можно определять по способности школьников решать задачи по физике. Поскольку речь идет об одаренных школьниках, то для оценки развитости их конвергентного мышления, им нужно предлагать задачи повышенной сложности. Определить уровень сложности задачи является непростым делом [244], поэтому здесь можно воспользоваться экспертной оценкой составителей сборников задач, которые выделяют наиболее сложные задачи. Вначале обучения можно пользоваться задачниками для поступающих в вузы [41, 74, 118, 427]. Задачи более высокого уровня сложности можно найти в сборниках задач московских и всероссийских (всесоюзных) олимпиад по физике [60, 116, 117, 403].

Гораздо сложнее определить развитость дивергентного мышления. Большинство задач из школьных задачников предполагают возможность их решения применением стандартных алгоритмов. Многие задачи из сборников задач московских и всероссийских (всесоюзных) олимпиад требуют, кроме умения пользоваться стандартными алгоритмами, некоторой гибкости мышления и наличия в задаче некоторой «изюминки», до которой школьники должны додуматься. Однако большинство задач теоретических туров даже в указанных сборниках предполагают наличие единственного правильного ответа, и тем самым не соответствуют исследовательской форме обучения, связанной с высокой долей неопределенности конечного результата. Число задач, требующих от школьника не столько следовать алгоритмическому решению задач, сколько выдвигать гипотезы, основываясь на своем жизненном опыте, умению проводить аналогии и т.п., исчисляется единицами. Будем называть такие задачи *дивергентного типа*. К ним можно отнести задачи № 13, 14, 21, 33, 76 и др. из [403], № 2.25, 2.38, 4.17 и др. из [117], № 2.1, 2.2, 2.3 и др. из [116].

В связи с тем, что задачи дивергентного типа связаны с большой степенью неопределенности конечного результата, их очень сложно оценивать, поскольку речь не идет о сравнении решения с авторским, а речь идет об оценке «разумности» выдвигаемых гипотез (наблюдаемые природные явления, модельные предположения, в которых решается задача и др.). Во многих случаях оценивать развитость дивергентного мышления приходится по тому, что школьник взялся за решение задачи дивергентного типа.

Большое число задач дивергентного типа можно найти на экспериментальных турах указанных выше олимпиад [47, 60, 116]. Это относится к тем задачам, когда методика выполнения эксперимента не является очевидной для школьников.

Поисковую активность при обучении физике нужно оценивать по стремлению школьников изучать проблемы физической науки (или физико-технические проблемы), выходящие за рамки школьной программы. Однако при этом нужно проводить различие между любопытством, присущей многим школьникам, и устойчивой познавательной потребностью, являющейся одним из признаков детской одаренности. Например, школьник просто из любопытства может поинтересоваться, что такое «черные дыры», о которых он случайно услышал в потоке информации, но при этом этот вопрос не будет для него существенным. Для того, чтобы определить важность вопроса для школьников, необходимо побудить их к самостоятельному изучению проблемы, в данном примере, не столько самому рассказать о «черных дырах», сколько порекомендовать школьникам источники информации по этому вопросу, предложить выступить перед классом с сообщением и т.д. Возможно, первые сообщения будут носить чисто реферативный характер, но впоследствии они могут перерасти в исследовательские работы углубленного уровня. Успешное выполнение школьниками исследовательских работ углубленного уровня (по физике) свидетельствуют о высоком уровне поисковой активности в области физики.

Таким образом, развитость исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике может оцениваться по развитию конвергентного мышления (успешность решения задач повышенной трудности), дивергентного мышления (стремление решать задачи дивергентного типа и успешность их решения) и наличию устойчивой поисковой активности (активность исследовательской деятельности, включая выполнение исследовательских работ углубленного уровня).

Итоги третьей главы

1. Создана методическая система развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, позволяющая эффективно выявлять одаренных школьников, вовлекать их в исследовательскую деятельность и привлекать их к выполнению исследовательских работ по физике углубленного уровня, включающих основные этапы профессиональных научных исследований. Ядром методической системы является пропедевтический курс, имеющий две составляющие:

– мотивационная составляющая, направленная на выявление одаренных школьников и вовлечение их в исследовательскую деятельность, содержание которой зависит от возраста обучаемых и условий проведения пропедевтического курса (факультативные занятия в физико-математической школе, кружок в учебном центре, летние школы и др.);

– обучающая составляющая, направленная на обучение школьников необходимым для выполнения исследовательских работ методикам, включая компьютерное моделирование на основе численных методов, и помогающая в выборе тем (направлений) исследований в результате совместных усилий обучаемых и обучающего.

2. Разработаны варианты содержания и формы проведения занятий пропедевтического курса в зависимости от возраста школьников и условий проведения занятий (факультативный или элективный курс в физико-математической школе, кружок при вузе или учебном центре, летняя школа и др.). Обоснована целесообразность начинать пропедевтический курс для школьников 7-го класса с кинематики ввиду большого числа количественных задач повышенной сложности в этой теме, которые можно предложить школьникам для решения численными методами.

3. Разработана методика обучения школьников компьютерному моделированию на основе численных методов, позволяющая развивать исследовательские способности одаренных школьников при обучении физике на

этапах решения задач повышенной сложности на занятиях пропедевтического курса, планирования, анализа натурных и реализации вычислительных экспериментов в ходе проведения исследовательских работ углубленного уровня. Численные методы включают неявное численное интегрирование (в том числе уравнений движения), численное нахождение экстремумов функций и решение уравнений (в том числе трансцендентных) и численный расчет статистических характеристик системы многих тел в процессе ее эволюции.

4. Создана система шаблонов электронных таблиц как средства компьютерной реализации алгоритмов расчета с использованием численных методов.

5. Разработана система экспериментальных исследовательских работ углубленного уровня по механике, молекулярной физике, геометрической и волновой оптике на основе применения цифровых фото- и видеокамер в качестве измерительных инструментов и численных методов для планирования экспериментов и анализа полученных данных.

6. Разработаны диагностические средства оценки результативности развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, которая может оцениваться по развитию конвергентного мышления (успешность решения задач повышенной трудности), дивергентного мышления (стремление решать задачи дивергентного типа и успешность их решения) и наличию устойчивой поисковой активности (активность исследовательской деятельности, включая выполнение исследовательских работ углубленного уровня).

Глава 4

Педагогический эксперимент

4.1. Этапы проведения исследования и организация педагогического эксперимента

Представленное диссертационное исследование проводилось более 30 лет. Оно включает как теоретическую, так и практическую составляющие.

Предварительный этап исследования (1980 – 1995)

Педагогическая деятельность автора по подготовке и проведению Московской городской олимпиады по физике (МФО), обучению школьников в Заочной физической школе (ЗФШ), а затем в Вечерней физической школе при физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова (ВФШ) началась в 1980 г. Первоначально задача развития исследовательских способностей школьников не ставилась. В то время перед ЗФШ и ВФШ стояли задачи:

– повышать образовательный уровень по физике старшеклассников и рабочей молодежи с целью подготовки к вступительным экзаменам и дальнейшему обучению на физическом факультете МГУ;

– помогать старшеклассникам и рабочей молодежи в профессиональном ориентировании.

Преподавание в ЗФШ и в ВФШ происходило по схеме, характерной для средних школ: давалась теория, разбирались типичные для данного теоретического раздела задачи и предлагались задачи для самостоятельного решения. Разница заключалась только в уровне задач – задачи ЗФШ и ВФШ соответствовали уровню вступительных задач на физический факультет МГУ, Московской городской олимпиады и Всесоюзных олимпиад по физике [117, 403]. Таким образом, обучение носило в основном репродуктивный характер, с небольшими порциями проблемного и частично-поискового обучения, применявшегося при изучении наиболее сложных вопросов.

В ЗФШ и ВФШ учились школьники 8 – 10 классов (тогда было 10-ти летнее образование) и рабочая молодежь, уже окончившая школу и желающая повысить свой образовательный уровень по физике. В ЗФШ и ВФШ работали в основном студенты, лекции в ВФШ читали преподаватели физического факультета МГУ. И студенты, и сотрудники факультета работали со школьниками на общественных началах. Высокий уровень преподавания в ВФШ поддерживался за счет того, что занятия в группе вели два студента – один опытный старшекурсник и студент 1-2 курса, который помогал старшекурснику и сам набирался опыта.

В годы перестройки в обществе стал уменьшаться интерес к высшему естественнонаучному и техническому образованию. По отношению к ВФШ это проявилось в уменьшении числа поступающих школьников. Если в начале 80-х годов в ВФШ обучалось 150-200 человек, то к началу 90-х годов оно упало до 50-100 человек. Нужно было изменять стиль преподавания, чтобы сделать его более привлекательным в глазах школьников.

На предварительном этапе проводились опросы школьников, приходивших в ВФШ и участвовавших в МФО, беседы с учителями физики, сопровождающих школьников на МФО, студентами, аспирантами и сотрудниками физического факультета МГУ, ведущими занятия со школьниками в ВФШ, опросы учившихся в ЗФШ школьников со всех уголков СССР.

Процесс анализа сложившейся ситуации с довузовским образованием по физике активизировался осенью 1991 г. когда автор после защиты диссертации на степень кандидата физико-математических наук стал директором ВФШ (на общественных началах) и получил широкие возможности в корректировке учебных планов и методах обучения.

Поиск новых подходов к обучению, которые могли бы повысить интерес школьников к физике и развивать их творческие исследовательские способности, проводился по следующим направлениям:

1) чтение лекций с демонстрацией занимательных экспериментов с последующим обсуждением экспериментов на семинарских занятиях;

2) популяризация успехов физической науки, в том числе рассказ студентами старших курсов о направлениях своей научной работы;

3) решение интересных олимпиадных задач, где требовалось не только знание основных формул, но умение их применять нестандартными способами;

4) занятия в режиме «занимательная физика», когда основное внимание при обучении уделяется не изучению новых сложных формул (по сравнению со школьным курсом), а применению уже известных школьникам формул для объяснения природных явлений и технических устройств, которые хорошо знакомы школьникам из повседневного опыта, из книг, фильмов и др. источников информации.

Каждый из разрабатываемых подходов оказался в чем-то эффективен, но и имел существенные недостатки. Лекции с демонстрациями физических экспериментов читаются автором с 1992 г. по настоящее время, часть из них была записана на видео с участием фонда поддержки фундаментальной физики и фонда Д. Зимина «Династия» и выложена в общий доступ на сайте «*elementy.ru*». Лекции с демонстрациями физических экспериментов производят сильное впечатление на школьников, и вызывают у них определенный интерес к изучению физики. Однако последующий опрос школьников, занимающихся в ВФШ и посещающих лекции, показал, что большинству школьников в первую очередь запоминаются следующие виды экспериментов:

– эксперименты с использованием оборудования больших размеров: маятник Фуко длиной 8 метров, полутораметровый камертон, метровый гироскоп, скамья Жуковского и т.д.;

– эксперименты, производящие шумовые и световые эффекты: трансформатор Тесла с 2-х метровыми огненными шнурами, высоковольтная дуга, водяная пушка, стреляющая при закипании воды, опыты с жидким азотом, причем в опытах с жидким азотом больше всего школьникам нравилось появление белого тумана и т.д.

Гораздо меньше школьникам запомнились эксперименты, позволяющие производить высокоточные физические измерения, например, им демонстрировалось падение тел вдоль системы световых ворот, позволяющих измерять ускорение свободного падения g с точностью до 3-го знака, колебания маятника, сопряженного с компьютерной измерительной системой, позволяющей измерять зависимость периода колебания математического маятника от угла отклонения... и т.п. Поэтому, хотя лекции и собирали большое число слушателей (в 2010 г. их число доходило до 500 человек), определенная часть аудитории относилась к ним, как к зрелищному представлению (к сожалению, опросить удалось только тех школьников, которые посещали семинарские занятия в ВФШ). Получалось, что лекции с демонстрациями сами по себе не побуждали большую часть аудитории к изучению физических явлений, лежащих в основе показанных экспериментов.

Второе направление, по которому велся поиск эффективных способов обучения – популяризация успехов физической науки. Несмотря на интерес, который школьники проявляли к рассказу студентов о направлениях их научной деятельности, к сожалению, студентам обычно не удавалась популярно донести до слушателей физические основы изучаемых вопросов. Их пояснения зачастую носили описательный феноменологический характер. Они скорее заряжали школьников своим энтузиазмом, чем давали им знания по физике. Поэтому такой подход не способствовал развитию у школьников представлению о физике как о точной науке. Кроме того, каждый студент рассказывал лишь о направлениях своей работы, не создавая целостного представления о проблемах современной физики.

Третье направление – решение интересных олимпиадных задач, где требуется не только знание основных формул, но умение их применять нестандартными способами, являлось, по существу развитием традиционных способов подготовки школьников к олимпиадам, вступительным экзаменам и в последнее десятилетие – к ЕГЭ. О важности этого направления свидетельствует то, что большинство приходящих в ВФШ школьников на вопрос о целях своего прихода отвечали, что они пришли научиться решать задачи по физике. Однако практика показала, что решение школьных задач позволяет развивать в основном конвергентное мышление. Кроме того, отсутствие у студентов опыта преподавания делало подготовку школьников к экзаменам и олимпиадам не достаточно качественной, что привело к тому, что ВФШ в 90-ые годы отказалась от обучения школьников 11-го, а затем и 10-го классов.

Четвертое направление – занятия в режиме «занимательная физика» оказалось наиболее эффективным в начале 90-х годов с учетом понижения уровня преподавания студентами – преподавателями ВФШ. Данное направление работы ставило целью в определенной степени преодолеть пропасть между «меловой» физикой и окружающим миром природы и техники. Рассказ о применении известных школьникам законов физики для объяснения природных явлений и технических устройств, которые хорошо знакомы школьникам из повседневного опыта, из книг, фильмов и др. источников информации, позволил реализовать проблемное и частично-поисковые формы обучения, поскольку объяснение каждого явления или устройства преподносилось как определенная проблема. Иногда эта проблема решалась в течение занятий, иногда – растягивалась на несколько занятий, причем школьникам на каждом занятии давались подсказки, в какую сторону продвигаться в решении задачи.

Материал для этих занятий набирался из известных популярных книг [213, 251, 252, 412, 422] и из личных наблюдений школьников и преподавателей. Часть накопленного на этих занятиях материала вошла в мультимедийный учебник по физике [80], где автор с коллегами отдельно выделили уровень изучения курса, наполненный примерами проявлений физических законов в повседневной жизни.

Именно занятия в стиле «занимательная физика» в середине 1990-х годов стали визитной карточкой ВФШ.

Начало исследования (1996–2001)

В 1996 году автор был приглашен вести занятия по физике в Летней экологической школе (ЛЭШ), проводимой Станцией юных натуралистов. В ЛЭШ велись занятия по многим предметам: физике, математике, биологии и др. В ЛЭШ обучались школьники с 5 по 10 класс (возраст отсчитывался по классу, который школьник окончил). Автор обратил внимание на то, с каким интересом ученики, в том числе 5-го класса, выполняли исследовательские работы по биологии, например, определяли, сколько жужелиц приходится на 1 кв. метр леса или какие виды (подвиды) деревьев растут вдоль местной речки. Подобные работы проводили до 70–80% школьников, изучавших биологические курсы. Многие работы затем докладывались на конференциях проектно-исследовательских работ школьников.

Заметим, что к этому времени система конференций (конкурсов) проектно-исследовательских работ школьников в России только начала формироваться. В таблице 4.1. приведены московские и всероссийские конференции (конкурсы) школьных работ, на которых ученики ЛЭШ докладывали результаты своих исследований по биологии и экологии.

Таблица 4.1

Конференции школьных работ в 1990-ые годы

Название	Год начала работы	Место проведения
Интел – Авангард	1990	Москва, Московский химический лицей (ГБОУ лицей 1303), ГБОУ школа-интернат «Интеллектуал»
Балтийский научно-инженерный конкурс (прежнее название – Международная конференция им. С.Н. Бернштейна)	1992	С. Петербург, С. Петербургский государственный университет
Открытая московская естественно-научная конференция школьников «Потенциал»	1992	Москва, ГБОУ лицей №1502 при МЭИ
Конкурс им. В. И. Вернадского	1994	Москва, МГДД(Ю)Т
Юниор	1998	Москва, МИФИ

Учитывая интерес школьников к проведению проектно-исследовательских работ, автор начал реализовывать новое для ВФШ направление работы со школьниками – проведение исследовательских работ по физике. На основании собственного опыта профессиональной научно-исследовательской деятельности, автор решил провести школьную исследовательскую работу по аналогии с профессиональной научной работой. Работа, по замыслу автора должна была включать основные этапы научной работы: (видение проблемы, постановка задачи, выдвижение гипотез, планирование эксперимента, проведение эксперимента, анализ результатов, выступление с докладом на конференции).

Летом 1999 года была проведена проектно-исследовательская работа, направленная на выяснение того, какими видят цветы насекомые, обладающие ультрафиолетовым зрением. Основным физическим прибором был обычный фотоаппарат, на который надевался ультрафиолетовый фильтр. Производилась съемка с длительной экспозицией цветов на поляне, по полученным фотографиям определялось, как выглядят цветы через ультрафиолетовый фильтр. В работе участвовал школьник 9-го класса, который принял активное участие в подготовке работы в Москве, и занимался фотографированием (проявлением пленки и пр.) в летней школе. Работа была успешно завершена: были обнаружены цветы, которые выглядят однотонными в видимом диапазоне, но «пестрыми» при ультрафиолетовом освещении. Однако проведение этой исследовательской работы выявило новую проблему. К сожалению, школьник, получив в летней школе результаты, не захотел тратить силы в учебном году на подготовку к выступлению на конференции. Поэтому полученные им данные не были опубликованы. Кроме того, несмотря на использование физических методов, проведенная работа относилась скорее к биологии, чем к физике.

Неудачный опыт первой работы привел к пониманию необходимости разработки методической системы проведения исследовательских работ по физике углубленного уровня. Таким образом, в 1999 г. началось создание методической системы развития исследовательских способностей школьников, в том числе при проведении исследовательских работ по физике углубленного уровня.

Констатирующий эксперимент (1999 – 2003)

В 1999 – 2003 гг. был проведен констатирующий эксперимент. В его основе были беседы, опросы и анкетирования школьников, обучающихся в ВФШ и летних школах, опросы школьников и сопровождающих их учителей, участвовавших в МФО, опросы школьников и научных руководителей, участвующих в конференциях проектно-исследовательских работ школьников.

В результате констатирующего эксперимента были выявлены основные проблемы, препятствующие проведению исследовательских работ со школьниками. Среди них можно отметить слабое методическое обеспечение исследовательской деятельности, недостаток экспериментального оборудования и низкую мотивированность школьников к проведению исследовательских работ.

Учитывая, что основные результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента были получены более 10 назад, были проведены два новых опроса: в 2010 г. среди школьников г. Москвы – участников многопредметного Турнира Ломоносова [350] и в 2011 г. среди учителей, прибывших из разных регионов РФ на Всероссийский съезд учителей физики в МГУ им. М.В. Ломоносова.

Поисковый эксперимент (2001 – 2011)

По мере накопления материала начался поисковый эксперимент, который проходил с 2001 г. по 2011 г. Основными базами для проведения поискового эксперимента стали уже упоминавшиеся ВФШ и летние школы. Для расширения поискового эксперимента автор стал с 2004 г. вести занятия в лицее «Вторая школа», с 2007 г. в кружке МГДД(Ю)Т, с 2007 г. на профильном семинаре по подготовке к олимпиадам, организованным МИОО и территориально проходившем в СОШ № 179.

Кроме того, автор проводил беседы со школьниками, студентами, школьными учителями и преподавателями вузов, в том числе научными руководителями школьных проектно-исследовательских работ на следующих мероприятиях:

– конкурсы (конференции) школьных проектно-исследовательских работ (в которых автор принимал участие либо как научный руководитель работ, либо как сотрудник жюри);

– МФО и заключительный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике (автор был руководителем команды г. Москвы с 1999 по 2006 г.;

– педагогические конференции.

Особенности экспериментальных площадок

ВФШ стало самой крупной экспериментальной площадкой. За 2001 – 2011 гг. в ней на семинарских занятиях прошли обучение более 1100 школьников, у которых провели занятия более 60 студентов, аспирантов и сотрудников физического факультета МГУ (большинство вели занятия один год, некоторые 2 – 3 года). Число школьников, посещавших только лекции можно оценить только приближенно – около 10000, но опросы проводились в основном среди школьников, посещающих семинарские занятия.

Особенностью ВФШ являлось то, что в ней с 2000 г. по настоящее время в основном обучаются школьники 8 – 9 классов, причем не более одного года. Как следует из названия, ВФШ, работает в вечернее время. Поскольку занятия в ВФШ – факультативные и школьникам нужно добираться иногда с другого конца города, а иногда и из Подмосковья, то можно говорить о сильной мотивации к изучению физики всех учеников ВФШ. Вместе с тем, уровень знаний по физике многих учеников оставляет желать лучшего, поскольку большинство не учится в физико-математических школах. Последнее не является неожиданным, поскольку у учащихся физико-математических школ много нагрузки в своих школах. Учитывая это, вступительное тестирование не ставит целью отсеять слабых учеников, а занятия в ВФШ анонсируются как занимательная физика для учеников 8 – 9 классов.

В связи с этим освоение пропедевтического курса обычно идет достаточно медленно, лишь небольшая часть школьников приступает к проведению исследовательских работ. Поэтому результаты обучения в ВФШ мы оценивали в основном по развитию дивергентного мышления, о чем подробнее будет написано ниже.

С целью провести исследование среди учеников, знающих физику и математику на более высоком уровне, была выбрана вторая большая экспериментальная площадка – лицей «Вторая школа», где автор проводил занятия по физике в сетке основного расписания и факультативный курс: «Решение олимпиадных задач по физике с применением компьютерного моделирования». С самого начала было анонсировано, что курс имеет целью подготовить школьников к успешному выступлению на олимпиадах, в том числе, на Всероссийской олимпиаде по физике, но желающие смогут провести исследовательские работы. Программы курса для разных классов приведены в Приложениях 1 – 4. Для обучения на факультативном курсе приглашались (в разные годы) школьники 7, 8 и 9 классов.

Лицей «Вторая школа» традиционно дает хорошую подготовку в области физики, математики и информатики [291]. Среди его учеников много призеров Всероссийской олимпиады по физике и даже Международной олимпиады по физике. Поэтому уровень знаний по физике и математике среди приходивших на факультативные занятия школьников 7 – 9 классов был достаточно высок, и большинство из них были способны проводить исследовательские работы. Однако здесь возникли другие сложности:

– низкая мотивация школьников именно к исследовательской деятельности, т.к. если олимпиады дают достаточно ощутимые «бонусы» при поступлении в вуз, то выполнение исследовательских работ проходит без заметного внешнего стимулирования;

– большая загруженность школьников, которые хотят посещать много других факультативных занятий, как по физике и математике, так и по другим направлениям, включая занятия спортом. Поэтому, несмотря на то, что кружок регулярно посещало 15 – 20 школьников в год, лишь немногие приступали к выполнению исследовательских работ.

Третья экспериментальная площадка – кружок МГДД(Ю)Т была выбрана для возможности реализация сценария, когда исследовательская работа школьника начинается в летней школе. Автор в 2007 и 2008 г. был приглашен в летнюю школу, организованную филиалом МГДД(Ю)Т. В летней школе автор вел курс «занимательной физики» для школьников 8 – 9 классов, предлагая параллельно школьникам выполнить исследовательские работы. В сентябре набирался кружок при МГДД(Ю)Т, куда могли прийти как бывшие в летней школе, так и вновь набранные ученики. При этом анонсировался курс «Решение олимпиадных задач по механике с применением компьютерного моделирования».

Особенностями обучения в летней школе при МГДД(Ю)Т было то, что школа имела скорее математический, чем физико-математический профиль и большинство школьников хотело изучать в большей степени математику, чем физику, поэтому кружок занимательной физики посещало 20–25 школьников. Вместе с тем многие школьники хорошо умели программировать, что сильно облегчало изучение численных методов.

Особенностью работы кружка при МГДД(Ю)Т в течение учебного года было то, что кружок функционировал при отделе математики и информационных технологий. Поэтому, с одной стороны, приходившие школьники знали электронные таблицы, многие даже умели хорошо программировать, что дало возможность предложить им достаточно сложные задачи, но, с другой стороны, курс был анонсирован не по физике, а по механике, что ограничило выбор направлений исследовательских работ.

Четвертая экспериментальная площадка – общегородской семинар по подготовке к олимпиадам, организованный МИОО и проходивший на базе СОШ №179 при МИОО, можно считать контрольной площадкой. Целью семинара анонсировалась подготовка школьников к олимпиадам высокого уровня, прежде всего к Всероссийской олимпиаде по физике. Автор проводил занятия для школьников 9-го класса, программа включала в основном теорию и методику решения задач повышенной сложности. У приходящих на семинар школьников был высокий уровень знаний по физике, однако практически все были устремлены к одной цели – хорошо выступить на Всероссийской олимпиаде (и многим это удалось). Поэтому, несмотря на то, что школьникам давались основы численных методов, в основном, в качестве эвристического метода решения задач и для проверки правильности их решения и школьники прекрасно их усваивали, никто из них не захотел провести исследовательскую работу.

Поисковый эксперимент проводился также в летних школах, организованных МИОО, МГДД(Ю)Т, ГБОУ лицеем «Вторая школа» и др. организациями.

Кроме указанных площадок, где автор проводил занятия со школьниками, он участвовал в работе конкурсов (конференциях) проектно-исследовательских работ школьников. На этих конференциях удавалось провести беседы со многими участниками, научными руководителями работ и сотрудниками жюри.

За 2001 – 2011 гг. под руководством автора было проведено несколько десятков исследовательских работ, более 20-ти их них удостоились наград московских городских и всероссийских конкурсов проектно-исследовательских работ (Приложение 23). Накопленный материал был опубликован в материалах конференций, статьях в периодических журналах, и систематизирован в учебных пособиях по проведению исследовательских работ со школьниками [294-299] и в двух монографиях [359, 360] (которые вышли уже в 2012 г.). Таким образом, к 2011 г. методическая система развития исследовательских способностей школьников была разработана, и ее основные моменты были опубликованы или подготовлены к печати.

Обучающий эксперимент (2011 – 2013)

В 2011 г. автор перешел к обучающему эксперименту. Основными базами для проведения обучающего эксперимента стали ВФШ, лицей «Вторая школа», кружок в МГДД(Ю)Т и ЛОФМШ. В целом организация педагогического эксперимента представлена в таблице 4.2.

Таблица 4.2

Организация педагогического эксперимента

Этап	Годы	Экспериментальные площадки	Участники	Методы
Констатирующий	1999 – 2003, 2010, 2011	ВФШ, МФО, турнир Ломоносова, конкурсы проектно-исследовательских работ, летние школы, Всероссийский съезд учителей физики в МГУ	Около 2500 школьников, 100 студентов, 700 учителей и преподавателей вузов	Беседы, опросы, анкетирования школьников, школьных учителей и научных руководителей проектно-исследовательских работ школьников
Поисковый	2001–2011	ВФШ, МФО, ВФО, лицей «Вторая школа», МГДД(Ю)Т, СОШ № 179, конкурсы проектно-исследовательских работ, педагогические конференции, летние школы	Около 2000 школьников, 100 студентов, 200 учителей и преподавателей вузов	Беседы, опросы, анкетирования, обучение школьников, обучение преподавателей ВФШ, руководство исследовательскими работами, работа в жюри конкурсов исследовательских работ
Обучающий	2011–2013	ВФШ, лицей «Вторая школа», МГДД(Ю)Т, ЛОФМШ	Около 550 школьников, 50 студентов. 150 учителей и преподавателей вузов	Опросы, анкетирования, обучение школьников, обучение учителей и студентов – преподавателей ВФШ, руководство исследовательскими работами

Ниже подробно изложены результаты констатирующего, поискового и обучающего этапов.

4.2. Констатирующий эксперимент (1999 – 2003)

Целью констатирующего эксперимента было выяснить состояние проблемы с развитием исследовательских способностей школьников при обучении физике.

Задачами констатирующего эксперимента было выяснение:

1) основных проблем (организационных, методических и др.), возникающих при проведении исследовательских работ, в том числе обеспечение методическими материалами;

2) относительного числа школьников уже вовлеченных в проектно-исследовательскую деятельность, в том числе делающих работы по физике;

3) относительного числа школьников, не занимающихся исследовательской деятельностью, но в принципе готовых ею заниматься.

На констатирующем этапе педагогического эксперимента проводились беседы, опросы, анкетирования школьников, обучающихся в ВФШ и в летних школах, опросы школьников и сопровождающих их учителей, участвовавших в МФО, опросы школьников и научных руководителей, участвующих в конференциях проектно-исследовательских работ школьников, беседы со студентами, аспирантами и сотрудниками физического факультета МГУ, ведущими занятия со школьниками в ВФШ.

Был проведен опрос 114 научных руководителей работ по физике, представленных на московских городских и всероссийских конференциях школьных работ «Юниор», «Авангард» и «Открытой московской естественнонаучной конференции школьников» (современное название «Потенциал») в 1999 – 2003 гг. Ответы на вопрос о главных факторах, затрудняющих проведение проектно-исследовательских работ, распределились следующим образом (см. рис. 4.1):

– отсутствие мотивации или слабая мотивация у школьников к проведению работ – 44 (39%);

– отсутствие учебно-методической литературы по этому вопросу – 39 (34%);

– отсутствие технических средств (специально оборудованных помещений, экспериментального оборудования и др.) – 26 (23%);

– другое (в т.ч. затруднение административного характера – непонимание или противодействие администрации) – 5 (4%).

Ответы на вопрос о месте работы (учебы) научных руководителей распределились следующим образом (см. рис. 4.2):

– школьные учителя – 36 (32%);

– преподаватели вузов и научные сотрудники НИИ – 47 (41%);

– студенты и аспиранты – 31 (27%).

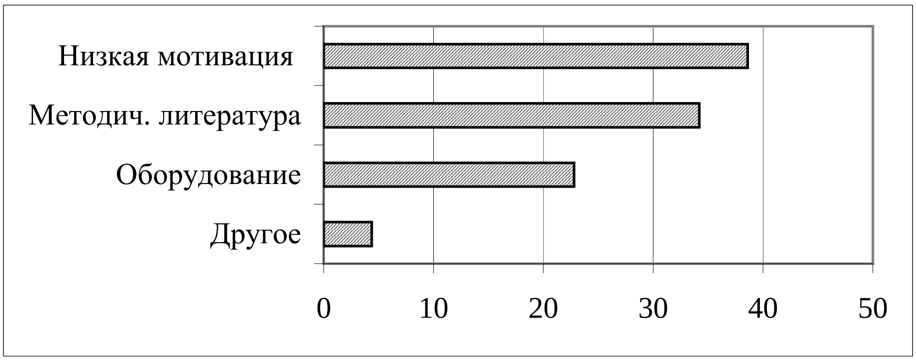


Рис. 4.1.
Распределение ответов о главных факторах, затрудняющих проведение проектно-исследовательских работ

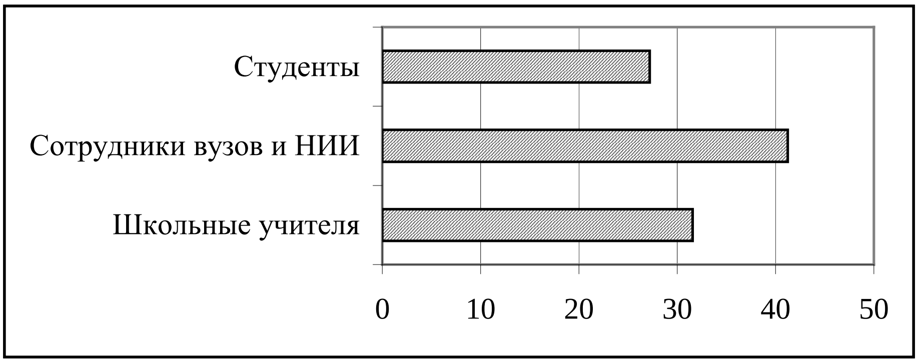


Рис. 4.2.
Распределение ответов о статусе научных руководителей

Особо нужно отметить, что **все** руководители затруднились назвать учебник и учебное пособие, посвященное исследовательской деятельности школьников. Однако большинство руководителей не сочли это главной проблемой, что можно объяснить тем, что большинство руководителей были студентами вузов или сотрудниками научных институтов, и имели опыт научной работы. При этом многие работы выполнялись школьниками на профессиональном экспериментальном оборудовании в вузах или НИИ, поэтому проблема с оборудованием также стояла на втором плане. Главной проблемой для руководителей из вузов и НИИ было заинтересовать школьников, чтобы те научились работать на имеющихся приборах и вникли в проблему настолько, чтобы доложить на конференции. Действительно, как уже отмечалось выше, существенным недостатком многих проводимых в НИИ школьных работ, является непонимание школьниками принципов работы физических приборов и исследуемых научных проблем.

Напротив, для руководителей из числа школьных учителей основной проблемой было отсутствие учебно-методической литературы. При этом в школах в исследовательских работах использовалось в основном нехитрое школьное оборудование, которое ученики могли достаточно быстро освоить. Исследовательские задачи при этом не выходили далеко за рамки школьной программы, что позволяло ученикам хорошо ориентироваться в материале.

Для того чтобы выяснить, какой процент школьных учителей проводит проектно-исследовательские работы со школьниками, был проведен опрос учителей на мероприятии, не связанном с исследовательской деятельностью – МФО. Большинство школьников приезжают на МФО самостоятельно, однако в некоторых школах с углубленным изучением физики, у которых традиционно в МФО принимает участие много учеников, учителя сопровождают школьников. Опрос 94 учителей московских и подмосковных школ, сопровождающих учеников на МФО в 2000 – 2003 гг., дал следующие результаты (см. рис. 4.3).

– не знали о такой форме обучения – 23 (25%);

– знали о проведении проектно-исследовательских работ, но сами не проводили – 53 (56%);

– проводили работы, но не докладывали их на конференциях – 16 (17%)

– докладывали результаты на конференциях – 2 (2%).

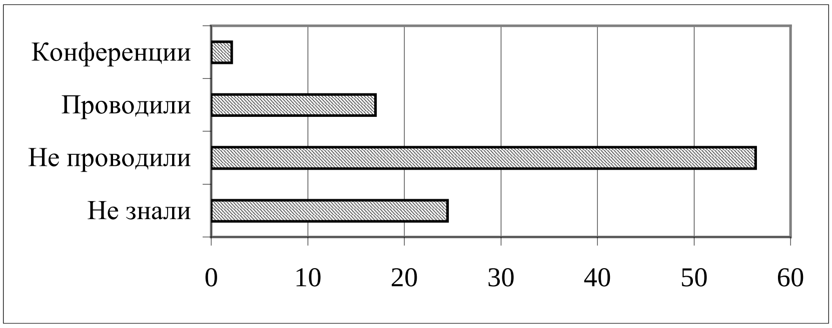


Рис. 4.3
Распределение ответов о выполнении исследовательских работ

Мы попытались выяснить, почему 53 учителя знали о существовании такой формы обучения, но сами работы не проводили. Были выявлены следующие основные причины:

– отсутствие понимания того, «с какого конца» приступить к проведению подобных работ (как придумать тему, как стимулировать учеников и т.п.);

– отсутствие времени и стимула у учителей;

– нежелание отвлекать сильных учеников от подготовки к олимпиадам, к экзаменам и т.п.

Проведенный анализ позволил сделать следующие **выводы:**

1) хотя определенная часть учителей физики и астрономии проводит проектно-исследовательские работы со школьниками; лишь незначительная часть работ доводится до уровня докладов на конференциях;

2) ощущается недостаток учебно-методических пособий по проведению исследовательских работ со школьниками;

3) отсутствие подобных пособий является основным сдерживающим фактором проведения исследовательских работ школьными учителями.

Второй задачей было выяснение ситуации с проектно-исследовательской деятельностью с точки зрения учеников.

В 1999 – 2003 гг. перед вступительным тестированием в ВФШ проводились анонимные анкетные опросы. В общей сложности за 4 года было собрано 455 анкет. Поскольку в основном в ВФШ занимаются один год, число дважды заполнявших анкеты учеников незначительно.

Мы учли, что школьники могут заниматься исследованиями не только в области физики, но и по другим направлениям. Так как исследовательская деятельность занимает много времени, то сложно ожидать, что школьники будут проводить несколько работ одновременно. Поскольку нас интересовала как склонность школьников к исследовательской деятельности вообще, так и к исследованиям в области физико-математических наук, в частности, то мы решили спрашивать про проведение работ по конкретным направлениям. Однако здесь существует проблема, что исследовательскую работу не всегда можно однозначно сопоставить с определенной школьной дисциплиной. Например, работа на тему: «Расчеты формы поверхности мыльной пленки методами Монте-Карло» можно отнести как к секции «физика», так и к секции «математика», а работу «Компьютерное моделирование образования радуги» можно отнести как к секции «физика», так и к секции «информатика». Нужно заметить, что организаторы многих конференций, получив тезисы работы и название наиболее подходящей, по мнению авторов, секции, нередко переводят работу в другую секцию. Поэтому мы решили выделить три направления наук и, соответственно, предложили три варианта утвердительных ответов. Таким образом, всего получилось 6 вариантов ответов:

1) даже не слышал о таком;
2) не выполнял, потому что нет такой возможности;
3) не выполнял, но мои знакомые школьники выполняли;
4) проводил (провожу) исследования по физике, математике, информатике;
5) проводил (провожу) исследования по химии, экологии или др. естественным наукам;
6) проводил (провожу) исследования по гуманитарной науке.

Распределение ответов представлено в таблице 4.3.

Таблица 4.3

Распределение ответов на вопрос о выполнении проектно-исследовательских работ среди поступающих в ВФШ (455 анкет)

Вариант ответа	1	2	3	4	5	6
Ответивших (в %)	76	9	12	1	1	1

Таким образом, осведомленность учеников относительно проектно-исследовательских работ оказалась еще хуже, чем у учителей. Возник вопрос, не связаны ли такие низкие результаты с неудачной выборкой? Ведь в ВФШ редко приходят школьники из школ с углубленным изучением физики и математики, поскольку у них достаточно много нагрузки в школе, как на основных занятиях, так и в школьных кружках. Для увеличения выборки в феврале 2003 г. был проведен опрос школьников пришедших на МФО (автор был секретарем оргкомитета МФО).

Опрос был проведен по классам, количество участников и обработанных анкет приведено в таблице 4.4 (анкеты без ответа на основные вопросы не учитывались).

Таблица 4.4

Число опрошенных участников МФО в 2003 г. (по классам)

	7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс	Всего
Число участников	138	275	318	453	381	1565
Собрано анкет	127	259	302	435	366	1489

Ответы на тот же вопрос «Выполняли (выполняете) ли Вы (проектно-) исследовательскую работу?» с теми же вариантами ответа распределились, как показано в таблице 4.5 и рис. 4.4.

Таблица 4.5

Распределение ответов на вопрос о выполнении проектно-исследовательских работ среди участников МФО

№ ответа	7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
1	68	64	61	58	59
2	11	13	14	12	11
3	17	18	17	18	16
4	2	3	5	7	8
5	1	1	1	2	2
6	1	1	2	3	4

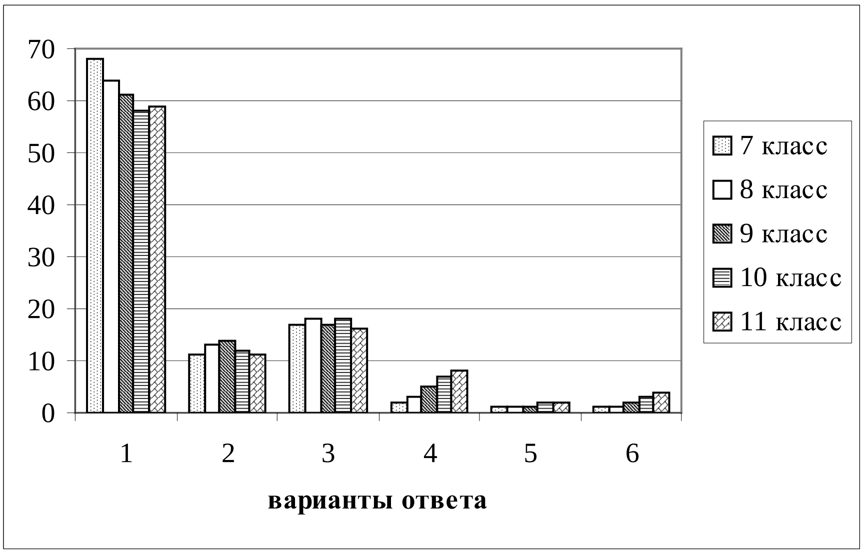


Рис. 4.4

Распределение ответов на вопрос: «Выполняли (выполняете) ли Вы (проектно-) исследовательскую работу?» среди участников МФО

Видно, что в результаты опроса на МФО похожи на данные опроса в ВФШ. Подавляющее большинство школьников не знали о проведении проектно-исследовательских работ. Вместе с тем опрос показал, что среди участников МФО процент проводивших исследовательские работы существенно выше, чем среди учеников ВФШ. Одним из возможных объяснений этого факта является то, что у школьников, проводящих исследовательские работы, остается меньше времени на дополнительные занятия. Из опроса также видно, что некоторые школьники проводят исследовательские работы не только по физике, но и по другим естественным и гуманитарным наукам. Видно, что таких работ существенно меньше, чем в области физики, что, очевидно, обусловлено выборкой – логично было ожидать, что на МФО придут школьники, более мотивированные к изучению физики, чем других предметов.

Более сложной задачей было выяснение числа школьников, которые могли бы проводить проектно-исследовательские работы при наличии такой возможности. Прямой вопрос «хотели бы Вы проводить исследовательские работы» был бы бесполезен, поскольку:

– если большинство школьников даже не знает, что такое проектно-исследовательская работа, то как они могут понять, хотят ли они ее делать?;

– школьникам свойственно из любопытства начинать новую деятельность, но, увидев, что их ожидания не оправдываются, они могут ее прекратить.

Поэтому мы выясняли познавательную потребность школьников: читают ли они популярную литературу, посещают дополнительные занятия и т.п. Для этого в анкете было задано два вопроса.

Первый вопрос: «Много ли внимания Вы уделяете изучению физики (отметьте не более двух пунктов)?»

1) только на обязательных уроках в школе;
2) посещаю кружок, факультативные занятия;
3) на подготовительных курсах при Вузе;
4) дома, самостоятельно или с родителями;
5) занимаюсь с репетитором.

Ответы распределились, как показано в таблице 4.6 и на рис. 4.5.

Второй вопрос: «Какие виды изучения физики Вам больше нравятся (отметьте не более двух пунктов)?»

1) решение стандартных задач из школьного учебника;
2) решение стандартных задач из задачника для поступающих в Вузы;

3) решение задач повышенной сложности, олимпиад;
4) выполнение лабораторных работ;
5) выполнение проектно-исследовательских работ;
6) посещение научно-популярных лекций;
7) чтение научно-популярных книг;
8) занятия с репетитором.

Ответы распределились, как показано в таблице 4.7 и на рис. 4.6.

Таблица 4.6

Распределение ответов на вопрос об изучении физики

№ ответа	7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
1	43	31	26	22	14
2	32	42	47	53	44
3	1	1	3	9	22
4	26	30	28	21	12
5	0	0	0	2	32

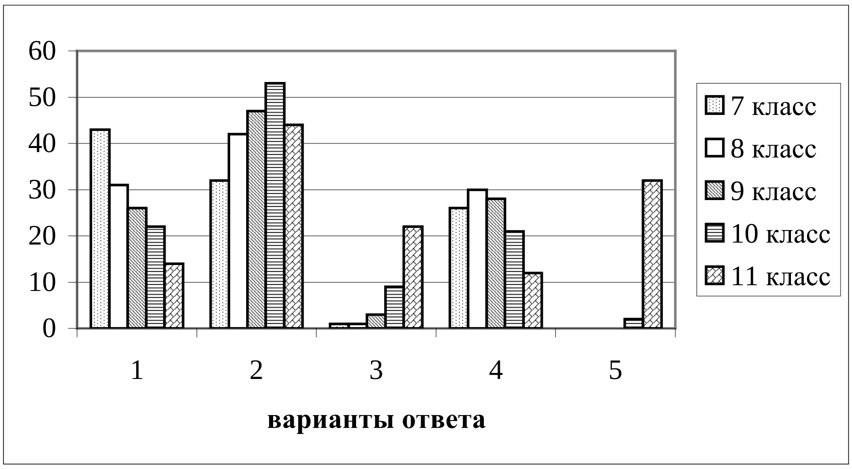


Рис. 4.5
Распределение ответов на вопрос «Много ли внимания Вы уделяете изучению физики (отметьте не более двух пунктов)?»

Таблица 4.7

Распределение ответов на вопрос о способах изучения физики

№ ответа	7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
1	10	12	15	12	13
2	0	3	17	29	36
3	51	48	45	51	47
4	11	12	14	19	17
5	2	3	5	8	10
6	2	3	3	5	7
7	49	48	55	61	22
8	0	0	0	2	29

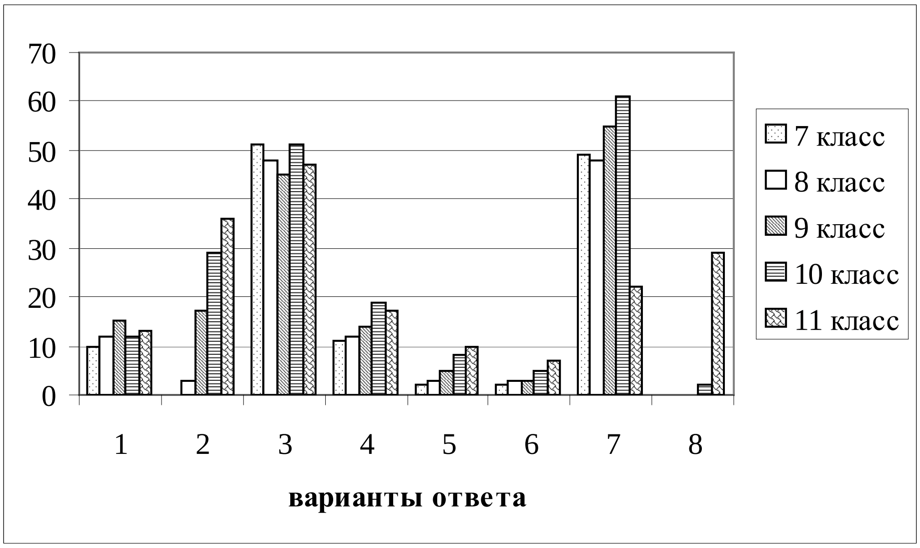


Рис. 4.6
Распределение ответов на вопрос: «Какие виды изучения физики Вам больше нравятся (отметьте не более двух пунктов)?»

Как видно из приведенного распределения большинство учеников пользуется услугами репетиторов в 11 классе, причем те, кто пользуется, считают этот способ подготовки самым эффективным. Также было ожидаемо, что школьники ходят на курсы при вузах в основном в 11-м классе. О познавательной потребности, не связанной напрямую с поступлением в вуз, можно судить по числу школьников, посещающих кружки и факультативные занятия. Видно, что их число возрастает от 30% в 7-м классе до 50% в 10-м, а затем снижается в 11-м, что, видимо, связано с тем, что школьники предпочитают кружкам репетиторов и подготовительные курсы. Этим же можно объяснить уменьшение в 11-м классе числа школьников, занимающихся дома. Также видно, что практически половина школьников всех возрастов предпочитают олимпиадные задачи стандартным задачам из учебника. Малое число школьников, выполняющих исследовательские и даже лабораторные работы, можно объяснить ограниченной возможностью проводить работы. Малое число школьников, посещающих популярные лекции, можно объяснить редкостью подобных лекций.

Представленные данные показывают, что примерно половина школьников 7–10 проявляет познавательную активность. Это позволяет предположить, что они при наличии соответствующих условий могли бы проводить исследовательские работы. Школьники 11-х классов сосредотачивают свои усилия на подготовке к поступлению в вуз, и их нельзя рассматривать как потенциальных исполнителей исследовательских работ.

Таким образом, констатирующее экспериментальное исследование 1999 – 2003 гг., на основе опроса школьников, учителей и руководителей школьных работ позволило сделать следующие **выводы**.

1. Хотя определенная часть учителей физики проводит проектно-исследовательские работы со школьниками; лишь незначительная часть работ доводится до уровня докладов на конференциях;

2. Недостаток учебно-методических пособий по проведению исследовательских работ со школьниками является основным сдерживающим фактором проведения исследовательских работ школьными учителями.

3. Большинство школьников даже не знает о возможности проведения исследовательских работ, число школьников, проводивших работы в области физики и смежных предметов не превышает 10% от приходивших на МФО.

4. Примерно половина школьников 7–10 классов (из числа пришедших на МФО) проявляют познавательную активность и могут рассматриваться как потенциальные участники проектно-исследовательских работ.

Проведение констатирующего эксперимента в 2010 г

С целью посмотреть, насколько изменилась ситуация с проведением исследовательских работ за 10 лет, в 2010 г. был проведен опрос среди 350 школьников 11 класса – участников традиционного «Турнира им. М.В. Ломоносова» (г. Москва), который проводится по нескольким предметам: математике, физике, астрономии и наукам о Земле, химии, биологии, истории, лингвистике, литературе (*http://olympiads.mccme.ru/turlom*) [350]. Школьники, придя на турнир, получали общий комплект заданий, и за определенное время выполняют их по одному или нескольким выбранным предметам.

Опрос проводился по обычной схеме. Полный текст анкеты приведен в Приложении 24. Число участников турнира составляло несколько тысяч, в том числе в МГУ участвовало более 1000 учеников 11 класса. Было обработано 350 анкет.

Поскольку соревнование шло по нескольким предметам, то одним из вопросов был: «Ваш любимый предмет?». В анкете предлагалось отметить не более трех пунктов. Распределение ответов приведено на рис. 4.7. Большинство участников отметили «математику», что вполне естественно, поскольку, испытывая неприязнь к математике, сложно обучаться другим точным наукам. На втором месте оказалась физика, обогнав информатику.

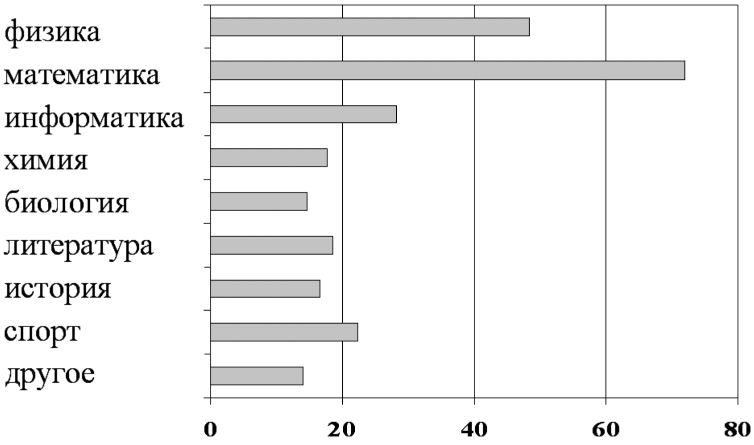


Рис. 4.7
Распределение ответов на вопрос о любимом предмете

Поскольку Турнир им. М.В. Ломоносова проводился в преддверии Фестиваля науки в МГУ им. М.В. Ломоносова, то первый вопрос, касающийся проектно-исследовательских работ, был связан с этим мероприятием. Школьникам предлагалось ответить, что им хотелось бы получить от Фестиваля науки в МГУ, при этом можно было отметить несколько вариантов. Распределение ответов приведено на рис. 4.8.

Большая часть школьников хотела бы послушать лекции и посмотреть занимательные опыты, а послушать доклады проектно-исследовательских работ желающих было мало. Такой результат не был неожиданным, поскольку опыт проведения конференций проектно-исследовательских работ показывает, что школьники обычно не любят слушать чужие доклады, и стремятся в перерыве между заседаниями секции незаметно удалиться.

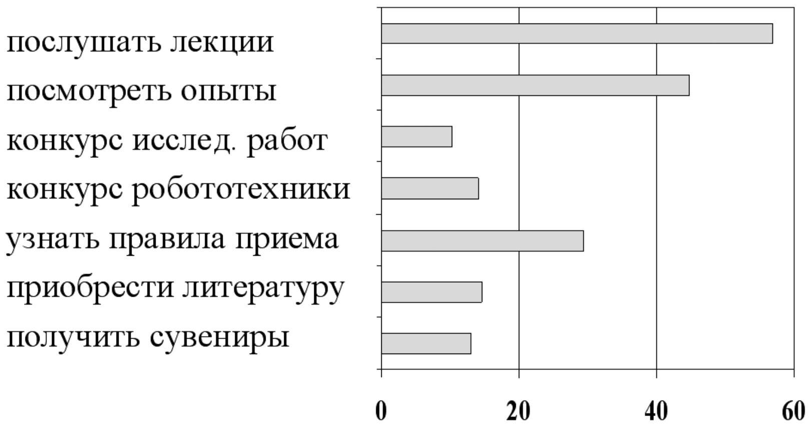


Рис. 4.8
Распределение ответов на вопрос:
«Что бы Вы хотели получить от Фестиваля наук»?

Следующим вопросом было: «Какие способы изучения Вашего любимого предмета Вам больше нравятся?». На этот вопрос можно было также дать несколько вариантов ответа. Как видно из приведенного на рис. 4.9 распределения ответов, школьники считают, что наиболее полезно решать олимпиадные задачи (задачи повышенной сложности). В тоже время, 20% школьников считают выполнение проектно-исследовательских работ одним из лучших способов изучения любимого предмета.

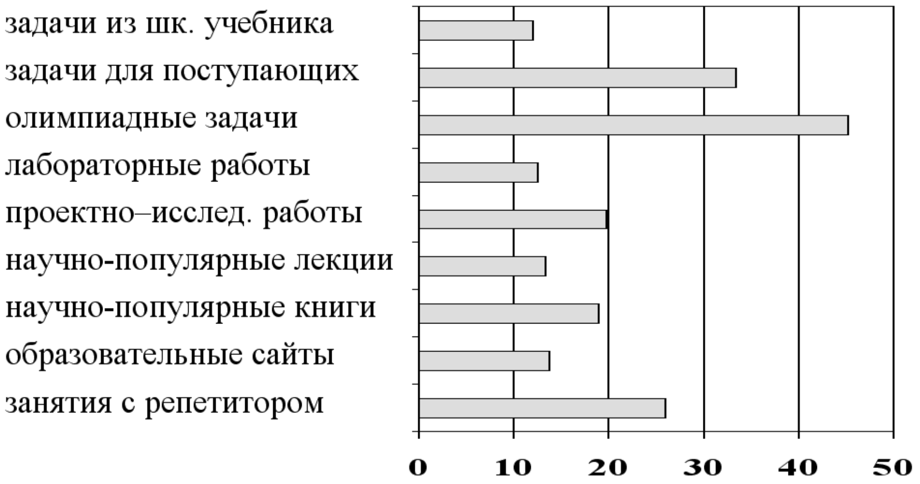


Рис. 4.9
Распределение ответов на вопрос:
«Какие способы изучения Вашего любимого предмета Вам больше нравятся?»

Следующим вопросом, касающимся проектно-исследовательских работ, был: «Знаете ли Вы, что такое (проектно-) исследовательская работа? Выполняли ли Вы её?» Распределение ответов приведено на рис. 4.10. Только 12% опрошенных не знали о таком способе изучения предмета. Еще 29%

опрошенных не выполняли работу, хотя знали о такой возможности. Распределение по направлениям работ показывает, что больше всего желающих было выполнять работы из области физики и математики, что не удивительно, учитывая распределение интересов к предметам.

Рис. 4.10
Распределение ответов на вопрос: «Знаете ли Вы, что такое (проектно-) исследовательская работа? Выполняли ли Вы её?»

Четвертым вопросом, касающимся проектно-исследовательских работ, был вопрос о месте проведения работы. Распределение ответов представлено на рис. 4.11. Подавляющее большинство школьников, выполнявших работы, делало это в школе. Число школьников, делавших это в НИИ или вузе составило менее 8%. Всего 3,5% делали работу в летней школе. С одной стороны, этот факт может показаться удивительным, поскольку в летние школы обычно едут мотивированные дети, способные такие работы проводить. Но, с другой стороны, как указывалось выше, возможности выполнения исследовательских работ в летних школах сильно ограничены.

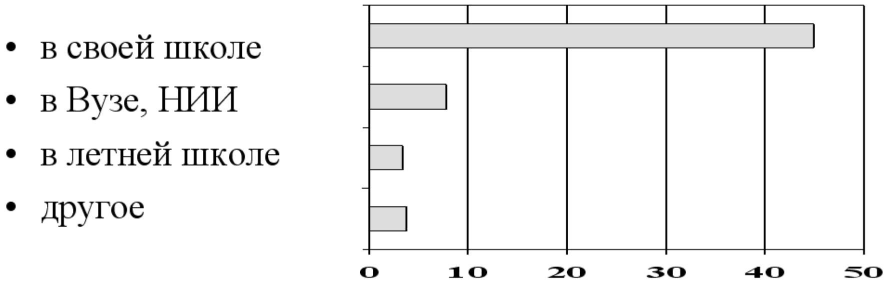


Рис. 4.11
Распределение ответов на вопрос о месте проведения работы

Следующим вопросом, касающимся проектно-исследовательских работ, был о докладе работ на конференциях. Результаты опроса показали, что только 26% школьников (40% от выполнявших проекты) довели свои работы до выступления на конференциях. Проведение корреляций показало, что среди выполнявших работы в вузе или НИИ, процент выступающих был больше – 48%, а выполнявших работы в школе, меньше – 38%.

Таким образом, проведенный анализ показал, что за прошедшее время заметно вырос процент школьников, проводящих исследовательские работы, однако по-прежнему мало работ, которые делаются на таком уровне, чтобы их можно было доложить на конференциях.

Проведение констатирующего эксперимента в 2011 г.

С целью посмотреть, насколько изменилась ситуация с проведением исследовательских работ с точки зрения учителей, в 2011 г. был проведен опрос среди участников Всероссийского съезда учителей физики. Съезд состоялся в МГУ им. М.В. Ломоносова (*phys.teacher.msu.ru*). На него прибыло 630 учителей физики, преподавателей вузов, специалистов по методике преподавания из 60 субъектов РФ, Белоруссии, Украины, Казахстана и др. Опрос проводился организаторами съезда, в число которых входил автор.

Полный вариант анкеты опроса представлен в Приложении 25. Всего было обработано 586 анкет.

Среди вопросов был вопрос о том, как учителя понимают, что такое проектно-исследовательская работа школьников по физике. Было 5 вариантов ответа.

1) Делается письменная работа или устный доклад по заданной теме, который может представлять собой чисто реферативный обзор.
2) Проводится исследование, в результате которого школьник получает новые для себя данные (материал еще не изучался).
3) Проводится исследование, в результате которого школьник получает данные, которые нельзя просто почерпнуть из школьного учебника.
4) Проводится исследование, в результате которого школьник получает новые научные данные.
5) Другое.

Распределение ответов приведено в таблице 4.8.

Как видно из приведенного распределения подавляющее большинство учителей (78,8%) не склонны впадать в указанные выше крайности, что с одной стороны, проектно-исследовательские работы связаны с получением объективной научной информации, или, с другой стороны, удовлетворяться выполнением реферативных работ. При этом число учителей, считающих, что ученик должен получить информацию, выходящую за рамки школьного учебника, и считающих, что достаточно, чтобы школьники получили любую новую информацию, распределилось примерно поровну.

Таблица 4.8

Распределение ответов на вопрос, что считать проектно-исследовательской работой

№ ответа	**Всего**	Тип школы / класса					
		Физ.-мат. школа	Физ.-мат. класс	Класс без угл. изуч.	Сельская малок. шк.	Не работает	Другое
	Число опрошенных						
	586	**172**	**125**	**230**	**11**	**46**	**97**
1	2.4	2.9	3.2	2.2	0	4.3	3.1
2	40.3	40.1	44.8	40.0	72.7	41.3	37.1
3	38.4	39.0	33.6	40.0	27.3	34.8	36.1
4	14.0	12.8	15.2	14.3	0	13.0	14.4
5	4.9	5.2	3.2	3.5	0	6.5	9.3

Следующий вопрос звучал так: «Проводите ли Вы (или Ваши коллеги по школе) проектно-исследовательские работы по физике?»

Было 5 вариантов ответа.

1) Такие работы не проводятся.
2) Время от времени такие работы выполняются.
3) Такие работы проводятся регулярно.
4) Такие работы проводятся регулярно, и ученики участвуют с ними в конференциях (конкурсах) проектно-исследовательских работ.
5) Другое.

Распределение ответов приведено в таблице 4.9.

Приятно видеть, что ответов, что проектно-исследовательские работы вообще не проводятся – мало. Также приятно видеть, что треть участников сообщило о регулярном проведении работ и докладах результатов на конференциях, причем среди учителей физико-математических школ такие ответы дала половина опрошенных.

Возникает вопрос – идет ли речь о внутришкольных конференциях или о всероссийских? Для выяснения этого в анкете был предусмотрен еще один вопрос: «Принимают ли участие Ваши ученики в конкурсах (конференциях) проектно-исследовательских работ школьников всероссийского уровня («Интел-Юниор», «Шаг в будущее» и т.п.)?», на который было 4 варианта ответа.

1) Принимают участие каждый год.
2) Принимают участие не каждый год.
3) Не принимают участия.
4) Другое.

Таблица 4.9

Распределение ответов на вопрос о выполнении проектно-исследовательских работ

№ ответа	**Всего**	Тип школы / класса					
		Физ.-мат. школа	Физ.-мат. класс	Класс без угл. изуч.	Сельская малок. шк.	Не работает	Другое
	Число опрошенных						
	586	**172**	**125**	**230**	**11**	**46**	**97**
1	5.5	0.6	4.0	6.1	18.2	17.4	4.1
2	32.9	25.6	37.6	43.0	27.3	13.0	30.9
3	19.1	25.0	24.0	14.8	18.2	13.0	18.6
4	36.2	47.1	32.8	33.9	27.3	23.9	33.0
5	6.3	1.8	1.6	2.1	9.1	32.6	13.4

Распределение ответов приведено в таблице 4.10.

Видно, что более четверти опрошенных утвердительно ответило о регулярном участии учеников своей школы на всероссийских конференциях, причем учителей из физико-математических школ, ответивших утвердительно, составило половину. Тем не менее, почти половина учителей отрицательно ответила на вопрос об участии учеников своей школы на всероссийских конференциях.

В анкете был предусмотрен вопрос о причинах этого: «Что, по Вашему, препятствует развитию проектно-исследовательских работ по физике?» (можно было отметить несколько вариантов ответа).

Было 5 вариантов ответа.

1) Низкая мотивация у учеников.
2) Отсутствие опыта проведения исследовательских работ у учителей.
3) Плохое оснащение оборудованием.
4) Отсутствие методических разработок.
5) Другое.

Распределение ответов приведено в таблице 4.11.

Таблица 4.10

Распределение ответов на вопрос об участии во всероссийских конкурсах

№ ответа	**Всего**	Тип школы / класса					
		Физ.-мат. школа	Физ.-мат. класс	Класс без угл. изуч.	Сельская малок. шк.	Не работает	Другое
	Число опрошенных						
	586	**172**	**125**	**230**	**11**	**46**	**97**
1	26.1	45.9	24.8	20.9	9.1	6.5	17.5
2	32.9	29.7	48.0	36.5	27.3	17.4	22.7
3	30.0	18.6	24.8	38.3	63.6	30.4	34.0
4	10.9	5.9	2.4	4.4	0	45.6	25.7

Таблица 4.11

Распределение ответов на вопрос о причинах, мешающих развитию проектно-исследовательских работ

№ ответа	**Всего**	Тип школы / класса					
		Физ.-мат. школа	Физ.-мат. класс	Класс без угл. изуч.	Сельская малок. шк.	Не работает	Другое
	Число опрошенных						
	586	**172**	**125**	**230**	**11**	**46**	**97**
1	33.3	25.6	30.4	37.4	36.4	41.3	33.0
2	44.5	51.2	40.8	42.6	27.3	58.7	39.2
3	59.7	56.4	59.2	61.3	72.7	45.7	64.9
4	29.5	29.7	31.2	30.9	36.4	26.1	30.9
5	7.7	10.4	10.4	4.8	0	8.7	10.3

Видно, что основной причиной, препятствующей развитию проектно-исследовательских работ в школах, является отсутствие нужного оборудования, особенно в сельских школах. Поэтому поиск общедоступных средств для проведения исследовательских работ является актуальным. При этом более 3/4 учителей (в т.ч. в физико-математических школах – 80%) считает препятствующими факторами – недостаток опыта учителей и отсутствие методических разработок по данному вопросу.

Таким образом, проведенный констатирующий эксперимент, как в начале 2000 годов, так и в 2010 г. и в 2011 г. позволил сделать общий **вывод** о важности и актуальности разработки методической системы развития исследовательских способностей школьников.

4.3. Поисковый эксперимент (2001 – 2011)

На поисковом этапе педагогического эксперимента проводились беседы, опросы, анкетирования, обучение и педагогические наблюдения за школьниками в ВФШ, в лицее «Вторая школа», в кружке МГДД(Ю)Т, на профильном семинаре в СОШ № 179 и в летних школах, проводимых станцией юных натуралистов (2002 – 2003), МИОО (2004 – 2005), МГДД(Ю)Т (2007 – 2008), лицеем «Вторая школа» (2009), опросы школьников и сопровождающих их учителей, участвовавших в МФО и ВФО, опросы школьников и научных руководителей, участвующих в конференциях проектно-исследовательских работ школьников, беседы с учителями на педагогических конференциях, обучение студентов, ведущих занятия со школьниками в ВФШ, руководство исследовательскими работами, работа в жюри конкурсов исследовательских работ, анализ опыта работы жюри конкурсов исследовательских работ школьников, оценивалась эффективность развития исследовательских способностей школьников.

Целью поискового этапа была разработка методик выявления одаренных школьников, мотивированных к проведению исследовательских работ углубленного уровня, и проведения с ними таких работ.

При этом решались следующие задачи:

– определение средств, необходимых для проведения исследовательских работ углубленного уровня;

– разработка методик выявления школьников, мотивированных к проведению исследовательских работ, и вовлечения их в исследовательскую деятельность;

– разработка методики обучения школьников умениям и навыкам, необходимым для проведения исследовательских работ углубленного уровня, включая обучение компьютерному моделированию на основе численных методов.

Поиск общедоступного экспериментального оборудования

Как показал констатирующий эксперимент, одной из существенных проблем при проведении исследовательских работ углубленного уровня является недостаток экспериментального оборудования. При создании методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников автор сразу отказался от применения дорогостоящего профессионального оборудования, поскольку в этом случае разработанная методическая система была бы применима только для узкого круга школ и учебных центров (вузы, НИИ), где такое оборудование имеется, а автор стремился разработать методическую систему, которую можно было бы использовать практически в любой школе. Кроме того, автор планировал проводить исследовательские работы в летних школах, куда нельзя вывести громоздкое оборудование и нежелательно вывозить дорогостоящую технику.

По мнению автора, экспериментальное оборудование для учебно-исследовательских работ школьников должно удовлетворять следующим требованиям:

– простота в использовании – школьники должны суметь освоить прибор за несколько занятий, кроме того, они должны понимать физические принципы работы прибора;

– доступность – прибор не должен иметь слишком высокую стоимость, чтобы его не было страшно доверять школьникам;

– достаточно высокая точность измерений, чтобы результаты могли иметь не только качественный, но и количественный характер;

– компактность – чтобы можно было использовать в условиях летней школы.

Учитывая опыт проведения исследовательской работы с использованием фотоаппарата в 1999 г., а также опыт использования фотоаппарата для любительских фотографий, автором в качестве основного измерительного инструмента была выбрана цифровая камера, которая удовлетворяет указанным выше требованиям. Кроме того, она имеет еще и дополнительные достоинства, подробно описанные в Главе 3.

Разумеется, цифровая камера является не единственным инструментом, удовлетворяющим указанным требованиям, но целью поиска не было выявить все возможные инструменты, а найти хотя бы одно приемлемое решение. Использование камеры в качестве основного физического прибора дополнялось другими несложными измерительными инструментами: рулеткой, штангенциркулем, электронными весами, секундомером и т.п. в зависимости от темы исследовательской работы.

Обучение школьников компьютерному моделированию на основе численных методов

Следующей проблемой, встающей при проведении исследовательских работ углубленного уровня, является слабость математического аппарата школьников, особенно, если речь идет об учениках 7 класса. Возможное решение этой проблемы пришло из наблюдения автора за тем, с каким интересом школьники воспринимают все, что относится к компьютерам. Возникла мысль компенсировать недостаточный уровень математического аппарата использованием компьютерного моделирования на основе численных методов. По замыслу автора овладение численными методами позволило бы школьникам проводить вычислительные эксперименты, планировать натурные эксперименты и анализировать полученные результаты.

Однако для использования численных методов необходимо умение программировать. Поэтому было проведено исследование того, какой процент школьников умеет программировать. В упоминавшемся выше анкетировании в 1999 – 2003 гг. перед вступительным тестированием в ВФШ был задан вопрос «Умеете ли Вы программировать?» Результаты приведены в таблице 4.12.

Таблица 4.12

Распределение ответов на вопрос об умении программировать

Число учеников	Число обработанных анкет	Результаты опроса		
		умеют программировать	только начали изучать	не умеют
495	455	21	38	396

Получилось, что среди приходящих в ВФШ школьников умели программировать или начали изучать программирование 1 – 2 школьника на учебную группу. Поэтому вопрос о программировании был включен в анкетный опрос МФО.

Умеете ли Вы программировать?

1) нет, не умею;
2) только начал изучать язык программирования;
3) умею неплохо программировать.

Результаты приведены в таблице 4.13 и на рис. 4.12.

Таблица 4.13

Распределение ответов на вопрос об умении программировать среди участников МФО

класс/ вариант ответа	7	8	9	10	11
1	97	95	85	73	61
2	2	2	11	14	15
3	1	3	4	13	24

Рис. 4.12
Распределение ответов на вопрос об умении программировать среди участников МФО

Результаты опроса показали, что среди школьников 7 – 9 классов число умеющих программировать и начавших его изучать не превышало 15%.

Таким образом, большинство школьников не владело языками программирования, что затруднило использование численных методов при проведении исследовательских работ. Было возможно два направления решения этой проблемы:

– изучать со школьниками основы программирования на несложном учебном языке (*Basic, Pascal, Delphi*);

– использовать возможности электронных таблиц *MS Excel* или ее аналога *Open Office.org Calc* (в настоящее время – *LibreOffice*).

Первый путь имел очевидные недостатки: в ВФШ шли школьники, желающие изучать физику, а не программирование, мы могли оттолкнуть тех, кто имел склонность к физике, но у кого возникли бы проблемы с изучением программирования. Кроме того, в этом случае мы были бы ограничены числом мест в компьютерном классе, т.е. не смогли бы принимать всех желающих изучать физику.

Второй путь ограничивал нас в выборе задач, поскольку возможности электронных таблиц меньше, чем у языков программирования. Но с другой стороны, для реализации простейших численных алгоритмов нужно уметь только:

– записывать в электронной таблице арифметическое выражение;

– копировать формулы в ячейках.

Этому можно научить школьников за одно занятие. Кроме того, можно было ожидать, что большинство школьников могли уже работать в электронных таблицах.

Чтобы выяснить число школьников, умеющих работать в электронных таблицах, в 2001 и 2002 гг. в упоминавшуюся выше анкету опроса при поступлении в ВФШ был включен соответствующий вопрос. Всего в 2001 и 2002 гг. поступили 231 учеников, было обработано 213 анкет.

Вопрос звучал: «Умеете ли Вы работать с *MS Office*?»

Для каждой из программ *MS Word, MS Excel* и *MS Power Point* были предложены те же варианты ответов:

1) умею;

2) только начал изучать;

3) нет, не умею.

Результаты приведены в таблице 4.14 и на рис. 4.13.

Таблица 4.14

Распределение ответов на вопрос об умении работать с *MS Office*

Программа	Результаты опроса		
	умеют работать	только начали изучать	не умеют
MS Word	153	42	18
MS Excel	127	45	41
MS Power Point	91	37	85

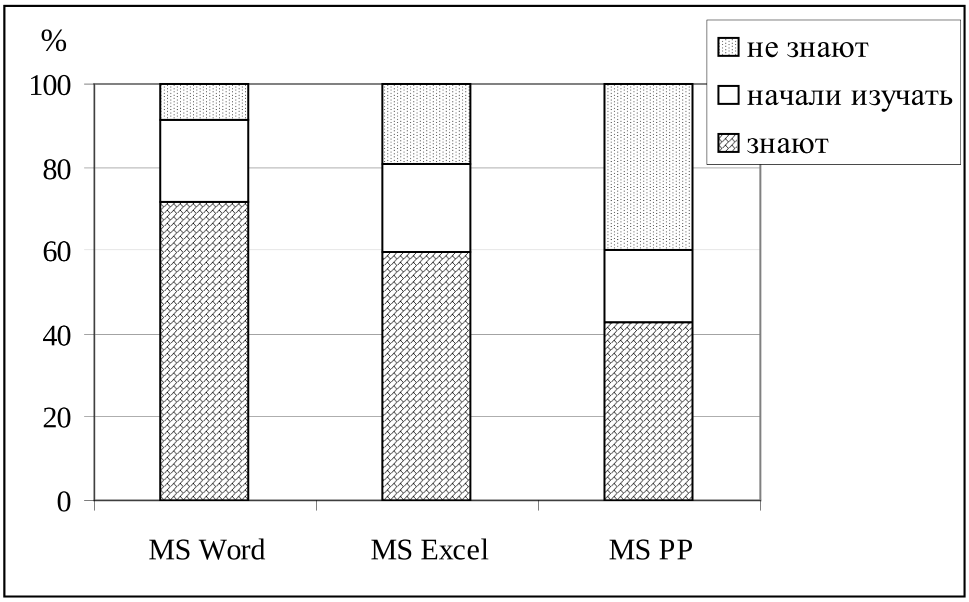


Рис. 4.13.
Распределение ответов на вопрос об умении работать с *MS Office*

Видно, что большинство школьников умеют работать или учатся работать с электронными таблицами. Поэтому в дальнейшей работе мы в основном ориентировались на изучение численных методов при помощи электронных таблиц, а языки программирования мы использовали в следующих случаях:

– если школьники самостоятельно изучили язык программирования;

– если школьники освоили простейшие численные методы с помощью электронных таблиц, и захотели решать частично-поисковые или исследовательские задачи, для решения которых необходимо умение программировать;

– если школьники выбрали тему исследовательской работы углубленного уровня, для проведения которой необходимо умение программировать, и они готовы тратить усилия на освоение языка программирования.

Адаптация университетских курсов численных методов

Как указывалось в первой главе, в настоящее время существует большое число университетских курсов численных методов [139, 384], однако они не адаптированы для школьников 7 – 11 классов.

При отборе подходящих численных методов мы руководствовались следующими критериями:

– с их помощью можно решать задачи по физике повышенной сложности;

– они должны быть достаточно просты, чтобы их могли быстро освоить школьники, начиная с 7-го класса;

– желательно, чтобы они были реализуемы с помощью электронных таблиц.

Последнее требование является желательным, но не обязательным, поскольку, как указывалось выше, мы не исключали выполнение исследовательских работ с использованием языков программирования.

Этим требованиям удовлетворяли следующие методы:

– численное интегрирование (для расчета площадей и объемов сложных фигур, нахождения центра масс, момента инерции и пр.);

– численное интегрирование уравнений движения на основе разностных схем (схема Эйлера и ее модификации);

– нахождение экстремумов функций и решение уравнений, в том числе трансцендентных;

– использование случайных распределений для расчета статистических закономерностей.

Заметим, что при объяснении численных методов школьникам не целесообразно говорить про «численное интегрирование», поскольку употребление термина «интеграл» не облегчает понимание материала, а только пугает школьников.

Изучение схемы Эйлера

Поскольку обучение в ВФШ и в 8 – 9 классах летних школах начинается обычно с механики, то изучение численных методов автор начал со схемы Эйлера. Летом 2001 г. автором на ЛЭШ был прочитан элективный курс численных методов, где основное внимание было уделено схеме Эйлера, и проведены две работы по исследованию движений пружинного маятника с двумя степенями свободы и двойного маятника. В этих работах была как экспериментальная составляющая, так и численное моделирование.

При этом обнаружилось два основных недостатка подобного подхода:

– на заявленный курс по изучению численных методов ходили только два выполнявших работу школьника (из 20-ти школьников, пожелавших изучать физику), т.е. они слушали этот курс, потому что хотели провести исследовательскую работу с численным моделированием, школьники, делавшие исследовательские работы без численного моделирования (или не делавшие вовсе) такой курс слушать не захотели;

– во время летней школы ученики успели получить некоторые результаты, но запланированный объем работ выполнен не был, в учебном году они так и не собрались доделать работу и выступить с сообщениями.

Для преодоления второй проблемы автор начал обучение численным методам в ВФШ (начиная с 2001/02 учебного года). При этом был учтен имеющийся негативный опыт, что сами по себе численные методы не вызвали интереса у школьников. Поэтому был разработан *пропедевтический* курс, в котором изучение численных методов было интегрировано в читавшийся в ВФШ курс решений задач по физике повышенной сложности. Поскольку опросы показали, что школьники редко умеют программировать, то численные методы реализовывались с помощью электронных таблиц.

В рамках этого курса школьникам предлагались задачи повышенной сложности, которые они не могли сразу решить алгебраически. Тогда на занятии им давался простейший численный алгоритм (схема Эйлера), показывалось, как его можно реализовать в электронных таблицах и предлагалось решить задачу с помощью компьютера на основе изученных алгоритмов. Полученный численный ответ являлся первой подсказкой к решению задачи. Иногда знание ответа было достаточно для дальнейшего решения задачи алгебраическими и геометрическими методами, иногда требовалось дать еще несколько подсказок.

Кроме схемы Эйлера предлагались ее модификации для равноускоренного движения. Успешность освоения численных методов определялась по способности школьника составить электронную таблицу для решения зачетной задачи (задача выбиралась достаточно сложной, чтобы школьники не смогли сразу решить ее обычными методами). Обучение схеме Эйлера с помощью электронных таблиц проводилось в некоторых группах ВФШ и в лицее «Вторая школа». Результаты представлены в таблице 4.15.

Таблица 4.15

Результаты изучения схемы Эйлера

Год и экспериментальная площадка	Класс	Число постоянно ходивших учеников	Результаты изучения схемы Эйлера		
			хорошо и отлично	удовлетворительно	не освоили
2001/02, ВФШ	8 – 9	14	7	4	3
2002/03, ВФШ	8 – 9	16	13	2	1
2003/04, ВФШ	8 – 9	15	12	3	-
2004/05, ВФШ	8 – 9	38	31	4	3
2004/05, факультативный курс в лицее «Вторая школа»	8	12	11	1	-

Из таблицы видно, что большинство школьников 8 – 9 классов, ходивших в ВФШ и на факультативный курс в лицее «Вторая школа», успешно освоили схему Эйлера. Немного хуже обстояло с освоением схемы Эйлера у учеников 7-го класса, о чем подробнее пойдет речь ниже.

С осени 2004 г. всем преподавателям ВФШ было рекомендовано обучать школьников схеме Эйлера.

Применение схемы Эйлера позволила провести множество исследовательских работ в областях небесной механики, колебаний, движений в вязкой среде и пр., примеры которых приведены в главе 3, Приложениях 7–22 и в [359, 360]. Заметим, что в классическом понимании схема Эйлера предусматривает численное интегрирование методом прямоугольников [139, 384]. Для увеличения точности в задачах, когда была известна зависимость ускорения (силы) от времени и (или) координаты, использовалась модификация схемы Эйлера, когда применялся метод прямоугольников для расчета скоростей и метод трапеций для расчета координат [359, 360].

Существенным недостатком схемы Эйлера является ее относительно маленькая точность. Например, при расчете колебаний математического маятника с помощью схемы Эйлера не удается избавиться от увеличения амплитуды, которое составляет примерно 0,1% при условии, что одно колебание составляет 1000 шагов схемы. Также при расчете эллиптической орбиты движения небесных тел в Кеплеровском приближении происходит увеличение расстояния до Солнца примерно на 0,1% при условии, что один оборот составляет 1000 шагов схемы. Такие же проблемы возникают со схемой Эйлера при моделировании колебаний маятника, движения частиц и др.

Для увеличения точности в этих и аналогичных задачах использовалась корректировка значения скорости, исходя из закона сохранения энергии [359]. Это позволило значительно увеличить точность вычислений. Например, при расчете эллиптических орбит увеличение расстояние до Солнца не наблюдается даже через несколько тысяч оборотов планеты [359]. Хотя такое увеличение точности возможно даже при использовании электронных таблиц, реально оно нужно только при выполнении исследовательских работ и такая модификация схемы Эйлера не разбиралась на пропедевтических курсах. Для решения олимпиадных задач вполне достаточно точности классической схемы Эйлера.

Особенности обучения школьников 7-го класса

Задачи по кинематике имеют несомненное достоинство, что они могут быть предложены школьникам с самого начала изучения физики, т.е. в 7-м классе. Однако на факультативных пропедевтических курсах для 7-го класса в лицее «Вторая школа» выяснилось, что почти половина учеников не справилась с написанием электронных таблиц. Дальнейшее выяснение причин выявило, что этому способствовало два обстоятельства:

– ученики 7-го класса имели мало опыта работы с электронными таблицами;

– им было не очень интересно эти таблицы составлять.

Действительно, задачи по кинематике имеют существенный недостаток – практически все они не предполагают наличие экспериментальной составляющей. Для расширения поискового эксперимента возникло желание включить в пропедевтический курс для 7-го класса задачи, которые можно было проверить экспериментально. В качестве таких задач было выбрано нахождение центра масс (центра тяжести) фигур, вырезанных из бумаги. Эта задача имеет следующие достоинства:

– для ее решения необходимо знать только правило рычага («золотое правило механики»), которое приведено во многих учебниках 7-го класса, поэтому она может быть предложена ученикам 7-ко класса;

– центр тяжести фигур, вырезанных из бумаги, можно найти экспериментально, при этом не нужно дорогостоящее оборудование;

– численно можно найти центр тяжести практически любой фигуры, границы которой заданы математически, используя численное интегрирование методом прямоугольников;

– положение центра тяжести многих фигур: полукруга, фигуры, ограниченной параболой и др., неочевидно, но при этом их можно найти аналитически.

Поэтому факультативный пропедевтический курс с учениками 7-го класса был видоизменен. В первом полугодии (как и для 8-х классов) предлагались задачи по кинематике, во втором полугодии изучалась тема: «золотое правило механики» и предлагалось найти центр тяжести треугольника, полукруга, полукольца, участка, ограниченного параболой. Сначала в классе разбирался алгоритм численного метода расчетов, затем аналогичные задачи предлагалось решить самостоятельно по изученному алгоритму. На следующем занятии решение разбиралось и предлагалось задачи решить дома аналитически. Если самостоятельно никто из учеников задачу не решал, на следующем уроке (или через несколько уроков) разбиралось их аналитическое решение. Задачи на нахождение центра тяжести предлагалось сначала решить экспериментально в классе, затем их предлагалось решить численно дома. Эффективность обучения оценивалась по числу решенных задач. Задача считалась решенной, если школьник приносил (или присылал по почте) файл с составленной электронной таблицей или работающей программой.

Результаты обучения учеников 7-го класса в 2009/10 и 2010/11 учебных годах в лицее «Вторая школа» представлены в таблице 4.16.

Таблица 4.16

Результаты обучения школьников 7-го класса в лицее «Вторая школа»

Год	Число учеников	Решили задачи				
		первое полугодие		второе полугодие		
		численно	аналитически	экспериментально	численно	аналитически
2009/10	14	5	0	11	9	2
2011/12	15	7	1	15	12	4

Видно, что во втором полугодии задачи решали более успешно, что не связано с тем, что задачи были проще, поскольку число решивших задачи аналитически было мало в обоих случаях. Более успешное решение задач можно объяснить увеличением активности – проведенный в классе эксперимент вызвал познавательный интерес к задачам, школьникам было интересно, правильно ли у них получилось.

Обучение численным методам нахождения экстремумов функций и решения уравнений

Компьютерное моделирование на основе численных методов позволяет решать задачи на нахождение минимальных и максимальных значений, которые требуются найти в задачах по физике.

Самыми простыми задачами по этой теме являются рассмотренные в третьей главе задачи на нахождение минимального расстояния между подъезжающими к перекрестку машинами, максимальной дальности полета тела, брошенного под углом к горизонту с возвышенности и т.п. Эти задачи имеют аналитическое решение, хотя и сложное, но доступное ученикам 8-го класса (после изучения по математике свойств квадратного трехчлена). Другие задачи, например, «брахистохронос», имеют аналитическое решение, но требуют знаний высшей математики далеко выходящей за школьный курс. Третьи задачи, например, нахождение максимальной дальности полета брошенного под углом к горизонту тела с учетом сопротивления воздуха, вообще не имеют аналитического решения.

Простейший способ нахождения экстремумов заключается в составлении цикла, перебирающего в определенном диапазоне значения аргумента. Если алгоритм реализуется в электронной таблице, то значения аргумента перебираются в одном из столбцов таблицы, а экстремум ищется в другом столбце. При необходимости можно после грубого определения экстремума, пройти диапазон значений аргумента с меньшим шагом.

В таком виде поиск экстремумов не представляет сложности для школьников, о чем свидетельствует результаты проведенных исследований, представленные в таблице 4.17.

Таблица 4.17

Результаты обучения компьютерному моделированию

Год и экспериментальная площадка	Класс	Число постоянно ходивших учеников	Результаты обучения компьютерному моделированию с нахождения экстремумов функций		
			хорошо и отлично	удовлетворительно	не освоили
2001/02, ВФШ	8 – 9	14	12	1	1
2002/03, ВФШ	8 – 9	16	13	2	1
2003/04, ВФШ	8 – 9	15	14	1	-
2004/05, ВФШ	8 – 9	38	35	3	-
2004/05, факультативный курс в лицее «Вторая школа»	8	12	11	1	-

В исследовательских работах могут быть более сложные задачи, например, при решении задачи «брахистохронос» требовалось искать экстремум не по одному аргументу, а по нескольким, подбирая коэффициенты многочлена $A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + A_4x^4 + A_5x^5$ [331]. Для этого уже необходимо писать компьютерные программы, что выходит за рамки пропедевтического курса и делается уже при проведении исследовательской работы. Электронные таблицы позволяют находить экстремум только функций двух аргументов, если не использовать надстройки «Поиск решения» и т.п.

Аналогично электронные таблицы позволяют определять, при каких значениях аргумента исследуемая функция обращается в ноль (или принимает другое наперед заданное значение), что позволяет школьникам численно решать трансцендентные уравнения, например, находить параметры циклоиды, проходящей через заданные точки при решении задачи «брахистохронос» [331].

Выявление и обучение одаренных школьников в ВФШ

Как показал констатирующий этап педагогического эксперимента, одной из основных проблем при организации исследовательских работ углубленного уровня является поиск мотивированных школьников.

За все время руководства автором ВФШ с 1991 г. по 2013 г. число приходящих школьников было меньше числа мест, поэтому не было потребности в отборе школьников. Таким образом, их познавательная потребность – само желание ездить на факультативные занятия, была единственным критерием зачисления в ВФШ.

Вступительное тестирование позволяло определить стартовый уровень их знаний по физике. Начальный уровень конвергентного мышления определялся по решению стандартных задач и задач повышенной сложности. Для определения уровня дивергентно мышления в вступительных тестированиях предлагались задачи дивергентного типа, т.е. задачи, допускающая несколько ответов. Надо заметить, что традиция проверять умение школьников ориентироваться в незнакомой ситуации, т.е. решать нестандартные задачи, где требуется не только преобразовывать формулы, но и приводить рассуждения, возникла в ВФШ еще до 1991 года. Поэтому опыт работы с такого типа задачами уже был накоплен. Примеры задач вступительного тестирования в ВФШ приведены в Приложении 26.

Уровень поисковой активности не представлялось возможным определить в процессе вступительного тестирования. Поэтому на вступительном тестировании, на лекциях и на семинарах школьникам предлагались неочевидные вопросы («проблемные задачи»), требующие длительного раздумья, поиска материала в литературе, интернете и т.п. Например:

– при повороте автомобиля левое и правое колеса проходят разный путь, с одинаковой ли скоростью вращает их двигатель?

– у поезда колеса жестко связаны, но при повороте левое и правое колеса проходят разный путь, проскальзывают ли колеса при повороте?

– подводные лодки во время Второй мировой войны всех воюющих стран были примерно одинаковыми – их нос имел треугольную вытянутую форму, у современных подводных лодок нос имеет форму овала, такую же овальную форму имел нос «Наутилуса» Жюль Верна («Наутилус» имел форму гаванской сигары), когда и почему инженеры прислушались к Жюль Верну и стали делать овальные носы?

Далее на семинарских занятиях или после них вопросы разбирали, а активность определялась по тому, сколько каждый школьник выдвигает идей для решения проблем (не обязательно правильных, но обязательно разумных, т.е. имеющих обоснование). Иногда подобные вопросы задают школьники, тогда преподаватель, если найдет вопрос интересным, может предложить всей группе поискать ответ на него.

К сожалению, подобную активность сложно учитывать, поскольку между занятиями школьники могут получать помощь от родителей, друзей и пр., кроме того, ответ на вопрос могут найти несколько человек, а рассказать только один. Поэтому преподаватель отмечает поисковую активность школьников не по одной решенной задачи, а при наличии устойчивой познавательной потребности к решению задач дивергентного типа и поисковых задач.

В 2001–2003 гг. автор принимал активное участие в работе одной из групп ВФШ, где вместе со студентами проводил занятия, на которых давались основы численных методов, проблемные вопросы, задачи дивергентного типа и предлагалось провести проектно-исследовательские работы. Остальные группы были контролем. Распределение школьников по группам происходило в основном с учетом их пожеланий учиться в определенный день недели, поэтому экспериментальная группа, где активно работал автор, не выделялась при наборе.

Результаты представлены в таблице 4.18.

Таблица 4.18

Результаты обучения в ВФШ в 2001 – 2004 гг.

Год	Экспериментальная группа			Число контрольных групп	Контрольные группы		
	число постоянно ходивших учеников	число учеников проявлявших высокую активность			число постоянно ходивших учеников	число учеников проявлявших высокую активность	
		осенью	весной			осенью	весной
2001/02	14	3	9	5	67	16	21
2002/03	16	4	11	4	58	14	20
2003/04	15	4	9	4	61	13	19

Эксперимент показал, что хотя во всех группах вначале было примерно одинаковое число активных учеников (3–4 человека на группу) в середине года число активных учеников в контрольных группах выросло примерно до трети группы, а в экспериментальной группе таких стало более половины.

В 2004 году с целью расширения экспериментальной базы автор стал проводить занятия в лицее «Вторая школа». В ВФШ практика решения проблемных и дивергентных задач стала применяться в большинстве учебных групп. Учитывая специфику работы ВФШ в русле «занимательной физики» студентам – преподавателям ВФШ не давался жесткий тематический план. Им рекомендовалось, прежде всего, ориентироваться на реакцию школьников, стремиться, чтобы занятия были интересны для большинства слушателей группы. При этом им было рекомендовано руководствоваться следующими принципами [365].

1. Не подавать материал в виде «упавших свыше» прописных истин, а изучение любой темы начинать с постановки проблемной задачи. Например, если тема занятия связана с молекулярной теорией, то занятие начнется не с записи под диктовку основных положений МКТ, а с вопроса: «если бы вы

попали во времена Аристотеля, как бы *вы* обосновали существование атомов и молекул?» Школьники становятся активными участниками, и сами пытаются аргументировать давно известный им факт. Преподаватель в этом случае может выступить оппонентом, и выдвигать аргументы против атомизма. Через некоторое время школьники начинают понимать, что не очень хорошо представляют, как доказать существование атомов. Это может послужить толчком к самостоятельному поиску информации, стать темой для реферативной проектной работы.

2. Стараться избегать абстрактных, надуманных задач «меловой физики», например, когда рассматривается нагромождение из невесомых блоков и тележек, движущихся без трения. Преподаватели по возможности берут примеры из окружающего школьника мира природных явлений или техники.

3. Не стремиться разбирать много задач. Когда задач много, школьник озабочен лишь тем, чтобы переписать содержимое доски в режиме «ксерокса». Ему некогда задуматься над ходом решения, тем более, ему некогда попытаться решить задачу самому. Преподаватели не торопятся разбирать задачи. Если задача вызывает затруднения, то школьникам дается несколько подсказок. Разбор задачи начинается, когда не менее половины школьников уже поняли, как ее решать. Если задача оказывается сложной и таких идей нет, то лучше оставить ее додумать на дом и перейти к следующей.

4. Поощрять любые вопросы по физике, пусть даже выходящие за рамки школьной программы. Конечно, это не значит, что если школьника интересуют «черные дыры», преподаватель тут же начнет ему рассказывать о них. Но преподаватель поинтересуется, что школьник уже знает по этой теме, и что он еще хотел бы узнать, поможет подобрать литературу или найти информацию в интернете. При наличии достаточного интереса у школьника и у группы, можно предложить сделать школьнику доклад по этой теме, помочь составить план доклада, подготовить презентацию. Оптимально, чтобы интерес школьника побудил бы его провести исследовательскую работу.

Руководствуясь этими принципами, ВФШ работает с 2004 г. по настоящее время. Анализ учебных программ выявил три основных сценария проведения занятий студентов со школьниками:

1) следование стандартному школьному курсу по механике, который во многом повторяет школьный курс;

2) «галопом по Европам» – занимательные материалы по всем разделам физики;

3) «ранняя специализация» – студент – преподаватель ВФШ начинает со школьного курса, но больше внимания уделяет своей специализации, особенно такой стиль присущ студентам, занимающихся нанотехнологиями, физикой космоса и элементарных частиц.

Результаты обучения в ВФШ представлены в таблице 4.19.

Таблица 4.19

Результаты обучения в ВФШ в 2005 – 2011 гг.

Год	Число постоянно ходивших учеников	Число учеников проявлявших высокую активность		Число учеников начавших выполнять исследовательскую работу	Число учеников, выступавших на конференциях
		осенью	весной		
2005 /06	55	12	28	10	6
2006 /07	62	15	35	11	7
2007 /08	65	14	35	12	7
2008 /09	60	12	32	9	6
2009 /10	53	10	28	7	4
2010 /11	64	9	35	8	5

Из представленных данных видно, что, хотя познавательную активность проявляли больше половины учащихся, лишь пятая часть начинали выполнять исследовательские работы, а доводили до состояния, когда результаты можно было докладывать на конференциях лишь 10% постоянно ходивших школьников. Причина этого кроется в специфике работы ВФШ – занятия студенты вели на общественных началах. Выполнение исследовательских работ углубленного уровня требовало встречаться со школьниками больше, чем один раз в неделю, к чему не были готовы ни большинство школьников, ни студенты – преподаватели ВФШ.

Таким образом, проведенный эксперимент в ВФШ показал как продуктивность предлагаемого подхода, так и необходимость лучшей подготовки обучающих к работе с одаренными школьниками.

Выявление и обучение одаренных школьников в лицее «Вторая школа»

В лицее «Вторая школа» автор проводил занятия по физике в сетке основных часов и факультативный курс: «Решение олимпиадных задач по физике с применением компьютерного моделирования», который являлся пропедевтическим курсом и в рамках которого (как это было анонсировано в самом начале курса) можно было выполнять исследовательские работы.

Занятия в рамках основных часов автор проводил традиционным образом, поскольку большой объем обязательного материала не оставлял времени на объяснение численных методов. При этом время от времени школьникам предлагались проблемные задачи, однако основное внимание уделялось изучению теоретического материала и решению задач (стандартных и повышенной сложности), т.е. развитию в основном конвергентного мышления. Задачи дивергентного типа разбирались на факультативных занятиях.

Как уже говорилось выше, большая сложность организации новых факультативных курсов заключалось в том, что в школе уже работали факультативные кружки по физике и другим предметам. Поэтому возникла мысль объединить пропедевтический курс автора с кружком по программированию, где ученики успешно выполняли проектно-исследовательские работы, в том числе писали компьютерные игры. Предполагалось, что в кружке они будут изучать программирование на С++, а автор будет обсуждать с ними физические законы, необходимые для реалистичности программ.

К сожалению, в результате работы в режиме консультирования участников кружка по программированию удалось сделать только одну исследовательскую работу, основанную на компьютерном моделировании процессов в идеальном газе. Причиной этого было то, что школьников – программистов мало интересовала реалистичность. Например, один из школьников 8 класса обратился с вопросом: с какой скоростью нужно подбросить мяч, чтобы он поднялся на высоту 10 м и вернулся назад за 1 с? Пришлось ему объяснить, что условия противоречивы. Если нужно, чтобы мяч вернулся назад за 1 с, то начальная скорость должна быть 5 м/с, но при этом он поднимется на высоту 1,25 м. Если нужно, чтобы мяч поднялся на высоту 10 м, то начальная скорость должна быть 14 м/с, но при этом он вернется назад через 2,8 с. Школьника такой ответ не устроил. По сценарию игры нужны были именно такая высота и такое время, и у него мяч прекрасно поднимался на 10 м и возвращался назад за 1 с, двигаясь с постоянной (!) скоростью. При этом еще мяч красиво менял свой цвет, что законами физики не описывалось.

Не сумев заинтересовать исследовательской деятельностью участников кружка по программированию, автор организовал свой кружок. В школе было четыре девятых классов, где обучалось 100 человек. На пропедевтический факультативный курс постоянно ходило всего 8 человек. Среди них был один школьник 10-го класса, с которым автор начал делать исследовательскую работу еще в летней школе. Малое число участников, скорее всего, было связано с тем, что курс был заявлен не в самом начале учебного года, и школьники уже успели распределиться по кружкам.

В следующем году автор организовал кружок для 10-го класса, затем для 11-го. Практически все участники кружка с самого начала проявляли большой интерес к дивергентным задачам, поэтому эффективность развития исследовательских способностей оценивалась по числу школьников, приступивших и числу завершивших исследовательские работы по физике.

Работа считалась сделанной, если по ней был подготовлен доклад на конференции (устный или стендовый). При этом это не означало, что работа завершена. Большинство учеников обладали надситуативной активностью, работы анализировались, ставились новые задачи, и исследовательская деятельность продолжалась.

Как видно из представленных в таблице 4.20 результатов, в новом году число участников пропедевтического курса удвоилось, одни доделывали старые работы, другие – начали новые.

В 11 классе эта деятельность (что было прогнозируемо) пошла на убыль. Приближение ЕГЭ заставило школьников меньше времени уделять проектно-исследовательской деятельности. Были лишь доделаны и доложены на конференциях наполовину сделанные работы.

Таблица 4.20

Результаты обучения школьников 9 – 11-х классов в лицее «Вторая школа»

Год	2004/05	2005/06	2006/07
Класс	9-10	10-11	11
Число школьников, постоянно ходивших на факультативный курс	8	15	7
Число школьников, проявлявших большую активность	6	12	6
Число школьников, продолжающих работы	1	2	3
Число школьников, начавших работы	4	6	0
Число школьников, сделавших работы	2	7	3
Число школьников, сделавших доклады на конференциях	1	5	3

Учитывая слабый интерес учеников 11 класса к исследовательской деятельности, в 2007 г. автор решил начать новый цикл занятий с 7-х классов (на факультативные занятия ходили еще 2 ученика старших классов, продолжавших работы). Результаты представлены в таблице 4.21.

Таблица 4.21

Результаты обучения учеников 7 – 9-х классов в лицее «Вторая школа»

Год	2007/08	2008/09	2009/10	2010/11
Класс	7-8	8-9	7	8
Число школьников, постоянно ходивших на факультативный курс	14	16	16	14
Число школьников, продолжающих работы	---	3	2	3
Число школьников, начавших работы	10	5	6	4
Число школьников, сделавших работы	8	7	5	6
Число школьников, сделавших доклады на конференциях	5	6	3	4

Представленные в таблице 4.21 данные наглядно показывают устойчивую образовательную потребность школьников и эффективность предложенной методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике в лицее «Вторая школа».

Выявление и обучение одаренных школьников в кружке МГДД(Ю)Т

Третья экспериментальная площадка – кружок МГДД(Ю)Т во многом напоминала ВФШ за исключением того, что программа занятий была больше ориентирована на математику, чем на физику, и обучение велось по первому из описанных для ВФШ сценариев – изучалась механика, начиная с кинематики.

Программа курса в МГДД(Ю)Т не отличается от программы ВФШ и представлена в Приложении 3. К сожалению, ожидания автора, что школьники, пришедшие в кружок отдела математики и компьютерных технологий, проявят интерес к составлению программ, не оправдались. Практически никто из слушателей не умел программировать, и на занятиях пришлось ограничиться работой в электронных таблицах.

Результаты обучения представлены в таблице 4.22.

Таблица 4.22

Результаты обучения в МГДД(Ю)Т

Год	Число постоянно ходивших учеников	Число учеников проявлявших высокую активность		Число учеников начавших выполнять исследовательскую работу
		осенью	весной	
2007/08	12	2	5	2
2008/09	12	2	7	1
2009/10	12	3	7	1
2010/11	12	2	6	1

К сожалению, специфика работы кружка не позволила организовать большое дополнительное число часов вне расписания, и, хотя школьники успешно освоили численные методы, и проявили определенную активность, лишь одна проектно-исследовательские работа в кружке МГДД(Ю)Т в 2007–11 гг. была доложена на всероссийской конференции Интел-Авангард.

Выявление и обучение одаренных школьников в летних школах

Выше уже обсуждалось, что короткие сроки летних школ не позволяют подготовить школьников и провести с ними исследовательские работы. Основное внимание уделялось развитию дивергентного мышления и поисковой активности.

В связи с краткостью занятий последовательность пропедевтического курса была изменена. Начинались занятия с эксперимента: в 8-х классах изучалось колебание математического маятника (зависимость периода от длины нити и угла), в 9-х – полет тела, брошенного вертикально или под углом к горизонту (класс отсчитывался по тому классу, который школьник закончил). В экспериментах использовали воздушный шар, который бросали с балкона или детский пистолет, стреляющий шариками, похожими на шарики для пинг-понга. Затем, уже в процессе обработки данных со школьниками осваивались методы расчета погрешностей и численные методы для моделирования движений. Эффективность обучения оценивалось:

– по успешности выполнения школьниками экспериментальных работ, которые включали планирование и проведение эксперимента, обработку данных, включая расчет погрешностей;

– по успешности освоения численных методов.

Результаты обучения приведены в таблице 4.23.

Видно, что большинство школьников успешно освоили численные методы и успешно справились с экспериментальными задачами. К сожалению, только две исследовательские работы, начавшиеся в летних школах, получили продолжение в учебном году.

Таблица 4.23

Результаты обучения в летних школах

Год и организация	Класс	Число школьников	Число занятий	Результаты экспериментальной работы			Освоение численных методов		
				хорошо и отлично	удовлетворительно	не сделали	хорошо и отлично	удовлетворительно	не освоили
2007 лицей «Вторая школа»	8	16	8	12	4	0	14	2	0
	9	14	8	13	1	0	14	0	0
2008 МГДД (Ю)Т	8	14	7	9	5	0	7	5	2
	9	14	7	11	3	0	9	4	1

Обучение школьников на профильном семинаре в СОШ № 179 при МИОО

С 2008 г. по 2012 г. автор проводил занятия с учениками 9-го класса на профильном семинаре МИОО по подготовке к олимпиадам, который проходил на территории СОШ № 179 школы. На занятия приглашались школьники, показавшие высокие результаты на МФО и ВФО. Основной целью занятий была подготовка школьников, которые могли бы достойно представить г. Москву на ВФО.

Занятия проводились по классической схеме: разбиралась методика решений задач по определенным темам, которые могли быть предложены на Всероссийской олимпиаде по физике (механика, геометрическая оптика, постоянный ток, уравнение теплового баланса), а затем разбирались задачи на данную тему из сборников МФО и ВФО.

Поскольку программа подготовки была очень насыщенной, автор давал лишь основы численных методов, как эвристического приема решения очень сложных задач. Большинство разобранных на занятиях олимпиадных задач были конвергентного типа. Школьникам было предложено несколько задач дивергентного типа, которые не вызвали интереса, поскольку не являлись олимпиадными.

За пять лет автор провел занятия в пяти группах школьников 9-го класса общей численностью 130 человек. Эксперимент показал, что, несмотря на то, что уровень знаний по физике приходивших на семинар школьников был очень высок, и многие из них стали призерами ВФО, только один школьник заинтересовался задачами дивергентного типа, но и он не стал делать исследовательскую работу. Школьники были нацелены на решение задач, которые им могли встретиться на ВФО, и интереса к другим задачам не проявляли. Это свидетельствует о том, что высокий уровень конвергентного мышления не означает наличие высокого уровня дивергентного мышления и поисковой активности.

Аналогичные результаты дали опросы учителей, сопровождающих школьников на МФО и ВФО, научных руководителей школьников (учителей и преподавателей вузов), участвующих в московских городских, региональных и всероссийских конференциях проектно-исследовательских работ школьников, опыт работы в жюри этих конференций, а также беседы с учителями на педагогических конференциях. Большинство учителей и преподавателей вузов отмечали существенное различие между уровнями знаний учеников, оцениваемых по успеваемости в школе по физике, и способностями к решению нестандартных задач и проведению самостоятельных исследований. Многие из опрошенных считали, что есть школьники, которых целесообразно готовить к выступлениям на олимпиадах высокого уровня, т.е. на ВФО, а есть школьники, не склонные к выступлению на олимпиадах, их целесообразно попытаться вовлечь в исследовательскую деятельность. Другие считали, что многие школьники могут осилить либо подготовку к ВФО, либо проведение исследовательских работ углубленного уровня, но не оба вида деятельности сразу ввиду ограниченных временных возможностей. Личный опыт автора показывает, что обе точки зрения отчасти справедливы. Среди учеников, подготовленных автором, четверо школьников, получивших призы на московских городских и всероссийских конкурсах проектно-исследовательских работ в 7–9 классах, а в 9–11 классе стали также призерами ВФО, т.е. проявили способности к обоим видам деятельности. Но с другой стороны, многие из тех, кто успешно провел исследовательские работы, не показывали высокие результаты, выступая на олимпиадах.

Из этого следует необходимость развития всех трех составляющих, определяющих исследовательские способности детей: конвергентное мышление, дивергентное мышление и поисковую активность.

Таким образом, проведенный поисковый эксперимент позволил определить основные сценарии проведения пропедевтического курса в зависимости от уровня подготовленности школьников, числа учебных часов, познавательной потребности школьников, их загруженности по другим предметам (резерв времени). К сожалению, используемый критерий познавательной потребности школьников является не очень конкретным, поэтому на завершающем этапе обучающего эксперимента он был заменен успешностью решения задач дивергентного типа.

4.4. Обучающий эксперимент (2011 – 2013)

Обучающий эксперимент имел основной целью проверку гипотезы диссертационного исследования. В соответствии с разработанными вариантами пропедевтического курса, обучающий эксперимент проводился на следующих площадках:

– физико-математический лицей – ГБОУ лицей «Вторая школа», занятия проводил лично автор;

– учебный центр – кружок МГДД(Ю)Т, занятия проводил лично автор, ВФШ, занятия проводили студенты физического факультета МГУ;

– летняя школа – ЛОФМШ, занятия проводил как лично автор, так и студенты МФТИ и физического факультета МГУ.

Проводились опросы, анкетирования, обучение и педагогические наблюдения за школьниками в ВФШ, в лицее «Вторая школа», в кружке МГДД(Ю)Т, и в ЛОФМШ, руководство исследовательскими работами, обучение студентов, ведущих занятия со школьниками в ВФШ, обучение учителей в Летней школе для учителей физики на физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова.

Обучающий эксперимент в ВФШ

Как указывалось выше, эффективность развития исследовательских способностей школьников можно оценивать по уровню поисковой активности и развития дивергентного мышления. В обучающем эксперименте мы оценивали как общую активность школьников на уроке, так их способность решать задачи конвергентного и дивергентного типа (оценивалось даже стремление подобные задачи решать). В 2011 году в ВФШ работало 5 учебных групп, в которых вели занятия 9 студентов физического факультета МГУ.

Для отслеживания динамики интереса к дивергентным задачам сравнивалось успешность решение задач в начале и в конце учебного года. Как уже говорилось выше, при поступлении в ВФШ школьники пишут вступительное задание (тест). В разные годы тест содержал 4–5 задач различной степени сложности. Еще раз подчеркнем, что тест не ставил целью отсеять слушателей, за 20 лет не было случая, чтобы пришедшему в ВФШ школьнику отказывали по причине отсутствия мест – число приходящих школьников было относительно невелико, и мы могли принять всех желающих. Тестирование преследовало следующие цели.

1) Выявить начальный уровень знаний школьников по физике. Это необходимо, поскольку студенты – преподаватели ВФШ часто переоценивают знания школьников. Проведение теста дает им реалистичное представление об относительно слабом знании приходящих в ВФШ школьников. Заметим, что в 90-ые годы было желание на основании этого теста сформировать более однородные по силе группы школьников. Однако, после перехода к исследовательским методам обучения это потеряло смысл, поскольку с точки зрения развития исследовательских способностей важен не начальный уровень зна-

ний, а способность и желание осваивать новый материал, в том числе касающийся численных методов.

2) Сформировать темы для обсуждения на первых занятиях. Первое занятие начиналось с обсуждения и разбора задач вступительного теста. При этом последняя задача теста подбиралась достаточно сложной, и на первом занятии не разбиралась. Давались лишь общие идеи по ее решению, и дальнейшее обсуждение переносилось на последующие занятия.

3) Сформировать у школьников чувство, что они «заслужили» право обучаться в бесплатной школе. Делалось это из соображения, что если школьник будет чувствовать, что ходит в кружок не просто так, а потому что прошел испытание, он будет больше ценить занятия и более аккуратно их посещать. Хотя тестирование реально не отсеивало приходящих в ВФШ учеников, это никогда не объявлялось. Школьники старательно писали вступительный тест, и затем им рассылалась информация о зачислении (в годы, когда интернет не был общедоступен, школьников обзванивали).

4) Начать педагогическое наблюдение за учениками. Для этого среди предлагавшихся задач давалась одна задача дивергентного типа. При оценке задачи определялось не только правильность ее решения (правдоподобность рассуждений), но и сам факт, что ученик приступил к решению задачи. На решение четырех задач давалось 45-50 мин, при этом школьников предупреждали, что необязательно решать все задачи, поэтому до задачи дивергентного типа многие могли не дойти.

В Приложении 26 представлены условия, краткие решения и критерии оценок задач, предлагавшихся на вступительных тестированиях в ВФШ в 2011 г. и в 2012 г. Первая задача была на составление графика, вторая – стандартная школьная задача, 3 – дивергентного типа, 4 – повышенной сложности (из сборника Всесоюзных олимпиад [403]). В 2011 г. во вступительном тестировании приняло участие 102 ученика. Заметим, что школьникам оценки за первое тестирование не сообщались (чтобы их не травмировать), на занятиях разбирались решение и школьники могли сами оценить свои работы.

Аналогичное тестирование проводилось в апреле, в нем приняло участие 36 школьников ВФШ. Школьникам также предлагались 4 задачи, похожие на вступительные. Третья задача была дивергентного типа ([116], №2.3). Второе тестирование ни на что не влияло, и школьники писали его исключительно из «спортивного интереса».

Результаты тестирований 2011/12 учебного года (в %) приведены в таблице 4.24.

Таблица 4.24

Результаты тестирований в ВФШ в 2011/12 г. (в %)

Вступительные задачи (102 ученика)	Оценка			
	2	3	4	5
1. График	44	40	14	2
2. Средняя скорость	41	6	3	51
3. Удар по мячу	37	35	17	11
4. Подбрасывание мяча	48	41	11	0
Решение тех же задач 36 школьниками, закончивших обучение				
1.	19	58	17	6
2.	19	11	6	64
3.	3	36	36	25
4.	36	53	11	0
Выпускные задачи (36 учеников)				
1. График	0	3	6	91
2. Машины на мосту	0	25	17	58
3. Дым от костра	0	14	39	47
4. Падающий кокос	3	14	25	58

Аналогичные результаты получились при обучении в ВФШ в 2012/13 учебном году. Поскольку школьники в основном обучаются в ВФШ один год были предложены те же вступительные задачи. В 2012 г. во вступительном тестировании приняло участие 124 ученика, а весной – 45. Результаты тестирований 2012/13 учебного года приведены в таблице 4.25.

Видно, что результаты решения задач в 2011/12 и 2012/13 годах мало отличаются друг от друга. На стартовом тестировании с первой задачей справились менее пятой части школьников, что свидетельствует о том, что в школах, где учились поступающие в ВФШ, мало внимание уделяют работе с графиками. Однако после обучения в ВФШ графическое представление движения уже не представляло проблему. Вторая задача была стандартной школьной задачей, поэтому результаты ее решения распределись практически по принципу: 5 или 2. Чуть больше половины школьников правильно решила эту задачу. Третья задача была дивергентного типа. Решение, где выдвигались разумные гипотезы, было лишь в 11% работ в 2011/12 г. и 12% работ в 2012/13 г. Больше трети учеников к решению этой задачи либо вообще не приступили, либо дали совершенно не обоснованные ответы.

Таблица 4.25

Результаты тестирований в ВФШ в 2012/13 г. (в %)

Вступительные задачи (102 ученика)	Оценка			
	2	3	4	5
1. График	41	39	17	3
2. Средняя скорость	35	4	2	59
3. Удар по мячу	37	34	17	12
4. Подбрасывание мяча	56	36	8	0
Решение тех же задач 36 школьниками, закончивших обучение				
1.	20	51	18	11
2.	13	11	7	69
3.	7	24	38	31
4.	36	51	13	0
Выпускные задачи (36 учеников)				
1. График	0	4	7	89
2. Машины на мосту	0	18	13	69
3. Дым от костра	0	13	38	49
4. Падающий кокос	4	16	24	56

Последняя задача была взята из сборника Всесоюзных олимпиад, и никто не ожидал, что ее решит много человек. Она была выбрана столь сложной для того, чтобы одаренные школьники, решив первые две задачи, не сидели без дела, кроме того, эту задачу в дальнейшем планировалось использовать на занятиях. Поскольку ее решение требует длительного обсуждения, то она подходит для частично-поискового метода обучения.

Проанализируем, как решали дивергентную задачу те, кто занимался до апреля и те, кто бросил обучение на полпути. В 2011/12 г. из 37 учеников, не приступивших к решению дивергентной задачи, всего один дошел до конца учебного года, остальные «сошли с дистанции». Из 11 решивших эту задачу на «5» и 17 решивших ее на «4» до конца доучились 9 и 13 человек, соответственно. В 2012/13 г. из 46 учеников, не приступивших к решению дивергентной задачи, дошло до конца учебного года три человека, из 15 решивших эту задачу на «5» и 21 решивших ее на «4» до конца доучились 14 и 17 человек, соответственно. Таким образом, обучение в ВФШ с использованием продуктивных методов оказалось интересным, прежде всего, для школьников, склонных к решению дивергентных задач.

Анализ данных показывает, что в 2011/12 г, вначале дивергентную задачу успешно (т.е. на «4» и «5») решило 28 человек (28% всех писавших), из числа писавших второе тестирование – 22 человека (61%), то на втором тестировании успешно дивергентную задачу решили 31 человек (86%). В 2012/13 г. эти показатели составили соответственно: 29%, 69% и 87%.

Таким образом, эксперимент показал, что в результате обучения на пропедевтическом курсе в ВФШ произошло как существенное увеличение интереса школьников к задачам дивергентного типа, так и улучшение их способности решать такие задачи, что свидетельствует об успешном развитии их исследовательских способностей.

Обучающий эксперимент в МГДД(Ю)Т

Обучающий эксперимент в МГДД(Ю)Т прошел в 2011 году и был похож на эксперимент в ВФШ, за исключением того, что занятия в двух учебных группах (28 учеников) вел лично автор, а не студенты физического факультета МГУ. Поступающим также предлагался тест с теми же задачами, что и ВФШ, при этом также не ставилась цель кого-то отсеять. В конце учебного года также был проведен тест для контроля эффективности обучения. Результаты теста представлены в следующей таблице. Поскольку обучение закончили 25 из 28 человек, то проводить фильтрацию не имело смысла. Результаты тестирований в МГДД(Ю)Т приведены в таблице 4.26.

Таблица 4.26

Результаты тестирований в МГДД(Ю)Т

	Оценка			
Вступительные задачи	2	3	4	5
1. График	10 (36%)	12 (43%)	5 (18 %)	1 (4%)
2. Средняя скорость	7 (25%)	3 (11%)	1 (4%)	17 (61%)
3. Удар по мячу	9 (32%)	12 (43%)	5 (18%)	2 (7%)
4. Подбрасывание мяча	15 (54%)	11 (39%)	2 (7%)	0 (0%)
Выпускные задачи				
1. График	0 (0%)	1 (4%)	1 (4%)	23 (92%)
2. Машины на мосту	1 (4%)	2 (8%)	4 (16%)	18 (72%)
3. Дым от костра	0 (0%)	3 (12%)	3 (12%)	19 (76%)
4. Падающий кокос	2 (8%)	4 (16%)	3 (12%)	16 (64%)

Видно, что вступительный уровень знаний школьников, поступающих в МГДД(Ю)Т, не отличается от поступающих сверстников в ВФШ. Уровень интереса к дивергентным задачам у учеников кружка МГДД(Ю)Т оказался в конце года даже выше, чем в ВФШ (76% вместо 47%), что свидетельствует о большей активности школьников. Большая активность школьников проявилась также в том, что шесть учеников провели исследовательские работы. Работа одной из учениц этого года получила диплом II степени на Всероссийской конференции Интел–Династия–Авангард. Таким образом, эксперимент и на этой площадке показал, что в результате обучения на пропедевтическом курсе произошло как существенное увеличение интереса школьников к задачам дивергентного типа, так и улучшение их способности решать такие задачи, что свидетельствует об успешном развитии их исследовательских способностей.

Обучающий эксперимент в лицее «Вторая школа»

Обучающий эксперимент в лицее «Вторая школа» имел свои особенности. Поскольку кружок был внутришкольный, то не было причин проводить вступительное тестирование. Успешность обучения оценивалось по проведению школьниками исследовательских работ. Для проверки гипотезы, что в 10-м классе познавательная потребность в исследовательской деятельности уменьшается ввиду приближения экзаменов, в 2012 г. было организовано два кружка – для 7–8 и для 10 классов. Результаты обучения представлены в таблице 4.27.

Таблица 4.27

Результаты обучения в лицее «Вторая школа»

Год	2011/12	2012/13	2012/13
Класс	9	10	7–8
Число школьников, постоянно ходивших на факультативный курс	17	16	14
Число школьников, продолжающих работы	7	1	1
Число школьников, начавших работы	9	---	4
Число школьников, сделавших работы	8	1	3
Число школьников, сделавших доклады на конференциях	6	1	2
Число школьников, прошедших на заключительный этап Всероссийской олимпиады по физике	3	3	---
Число школьников, ставших призерами заключительного этапа Всероссийской олимпиады по физике	3	2	---
Число школьников, вошедших в команду школы ТЮФ (всего в команде школы 8-х классов – 6 человек)	---	---	5

Видно, что на факультативный курс ходили ученики 10-го класса, но их в основном интересовали олимпиадные задачи. При этом они добились успехов – многие стали призерами МФО, а три ученика участвовали в заключительном этапе Всероссийской олимпиаде по физике. Как мы и ожидали, интереса к исследовательской деятельности они не проявили и, исследовательских работ не проводили, несмотря на такую возможность. Только одна школьница закончила в 10-м классе работу, которую она начала в 9-м и доложила ее на конференции «Потенциал».

Заметим, что 5 школьников 8-го класса, посещавших факультативный курс, организовали команду лицея на ТЮФ, проводимый ИТЭФ.

Обучающий эксперимент в летней (олимпиадной) школе

Летом 2013 г. был проведен обучающий эксперимент в Летней олимпиадной физико-математической школе (ЛОФМШ), которая проходила в Витебской обл. (Белоруссия) и в которой приняло участие более 230 школьников из Белоруссии (16 человек), Казахстана (22), и из 45 городов РФ: Москвы, Калининграда, Набережных челнов, Новосибирска, Омска, Самары, Сыктывкара, Чебоксар и др.

Занятия в школе проводили педагоги из Москвы, Самары, Калининграда и др., а также студенты и аспиранты физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова и МФТИ. Поскольку основной целью школы было заявлена подготовка к олимпиадам, в том числе к экспериментальному туру, то преподавателям и студентам было предложено наряду с решением обычных олимпиадных задач (в соответствии с возрастом школьников), включить проблемные задачи и использовать численные методы для их решения в соответствии с содержательным компонентом методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников. Эта же рекомендация была дана студентам, проводящим углубленный физический практикум, на котором выполнялись экспериментальные работы уровня задач экспериментального тура ВФО.

В начале и в конце школы были проведены тестирования и анонимные анкетирования. Анкетирования проводились с целью выяснить уровень поисковой активности, которая в начальном анкетировании оценивалась по наличию интересов к изучению физики и готовности изучать ее вне школы, а в конце школы – по посещению дополнительных вечерних лекций (в том числе посвященных численным методам) и участию в конкурсе конструкторов, т.е. в мероприятиях, не связанных напрямую с подготовкой к олимпиадам. Полный вариант анкеты представлен в Приложении 27.

Тестирования проводились с двумя целями. Объявленная школьникам цель – выяснить разделы физики, которые вызывают наибольшую трудность у школьников соответствующего класса. Кроме этого, с целью проверить развитие дивергентного мышления школьников, в тесты были включены задачи дивергентного типа.

Несмотря на то, что ЛОФМШ отбирались школьники, показавшие успехи на олимпиадах по физике, активность занятий физикой вне школы была достаточно низкой. Лишь 12% указало, что читают дополнительную литературу (кроме задачников и учебных пособий по физике), 14% указали, что регулярно смотрят образовательные программы и 18% регулярно посещают образовательные сайты в интернете. При этом учебными пособиями на CD пользуются менее 10% школьников.

Нельзя назвать высокой активность школьников в проведении исследовательских работ. Результаты опроса показали, что исследовательскую работу по физике проводили или проводят 45% опрошенных, что больше, чем в описанном выше анкетировании в 2010 году на турнире Ломоносова. При этом число выполняющих исследовательскую работу не по физике составляло менее 10%. Однако большинство опрошенных ограничились школьным уровнем конференций, число сделавших доклады на конференциях городского уровня и выше составило 12%.

Причину этого легко понять, если учесть, что 32% школьников написали, что не проводят исследовательские работы, поскольку у них много других дел. Понятно, что усиленная подготовка к олимпиадам занимает много времени и сил. Приятно отметить, что число не знавших о проведении исследовательских работ исчисляется единицами, никто из них не учился в физико-математической школе.

В конце летней школы было проведено анкетирование, показавшее, что несмотря на загруженность занятиями (три учебные пары ежедневно), 22% проявили интерес к дополнительным лекциям по физике (в том числе посвященным численным методам), которые не были напрямую связаны с подготовкой к олимпиадам.

Тестирования проводилось с целью выяснить уровень дивергентного мышления. Для этого предлагалось несколько задач, в том числе дивергентного типа. Несмотря на то, что школьники в целом успешно написали тестирование, к решению дивергентной задачи приступили 73% школьников, а успешно ее решили 44%. Это чуть больше, чем при вступительном тестировании в ВФШ.

На заключительном тестировании к решению дивергентной задачи приступили 92% школьников, а успешно с ней справились 83%. Таким образом, обучение в летней школе показало заметное повышение интереса школьников к задачам дивергентного типа.

Как указывалось выше, скоротечность летних школ не позволяет проводить исследовательские работы углубленного уровня, тем не менее, творческая активность школьников проявилась в участии в конкурсе конструкторов, в котором приняло участие 35 человек (15% участников школы), представивших свои конструкции фонтанов, плавательных и сухопутных аппаратов, сделанных школьниками из подручных средств под руководством студентов.

Обучающий эксперимент в летней школе для учителей

Разработанная методическая система была предложена автором для ознакомления на летней школе учителей на физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова (http://teacher.msu.ru/teacher/summer_school/2013/fizika) в июне 2013 г. На занятиях присутствовало более 150 учителей со всей России. По окончании занятий слушателям было предложено заполнить анонимные анкеты с целью выразить свое отношение к полученной информации. Было собрано 112 анкет. Полный текст анкеты приведен в Приложении 28.

С целью выяснения того, насколько учителя компетентны в проведении исследовательских работ, был задан вопрос: «Проводите ли Вы исследовательские работы со школьниками?».

Ответы распределились следующим образом:

34% – да, я постоянно провожу такие работы;
58% – да, я провожу такие работы время от времени.

Таким образом, число учителей, не выполняющих исследовательские работы со школьниками, составляет менее 10%. Однако хотя большая часть учителей проводит исследовательские работы, только 31% отметили, что их ученики выступают на конференциях городского уровня или выше.

Предыдущие опросы на этапах констатирующего и поискового эксперимента показали, что существенным фактором, сдерживающим развитие исследовательских работ, является недостаток учебно-методических разработок по этому направлению. Чтобы установить, не изменилось ли ситуация с учебно-методическими разработками, был задан вопрос: «Является ли по-Вашему, отсутствие учебно-методической литературы по проведению исследовательских работ углубленного уровня главной причиной, сдерживающей развитие таких работ?». Среди опрошенных 86% отметили, что литературы не хватает, и ни один учитель не написал, что он пользуется каким-то пособием по проведению исследовательских работ. При этом только 6% отметили, что подобная литература им не нужна.

Среди опрошенных 84% отметили, что хотели бы посещать курс повышения квалификации «Развитие исследовательских способностей школьников». При этом большая часть отметила, что смогли бы посещать его только дистанционно.

Более 80% учителей согласились, что указанные в анкете этапы исследовательской работы (осознание проблемы, выдвижение гипотез, планирование эксперимента, проведение эксперимента, анализ результатов, доклад работы на конференциях (конкурсах)) являются обязательными, менее 10% выразили мнение, что наличие этих этапов является малореальным пожеланием или не ответили на этот вопрос.

Прослушав информацию о численных методах и об их применении для проведения вычислительных экспериментов, планирования и анализа натурного эксперимента, 87% сочли, что использование численных методов полезно для проведения исследовательских работ и только 8% ответили, что это слишком сложно для школьников.

Таким образом, проведенное анкетирование показало, что учителя считают предлагаемую методику обучения численным методам реализуемой и полезной для проведения исследовательских работ при обучении физике.

Итоги 4-й главы

1. Проведенный констатирующий эксперимент показал, что существует большое число одаренных школьников, потенциально готовых проводить исследовательские работы углубленного уровня по физике, и большое число учителей, готовых этими работами руководить, однако проведению работ препятствует ряд причин, среди которых основными являются отсутствие методической системы выявления мотивированных школьников и вовлечения их в исследовательскую деятельность, а также отсутствие должного методического обеспечения проведения подобных работ.

2. Проведенный поисковый эксперимент показал, что эффективное развитие исследовательских способностей школьников, одаренных в области физики, возможно при проведении ими исследовательских работ углубленного уровня, т.е. работ, повторяющих основные этапы профессионального физического исследования и результаты которых неочевидны с точки зрения знаний на уровне школьной программы.

Показано, что предложенный пропедевтический курс позволяет успешно выявлять одаренных школьников, развивать их конвергентное и дивергентное мышление, а также определять темы исследовательских работ в результате совместных усилий обучающего и обучаемых.

Показано, что одаренные школьники успешно осваивают простейшие численные методы (численное интегрирование, численное нахождение экстремумов функций и решение трансцендентных уравнений) и решают с их помощью олимпиадные задачи, реализуя алгоритмы численных методов в электронных таблицах.

Показано, что одаренные школьники успешно осваивают работу с цифровыми фото- и видеокамерами и проводят с ними экспериментальные работы, в том числе исследовательские работы углубленного уровня.

3. Проведенный обучающий эксперимент на всех экспериментальных площадках (ВФШ, лицей «Вторая школа», МГДД(Ю)Т, летние школы, в ко-

торых участвовали школьники из различных регионов РФ , Белоруссии и Казахстана) подтвердил правильность выдвинутой гипотезы диссертационного исследования и показал, что разработанная методическая система позволяет успешно развивать исследовательские способности одаренных школьников при обучении физике, диагностируемые по развитию конвергентного и дивергентного мышления, проявляющегося в успешности решения школьниками задач, соответственно, конвергентного и дивергентного тина, а также поисковой активности, проявляющейся в проведении школьниками исследовательских работ, в том числе углубленного уровня.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты и выводы

1. Анализ состояния проблемы развития исследовательских способностей школьников при обучении физике показал, что существующие в настоящее время методики развития исследовательских способностей школьников ориентированы, в основном, на средний уровень развития учеников и не отвечают в полной мере познавательной потребности одаренных школьников. На этой основе был сделан вывод о необходимости разработки методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике.

2. Установлена целесообразность введения понятия «исследовательской работы по физике углубленного уровня (по физике)» как работы, отличающейся от обычных учебных исследовательских работ тем, что:

– уровень сложности рассматриваемых проблем (и соответственно уровень новизны ожидаемых результатов) существенно превышает уровень стандартных школьных задач;

– работа включает основные этапы профессиональных научных исследований (видение проблемы – выдвижение гипотез – планирование эксперимента – проведение натурного или вычислительного эксперимента – анализ полученных результатов – презентация результатов, которая обычно проходит в виде доклада на конференции (конкурсе) школьных проектно-исследовательских работ).

Показано, что для выполнения исследовательской работы углубленного уровня школьникам необходимы исследовательские способности, а именно наличие высокого уровня развития дивергентного мышления, конвергентного мышления, поисковой активности и устойчивой внутренней мотивации к исследовательской деятельности.

3. Разработана концепция методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике на основе деятельностного и личностного подходов, предусматривающая:

– поэтапное вовлечение школьников в исследовательскую деятельность в рамках пропедевтического курса, позволяющего ученику выбрать тему исследования в результате совместных усилий обучающего и обучаемого, и подготавливающего к выполнению исследовательских работ углубленного уровня с использованием традиционных и инновационных методик, включая компьютерное моделирование на основе численных методов;

– организацию исследовательской деятельности в соответствии с основными этапами профессионального исследования.

4. Разработана модель методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, включающая содержательные и процессуальные компоненты и отражающая особую роль пропедевтического курса как возможного варианта создания мотивации и привлечения школьников к исследовательской деятельности.

5. Создана методическая система развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, включающая выявление одаренных школьников, обучение их на пропедевтическом курсе методикам, необходимым для выполнения исследовательских работ, в том числе компьютерному моделированию на основе численных методов, помощь в выборе темы (направления) самостоятельной исследовательской работы, организацию выполнения исследовательской работы углубленного уровня, презентации результатов и выяснение возможности продолжения дальнейших исследований по прежнему или новому направлению.

6. Создан комплекс средств выполнения исследовательских работ углубленного уровня на основе проведения вычислительных экспериментов, планирования, проведения и анализа натурных экспериментов, включающий использование цифровых фото- и видеокамер в качестве основных измерительных инструментов и компьютерного моделирования на основе численных методов, включая:

– неявное численное интегрирование (в том числе уравнений движения);

– численное нахождение экстремумов функций и решение уравнений (в том числе трансцендентных);

– численный расчет статистических характеристик системы многих тел в процессе ее эволюции.

7. Показано, что достигнутый уровень исследовательских способностей школьников может быть диагностирован по развитию конвергентного мышления, оцениваемого по успешности решения олимпиадных задач (задач повышенной трудности), дивергентного мышления, оцениваемого по стремлению решать задачи дивергентного типа и успешности их решения, а также устойчивой поисковой активности, оцениваемой по активности исследовательской деятельности школьника, включая выполнение исследовательских работ углубленного уровня.

8. В ходе педагогического эксперимента подтверждена результативность предложенной методической системы развития исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике, оцениваемая по предложенным в ходе исследования критериям и показателям, характеризующим поисковую активность, уровень развития конвергентного и дивергентного мышления, успешность выполнения исследовательских работ углубленного уровня.

Разработанная методическая система развития исследовательских способностей школьников при обучении физике может быть применена в различных регионах нашей страны. Этому способствуют следующие обстоятельства. Во-первых, при разработке методической системы не использовалось специализированное дорогостоящее оборудование, поэтому она может быть реализована практически в любой школе, где есть ученики, одаренные в области физики. Во-вторых, методическая система имеет большую гибкость и может быть реализована на факультативных или элективных занятиях в школах, в кружках при вузах или учебных центрах, в летних школах. Высокий уровень исследовательских способностей школьников позволит им получить больше знаний о передовом крае современной науки и техники, более обдуманно подойти к выбору своей будущей профессии, более уверенно ориентироваться в современном динамически меняющемся мире и в дальнейшем внести свою лепту в развитие научно – технического прогресса.

Продолжение исследования возможно в направлении введения в методическую систему нового содержания из области волновой оптики, статистической физики, нанотехнологий и других направлений современной науки и техники.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абасов З.А. Проектирование и организация групповой работы учащихся на уроке. [Текст] / З.А. Абасов. // Наука и школа. – 2009. – №6. – с. 36-37.
2. Аванесов В.С. Президент США объявил о реформе образования. [Текст] / В.С. Аванесов. // Исследовательская работа школьников. – 2010. – №2. – с. 13-16.
3. Авгусманова Т.В. Педагогические условия развития исследовательской деятельности старшеклассников в инновационном образовательном учреждении: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Т.В. Авгусманова – Иркутск. – 2003 – 241 с.
4. Алакаев Ю.Х. Исследование зависимости сопротивления и показателя преломления жидких растворов от концентрации примесей. [Текст] / Ю.Х. Алакаев, Т.А Орквасов // Физика в школе. – 2013. – №7. – с. 57-59.
5. Алексеев Н.А. Личностно-ориентированное обучение; вопросы теории и практики: Монография. [Текст] / Н.А. Алексеев. – Тюмень. – Изд-во Тюменского государственного университета. – 1996. – 216 с.
6. Алексеева О.Л. Взаимосвязь эксперимента и моделирования при изучении механики в курсе физики основной школы: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / О.Л. Алексеева – М. – 2004. – 159 с.
7. Алехина Т.Н. Управление исследовательской деятельностью учащихся в процессе обучения физике в профильных классах. [Текст] / Т.Н. Алехина, Л.И. Силина. // Физика в школе. – 2009. – №1. – с. 15-18.
8. Алешкевич В.А. Механика: Учеб. для студ. вузов [Текст] / В.А. Алешкевич, Л.Г. Деденко, В.А. Караваев. – М: Изд. центр «Академия». – 2004. – 480 с.
9. Алиев Р. Изучение электрического поля на компьютере с использованием анимации и численных методов. [Текст] / Р. Алиев, М. Насиров, Б. Туланова, А. Базаров. //Физика в школе. – 2011.– №1. – с. 40-43.

10. Аллен К.У. Астрофизические величины [Текст] / К.У. Аллен. – М.: Мир. – 1977. – 448 с.

11. Альбицкая Н.Е. Технологии развития навыков исследовательской деятельности одарённых школьников. [Текст] / Н.Е. Альбицкая // Исследовательская работа школьников. – 2010. – №1. – с. 90-96.

12. Альникова Т.В. Формирование проектно-исследовательской компетенции учащихся на элективных курсах по физике: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Т.В. Альникова. – 2007. – Томск – 174 с.

13. Андреев В.И. Педагогика: Учебный курс для творческого саморазвития. [Текст] / В.И. Андреев. – Казань: Центр инновационных технологий. – 2000 – 608 с.

14. Андреева Н.В. Конструирование фронтальных исследований. [Текст] / Н.В. Андреева // Физика. – 2010. – №16. – с. 16-18.

15. Андреенко Ю.А. Метод размерностей как доступный способ формирования у обучаемых общеобразовательной школы представлений о путях построения единой физики. [Текст] / Ю.А. Андреенко // Наука и школа. – 2009. – №6. – с. 37-38.

16. Антипова Е.П. Развитие самостоятельности учащихся на основе создания и использования видеозадач в процессе обучения физике: Автореферат дис... канд. пед. наук. [Текст] / Е.П. Антипова – Екатеринбург. – 2007. – 21 с.

17. Анцупов И.А. Компьютерное моделирование как метод исследования. [Текст] / И.А. Анцупов // Физика в школе. – 2008. – №2. – с. 29-34.

18. Арнольд В.И. Математическое понимание природы. [Текст] / В.И. Арнольд. – М.: МЦНМО. – 2009. – 144 с.

19. Атаманская М.С. «Открытие» ученика в процессе конструирования учебных задач. [Текст] / М.С. Атаманская // Физика в школе. – 2013. – №6. – с. 54-59.

20. Афанасьев В.Г. О системном подходе в социальном познании. [Текст] / В.Г. Афанасьев // Вопросы философии. – 1973. – № 6. с. 99-101.

21. Байзулаева О.Л. Развитие учебно-исследовательской деятельности учащихся профильных классов лицея на основе интегративно-личностного подхода: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / О.Л. Байзулаева – Магнитогорск. – 2010. – 225 с.
22. Бархаев Б.П. Применение видеотехнологии в развивающем обучении [Текст] / Б.П. Бархаев // Педагогика. – 1998. – №3. – с. 53-57.
23. Басков С.В. Развитие исследовательских способностей учащихся при изучении физики частиц в старших профильных классах. [Текст] / С.В. Басков // Физика в школе. – 2013. – №2. – с. 15-21.
24. Басманова А.В. Научно-исследовательская работа по развитию творческих способностей учащихся. [Текст] / А.В. Басманова // Учитель в школе. – 2010. – №4. – с. 97-100.
25. Белов А.В. Метод линеаризации в решении задач. [Текст] / А.В. Белов // Физика в школе. – 2008. – №3. – с. 33-36.
26. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. [Текст] / О.М. Белоцерковский. – М.: Физматлит. – 1994. – 448 с.
27. Белянин В.А. Методическая система формирования исследовательской компетенции будущего учителя при изучении физики: Дис... док. пед. наук. [Текст] / В.А. Белянин. – М. – 2012. – 463 с.
28. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. [Текст] / В.П. Беспалько. – М.: Педагогика. – 1989. – 192 с.
29. Блауберг И.В. Проблема целостности и системный подход. [Текст] / И.В. Блауберг. – М.: УРСС. – 1997. – 450 с.
30. Богоявленская М.Е. Психологические особенности гармоничного и дисгармоничного типов развития одаренности: Дис... канд. психол. наук. [Текст] / М.Е. Богоявленская. – М. – 2008. – 180 с.
31. Богуславский М.В. Документ, которого ждали. [Текст] / М.В. Богуславский // Народное образование. – 2010. – №1. – с. 17-23.
32. Бойкова А.Е. Экспериментальные задачи как средство формирования и развития исследовательских умений учащихся в процессе обучения физи-

ке: Дис... канд. пед. наук. [Текст]/ А.Е. Бойкова – СПб. – 2010. – 211 с.

33. Бондаревская Е.В. Теория и практика личностно-ориентированного образования. [Текст] / Е.В. Бондаревская. – Ростов-на-Дону: Изд. Ростовского педагогического университета. – 2000. – 352 с.

34. Боно Э. Латеральное мышление. [Текст] / Эдвард де-Боно. – М.: Попурри. – 2012. – 384 с.

35. Борисов Ю.А. От проекта до заявки на открытие – один шаг. [Текст] / Ю.А. Борисов // Физика. – 2010. – №16. – с. 44-46.

36. Браверманн Э.М. Мыслительная сфера учащихся: что и как развивать на занятиях по физике. [Текст] / Э.М. Браверманн // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 321-323.

37. Бражников М.А. Историческая физика: 11. Зрительная труба Галилея. [Текст] / М.А. Бражников // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2013. – №7-8. – с. 32-33.

38. Брунер Дж. Психология познания: за пределами непосредственной информации. М.: Прогресс. – 1977. – 412 с.

39. Бубликов С.В. Методологические основы вариативного построения содержания обучения физике в средней школе: Дис... док. пед. наук. [Текст] / С.В. Бубликов – СПб. – 2000. – 407 с.

40. Бурсиан Э.В. 100 задач для решения на компьютере. [Текст] / Э.В. Бурсиан – СПб: – МиМ. – 1997. – 256 с.

41. Буховцев Б.Б. Сборник задач по элементарной физике [Текст] / Б.Б. Буховцев, В.Д Кривченков. Г.Я. Мякишев, И.М. Сараева – М.: Наука. – 1974. – 416 с.

42. Бушина Т.А. Графики в курсе физики как учебное средство. [Текст] / Т.А. Бушина, В.И Николаев // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 337-338.

43. Бушина Т.А. О дидактических ресурсах графиков в курсе физики. [Текст] / Т.А. Бушина, В.И Николаев // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 338-339.

44. Быховский Я.С. Мобильные технологии для школьных исследований. [Текст] / Я.С. Быховский// Школьные технологии. – 2008. – №5. – с. 82-84.
45. Валеева Е.Х. Образование в контексте приоритетов долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации. [Текст] / Е.Х. Валеева, Ю.Ю. Власова, С.В. Монахов // Педагогика. – 2009. – №7. – с. 3-10.
46. Валуйская О.А. ИКТ-поддержка проектной и исследовательской деятельности учащихся. [Текст] / О.А. Валуйская // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 186-188.
47. Варламов С.Д. Экспериментальные задачи на уроках физики и физических олимпиадах. [Текст] / С.Д. Варламов, А.Р Зильберман, В.И. Зинковский – М.: МЦНМО. – 2009. – 184 с.
48. Варламов С.Д. Интерференция света, рассеянного частицами. [Текст] / С.Д. Варламов // Физика для школьников. – 2010. – №3. – с. 41-50.
49. Васильева А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. [Текст] / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина. – М.: Физматлит. – 2003. – 432 с.
50. Васильева И.В. Проектная и исследовательская деятельность учащихся как средство реализации компетентностного подхода при обучении физике в основной школе: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / И.В. Васильева – М. – 2008. – 245 с.
51. Васильева И.В. Формирование исследовательской компетентности обучающегося при изучении физики в основной школе. [Текст] / И.В. Васильева // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 345-347.
52. Ведринеева Н.А. Научно-исследовательские проекты как средство самореализации старшеклассника: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Н.А. Ведринеева – Оренбург. – 2006. – 221 с.
53. Вейсман А.Д. Греческо-русский словарь. [Текст] / А.Д. Вейсман // М.: Изд. греко-латинского каб. Ю.А. Шичалина. – 1991 (репринт изд. 1899 г.).

– 1370 с.

54. Видеоматериалы и сетевые видеосервисы в работе учителя: практическое пособие. / Под. ред. Я.С. Быховского. – М.: БИНОМ. – 2008. – 90 с.

55. Вихорева О.А. Развитие самостоятельности старших подростков в процессе исследовательской деятельности: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / О.А. Вихорева – Челябинск. – 2003. – 163 с.

56. Внуков И.В., Чудов В.Л., Щеглова О.А. Государственное образовательное учреждение лицей №1502 при МЭИ. [Текст] / И.В. Внуков, Е.В Самохвалова // Физика для школьников. – 2010. – №1. – с. 31-35.

57. Волкова Л.А. Виды, алгоритмы и принципы школьных учебных исследований. [Текст] / Л.А. Волкова // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №4. – с. 17-22.

58. Волохов А.Ю. Из опыта организации учебно-исследовательской работы учащихся в московской гимназии на юго-западе №1543. [Текст] / А.Ю. Волохов, Д.Ю Королев // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. – Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 193-194.

59. Воробьев, В.В. Поисково-исследовательские задачи как средство развития творческого мышления учащихся математических классов: Дис. канд. пед. наук. [Текст] / В.В. Воробьев. – Омск. – 2005. – 255 с.

60. Всероссийские олимпиады по физике. 1992-2004. / Под. ред. С.М. Козела, В.П. Слободянина. – М.: Вербум-М. – 2005. – 534 с.

61. Всесвятский Б.В. К практике исследовательского метода. [Текст] / Б.В. Всесвятский – М.: Новая Москва. – 1925. – 80 с.

62. Выготский Л.С. Педагогическая психология / под ред. В.В. Давыдова. [Текст] / Л.С. Выготский. – М.: АСТ. – 2005. – 671 с.

63. Газарян Р.М. Решение задач на нахождение множества точек на плоскости, обладающих заданными свойствами, с помощью компьютера. [Текст] / Р.М. Газарян, В.Г. Петросян // Информатика и образование. – 2010. – №8 – с. 22-27.

64. Галилей Галилео. Избранные труды. т. 1. [Текст] / Галилео Галилей. –

М.: Наука. – 1964. – 640 с.

65. Галилей Галилео. Избранные труды. т. 2. [Текст] / Галилео Галилей. – М.: Наука. – 1964. – 571 с.

66. Гальперин П.Я. Лекции по психологии. Учебное пособие для студентов вузов [Текст] / П.Я. Гальперин. – М.: Высшая школа. – 2002. – 400 с.

67. Гамезо М.В. Возрастная и педагогическая психология: Учеб. пособие для студентов всех специальностей педагогических вузов [Текст] / М.В. Гамезо, Е.А Петрова, Л.М. Орлова. – М.: Педагогическое общество России. – 2003. – 512 с.

68. Гараева Е.А. Исследовательские задачи как средство развития образовательной мотивации старшеклассника: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Е.А. Гараева – Оренбург. – 2007. – 216 с.

69. Гармашов М.Ю. Методика формирования исследовательских компетенций учащихся средней школы посредством видеокомпьютерного физического эксперимента. [Текст] / М.Ю. Гармашов // Школа будущего. – 2013. – №3. – с. 118-124.

70. Глазкова К.Р. Возможности уроков-исследований для развития умения моделирования. [Текст] / К.Р. Глазкова, С.А Живодробная // Физика в школе. – 2008. – №5. – с. 31-33.

71. Гликман И.З. Размышления о старой и новой школе. [Текст] / И.З. Гликман // Инновации в образовании. – 2010. – №1. – с. 107-120.

72. Голавская Н.И. Формирование у старших подростков субъектного исследовательского опыта во внеурочной деятельности: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Н.И. Голавская – Улан-Удэ. – 2004. – 180 с.

73. Голованова Е.Н. Формирование экологической культуры учащихся 8-11 классов общеобразовательной школы в ходе проектно-исследовательской работы: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Е.Н. Голованова. – Чебоксары. – 2010. – 262 с.

74. Гольдфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике. [Текст] / Н.И. Гольдфарб. – М.: Высшая школа. – 1973. – 352 с.

75. Гордон Г.В. Использование компьютерных моделей при проведении факультативных занятий по физике. [Текст] / Г.В. Гордон // Физика в школе. – 2011. – №1. – с. 12-18.

76. Гормакова Л.Д. Совершенствование механизма организации и управления инновационной деятельностью в образовательном учреждении. [Текст] / Л.Д. Гормакова // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №3. – с. 27-34.

77. Грачев А.В. Физика. 9 класс. [Текст] / А.В. Грачев, В.А. Погожев, П.Ю. Боков. – М: Вентана-Граф. – 2010. – 336 с.

78. Громыко Г.Г. Демонстрационные опыты по физике. [Текст] / Г.Г. Громыко. – Н. Новгород: ВГИПА. – 2002. – 98 с.

79. Грук В.Ю. Формирование ключевых компетенций учащихся основной школы при организации исследовательских лабораторий на базе реального физического эксперимента. Дис... канд. пед. наук. [Текст] / В.Ю. Грук. – М. – 2008. – 178 с.

80. Грязнов А.Ю. Новый многоуровневый мультимедийный учебник по физике для средней школы. [Текст] / А.Ю. Грязнов, С.Б Рыжиков // Научная конференция «Ломоносовские чтения. Секция физики». Тезисы. – М.: Изд. физического факультета МГУ. – 2006. – с. 171-172.

81. Грязнов А.Ю. Новый компьютерный тренажер лабораторных работ по физике для средней школы. [Текст] / А.Ю. Грязнов, С.Б Рыжиков // Сборник трудов IX международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум» (г. Волгоград). – М.: Изд. дом Московского физического общества. – 2006. – с. 161.

82. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике. Часть 1. [Текст] / Х. Гулд. – М: Мир. – 1990. – 349 с.

83. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике. Часть 2. [Текст] / Х. Гулд. – М: Мир. – 1990. – 400 с.

84. Гулиа Н.В. Удивительная физика. О чем умолчали учебники. [Текст] / Н.В. Гулиа. – М.: Изд. НЦЭНАС. – 2005. – 416 с.

85. Гурина Р.В. Подготовка учащихся физико-математических классов к профессиональной деятельности в области физики: Дис... док. пед. наук. [Текст] / Р.В. Гурина. – Ульяновск. – 2007. – 471 с.

86. Гурина Р.В. Исследовательские лабораторные работы с использованием компьютера. [Текст] / Р.В. Гурина // Физика в школе. – 2011. – №1. – с. 43-46.

87. Гусева Л.А. Реализация метода проектов: школьная конференция «фестиваль идей». [Текст] / Л.А. Гусева // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. – Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 207-208.

88. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения: монография. [Текст] / В.В. Давыдов. – М.: ИНТОР. – 1996. – 544 с.

89. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения. [Текст] / В.В. Давыдов. – М.: Изд. центр «Академия». – 2004. – 288 с.

90. Даминов Р.В. Физический эксперимент. Это просто! [Текст] / Р.В. Даминов. – Казань: Центр инновац. технол. – 2002. – 129 с.

91. Даминов Р.В. Физический эксперимент – это просто. [Текст] / Р.В. Даминов // Физика для школьников. – 2011. – №3. – с. 43-50.

92. Данилов Д.О. Формирование системного мышления учащихся в процессе обучения физике на основе исследовательского метода: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Д.О. Данилов. – 2007. – Томск. – 140 с.

93. Данилова Л.Н. Одаренные школьники: обучение в германоязычных странах. [Текст] / Л.Н. Данилова // Народное образование. – 2010. – №1. – с. 220-223.

94. Данильчук В.И. Контекстные экспериментальные задачи по физике как средство формирования компетенций учащихся. [Текст] / В.И. Данильчук, Е.В. Донскова, Т.В. Клеветова // Наука и школа. – 2013. – №2. – с. 99-104.

95. Дахин А.Н. «В Калифорнии я лучше понял особенности российского образования». [Текст] / А.Н. Дахин // Школьные технологии. – 2006. – №1. – с. 26-33.

96. Делянов В.А. Использование геометрических методов в изучении фи-

зической теории в средней школе (на примере законов Кеплера). [Текст] / В.А. Делянов // Наука и школа. – 2013. – №5. – с. 114-116.

97. Дементьева Е.С. Формирование исследовательских экспериментальных умений учащихся основной школы при выполнении домашнего физического эксперимента: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Е.С. Дементьева. – М. – 2010. – 218 с.

98. Демидова М.Ю. Видеоматериалы на уроках физики и астрономии. [Текст] / М.Ю. Демидова // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2003. – №3. – с. 17-19.

99. Демидова М.Ю. Курс физики основной школы в стандартах второго поколения. [Текст] / М.Ю. Демидова // Физика в школе. – 2011. – №7. – с. 4-13.

100. Дереклеева Н.И. Научно-исследовательская работа в школе [Текст] / Н.И. Дереклеева. – М.: Вербум. – 2001. – 48 с.

101. Дмитриева О.А. Инновационный подход к решению задач и лабораторному практикуму в курсе физики средней школы: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / О.А. Дмитриева. – СПб. – 2005. – 162 с.

102. Дьюдени Г.Э. Пятьсот двадцать головоломок. [Текст] / Г.Э. Дьюдени. – М.: Мир. – 1975. – 342 с.

103. Дьюи Дж. Школа и общество. [Текст] / Дж. Дьюи. – М.: Госиздат. – 1924. – 125 с.

104. Дьюи Дж. Демократия и образование. [Текст] / Дж. Дьюи. – М.: Педагогика-Пресс. – 2000. – 384 с.

105. Дьюи Дж. Общество и его проблемы. [Текст] / Дж. Дьюи. – М.: Идея-пресс. – 2002. – 160 с.

106. Дьюи Дж. От ребенка – к миру, от мира – к ребенку. [Текст] / Дж. Дьюи – М.: Карапуз. – 2009. – 352 с.

107. Дягилев Ф.М. Из истории физики и жизни ее творцов [Текст] / Ф.М. Дягилев. – М.: Просвещение. – 1986. – 255 с.

108. Емельянова И.Е. Аспекты организации исследовательского занятия с

одарёнными детьми. [Текст] / И.Е. Емельянова // Исследовательская работа школьников. – 2010. – №2. – с. 37-44.

109. Еремеева А.И. История астрономии. [Текст] / А.И. Еремеева, Ф.А Цицин. – М.: МГУ. – 1989. – 348 с.

110. Ерохина Р.Я. Школьная конференция как способ реализации метода проектов. [Текст] / Р.Я. Ерохина // Физика. – 2010. – №18. – с. 21-25.

111. Ерохина Р.Я. Сила инерции. [Текст] / Р.Я. Ерохина // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2013. – №4. – с. 44-48.

112. Ефимова Е.В. Развитие исследовательской деятельности обучающихся в системе непрерывного образования «школа-вуз»: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Е.В. Ефимова. – Уфа. – 2005. – 216 с.

113. Ефлов В.Б. Математическое моделирование в задачах турнира юных физиков. [Текст] / В.Б. Ефлов // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 409-410.

114. Жильцова О.А. Возможности организации проектно-исследовательской деятельности учащихся в средней школе. [Текст] / О.А. Жильцова, Е.В. Кузнецова, Г.Ф. Пшеничная, Ю.А. Самоненко // Школьные технологии. – 2008. – №6. – с. 100-103.

115. Завада В.Ф. Из опыта организации научно-исследовательской деятельности учащихся лицея № 15, г. Саров. [Текст] / В.Ф. Завада // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 191-193.

116. Задачи московских городских олимпиад по физике. / Под. ред. М.В. Семенова, А.А. Якуты. – М.: МЦНМО. – 2006. – 616 с.

117. Задачи московских физических олимпиад. / Под. ред. С.С. Кротова. – М.: Наука. – 1988. – 192 с.

118. Задачи по физике: Учебное пособие. / Под. ред. О.Я. Савченко. 4-ое изд. исправленное. – СПб.: Изд. «Лань». – 2001. – 368 с.

119. Зайцева Н.В. Акмеологические условия организации исследовательской деятельности одаренных школьников: Дис... канд. психол. наук.

[Текст] / Н.В. Зайцева. – М.: 2005 – 150 с

120. Зайцева Н.В. Перспективные направления поддержки одаренных детей. [Текст] / Н.В. Зайцева // Народное образование. – 2010. – №3. – с. 26-28.
121. Заковряшина О.В. Школьный физический эксперимент как средство развития критического мышления. [Текст] / О.В. Заковряшина // Физика в школе. – 2013. – №4 – с. 34-38.
122. Зарубина И.Н. Исследование сложений колебаний с помощью Excel. [Текст] / И.Н. Зарубина, Н.П. Зарубин // Информатика и образование. – 2010. – №4. – с. 52-54.
123. Зарубина И.Н, Зарубин Н.П. Исследование столкновений с помощью электронных таблиц». // Информатика и образование. – 2011. – №2. – с. 72-75.
124. Зачесова Е.В. Написание текстов: рекомендации юным авторам учебных исследований и их руководителям. [Текст] / Е.В. Зачесова // Школьные технологии. – 2006. – №5. – с. 105-111.
125. Зеленская Е.В. Поэтапная организация учебной проектной деятельности учащихся. [Текст] / Е.В. Зеленская // Школьные технологии. – 2009. – №5. – с. 122-127.
126. Зильберберг Н.И. Этапы включения школьников в исследовательскую деятельность. [Текст] / Н.И. Зильберберг // Школьные технологии. – 2008. – №5. – с. 76-81.
127. Зильберман А.Р. Школьные физические олимпиады. [Текст] / А.Р. Зильберман. – М.: МЦНМО. – 2009. – 256 с.
128. Зимняя И.А. Педагогическая психология: учебник для вузов. [Текст] / И.А. Зимняя. – М.: «Логос». – 2002. – 384с.
129. Знаменская О., Динамика становления исследовательских и математических компетентностей старшеклассников. [Текст] / О. Знаменская, О. Белоконь, О. Францен // Директор школы. – 2006. – № 5. – с. 60-65.
130. Иванова Н.Ю. Исследовательская деятельность младших школьников как средство повышения интереса и мотивации к изучению физики.

[Текст] / Н.Ю. Иванова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 410-412.

131. Ивашкина Д.А. Эксперимент как метапредметная деятельность: реализация ФГОС на примере курса физики. [Текст] / Д.А. Ивашкина // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2014. – №1. – с. 6-11.

132. Иверонова В.И. Лекционные демонстрации по физике. [Текст] / В.И. Иверонова. – М.: Наука. – 1965. – 572 с.

133. Игонина Е.М. Проектная и исследовательская деятельность членов научного общества учащихся «Лидер» в условиях сельского лицея. [Текст] / Е.М. Игонина // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 228-229

134. Ильина Р.В. Проектно-исследовательская деятельность обучающихся по физике как средство формирования ключевых образовательных компетенций. [Текст] / Р.В. Ильина // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 203-205.

135. Инишева О.В. Единство учебной и внеучебной работы по физике в СУНЦ УРГУ – залог успешности учащегося и учителя. Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. [Текст] / О.В. Инишева. – М.: МГУ. – 2011. – с. 184 –186.

136. Ишкова А.Э. Педагогические условия развития исследовательской компетентности учащихся в системе начального профессионального образования: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / А.Э. Ишкова. – Иркутск.– 2008. – 203 с.

137. Казакова Ю.В. Организация внеурочной исследовательской деятельности учащихся по физике в современных условиях. [Текст] / Ю.В. Казакова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 215-216.

138. Казанцева Л.А. Дидактические основы применения исследовательского метода в условиях гуманизации образования: Автореферат дис... док. пед. наук. [Текст] / Л.А. Казанцева. – Казань. – 1999. – 41 с.

139. Калиткин Н.Н. Численные методы [Текст] / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука. – 1978. – 512 с.

140. Кандерова О.Н. Подготовка к научно-исследовательской деятельности в условиях взаимодействия «профильная школа-вуз»: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / О.Н. Кандерова. – Ижевск. –2005. – 213 с.

141. Капица П.Л. Маятник с вибрирующим подвесом. [Текст] / П.Л. Капица // Успехи физических наук. – 1951. – т. 44. – №1. – с. 7-20.

142. Каплина Т.В. Урок на тему: «Цифровое видео. Форматы видеофайлов». [Текст] / Т.В. Каплина // Информатика и образование. – 2008. – №3. – с. 17-27.

143. Капранова И.М. Развитие творческой одаренности школьников через научно-исследовательскую деятельность. [Текст] / И.М. Капранова // Исследовательская работа школьников. – 2010. – №2. – с. 45-50.

144. Кармазин С.В. Использование графиков при решении экспериментальных и псевдоэкспериментальных задач по физике. [Текст] / С.В. Кармазин // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 229-231.

145. Карпов А.О. Три модели обучения. [Текст] / А.О. Карпов // Педагогика. – 2009. – №8. – с. 14-26.

146. Карпов А.О. Теория научного образования: современные проблемы. [Текст] / А.О. Карпов // Исследовательская работа школьников. – 2010. – №1. – с. 7-25

147. Касьянов В.А. Физика. 10 класс. [Текст] / В.А. Касьянов. – М.: Дрофа. – 2003. – 416 с.

148. Кикоин И.К. Физика. [Текст] / И.К. Кикоин., А.К Кикоин. – М.: Просвещение. – 1998. – 191 с.

149. Кикоть Е.Н. Теоретические основы развития исследовательской деятельности учащихся в учебном комплексе «лицей-вуз»: Дис... док. пед. наук. [Текст] / Е.Н. Кикоть. – Калининград. – 2002. – 250 с.

150. Ким В.С. Научное и учебное моделирование в физическом экспери-

менте. [Текст] / В.С. Ким // Наука и школа. – 2010. – №4. – с. 30-34.

151. Клапаред Э. Психология ребенка и экспериментальная педагогика. [Текст] / Э. Клапаред. – М.: ЛКИ – 2007. – 168 с.

152. Кларин М.В. Характерные черты исследовательского подхода: обучение на основе решений проблем. [Текст] / М.В. Кларин // Школьные технологии. – 2004. – №1. – с. 11-24.

153. Кларин М.В. Развитие критического и творческого мышления. [Текст] / М.В. Кларин // Школьные технологии. – 2004. – №2. – с. 3-11.

154. Климова Т.Е. Развитие научно-исследовательской культуры учителя: Монография. [Текст] / Т.Е. Климова. – Магнитогорск: Изд. Магнитогорского государственного университета. – 2001 – 228 с.

155. Ковалева С.Я. Об исследовательской и проектной деятельности учащихся. [Текст] / С.Я. Ковалева // Физика. – 2010. – №18. – с. 3-4.

156. Кодикова Е.С. Формирование исследовательских экспериментальных умений у учащихся основной школы при обучении физике: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Е.С. Кодикова. – М. – 2000. – 220 с.

157. Козырева Л.В. Формирование готовности старших школьников к учебно-исследовательской деятельности: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Л.В. Козырева. – Кемерово. – 2005. – 235 с.

158. Козырева Н.А. Исследовательская деятельность школьников: подходы и возможности. [Текст] / Н.А. Козырева // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 195-196.

159. Койре А. Очерки истории философской мысли. [Текст] / А. Койре. – М.: Прогресс. – 1985. – 288 с.

160. Колесов А.В. Использование проектных технологий в современном образовании. [Текст] / А.В. Колесов // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №3. – с. 23-26.

161. Колодкин И. Наблюдение и исследование Броуновского движения. [Текст] / И. Колодкин // Физика для школьников. – 2010. – №2. – с. 21-27.

162. Коломин В.И. Компетентностный подход в профессиональной подго-

товке учителя физики. [Текст] / В.И. Коломин // Наука и школа. – 2008. – №1. – с. 5-7.

163. Колчева В.Б. Школьная физика в лабораториях вуза. [Текст] / В.Б. Колчева // Физика в школе. – 2013. – №3. – с. 37-39.

164. Коновалец Л.С. Новый подход к проведению виртуального эксперимента: тестирование компьютерной модели. [Текст] / Л.С. Коновалец // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2013. – №12. – с. 21-23.

165. Коновалихин С.В. Демонстрации с применением ИКТ. [Текст] / С.В. Коновалихин // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2014. – №1. – с. 16-20.

166. Королева Е.В. Формирование новой интеллектуальной элиты России [Текст] / Е.В. Королева // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №2. – с. 5-6

167. Королева Е.В. Инновационное образование – основа устойчивого инновационного развития экономики России. [Текст] / Е.В. Королева // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №2. – с. 5-6

168. Королева Е.В. Проектно-исследовательская деятельность учащихся как средство формирования и развития инновационного мышления – генератора инноваций. [Текст] / Е.В. Королева // Исследовательская работа школьников. – 2010. – №1. – с. 5-6.

169. Косарев В.М. Дифракция Френеля и Фраунгофера в школьном эксперименте. [Текст] / В.М. Косарев, Н.Н. Ворсин // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2013. – №3. – с. 41-45.

170. Косихина О.С. Понятие о психодидактике. [Текст] / О.С. Косихина, А.Н. Крутский // Физика в школе. – 2010. – №3. – с. 30-34.

171. Косогова А.С. Педагогические основы творческого самовыражения как фактора профессионального становления будущего учителя: Дисс... докт. пед. наук. [Текст] / А.С. Косогова. – Хабаровск. – 2000. – 377 с.

172. Котельникова Я.А. Некоторые особенности организации и оформления исследовательской работы учащихся. [Текст] / Я.А. Котельникова // Ис-

следовательская работа школьников. – 2009. – №1. – с. 49-61.

173. Котляров В.А. Организация исследовательской деятельности учащихся при изучении физики в основной школе: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / В.А. Котляров. – Новосибирск. – 2004. – 189 с.

174. Кравец В.В. Эксперимент в естественных науках. [Текст] / В.В. Кравец // Физика в школе. – 2009. – №1. – с. 22-25.

175. Кравцова А.Ю. Цифровые фотокамеры и их применение в учебном процессе [Текст] / А.Ю. Кравцова. – М.: Образование и информатика. – 2003. – 28 с.

176. Краевский В.В. Методологические характеристики научного исследования. [Текст] / В.В. Краевский // Народное образование. – 2010. – №5. – с. 135-143.

177. Краевский В.В. Основы обучения: Дидактика и методика. [Текст] / В.В. Краевский, А.В. Хуторской. – М.: Изд. центр «Академия». – 2007. – 352 с.

178. Красин М.С. Оценка погрешности измерений при обработке результатов школьного физического эксперимента: Учебно-методическое пособие. [Текст] / М.С. Красин, О.О. Мильман. – Калуга: Калужский государственный педагогический университет. – 2006. – 88 с.

179. Красин М.С. Методика использования на уроках физики фотозадач, составленных самими учащимися. [Текст] / М.С. Красин, О.А. Москвина // Материалы VII Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы развития». М.: Московский педагогический государственный университет. – 2008. – ч. 1. – с. 134-136.

180. Красин М.С. Решение сложных и нестандартных задач по физике. Эвристические приемы поиска решений [Текст] / М.С. Красин. – М.: ИЛЕКСА. – 2009. – 360 с.

181. Кривенко Я.В. Формирование исследовательской компетентности старшеклассников в условиях профильной школы: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Я.В. Кривенко. – Тюмень. – 2006. – 191 с.

182. Крысанова О.А. Структура и содержание инновационной деятельности учителя физики в современной школе. [Текст] / О.А. Крысанова // Наука и школа. – 2010. – №3. – с. 45-48.

183. Кубышкина С.А. Интегративные задачи в курсе физики как средство развития творческого мышления уч-ся: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / С.А. Кубышкина. – СПб. – 2006. – 191 с.

184. Кудинов В.В. Совершенствование системы эмпирических знаний учащихся в пропедевтическом курсе физики. [Текст] / В.В. Кудинов // Физика в школе. – 2013. – №2. – с. 3-9.

185. Кудрова И.А. Формирование представлений о современной научной картине мира в процессе исследовательской деятельности учащихся: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / И.А. Кудрова. – М. – 2007 – 149 с.

186. Кудрявцева О.Б. Роль внеклассной работы в исследовательском обучении. [Текст] / О.Б. Кудрявцева // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 233-236.

187. Кузьмин Р.И. Формирование учебно-исследовательской культуры старшеклассников сельской школы: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Р.И. Кузьмин. – Тамбов. – 2007. – 219 с.

188. Куклина И.Д. Применение электронных таблиц при изучении приближенных методов вычисления интеграла. [Текст] / И.Д. Куклина // Информатика и образование. – 2010. – №9. – с. 94-96.

189. Кушнарева Н.Ю. От исследовательской деятельности на уроке – к индивидуальной исследовательской работе ученика. [Текст] / Н.Ю. Кушнарева // Исследовательская работа школьников. – 2010. – №2. – с. 30-36.

190. Ланге В.Н. Экспериментальные физические задачи на смекалку. [Текст] / В.Н. Ланге. – М.: Наука. – 1979. – 128 с.

191. Лебедев В.В. Исследовательская компетентность педагога: технология мыследеятельности. [Текст] / В.В. Лебедев // Наука и школа. – 2010. – №1. – с. 29-35.

192. Лебедева Н.А. Интерес к научным исследованиям нужно прививать в

школе. [Текст] / Н.А. Лебедева // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 208-210.

193. Леонтович А.В. Проектирование исследовательской деятельности учащегося: Дис... канд. психол. наук. [Текст] / А.В. Леонтович. – М. – 2003. – 210 с.

194. Леонтович А.В. Моделирование исследовательской деятельности учащихся: практические аспекты. [Текст] / А.В. Леонтович // Школьные технологии. – 2006. – №6. – с. 89-98.

195. Леонтович А.В. Современная практика дополнительного образования детей. [Текст] / А.В. Леонтович // Исследовательская работа школьников. – 2008. – №3. – с. 6-18.

196. Леонтович А.В. Принципы системного построения исследовательской деятельности в образовательной системе [Текст] / А.В. Леонтович // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №3. – с. 13-22.

197. Леонтович А.В. Не смейтесь над Фарадеем [Текст] / А.В. Леонтович // Лицейское и гимназическое образование. – 2010. – №10. – с. 32-33.

198. Леонтович А.В. Исследовательская деятельность школьников: международные проекты. [Текст] / А.В. Леонтович // Народное образование. – 2010. – №3. – с. 253-258.

199. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. [Текст] / А.Н. Леонтьев. – М.: Мысль. – 1981. – 584 с.

200. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. [Текст] / А.Н. Леонтьев. – М.: Изд. центр «Академия». – 2004. – 352 с.

201. Лернер И.Я. Поисковые задачи в обучении как средство развития творческих способностей [Текст] / И.Я. Лернер. – М.: Наука. – 1969. – 148 с.

202. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. [Текст] / И.Я. Лернер. – М.: Педагогика. – 1981. – 116 с.

203. Лобышев В.И. Исследовательская работа учащихся – необходимый элемент образования. [Текст] / В.И. Лобышев // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 200-201.

204. Лозовенко С.В. Цифровые лаборатории в исследовательской работе учащихся по физике. [Текст] / С.В. Лозовенко // Физика в школе. – 2013. – №3. – с. 28-33.

205. Лымарева Н.А. Физика. 9-11 классы: проектная деятельность учащихся [Текст] / Н.А. Лымарева. – Волгоград: Учитель. – 2008. – 187 с.

206. Мазничевская Л.И. Уроки на тему: «применение простейших статистических понятий для решения практических задач с помощью электронных таблиц». [Текст] / Л.И. Мазничевская // Информатика и образование. – 2011. – №2. – с. 61-71.

207. Майер В.В. Элементы учебной физики как основа организации процесса научного познания в современной системе физического образования: Автореферат дис... док. пед. наук. [Текст] / В.В. Майер. – Глазов. – 2000. – 43 с.

208. Майер В.В. Повышение интереса к физике при изучении математического маятника. [Текст] / В.В. Майер, Е.И Вараксина, О.И. Демьянова // Физика в школе. – 2009. – №3. – с. 37-39.

209. Майер В.В. Опыты по записи колебаний маятников. [Текст] / В.В. Майер, О.И. Демьянова // Физика в школе. – 2009. – №3. – с. 39-41.

210. Майер В.В. Презентация проблемы исследовательского проекта на уроке по кипению жидкости. [Текст] / В.В. Майер, Е.И Вараксина, М.Л. Исакова // Физика в школе. – 2013. – №2. – с. 10-14.

211. Майер Р.В. Информационные технологии и физическое образование [Текст] / Р.В. Майер. – Глазов: ГГПИ. – 2006. – 64 с.

212. Майер Р.В. Проблема формирования системы эмпирических знаний по физике: Автореферат дис... док. пед. наук. [Текст] / Р.В. Майер. – СПб. – 1999. – 39 с.

213. Маковецкий П.В. Смотри в корень. [Текст] / П.В. Маковецкий. – М.: Наука. – 1991. – 350 с.

214. Макотрова Г.В. Формирование учебно-исследовательской культуры учащихся. [Текст] / Г.В. Макотрова // Физика в школе. – 2009. – №8. –

с. 36-38.

215. Маланцева О. Исследование детской одарённости за рубежом. [Текст] // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №3. – с. 5-12.

216. Малафеев Р.И. Проблемное обучение физике в средней школе. [Текст] / Р.И. Малафеев. – М.: Просвещение. – 1993. – 192 с.

217. Маракуев Н.Н. Галилей. Его жизнь и ученые труды [Текст] / Н.Н. Маракуев. – М.: Типо-литография товарищества И.Н. Кушнарев и Ко. – 1907. – 130 с.

218. Маслоу А. Самоактуализация. Психология личности. [Текст] / А. Маслоу. – М.: Изд. МГУ. – 1982. – 287 с.

219. Математический энциклопедический словарь. / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. – М.: Сов. энциклопедия. – 1988. – 847 с.

220. Матросов В.Л. Новый учитель для новой российской школы. [Текст] / В.Л. Матросов // Педагогика. – 2010. – №5. – с. 3-9.

221. Матюшкин А.М. Что такое одаренность: выявление и развитие одаренных детей. [Текст] / А.М. Матюшкин, А.А. Матюшкина. – М.: ЧеРо. – 2006. – 368 с.

222. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. [Текст] / А.М. Матюшкин. – М.: Директ–Медиа. – 2008. – 392 с.

223. Мельникова И.Ю. Экспериментальные задания по физике как средство развития исследовательских и творческих способностей учеников. [Текст] / И.Ю. Мельникова // Физика. – 2010. – №18. – с. 13-20.

224. Мендель А.В. Педагогические условия саморазвития личности одаренного учащегося в летней физико-математической школе: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / А.В. Мендель – Хабаровск. – 1999. – 171 с.

225. Меньшикова Е.А. О психолого-педагогической природе любопытства и любознательности у детей. [Текст] / Е.А. Меньшикова // Исследовательская работа школьников. – 2008. – №3. – с. 26-31.

226. Мещеряков Б.Г, Зинченко В.П. Большой психологический словарь. [Текст] / М.: АСТ. – 2009. – 816 с.

227. Митин И.В. Анализ и обработка экспериментальных данных: Учебно-методическое пособие [Текст] / И.В. Митин, В.С. Русаков. – М.: Физический факультет МГУ. – 2004. – 44 с.

228. Михайлов Е.А. Проведение проектно-исследовательских работ со старшеклассниками на примере решения классической задачи гравитационного линзирования. [Текст] / Е.А. Михайлов, С.Б. Рыжиков // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 241-243.

229. Москвина А.В. Способен ли ученик сделать научное открытие? [Текст] / А.В. Москвина // Школьные технологии. – 2004. – №1. – с. 219-228.

230. Мухамадиярова Г.Ф. Формирование исследовательских умений старшеклассников сельской школы в учебной деятельности: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Г.Ф. Мухамадиярова. – Стерлитамак. – 2010. – 195 с.

231. Мухина В.С. Психологический смысл исследовательской деятельности для развития личности. [Текст] / В.С. Мухина // Школьные технологии. – 2006. – №2. – с. 19-31.

232. Надольская Я.В. Лазер детям не игрушка? [Текст] / Я.В. Надольская // Физика для школьников. – 2009. – №3. с. 29-34.

233. Назарова О.В. Из опыта работы школьной видеостудии. [Текст] / О.В. Назарова // Информатика и образование. – 2007. – №12. – с. 40-43.

234. Наливайко В.П. Об опыте организации исследовательской деятельности учащихся. [Текст] / В.П. Наливайко // Физика в школе. – 2009. – №1. – с. 18-22.

235. Наливайко В.П. Пространственная ориентация по рассеянному солнечному свету. [Текст] / В.П. Наливайко // Физика для школьников. – 2009. – №1. с. 38-45.

236. Неграш А.С. Анализ размерностей физических величин и подобие физических явлений как метод развития мышления при обучении физике. [Текст] / А.С. Неграш // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 332-334.

237. Никитин А.В. Компьютерное моделирование физических процессов [Текст] / А.В. Никитин, А.И. Слободянюк, М.Л. Шишаков. – М.: БИНОМ. – 2011. – 679 с.
238. Никифоров В.В. «Компьютерный эксперимент» в курсе физики средней школы: будем осторожны// Физика в школе. – 2008. – №7. – с. 6-8.
239. Новиков А.М. Методология образования. [Текст] / А.М. Новиков. – М.: Эгвес. – 2002. – 320 с.
240. Новиков А.М. О предмете педагогики. [Текст] / А.М. Новиков // Педагогика. – 2010. – №6. – с. 8-14.
241. Новожилова М.М. Формирование культуры исследовательской деятельности старшеклассников в условиях профильного обучения: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / М.М. Новожилова – М. – 2009. – 248 с.
242. Оборотова Е.А. Исследовательские методы обучения на уроках физики в школе [Текст] / Е.А. Оборотова // Исследовательская работа школьников. – 2008. – №4. – с. 66-70.
243. Обухов А.С. Социокультурное взаимодействие в системе исследовательской деятельности учащихся. [Текст] / А.С. Обухов // Народное образование. – 2002. – №2. – с. 129-132.
244. Овчинников О.Ю. Олимпиады по физике как средство развития интереса к предмету и творчества учащихся: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / О.Ю. Овчинников. – М. – 1985. – 255 с.
245. Осипенко Л.Е. Сказка про горячий чай или как наладить исследовательскую работу в школе. [Текст] / Л.Е. Осипенко, А.И Слободянюк, А.В. Лавриненко // Физика в школе. – 2009. – №1. – с. 26-35.
246. Остапенко А.А. И ещё раз о знаниях, умениях и навыках или поможет ли этимология разрешить извечную дидактическую путаницу? [Текст] / А.А. Остапенко // Школьные технологии. – 2010. – №1. – с. 183-184.
247. Павлова М.С. Подготовка учащихся к инновационной деятельности. [Текст] / М.С. Павлова // Физика в школе. – 2013. – №1 с. 12-15.
248. Паршуков В.Г. Развитие исследовательских способностей учащихся в

условиях гимназического образования (управленческий аспект): Дис... канд. пед. наук. [Текст] / В.Г. Паршуков – Калуга. – 2004. – 224 с.

249. Пентин А.Ю. Учебные и исследовательские проекты – понятия близкие, но не тождественные. [Текст] / А.Ю. Пентин // Директор школы. – 2006. –№ 2. –С. 47-52.

250. Перельман М.Е. А почему это так? [Текст] / М.Е. Перельман. – М.: ЛИТБРОКОМ. – 2012. – 216 с.

251. Перельман Я.И. Занимательная физика. Книга первая. [Текст] / Я.И. Перельман. – М.: Наука. – 1971. – 216 с.

252. Перельман Я.И. Занимательная физика. Книга вторая. [Текст] / Я.И. Перельман. – М.: Наука. – 1971. – 264 с.

253. Перышкин А.В. Физика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений [Текст] / А.В. Перышкин, Н.П. Третьяков. – М.: Трудрезервиздат. – 1955. – 436 с.

254. Петрова М.А. Новые возможности для определения коэффициента лобового сопротивления тел различной формы. [Текст] / М.А. Петрова, Ю.С. Беликов, Е. Кыров, Д. Ляховец, Е. Пупыкин // Физика для школьников. – 2009. – №3. – с. 35-39.

255. Петрова М.А. Опыт Тиндаля, или исследование оптических свойств жидкости. [Текст] / М.А. Петрова, Д. Бритов, Ляховец Д. // Физика для школьников. – 2009. – №3. – с. 39-44.

256. Петросян В.Г. Решение задач по физике с помощью компьютера. Монография [Текст] / В.Г. Петросян. – М.: Прометей. – 2004. – 160 с.

257. Пивоваров С.С. Образовательная среда одаренных старшеклассников и организация процесса обучения физике. [Текст] / С.С. Пивоваров, С.П Зеленин // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 212-214.

258. Пигалицын Л.В. Наши успехи за рубежом: международный конкурс научных и инженерных работ школьников. [Текст] / Л.В. Пигалицын // Физика. – 2010. – №18. – с. 35-37.

259. Пигалицын Л.В. Проектная и учебно-исследовательская деятельность школьников – залог успеха российской науки XXI века. [Текст] / Л.В. Пигалицын // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 201-203.

260. Пидкасистый П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении. [Текст] / П.И. Пидкасистый. – М.: Педагогика. – 1980. – 240 с.

261. Плащевая Е.В. Методика формирования исследовательских умений в проектной деятельности у учащихся основной школы при изучении физики: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Е.В. Плащевая – М. – 2009. – 187 с.

262. Плескова И.А. Проектная и исследовательская деятельность учащихся на уроках физики и во внеурочное время. [Текст] / И.А. Плескова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 244-246.

263. Поваляев О.А. Обучение школьников навыкам исследовательской деятельности с использованием различных наборов от «научных развлечений». [Текст] / О.А. Поваляев, Н.К. Ханнанов, С.В. Хоменко // Физика в школе. – 2013. – №6. – с. 31-45.

264. Поддьяков А.Н. Развитие исследовательской инициативности в детском возрасте: Дис... док. психол. наук. [Текст] / А.Н. Поддьяков. – М. – 2001. – 350 с.

265. Поддьяков А.Н. Исследовательское поведение: стратегии познания, помощь, противодействие, конфликт: монография. [Текст] / А.Н. Поддьяков. – М.: Эребус. – 2006. – 264 с.

266. Поздняков А.В. Исследование дисперсионных свойств вещества. [Текст] / А.В. Поздняков, Ю.С. Позднякова // Физика для школьников. – 2010. – №4. – с. 42-44.

267. Полат Е.С. Метод проектов: история и теория вопроса. [Текст] / Е.С. Полат // Школьные технологии. – 2006. – №6. – с. 43-47.

268. Полякова Е.П. Использование методов исследования на уроках физики.

[Текст] / Е.П. Полякова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 246-248.

269. Полякова С.А. Раннее изучение физики. [Текст] / С.А. Полякова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 399-401.

270. Попова Г.М. Деятельность как основной инструмент формирования компетентностей. [Текст] / Г.М. Попова, Е.С. Рябова // Физика в школе. – 2013. – №4. – с. 48-53.

271. Прессман Л. Видеозапись на Вашем уроке. [Текст] / Л. Прессман // Народное образование. 1995. – №6. – с. 96-99.

272. Прозаровская Л.А. Вопросы содержания факультативного курса «Физические основы прыжка с паршаютом». [Текст] / Л.А. Прозаровская, Е.В. Ханжина // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 249-252.

273. Проказова О.Г. Организация исследовательской деятельности учащихся в школе: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / О.Г. Проказова. – Астрахань. – 2010. – 158 с.

274. Пурышева Н.С. Физика. 9 класс. [Текст] / Н.С. Пурышева, Н.Е. Важеевская, В.М. Чаругин – М.: Дрофа. – 2007. – 285 с.

275. Путеводитель юного исследователя. [Текст] / Н. Новгород: Нижегородский гуманитарный центр. – 2007. – 92 с.

276. Пятаков А.П. Лаборатория на коленке [Текст] / А.П. Пятаков, П.П. Григал. – М.: Бюро квантум (Библиотечка «Квант». Вып. 112). – 2009. – 160 с.

277. Рабочая концепция одаренности. / Под ред. Богоявленской Д.Б. и Шадрикова В.Д. – М.: Изд. Министерства образования РФ. – 2003. – 96 с.

278. Разумный Д.В. Видео на уроке: альтернатива традиционным методам. [Текст] / Д.В. Разумный // Директор школы. – 2002. – №2. – с. 45-50.

279. Разумный Д.В. Демонстрационный эксперимент на видеокассете – новая составная часть средств наглядности. [Текст] / Д.В. Разумный, С.В

Степанов // Наука и школа. – 2002. – №6. – с. 34-37.

280. Разумовский В.Г. Творческие задачи по физике в средней школе [Текст] / В.Г. Разумовский. – М.: Просвещение. – 1966. – 156 с.

281. Разумовский В.Г. Подготовка современного школьника по физике: проблема повышения качества обучения. [Текст] / В.Г. Разумовский // Физика в школе. – 2000. – №3. – с. 3-6.

282. Разумовский В.Г. Проблемы обучения физике и опыт зарубежной школы [Текст] / В.Г. Разумовский // Физика в школе. – 2009. – №8. – с. 9-18.

283. Разумовский В.Г. Экспериментальное изучение фотоэффекта на основе научного метода познания. [Текст] / В.Г. Разумовский, В.В. Майер, В.М. Стрелков // Физика в школе. – 2010. – №2. – с. 38-51.

284. Разумовский В.Г. Методологический аспект физики в историческом развитии как важный источник формирования содержания школьного образования. [Текст] / В.Г. Разумовский // Физика в школе. – 2011. – №7. – с. 14-22.

285. Ращиков В.И. Численные методы решения физических задач [Текст] / В.И. Ращиков, А.С. Рошаль. – СПб.: Лань. – 2005. – 208 с.

286. Рогова О.Б. Педагогические условия организации региональной системы исследовательской деятельности старшеклассников: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / О.Б. Рогова. – Петрозаводск. – 2006. – 209 с.

287. Роджерс К. Свобода учиться. [Текст] / К. Роджерс, Д. Фрейберг. – М.: Смысл. – 2002. – 527с.

288. Ротов А.Ю. Исследование упругих соударений двух тел разной массы с применением видеоанализа. [Текст] / А.Ю. Ротов, И.Я. Филипова // Физика для школьников. – 2011. – №3. – с. 28-33.

289. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. В 2 т. Т. 1. [Текст] / С.Л. Рубинштейн. – М.: Педагогика. – 1989. – 488 с.

290. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. В 2 т. Т. 2. [Текст] / С.Л. Рубинштейн. – М.: Педагогика. – 1989. – 328 с.

291. Рудой Ю.Г. Размышления о лицее «Вторая школа». [Текст] / Ю.Г. Ру-

дой // Физика в школе. – 2008. – №3. – с. 30-33.

292. Руссо Ж. Педагогические сочинения: в 2-х т. Том 1. Эмиль или о воспитании. [Текст] / Ж. Руссо – М.: Педагогика. – 1981. – 656 с.

293. Рыбанов А.А. Возможности видеоурока и их использование на уроках информатики. [Текст] / А.А. Рыбанов // Школьные технологии. – 2011. – №1. – с. 118-121.

294. Рыжиков С.Б. Классический опыт Галилея в век цифровой техники: Учебное пособие [Текст] / С.Б. Рыжиков. – М.: МЦНМО. – 2008. – 64 с.

295. Рыжиков С.Б. Беседы и компьютерные расчеты, касающиеся нескольких занимательных задач механики. ч. 1. Как Ахиллес и черепахи играли в догонялки. Изд. 2-е, переработанное: Учебное пособие. [Текст] / С.Б. Рыжиков. – М.: МГДД(Ю)Т. – 2012. – 116 с.

296. Рыжиков С.Б. Беседы и компьютерные расчеты, касающиеся нескольких занимательных задач механики. ч. 2. Как Кеплер и Ньютон превращали окружности в эллипсы: Учебное пособие. [Текст] / С.Б. Рыжиков. – М.: МГДД(Ю)Т. – 2008. – 76 с.

297. Рыжиков С.Б. Беседы и компьютерные расчеты, касающиеся нескольких занимательных задач механики. ч. 3. Как Галилей и Шерлок Холмс извлекли пользу из умения наблюдать: Учебное пособие. [Текст] / С.Б. Рыжиков. – М.: МГДД(Ю)Т. – 2009. – 100 с.

298. Рыжиков С.Б. Беседы и компьютерные расчеты, касающиеся нескольких занимательных задач механики. ч. 4. Как Галилей бросал ядра с Пизанской башни: Учебное пособие. [Текст] / С.Б. Рыжиков. – М.: МГДД(Ю)Т. – 2009. – 80 с.

299. Рыжиков С.Б. Беседы и компьютерные расчеты, касающиеся нескольких занимательных задач механики. ч. 5. Как физика сошла с небес на Землю по наклонной плоскости Галилея: Учебное пособие. [Текст] / С.Б. Рыжиков. – М.: МГДД(Ю)Т. – 2011. – 84 с.

300. Рыжиков С.Б. Реализация классического эксперимента «Опыт Галилея» с помощью техники «фотофиниша». [Текст] / С.Б. Рыжиков, Ю.В. Старо-

курсов // Физическое образование в вузах. – 2002. – т.8. – №3. – с. 70-74.

301. Рыжиков С.Б. Два аспекта применения компьютера в преподавании физики на примере решения одной классической задачи. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Труды VII международной конференции «Физика в системе современного образования». СПб. – 2003. – т.1. – с. 116-118.

302. Рыжиков С.Б. Простой опыт, демонстрирующий квадратичный характер зависимости силы сопротивления воздуха от скорости. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Труды VIII международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум». – М.: Издательский дом Московского физического общества. – 2004. – с. 86.

303. Рыжиков С.Б. Компьютерное моделирование движения кельтского камня. [Текст] / С.Б. Рыжиков, Д.А. Григорьев, М.А. Тихонов // Труды VIII международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум». – М.: Издательский дом Московского физического общества. – 2004. – с. 116-117.

304. Рыжиков С.Б. Компьютерное сопровождение лекций по теме «Распределение молекул газа по скоростям» [Текст] / С.Б. Рыжиков // Тезисы научной конференции «Ломоносовские чтения. Секция физики». – М.: Изд. физического факультета МГУ. – 2004. – с. 160-162.

305. Рыжиков С.Б. Аэродинамика полета бумеранга. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы VIII международной конференции «Физика в системе современного образования». – СПб. изд. Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2005. – с. 607.

306. Рыжиков С.Б. Расширенные возможности лекционной демонстрации движения кельтского камня. [Текст] / С.Б. Рыжиков, Д.А. Григорьев, М.А. Тихонов // Материалы VIII международной конференции «Физика в системе современного образования». – СПб.: изд. Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2005. – с. 607-608.

307. Рыжиков С.Б. Компьютерное моделирование движения кельтского камня. [Текст] / С.Б. Рыжиков, Д.А. Григорьев, М.А. Тихонов // Физиче-

ское образование в вузах. – 2005. – т.11. – №1. – с. 82-89.

308. Рыжиков С.Б. Повышение интереса у школьников к физике путем проведения с ними исследовательских работ на опыте работы Вечерней физической школы при физическом факультете МГУ. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Научная конференция «Ломоносовские чтения. Секция Физики». Тезисы. – М.: Изд. физического факультета МГУ. – 2006 – с. 172-174.

309. Рыжиков С.Б. Компьютерное сопровождение лекционной демонстрации «Полет бумеранга». [Текст] / С.Б. Рыжиков // Труды IX Международной. учебно-методической конференции «Современный физический практикум» (г. Волгоград) – М.: Издательский дом Московского физического общества. – 2006. – с. 82-83.

310. Рыжиков С.Б. Использование табличного процессора *MS Excel* для решения физических задач повышенной сложности. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Информатика и образование. – 2007. – №10. – с. 73-78.

311. Рыжиков С.Б. Компьютерное моделирование образования радуги. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы VI Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы». – М. «Школа будущего». – 2007. – ч. 2. – с. 168-170.

312. Рыжиков С.Б. Применение компьютерного моделирования при изучении явления дифракции в средней школе. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Тезисы докладов научной конференции «Ломоносовские чтения. Секция физики». – М.: Изд. физического факультета МГУ. – 2007. – с. 151-152.

313. Рыжиков С.Б. Навыки исследователя формируются на школьной скамье (из опыта работы Вечерней физической школы при физическом факультете МГУ). [Текст] / С.Б. Рыжиков // Вестник Московского университета, сер. 20 (педагогическое образование). – 2008. – №2. – с. 65-71.

314. Рыжиков С.Б. Измерение силы сопротивления воздуха. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Физика в школе. – 2008. – №3. – с. 37-40.

315. Рыжиков С.Б. Использование электронных таблиц для проверки законов Кеплера. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Информатика и образование. –

2008. – №8. – с. 71-76.

316. Рыжиков С.Б. Демонстрация «эффекта бабочки» на примере численного моделирования прохождения астероида №99942 (Апофис) вблизи Земли. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Тезисы докладов научной конференции Ломоносовские чтения, секция физики. – 2008. – с. 169-170.

317. Рыжиков С.Б. Моделирование движения небесных тел по эллиптическим и гиперболическим орбитам с помощью электронной таблицы *MS Excel*. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы VII Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы развития». – М.: Московский педагогический государственный университет. – 2008. – ч. 1. – с. 303-305.

318. Рыжиков С.Б. Физический эксперимент по оптике в условиях летней школы. [Текст] / С.Б. Рыжиков, Ю.В. Рыжикова // Труды международной конференции «Современный физический практикум» (Астрахань). – М.: Издательский дом Московского физического общества.–2008. – с. 256-257.

319. Рыжиков С.Б. Изучение негармонических колебаний маятника с помощью цифровой камеры. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Труды международной конференции «Современный физический практикум» (Астрахань). – М.: Издательский дом Московского физического общества.–2008. – с. 257-258.

320. Рыжиков С.Б. Особенности проведения практических занятий по механике с учащимися 7-9 классов в условиях летней школы. [Текст] / С.Б. Рыжиков, Ю.В. Рыжикова // Материалы X международной конференции «Физика в системе современного образования». – СПб.: изд. Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2009. – с. 119.

321. Рыжиков С.Б. Учебное пособие по проведению проектных (исследовательских) работ по физике в средней школе. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы X международной конференции «Физика в системе современного образования». – СПб.: изд. Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2009. – Т. 2. – с. 119-120.

322. Рыжиков С.Б. Изучение сложных колебательных движений: численное моделирование и эксперимент. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы VIII Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы развития». – М.: Московский педагогический государственный университет. – 2009. – с. 147-148.

323. Рыжиков С.Б. Демонстрация диффузии паров воды. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Тезисы докладов конференции «Ломоносовские чтения. Секция физики». – М.: Изд. физического факультета МГУ. – 2009. – с. 201-202.

324. Рыжиков С.Б. Расчет дифракционных картин от простейших объектов с применением численного моделирования в 9 классе средней школы. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы IX Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы развития» – М.: МПГУ. – 2010. – Ч. 3. – с. 92-94.

325. Рыжиков С.Б. Проектно-исследовательские работы – как способ развития интереса к физике у школьников 7-9 классов. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 205-207.

326. Рыжиков С.Б. О разнообразии формулировок I закона Ньютона и возникающих в связи с этим проблемах при сдаче ЕГЭ. [Текст] / С.Б. Рыжиков, Ю.В. Рыжикова // Труды Всероссийского Съезда учителей физики в МГУ. – М.: МГУ. – 2011. – с. 110-112.

327. Рыжиков С.Б. Зачетная система оценки знаний одаренных школьников: плюсы и минусы. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Труды Всероссийского Съезда учителей физики в МГУ. – М.: МГУ. – 2011. – с. 161-163.

328. Рыжиков С.Б. Применение численного моделирования для проведения проектно-исследовательских работ высоко уровня по физике с одаренными школьниками. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Сборник трудов научно-практической конференции «Наша новая школа: грани совершенствования». – М.: МИОО. – 2011. – с. 191-193.

329. Рыжиков С.Б. Введение в теорию необратимых процессов на факульта-

тивных занятиях с одаренными школьниками 7-9 классов. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Труды VI Всероссийской конференции «Необратимые процессы в природе и технике». М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2011. – ч. III. – с. 144-146.

330. Рыжиков С.Б. Развитие представлений о статистическом характере физических законов у школьников 7-11 классов в процессе выполнения проектно-исследовательских работ с использованием компьютерного моделирования. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Школа будущего. – 2011. – №1. – с. 46-52.

331. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских компетенций школьников на примере решения классической задачи «брахистохронос». [Текст] / С.Б. Рыжиков // Школа будущего. – 2011. – №4. – с. 76-80.

332. Рыжиков С.Б. Использование цифровых камер для проведения лабораторных и проектно-исследовательских работ с одаренными школьниками. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы IX всероссийской научно-практической конференции «Физика и ее преподавание в школе и в вузе» (Емельяновские чтения). – Йошкар-Ола: Марийский государственный университет. – 2011. – с. 217-221.

333. Рыжиков С.Б. Проведение проектно-исследовательских работ со старшеклассниками с использованием эксперимента и компьютерного моделирования на примере исследования колебаний двойного маятника. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы XI Международной конференции «Физика в системе современного образования». – Волгоград: Волгоградский государственный социально-педагогический университет. – 2011. – т. 2. – с. 135-138.

334. Рыжиков С.Б. Применение компьютерного моделирования для решения классической задачи «брахистохронос» в средней школы. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы X Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы». – М.: Московский педагогический государственный университет. – 2011. –

часть 1. – с. 199-201.

335. Рыжиков С.Б. В каком классе можно рассказывать школьникам о проблемах нанотехнологий? [Текст] / С.Б. Рыжиков // Вестник Московского университета, серия 20 (педагогическое образование). – 2011. – №3. – с. 100-106.

336. Рыжиков С.Б. Изучение динамики вращательного движения в средней школе на примере экспериментального и теоретического решения задачи Эйлера с вращающимся диском. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Тезисы докладов научной конференции «Ломоносовские чтения. Секция физики». М.: Изд. физического факультета МГУ. – 2011. – с. 156-159.

337. Рыжиков С.Б. Преподавание численных методов одаренным школьникам: успехи и перспективы. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы VII международной научно-практической конференции «Современные проблемы гуманитарных и естественных наук». – М.: Институт стратегических исследований. – 2011. – с.194-197.

338. Рыжиков С.Б. Численные методы как эвристический прием решения задач повышенной сложности на занятиях с одаренными школьниками. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы XIV всероссийской научно-практической конференции преподавателей физики «Физическое образование: педагогические исследования и инновации». – Иркутск: Восточно-сибирская государственная академия образования. – 2011. – с. 27-29.

339. Рыжиков С.Б. Использование электронных таблиц для изучения движения математического маятника. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Информатика и образование. – 2011. – №6. – с. 80-84.

340. Рыжиков С.Б. Перспективы использования компьютеров для обучения физике одаренных школьников. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы VI Международной научно-практической конференции «Гуманитарные науки в XXI веке». М.: Изд. «Спутник+». – 2012. с.174-176.

341. Рыжиков С.Б. Основные проблемы, затрудняющие преподавание физики одаренным школьникам, и пути их преодоления. [Текст] / С.Б. Рыжи-

ков // III Международная научно-практическая конференция «Модернизация российского образования: проблемы и перспективы». – Краснодар. – 2012. – с. 109-111.

342. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей школьников 8-9 классов, обучающихся в вечерней физической школе, при изучении молекулярной физики. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция физики. Сборник тезисов докладов. – М.: Физический факультет МГУ. – 2012. – с. 86-88.

343. Рыжиков С.Б. Проведение исследовательских работ с одаренными школьниками на примере изучения формы поверхности мыльной пленки. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы XI Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы развития». – М.: МПГУ. – 2012. – часть 2. – с. 18-20.

344. Рыжиков С.Б. Методика проведения проектно-исследовательских работ с применением численного моделирования с одаренными школьниками 7-9 классов. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы XI Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы развития». – М.: МПГУ. – 2012. – часть 2. – с. 23-25.

345. Рыжиков С.Б. Олимпиады и проектно-исследовательские работы – два направления обучения одаренных школьников физике. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы V Международной научно-практической конференции «Новые педагогические технологии». – М.: Изд. «Спутник +». – 2012. – с. 194-196.

346. Рыжиков С.Б. Пути преодоления пропасти между «меловой физикой» и современной наукой. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Сборник материалов XV Международной научно-практической конференции «Наука и современность – 2012». Новосибирск: Изд. НТГУ. – 2012. – Часть 3. – с. 92-94.

347. Рыжиков С.Б. Развитие способности одаренных школьников к решению задач повышенной сложности по физике с использованием компьютерного моделирования. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Психология и педагоги-

ка: методика и проблемы практического применения. Сборник материалов XXIV Международной научно-практической конференции. – Новосибирск. Изд. Новосибирского государственного технического университета. – 2012. – часть 2. – с. 29-33.

348. Рыжиков С.Б. Проведение исследовательских работ по механике и молекулярной физике с одаренными школьниками с использованием цифровых фотоаппаратов. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения. Сборник материалов XXIV Международной научно-практической конференции. – Новосибирск: Изд. Новосибирского государственного технического университета. – 2012. – часть 2. – с. 128-130.

349. Рыжиков С.Б. Численные методы решения задач как инструмент развития исследовательских способностей школьников в области физики. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Психология. Социология. Педагогика. – 2012. – №1(14). – часть 1. – с. 23-24.

350. Рыжиков С.Б. Проектно-исследовательские работы по физике и отношение к ним школьников (по результатам социологического опроса). [Текст] / С.Б. Рыжиков // Школа будущего. – 2012. – №2. – с. 93-98.

351. Рыжиков С.Б. Проектно-исследовательские работы школьников 7-го класса при изучении «золотого правила механики». [Текст] / С.Б. Рыжиков // X Всероссийская научно-практическая конференция «Физика и ее преподавание в школе и вузе» (Емельяновские чтения). – г. Йошкар-Ола. – 2012. – с. 210-213.

352. Рыжиков С.Б. Исследовательские работы школьников 9-го класса при изучении колебаний. [Текст] / С.Б. Рыжиков // X Всероссийская научно-практическая конференция «Физика и ее преподавание в школе и вузе» (Емельяновские чтения). – г. Йошкар-Ола. – 2012. – с. 213-217.

353. Рыжиков С.Б. Практическое изучение законов динамики вращательного движения с одаренными школьниками 9-го класса. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Сборник трудов XII международной учебно-методической конфе-

ренции «Современный физический практикум». – М.: изд. Московского физического общества. – 2012. с. 183.

354. Рыжиков С.Б. Практические работы по волновой оптике в школе. [Текст] / С.Б. Рыжиков, Ю.В. Рыжикова // Сборник трудов XII международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум».– М.: изд. Московского физического общества.– 2012.– с. 184.
355. Рыжиков С.Б. Обучение одаренных школьников 8-9 классов на физическом факультете МГУ: успехи и перспективы. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы конференции «Новые образовательные программы МГУ и школьное образование». – М.: МГУ. – 2012. – с. 179-181.
356. Рыжиков С.Б. Развитие интереса школьников к физике путем чтения популярных лекций с демонстрацией экспериментов на физическом факультете МГУ. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы конференции «Новые образовательные программы МГУ и школьное образование». – М.: МГУ. – 2012. – с. 181-182.
357. Рыжиков С.Б. Формирование представлений о теории гравитации у одаренных школьников 9-11 классов. [Текст] / Е.А. Михайлов, С.Б. Рыжиков // Наука и школа. – 2012. – №5. – с. 65-68.
358. Рыжиков С.Б. Исследовательские работы одаренных школьников по теме «динамика вращательного движения». [Текст] / С.Б. Рыжиков // Физика в школе и вузе: Международный сборник научных статей. Вып. 14. – СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена. – 2012. – с. 108-112.
359. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских компетенций школьников при выполнении исследовательских работ по физике с использованием численного моделирования: монография. [Текст] / С.Б. Рыжиков. – М.: Школа будущего. – 2012. – 232 с.
360. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей одаренных школьников при выполнении исследовательских работ по физике с проведением экспериментов на базе фото- и видео техники: монография [Текст] / С.Б. Рыжиков. – М.: Школа будущего. – 2012. – 160 с.

361. Рыжиков С.Б. Экспериментальные исследовательские работы с одаренными школьниками VII-го класса. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Физика в школе. – 2012. – №6. – с. 49-54.

362. Рыжиков С.Б. Использование электронных таблиц для проведения исследовательских работ, связанных со сложными колебательными системами. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Информатика в школе. – 2012. – №10. – с. 10 – 12.

363. Рыжиков С.Б. Исследовательские работы школьников по небесной механике [Текст] / С.Б. Рыжиков // Школа будущего. – 2012. – №5. – с. 47-53.

364. Рыжиков С.Б. Многоуровневый подход к исследованию явления радуги. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Школа будущего. – 2012. – №6. – с. 28 – 33.

365. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей школьников 8-9 классов в Вечерней физической школе при физическом факультете МГУ: [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы II научно-методической конференции «Новые образовательные программы МГУ и школьное образование» (17 ноября 2012 г.) – М.: МГУ. – 2012. – часть 1. – с. 71-73.

366. Рыжиков С.Б. Решение олимпиадных задач и проведение исследовательских работ по физике с использованием численных методов. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Сборник трудов под ред. О.И. Лебедевой. Системно-деятельностный подход в обучении физике. – М.: УЦ «Перспектива». – 2012. – с. 88-136.

367. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей одаренных школьников на примере расчета движения заряженных частиц в неоднородном магнитном поле. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы XII Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы развития».– М.: МПГУ.– 2013. –ч. 1.– с. 101-104.

368. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей одаренных школьников при изучении неравновесных процессов с использованием цифровых камер и численного моделирования. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Труды VII Всероссийской конференции Необратимые процессы в природе

и технике. М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2013. – Ч. III. – с. 191-193.

369. Рыжиков С.Б. Исследовательские работы одаренных школьников по волновой оптике – первый шаг к знакомству с нанотехнологиями. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Наука и школа. – 2013. – №2. – с. 104-108.

370. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей школьников при изучении теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция физики. Сборник тезисов докладов. – М.: Физический факультет МГУ. – 2013. – с. 168-169.

371. Рыжиков С.Б. Применение электронных таблиц для решения задач по геометрической оптике. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Материалы XI Всероссийской научно-практической конференции «Физика и ее преподавание в школе и вузе» (Емельяновские чтения). – г. Йошкар-Ола: изд. Марийского государственного университета. – 2013. – с. 149-151.

372. Рыжиков С.Б. Использование электронных таблиц для проведения исследовательских работ на примере нахождения центра тяжести. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Информатика в школе. – 2013. – №8. с. 51 – 53.

373. Рыжиков С.Б. Исследовательские работы школьников по теме «механические колебания и волны». [Текст] / С.Б. Рыжиков // Информатика в школе. – 2013. – №9. с. 49 – 52.

374. Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей школьников 8-9-го классов при изучении волновой оптики. [Текст] / С.Б. Рыжиков // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2013. – №5. – с. 40-45.

375. Рыжиков С. Исследовательские работы по физике учеников 7-11 классов. Saarbrucken (Германия): LAP Lambert Academic Publishing (ISBN 978-3-659-33899-1). – 2013. – 280 с.

376. Рыжиков С.Б. Проведение исследовательских работ по физике углубленного уровня с одаренными детьми в массовой школе. [Текст] / С.Б. Рыжиков, А.В. Смирнов // Школа будущего. – 2013. – № 4. – с. 3-8.

377. Рябов Ю.А. Движение небесных тел. [Текст] / Ю.А. Рябов – М.: Наука.

– 1988. – 240 с.

378. Савенков А.И. Одаренные дети в детском саду и школе: Учебное пособие. [Текст] / А.И. Савенков. – М.: Академия. – 2000. – 232 с.

379. Савенков А.И. Психологические основы исследовательского подхода к обучению: Учебное пособие [Текст] / А.И. Савенков. – М.: Ось-89. – 2006. – 480 с.

380. Савенков А.И. Психологические основы исследовательского обучения школьников. [Текст] / А.И. Савенков // Школьные технологии. – 2008. – №1. – с. 11-20.

381. Савенков А.И. Психология детской одаренности: Учебное пособие [Текст] / А.И. Савенков. – М.: Генезис. – 2009. – 440 с.

382. Савенков А.И. Педагогическая психология. Учебник [Текст] / А.И. Савенков. – М.: Академия. – 2009. – т. 1. – 416 с.

383. Савенков А.И. Педагогическая психология. Учебник [Текст] / А.И. Савенков. – М.: Академия. – 2009. – т. 2. – 240 с.

384. Самарский А.А. Введение в численные методы: Учеб. пособие для вузов [Текст] / А.А. Самарский. – СПб.: Лань. – 2005. – 288 с.

385. Самойлов Е.А. Управление интеллектуальным развитием школьников при обучении физики в классах физико-математического профиля [Текст] / Е.А. Самойлов. – Самара: ПГСГА. – 2013. – 452 с.

386. Самоненко Ю.А. Современные обучающие технологии в преподавании физики. [Текст] / Ю.А. Самоненко // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 318-320.

387. Самохина В.М. Исследовательская деятельность старшеклассников как фактор их подготовки к профессиональному самоопределению: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / В.М. Самохина. – Чебоксары. – 2004. – 198 с.

388. Самсонова Л.В. Проектная деятельность учащихся на уроках физики. [Текст] / Л.В. Самсонова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 198-200.

389. Сборник задач по общему курсу физики. Том I. Механика. [Текст] /

Под. ред. Д.В. Сивухина. – М.: Лань. – 2006. – 240 с.

390. Сборник задач по общему курсу физики. Том II. Термодинамика и молекулярная физика. / Под. ред. Д.В. Сивухина. – М.: Лань. – 2006. – 176 с.

391. Седова Л.Н. Становление творческой личности в условиях развивающей образовательной среды: Автореферат дис... канд. пед. наук. [Текст] / Л.Н. Седова – М. – 2000. – 42 с.

392. Селевко Г.К. Социально-воспитательные технологии. [Текст] / Г.К. Селевко, А.Г. Селевко. – М.: Народное образование. – 2002. – 176 с.

393. Семенов М.В. Некоторые замечания к решению задачи о падении тела в воздухе. [Текст] / М.В. Семенов, С.Б. Рыжиков, Якута А.А. // Труды международной конференции «Проблемы физического образования в средней и высшей школе». – Рязань. – 2002. – с. 133-134.

394. Семенова И.Ю. Некоторые формы творческой внеурочной работы по физике: опыт работы в советском районе г. Новосибирска. [Текст] / И.Ю. Семенова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 210-212.

395. Сериков В.В. Общая педагогика: избранные лекции. [Текст] / В.В. Сериков. – Волгоград: Перемена. – 2004. – 278 с.

396. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5 т. Том I. Механика. [Текст] / Д.В. Сивухин. – М.: Лань. – 2005 – 560 с.

397. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5 т. Том IV. Оптика. [Текст] / Д.В. Сивухин. – М.: Лань. – 2005. – 792 с.

398. Скворцов А.И. Цифровые образовательные ресурсы (ЦОР) по физике: опыт создания и идеи развития. [Текст] / А.И. Скворцов, А.И. Фишман // Материалы X международной конференции «Физика в системе современного образования». – СПб.: изд. Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2009. – т. 2. – с. 222-224.

399. Сластенин В.А. Психология и педагогика. [Текст] / В.А. Сластенин, В.П. Каширин. – М.: Изд. центр «Академия». – 2001. – 480 с.

400. Слепцов А.И. Методика включения учащихся в научно – исследова-

тельскую деятельность [Текст] / А.И. Слепцов. – Новосибирск: Изд. НИПКиПРО. – 2007. – 52 с.

401. Слепцов А.И. Обучение учащихся исследовательской деятельности по физике: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / А.И. Слепцов. – М. – 2010. – с. 274.

402. Слепцова Р.Р. Обучение учащихся навыкам исследовательской работы. [Текст] / Р.Р. Слепцова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 343-345.

403. Слободецкий И.Ш. Всесоюзные олимпиады по физике: Пособие для учащихся 8-10 кл. средней школы [Текст] / И.Ш. Слободецкий, В.А Орлов. – М: Просвещение. – 1982. – 256 с.

404. Слободчиков В.И. Основы психологической антропологии. Психология развития человека. [Текст] / В.И. Слободчиков, Е.И. Исаев. – М.: Школьная пресса. – 2000. – 421 с.

405. Слободянюк А.И. Остановись, мгновение... [Текст] / А.И. Слободянюк, Т.С. Пролиско // Физика для школьников. – 2009. – №2. – с. 26-35.

406. Софронова Е.А. Организация проектной деятельности на уроках физики. [Текст] / Е.А. Софронова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 264-266.

407. Старовиков М.Ю. Формирование учебной исследовательской деятельности школьников в условиях информатизации процесса обучения (на материале курса физики): Дис... док. пед. наук. [Текст] / М.Ю. Старовиков – Бийск. – 2007. – 398 с.

408. Суербаев А.Х. Экспериментально – исследовательские умения учащихся по физике и их развитие в системе дополнительного образования: Монография [Текст] / А.Х. Суербаев. – Оренбург: Изд-во ОГПУ. – 2009. – 280 с.

409. Сульянова М.М. Метод проектов в преподавании физики. [Текст] / М.М. Сульянова // Физика. – 2010. – №18. – с. 5-6.

410. Суханов М.Б. Определение коэффициентов нелинейных зависимостей

методом наименьших квадратов в OpenOffice.org Calc. [Текст] / М.Б. Суханов, А.Г. Суханова // Информатика и образование. – 2010. – №3. – с. 105-107.

411. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология. [Текст] / Н.Ф. Талызина. – М.: МГУ. – 1987. – 187 с.
412. Тарасов Л.В. Беседы о преломлении света. [Текст] / Л.В. Тарасов, А.Н. Тарасова. – М.: Наука. – 1982. – 176 с.
413. Тарасов Л.В. Физика в природе [Текст] / Л.В. Тарасов. – М.: Вербум-М. – 2002. – 352 с.
414. Теория и методика обучения физики в школе: Общие вопросы: Учеб пособие. / Под ред. С.Е. Каменецкого, Н.С. Пурышевой. – М.: Изд. центр «Академия». – 2000. – 368 с.
415. Теория и методика обучения физики в школе: Частные вопросы: Учеб пособие. / Под ред. С.Е. Каменецкого. – М.: Изд. центр «Академия». – 2000. – 384 с.
416. Тихонова И.В. Организация работы научного общества учащихся. [Текст] / И.В. Тихонова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 254-256.
417. Толстой Л.Н. Педагогические сочинения. [Текст] / Л.Н. Толстой. – М.: Педагогика. – 1989. – 542 с.
418. Трифонов Е.Д. Еще раз о радуге. [Текст] / Е.Д. Трифонов // Соросовский образовательный журнал. – 2000. – №7. – с. 53-58.
419. Трополева О.Л. Создание центров поддержки физико-технического образования как реализация инновационной структуры сетевого взаимодействия ученики – вузы. [Текст] / О.Л. Трополева // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 190-191.
420. Тульчинский М.Е. Качественные задачи по физике в средней школе. [Текст] М.Е. Тульчинский. – М.: Просвещение. – 1972. – 240 с.
421. Тяглова Е.В. Методика апробации результатов исследовательской деятельности учащихся. [Текст] / Е.В. Тяглова // Школьные технологии. –

2007. – №1. – с. 103-118.

422. Уокер Дж. Физический фейерверк. [Текст] / Дж. Уокер. – М.: Мир. – 1988. – 298 с.

423. Усова А.В. Теория и методика обучения физике в средней школе. [Текст] / А.В. Усова. – М.: Высшая школа. – 2005. – 301 с.

424. Ушаков А.А. «Развитие исследовательской компетентности учащихся общеобразовательной школы в условиях профильного обучения: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / А.А. Ушаков. – Майкоп. – 2008. – 190 с.

425. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации 17 мая 2012 г, № 413. [Электронный ресурс] – URL: http://минобрнауки.рф/документы/2365.

426. Федотова Н.А. Развитие исследовательской компетентности старшеклассников в условиях профильного обучения: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Н.А. Федотова. – Улан-Удэ. – 2010. – 182 с.

427. Физика: 3800 задач для школьников и поступающих в вузы. [Текст] – М.: Дрофа. – 2000. – 672 с.

428. Физика: Механика. 10 класс. [Текст] / Под ред. Г.Я. Мякишева – М.: Дрофа. – 2002. – 496 с.

429. Физика: Учебник для 10 класса. с углубл. изучением физики. / Под ред. А.А. Пинского, О.Ф. Кабардина. – М.: Просвещение. – 2005. – 332 с.

430. Физические величины: Справочник. / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мелихова. – М.: Энергоатомиздат. – 1991. – 1232 с.

431. Филатов Е.Н. О системе оценивания знаний в школе для одаренных детей. [Текст] / Е.Н. Филатов // Школьные технологии. – 2008. – №2. – с. 149-152.

432. Финагин А.А. Вычислительный эксперимент при информационном подходе к изучению физики в средней школе: Автореферат дис... канд. пед. наук. [Текст] / А.А. Финагин – СПб. – 2004. – 18 с.

433. Фирсова М.М. Исследовательская деятельность учащихся гимназии.

[Текст] / М.М. Фирсова // Педагогика. – 2003. – №8. – с. 26-31.

434. Форкунова Л.В. Методика формирования исследовательской компетентности школьников в области приложений математики при взаимодействии школы и вуза: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Л.В. Форкунова. – Архангельск. – 2010. – 204 с.

435. Хайретдинова З.А. Педагогические условия формирования исследовательских умений старшеклассников в научных обществах: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / З.А. Хайретдинова. – Казань. – 1975. – 202 с.

436. Хаммэль Ч. Дело Галилея. [Текст] / Э. Хаммэль – М.: Триада. – 1998. – 360 с.

437. Ханнанова Т.А. Параболы вокруг нас. [Текст] / Т.А. Ханнанова, Н.К. Ханнанов, А. Бубнов, П. Кукушкин // Физика для школьников. – 2009. – №4. – с. 42-45.

438. Хвольсон О.Д. Курс физики. [Текст] / О.Д. Хвольсон. – М.: Гос. тех.-теор. изд. – 1933. – 656 с.

439. Хоютанова М.И. Исследовательская работа школьников: проблемы, подходы, перспективы. [Текст] / М.И. Хоютанова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 388-391.

440. Хуторской А.В. Развитие одаренности школьников: методика продуктивного обучения (пособие для учителя). [Текст] / А.В. Хуторской. – М.: ВЛАДОС. – 2000. – 320 с.

441. Хуторской А.В. Метод Сократа. [Текст] / А.В. Хуторской // Школьные технологии. – 2008. – №6. – с. 26-31.

442. Хуторской А.В. Система обучения Аристотеля. [Текст] / А.В. Хуторской // Школьные технологии. – 2009. – №1. – с. 24-28.

443. Хуторской А.В. «Великая дидактика» Коменского. [Текст] / А.В. Хуторской // Школьные технологии. – 2009. – №6. – с. 64-76.

444. Хуторской А.В. Естественное воспитание и обучение Ж.-Ж. Руссо. [Текст]/ А.В. Хуторской // Школьные технологии. – 2010. – №1. – с. 75-83.

445. Хуторской А.В. Система обучения М.В. Ломоносова. [Текст] / А.В. Ху-

торской // Школьные технологии. – 2010. – №4. – с. 86-88.

446. Чернецкий И.С. Использование муар-эффекта для измерения малых углов и смещений и имитации физических явлений. [Текст] / И.С. Чернецкий // Физика. Все для учителя! – 2011. – №3. – с. 4-7.

447. Черныш Г.Н. Обучение через науку и творческое проектирование. [Текст] / Г.Н. Черныш //Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 259-260.

448. Чечель И. Метод проектов: субъективная и объективная оценка результатов. [Текст] / И. Чечель // Директор школы. – 1998. – №4. – с. 3-10.

449. Чистяков М. Исследование движения воздушного пузыря в вязкой жидкости. [Текст] / М. Чистяков, Д. Жолобов // Физика (изд. дом «Первое сентября»). – 2013. – №2. – с. 10-13.

450. Чичигина О.А. Интерактивные компьютерные демонстрации для изучения статистических основ термодинамики. [Текст] / О.А. Чичигина, М.С. Полякова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 218-219.

451. Чудов В. Проектно-исследовательская деятельность школьника. [Текст] / В. Чудов, Н. Кокшарова, О. Лаврушко // Народное образование. – 2005. – №1. – с. 133-140.

452. Чупрова Н.А. Методические рекомендации по организации исследовательской работы школьников. [Текст] / Н.А. Чупрова // Исследовательская работа школьников. – 2010. – №2. – 51-56.

453. Шаронова Н.В. Особенности преподавания физики в гимназии. [Текст] / Н.В. Шаронова, Е.В. Эткина // Творчество учителя как необходимое условие совершенствования учебно-воспитательного процесса. – М.: ЧеРо. – 1996. – вып. 5. – с. 98-110.

454. Шатилова В.П. Учебно-исследовательская деятельность учащихся 5 классов. [Текст] / В.П. Шатилова // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 260-262.

455. Шестакова Л.А. Использование видеоматериалов на уроках физики как

способ повышения самоэффективности личности школьника. [Текст] / Л.А. Шестакова // Физика в школе. – 2011. – №8. – с. 40-42.

456. Шефер Н.И. Кристаллы из... мыла. [Текст] / Н.И. Шефер, О.Г. Анникова // Физика для школьников. – 2010. – №3. – с. 8-13.

457. Шишкин Ф.Т. Компетентция и компетентность как ключевые понятия компетентностного подхода в образовании. [Текст] / Ф.Т. Шишкин // Наука и школа. – 2008. – №4. – с. 5-8.

458. Шиян Н.В. Метод проектов в физическом образовании. [Текст] / Н.В. Шиян, А.А. Шиян //Физика в школе. – 2005. – №5. – с. 33-36.

459. Шмачилина С.В. Мониторинг исследовательской культуры старшеклассника. [Текст] / С.В. Шмачилина // Народное образование. – 2010. – №2. – с. 139-144.

460. Шмырев А.А. Школьный цифровой банк видеоматериалов – основа непрерывности и индивидуализации образования. [Текст] / А.А. Шмырев // Информатика и образование. – 2008. – №7. – с. 68-70.

461. Шноль Д.Э. О типологии исследовательских работ школьников [Текст] / Д.Э. Шноль // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №1. – с. 44-48.

462. Шомполов И.Г. Система выявления, поддержки и развития молодежи, одаренной в области физики: Дис... док. пед. наук. [Текст] / И.Г. Шомполов. – М. – 2003. – 422 с.

463. Шунин И.А. Совершенствование содержания и методики решения экспериментальных задач по физике в условиях современной школы: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / И.А. Шунин. – Самара. – 1995. – 151 с.

464. Щербаков Р.Н. От Перельмановской «Занимательной физики» – к большой науке. [Текст] / Р.Н. Щербаков // Физика в школе. – 2013. – №6. – с. 3-10.

465. Элементарный учебник физики: Учеб. пособие. В 3 т. [Текст] / Под ред. Г.С. Ландсберга: Т. 1. – М.: Наука. – Физматлит. – 1995. – 608 с.

466. Элементарный учебник физики: Учеб. пособие. В 3 т. [Текст] / Под ред.

Г.С. Ландсберга: Т. 2. – М.: Наука. – Физматлит. – 1995. – 480 с.

467. Элементарный учебник физики: Учеб. пособие. В 3 т. [Текст] / Под ред. Г.С. Ландсберга: Т. 3. – М.: Наука. – Физматлит. – 1995. – 656 с.
468. Эльконин Д.Б. Избранные психологические труды. [Текст] / Д.Б. Эльконин. – М.: Педагогика. – 1989. – 554 с.
469. Энциклопедия для детей. (Том 16) Физика. Ч. 1. [Текст] – М.: Мир энциклопедий Аванта+. – 2000. – 448 с.
470. Эпштейн Ю.Д. Олимпиады по физике как средство интеллектуального развития учащихся: Дис... канд. пед. наук. [Текст] / Ю.Д. Эпштейн – СПб. – 1999. – 158 с.
471. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. [Текст] / И.С. Якиманская. – М.: Сентябрь. – 2000. – 229 с.
472. Янюшкина Г.М. Участие школьника в проектно-исследовательской деятельности как необходимое условие их развития. [Текст] / Г.М. Янюшкина, О.М. Буйлина // Всероссийский съезд учителей физики в МГУ. Труды. – М.: МГУ. – 2011. – с. 221-223.
473. Яроцкая И.С. Об участии молодых исследователей Северо-Западного федерального округа в Российской научно-социальной программе для молодёжи и школьников «Шаг в будущее». [Текст] / И.С. Яроцкая // Исследовательская работа школьников. – 2009. – №1. – с. 83-90.
474. Cardoso M.; Rosaria J. The Relationships Between Modelling and Argumentation from the Perspective of the Model of Modelling Diagram. // International Journal of Science Education. – Vol. 35. – No 14. – 2013. – p. 2407-2434.
475. Carroll J., Hughes S. Using a video camera to measure the radius of the Earth. // Physics Education. Vol. 48 (6). – 2013. – p. 731-735.
476. China's science, technology and education. Beijing 2010. – 146 p.
477. Dicks M.J. Show me the way. // Education leadership. – 2005. – Vol. 63. No 3. – p. 78-80.
478. Dillon J.T. The basic questions of education. What to ask ourselves when

education our young. Lewiston. – N.Y.: Edwin Mellen Press. – 2010. – 292 p.

479. Education today: the OECD perspective. OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) – 2013. – 128 p.

480. Equity and quality in education: supporting disadvantaged students and schools. OECD. – 2012. – 168 p.

481. Etkina E., Warren A., Gentile M. The role of models in physics instruction // The Physics Teacher. 44 (1). – 2006. – p. 34-39.

482. Finn L. Using video to reflect on curriculum. // Education leadership. – 2002. – Vol. 59. – N6. – p. 72-74.

483. Gluck Paul. Experiments for a special day // Physics Education. v. 43 (2). – 2008. – p. 189-197.

484. Gobert J.D. Introduction to model-based teaching and learning in science education // International Journal of Science Education. – 2000. – V.22 (9). – p. 891 – 894.

485. Hirca N. The Influence of Hands on Physics Experiments on Scientific Process Skills According to Prospective Teacher's Experiences. // European J. of Physics Education. – Vol. 4. – Issue 1. – 2013. – p. 1-9.

486. Hutem A., Kerdmee S. Physics Learning Achievement Study: Projective, using Mathematica program...// European J. of Physics Education. – Vol. 4. – Issue 3. – 2013. – p. 1-12.

487. Klein P., Grober S., Kuhn S., Muller A. Video analysis of projectile motion using tablet computers as experimental tools. // Physics Education. Vol. 49 (1). – 2014. – p. 37-40.

488. Lindberg O.J. Olofsson A.D. Online learning communities and teacher professional development: Methods for improved education delivery. – Hershey N.Y.: IGI Global. – 2010. – 326 p.

489. Poonyawatpornkul J., Wattanakasiwich P. High-speed video analysis of damped harmonic motion. // Physics Education Vol. 48 (6). 2013. – p. 782-790.

490. Richardson J. The Finnish way. // Phi Delta Kappan. Vol. 94. – No 5. – 2013. – p. 76-77.

491. Rodriguez Y., A Santana A., Mendoza L.M. Physics education through computational tools: the case of geometrical and physical optics. // Physics Education – Vol. 48 (5). – 2013. – p. 621-628.

492. Sondergaard L., Murthi M. Skills, not just diplomas: managing education for result in Eastern Europe and Central Asia. Washington, D.C. – 2012. – 242 p.

493. Strong performers and successful reformers in education: lessons from Pisa for the United States. OECD. – 2011. – 260 p.

494. Sznitman J., Stone H.A., Smits A.J., Grotberg J.B. Teaching the Falling Ball Problem with Dimensional Analysis // European J. of Physics Education. – Vol. 4. – Issue 2. – 2013. – p. 32-41.

495. Teodorescu R.E., Bennhold C., Feldman G., Medsker L. New approach to analysis physics problems: A Taxonomy of Introductory Physics Problems // Physical Review Special Topics - Physics Education Research. – Vol. 9. Issue 1. – 2013. – p. 1-20.

496. The Condition of education: a statistical report on the condition of American education. Washington: National Center for Education Statistics. – 2011. 382 p.

497. Wenning C.J. The Levels of Inquiry Model of Science Teaching. // Journal of Physics Teacher Education Online. – Vol. 6, No. 2, – 2011. – p. 9-16.

498. Zajkov O., Mitrevski B. Video Measurements: Quantity or Quality. // European J. of Physics Education. Vol. 3. – Issue 4. – 2012. – p. 34-43.

499. Zhang M., Lundeberg M., Eberhardt J. Seeing what you normally don't see. // Phi Delta Kappan. – New York – 2010. – Vol.91. – N6. – p. 60-65.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Оглавление

Приложение 1.
Примерный план факультативных занятий для школьников 7-го класса

1. Вводное занятие.
2. Кинематика. Постановка задачи описания движения. Прямая и обратная задачи кинематики. Сложность описание движения. Апории Зенона [295, 299].
3. Понятие скорости. Средняя скорость. Графическое представление движения. Мгновенная скорость. Задачи [116] № 1.1, 1.8, 1.10.
4. Равномерное и равноускоренное движение. Графический вывод формулы зависимости пути от времени для равноускоренного движения [359].
5. Арифметическая прогрессия, сумма прогрессии. Нахождение сумм прогрессий численными методами с помощью электронных таблиц [295, 299].
6. Аналитический вывод формулы зависимости пути от времени для равноускоренного движения с использованием суммы прогрессии.
7. Схема Эйлера и её графическая интерпретация. Реализация схемы Эйлера с помощью электронных таблиц. Сходимость численного решения. Оценка погрешности [295, 299].
8. Численное решение задач с известной зависимостью скорости от времени при неравномерном движении [295, 299].
9. Аналитическое решение некоторых задач с известной зависимостью скорости от времени (Приложение 5).
10. Относительность движения в кинематике. Сложение скоростей (вдоль прямой). Задачи [116] №1.3, 1.4.
11. Численное решение задач с известной зависимостью скорости от координаты.
12. Аналитическое решение некоторых задач с известной зависимостью скорости от координаты. Задачи [116] 1.11, 1.12, 1.13.
13. Задача о минимальном расстоянии между двумя машинами. Численное решение.
14. Аналитическое решение задачи о минимальном расстоянии между двумя машинами [295, 359].
15. Правило рычага для системы из двух тел на коромысле (повторение). Обобщение правила рычага для N грузов. Введение понятия центра масс. Вычисление центра масс для легкого стержня с N точечными грузами [299].
16. Экспериментальное нахождение центра масс для плоских тел (вырезанных из бумаги): треугольника, полукруга, фигуры, ограниченной участком параболы... и др. [299, 359].
17. Численное нахождение центра масс для плоских тел: полукруга, фигуры, ограниченной участком параболы... и др.
18. Аналитические решения задач нахождения центра масс для некоторых плоских тел: проволочной полуокружности, полукруга, фигуры, ограниченной участком параболы... и др. [299, 359].

Замечание. В физико-математической школе школьники могут изучать равноускоренное движение на основных занятиях. В этом случае вывод формулы для расчета пути при равноускоренном движении с помощью схемы Эйлера может стать повторением пройденного материала. Если школьники достаточно хорошо усвоили равноускоренное движение на основных занятиях, то п. 4-6 можно опустить, а схему Эйлера можно объяснить при решении более сложных задач.

Приложение 2.
Примерный план факультативных занятий для школьников 8-го класса

Пункты 1–14 совпадают с темами для 7–го класса (при этом материала можно успеть рассмотреть больше)

15. Преломление, закон Снеллиуса, полное внутреннее отражение.

16. Построение изображения в среде с плоской поверхностью [467].

17. Построение в призме. Угол наименьшего отклонения. Рассмотрение случая малого угла при вершине. Вывод формулы для оптической силы плоско-выпуклой тонкой линзы (Приложение 6, [467]).

18. Построение изображения в среде со сферической поверхностью (инвариант Аббе) [467].

19. Построение в тонкой линзе, формула тонкой линзы, системы из двух линз: очки, телескоп, микроскоп [467].

20. Сферические зеркала, фокусное расстояние, построения изображения в зеркалах [467].

Приложение 3.
Примерный план факультативных занятий для школьников 9-го класса

Пункты 1–14 совпадают с темами 8–го класса, п. 1–4 могут быть быстро обсуждены, если ученики изучали этот материал на основных занятиях.

15. Задача преследования при движении цели по прямой. Численное решение (Приложение 7).

16. Понятие скорости сближения. Аналитическое решение задачи преследования, когда цель движется по прямой [295, 359].

17. Задача преследования в случае, когда цель движется по окружности. Составление алгоритма и численное решение (Приложение 8).

18. Аналитическое решение задачи преследования в случае, когда цель движется по окружности [295, 359].

19. Задача преследования с несколькими участниками (Приложение 9, [295, 359]).

20. Применение схемы Эйлера при решении задач с использованием законов Ньютона.

21. Полет тела, брошенного под углом к горизонту (без учета сопротивления воздуха) [465].

22. Численный расчет полета тела, брошенного вертикально с учетом сопротивления воздуха (Приложение 10).

23. Полет тела, брошенного вертикально с учетом сопротивления воздуха – аналитические подходы к оценке параметров движения [295, 359].

24. Полет тела, брошенного под углом к горизонту (с учетом сопротивления воздуха) – баллистические траектории (Приложение 12).

25. Численное решение задачи об оптимальном угле бросания тела под углом к горизонту с учетом сопротивления воздуха (Приложение 12).

26. Задача движения математического и конического маятников без учета сопротивления воздуха [297, 359].

27. Численное решение задачи движения математического маятника для произвольных углов. Зависимость периода колебания от начального угла отклонения (Приложение 14).

28. Понятие малых углов. Аналитическое решение задачи о периоде колебаний математического маятника на основании сопоставлении с периодом конического маятника [297, 359].

29. Пружинный маятник. Численное и аналитическое решение задачи о периоде колебаний пружинного маятника на основании сопоставлении с периодом конического маятника ([297, 359] и Приложение 14).

30. Связанные маятники. Численный расчет движения. Нахождение собственных частот колебаний (Приложение 17).

31. Затухающие колебания маятников (Приложение 18).

При наличии интереса слушателей и если это позволяет число часов, отведенных на курс, можно включить элементы динамики вращательного движения по следующему плану.

32. Кинематика вращательного движения: сложение поступательного и вращательного движения (качение катушки с нитками) и двух вращательных движений (шарики в подшипнике) [299].

33. Момент силы. Момент инерции тела относительно оси (без введения понятия тензора момента инерции). Основное уравнение динамики вращательного движения [299].

34. Расчет моментов инерции некоторых тел: стержня, полого и сплошного цилиндров, шара и др. Теорема Гюйгенса-Штерна [299].

35. Задача скатывания шара (полого и сплошного цилиндров) по наклонной плоскости (опыт Галилея) [299, 359].

36. Энергия вращательного движения [299].

37. Маятники Максвелла и Обербека [299].

38. Колебания маятника на трифилярном подвесе [299, 359].

Замечания. Тема 20 должна изучаться после того, как школьники на основных занятиях изучат законы Ньютона. Если изучение тем 1–14 заняло много времени и законы Ньютона на основных занятиях уже изучены, то темы 15–19 (задачи на преследования) можно опустить и переходить к динамике.

Если изучение кинематики заняло много времени, то темы 21–25 можно пропустить и переходить к колебаниям (темы 26–31).

Приложение 4.
Примерный план факультативных занятий для школьников 8-го и 9-го классов, проявляющих особый интерес к астрономии (небесной механике)

Пункты 1–14 совпадают с темами для 8–го класса;

15. Законы Ньютона и закон Всемирного тяготения. Расчет круговых орбит (аналитически). Первая космическая скорость, проверка III-го закона Кеплера для круговых орбит [296].

16. Применение схемы Эйлера при решении задач с использованием законов Ньютона [296, 359].

17. Численный расчет движения планет на основании закона Всемирного тяготения (в Кеплеровском приближении) с использованием схемы Эйлера. Доказательство, что полученные орбиты имеют форму эллипса. Определение эксцентриситета (Приложение 19).

18. Проверка II и III законов Кеплера для эллиптических орбит (Приложение 19).

19. Численный расчет движения небесных тел при больших скоростях. Доказательство, что полученные орбиты имеют форму параболы или гиперболы (Приложение 20).

20. Проверка II закона Кеплера для параболических и гиперболических орбит (Приложение 20).

21. Численный расчет работы в поле тяжести Солнца, потенциальная энергия. Вычисления значений II-ой и III-ей космических скоростей (Приложение 20).

22. Задача трех тел. Численный расчет движения небесных тел с учетом взаимного притяжения планет. Проблема устойчивости движения планет солнечной системы [296, 359].

Приложение 5.
Аналитическое решение задачи с известной зависимостью скорости тела от времени

Условие

Найти путь, пройденный телом (материальной точкой), если скорость зависит от времени по квадратичному закону $\upsilon = \beta t^2$, где β – константа.

Решение

Для решения необходимо знать формулу суммы квадратичной прогрессии:

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + N^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6},$$

которая доказывается методом математической индукции.

Разобьем время движения t на большое число N интервалов времени $\Delta t = t / N$. На каждом интервале времени движение будем считать равномерным. Тогда путь, пройденный телом, равен:

$$l = \upsilon_1 \Delta t + \upsilon_2 \Delta t + \upsilon_3 \Delta t + \ldots + \upsilon_N \Delta t = \beta t_1 \Delta t + \beta t_2 \Delta t + \beta t_3 \Delta t \ldots + \beta t_N \Delta t,$$

где t_i – время, соответствующее началу i-го интервала времени, $t_i = (i-1)\Delta t$. Тогда:

$$\begin{aligned} l &= \beta \Delta t^2 \, \Delta t + \beta \cdot 2^2 \cdot \Delta t^2 \, \Delta t + \beta \cdot 3^2 \cdot \Delta t^2 \, \Delta t \ldots + \beta \cdot (N-1)^2 \cdot \Delta t^2 \Delta t = \\ &= \beta \Delta t^3 \left(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + (N-1)^2\right) \end{aligned}.$$

Сумму в скобках вычисляем по формуле суммы квадратичной прогрессии:

$$\begin{aligned} l &= \beta \left(\frac{t}{N}\right)^3 \left(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + (N-1)^2\right) = \beta \frac{t^3}{N^3} \frac{N(N-1)(2N-1)}{6} = \\ &= \beta \frac{t^3}{3} \left(\frac{N-1}{N}\right) \left(\frac{2N-1}{2N}\right) = \frac{\beta t^3}{3} \left(1 - \frac{1}{N}\right) \left(1 - \frac{1}{2N}\right). \end{aligned}$$

Из последней формулы получаем, что при $\Delta t \to 0$ и, соответственно, при $N \to \infty$, путь стремится к значению:

$$l = \frac{\beta t^3}{3}.$$

Ответ: Путь равен $l = \beta t^3 / 3$.

Приложение 6.
Аналитическое и экспериментальное решение задачи преломления луча в призме

Рассмотрим прохождение луча через призму (рис. п. 6.1). Поставим задачу: найти угол отклонения θ.

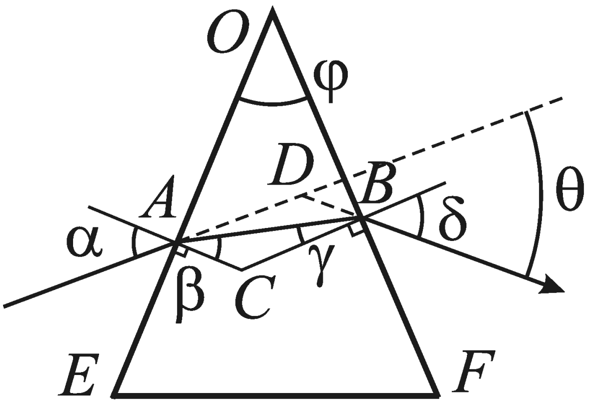


Рис. п. 6.1
Ход лучей в призме

Для ее решения нужно знать закон преломления:

$$\sin\alpha = n\sin\beta; \qquad \sin\delta = n\sin\gamma;$$

где n – показатель преломления стекла призмы.

Для вывода остальных формул достаточно знать, что сумма углов в треугольнике равна 180°. Сумма углов треугольника *OAB*:

$$180^\circ = \varphi + \angle OAB + \angle OBA = \varphi + 90^\circ - \beta + 90^\circ - \gamma.$$

Отсюда: $$\varphi = \beta + \gamma.$$

Угол θ является внешним углом треугольника *ADB*. Следовательно:

$$\theta = \angle DAB + \angle DBA = \alpha - \beta + \delta - \gamma.$$

Таким образом, мы доказали справедливость формулы (3.23) в главе 3.

Если задать модельные условия, что угол при вершине призмы и угол падения малы, то угол отклонения равен:

$$\theta = \alpha - \beta + \delta - \gamma = n\beta - \beta + n\gamma - \gamma = (n-1)(\beta + \gamma) = (n-1)\varphi.$$

Заметим, что при малых углах угол отклонения не зависит от угла падения, что используется при решении многих олимпиадных задач [116, 117].

Экспериментальная проверка полученного решения

Проще всего проверить зависимость угла отклонения θ от угла падения α, представленную на рис. 3.11, закрепив лазерную указку в штативе и медленно поворачивая призму (рис. п. 6.2). Даже без точных измерений видно, что лазерный зайчик сначала быстро движется, затем замирает и остается практически неподвижным при значительном повороте призмы, после чего зайчик снова начинает быстро перемещаться в обратном направлении. Более точные измерения подтверждают формулу (3.23).

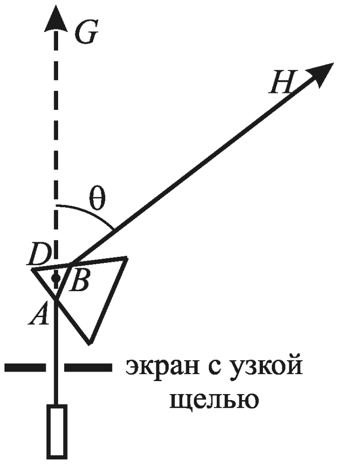


Рис. п. 6.2
Схема эксперимента по измерению показателя преломления

Используя свойства угла минимального отклонения, можно с большой точностью измерить показатель преломления стекла призмы. Если преломленный луч *AB* параллелен основанию *EF* (рис. п. 6.1), то $\alpha = \delta$, а $\beta = \gamma = \varphi/2$. Тогда формула (3.23) запишется в виде: $\theta = 2\alpha - 2\beta$ или $\alpha = \beta + \theta/2$. Отсюда найдем показатель преломления:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin(\beta + \theta/2)}{\sin\beta} = \frac{\sin(\varphi/2 + \theta/2)}{\sin(\varphi/2)}.$$

Эксперимент можно провести по следующей схеме. Закрепим в штативе лазерную указку и заметим направление луча *AG* (рис. п. 6.2). Затем поместим призму и будем поворачивать ее, пока не найдем положение минимального отклонения. Найдем точку *D* – пересечение луча *BH* с лучом *AG*. Измерив длины *DG*, *DH* и *GH*, вычислим угол θ по теореме косинусов. Как видно из графика на рис. 3.11 вблизи положения минимального отклонения, угол отклонения практически не зависит от угла падения и неточность поворота призмы в пределах нескольких градусов не влияет на точность измерения *n*. Расстояния *AG*, и *BH* ограничены только размером комнаты и рулетки. Если взять эти расстояния порядка пяти метров, длины измерять рулеткой с точностью 2–3 мм, и считать, что угол при вершине призмы равен точно 60°, то можно достичь точности измерения показателя преломления 0,001. Основную неточность внесет конечная ширина лазерного луча, поэтому перед точкой *A* нужно поставить экран с узкой щелью. Чтобы точнее найти положение точки *D*, нужно начертить направление луча *AG* на бумаге, установить призму в положение наименьшего угла отклонения, отметить положение точек *B* и *H*, убрать призму и найти пересечение линии *BH* с прямой *AG*.

По указанной схеме учениками 7-го и 8-го класса были проведены эксперименты с использованием лазерной указки красного цвета и призмами из набора «РОСУЧПРИБОР». Призмы были из крона (К8) и флинта (ТФ4), в их основаниях были равносторонние треугольники со стороной 3 см. Измерения дали значения показателей преломления для стекол К8 и ТФ4 1,515±0,001 и

1,668±0,001, соответственно. Для сравнения с табличными значениями необходимо учесть дисперсию материалов. Согласно описанию набора, значения средних показателей преломления n_E равны 1,5183 и 1,6776, а средняя дисперсия n_F-n_C составляет $806 \cdot 10^{-5}$ и $2118 \cdot 10^{-5}$ для стекол К8 и ТФ4, соответственно. Учитывая, что показатели преломления n_E, n_F и n_C измеряются при длинах волн 546,07 нм, 486,1 нм и 656,3 нм, были рассчитали показатели преломления для длины волны лазерной указки $\lambda = 630$ нм, (которую измерили с помощью дифракционной решетки из того же школьного набора с учениками старших классов). Показатели преломления составили для стекол К8 и ТФ4 – 1,5143 и 1,6671, что соответствует полученным экспериментальным результатам с точностью 0,001.

Таким образом, возможно без использования дорогостоящего специализированного оборудования измерять коэффициент преломления с точностью до 0,001.

Приложение 7.
Компьютерное моделирование преследования при движении цели по прямой

Условие

По прямой дороге *BC* бежит конь с постоянной скоростью $\upsilon = 5$ м/с (рис. п. 7.1). Ахиллес стоит в точке *A*. В тот момент, когда конь достиг точки *B*, Ахиллес начинает его преследовать. Скорость Ахиллеса постоянна, равна по модулю скорости коня и направлена все время на коня. Расстояние $h = 100$ м. Найти расстояние между конем и Ахиллесом через время $t >> h/\upsilon$.

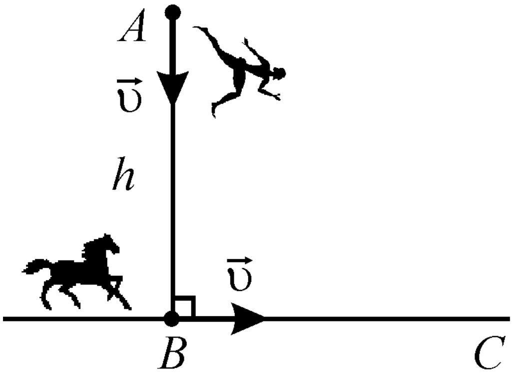


Рис. п. 7.1
Задача преследования по прямой

Для компьютерного моделирования на основе численных методов необходимо разработать алгоритм определения координат коня и Ахиллеса. Его можно получить без применения тригонометрических функций, только из соображений подобия как описано в [295, 359]:

$$x_{A,\,n+1} = x_{A,\,n} + \left(x_{B,\,n} - x_{A,\,n}\right)\upsilon\Delta t / L_n ,$$

$$y_{A,\,n+1} = y_{A,\,n} + \left(y_{B,\,n} - y_{A,\,n}\right)\upsilon\Delta t / L_n ,$$

где $L_n = |A_n B_n| = \sqrt{\left(x_{A,\,n} - x_{B,\,n}\right)^2 + \left(y_{A,\,n} - y_{B,\,n}\right)^2}$ – расстояние между конем и Ахиллесом.

Следует обратить внимание, что формулы получены в предположении, что расстояние между конем и Ахиллесом не равно нулю, иначе это означало бы, что Ахиллес догнал коня и ему уже незачем бежать дальше.

Вставим полученные формулы в алгоритм схемы Эйлера в виде формул электронной таблицы. Нам потребуется четыре столбца: A – время, B – координата коня x_B, C и D – координаты Ахиллеса x_A и y_A, E – расстояние между Ахиллесом и конем.

Занесем начальные значения: времени – A2 = 0, координата коня x_B – B2 = 0, координата Ахиллеса x_A – C2 = 0, координата Ахиллеса y_A – D2 = 100 м, интервал времени Δt – F2 = 0,1 с, скорость коня (она же скорость

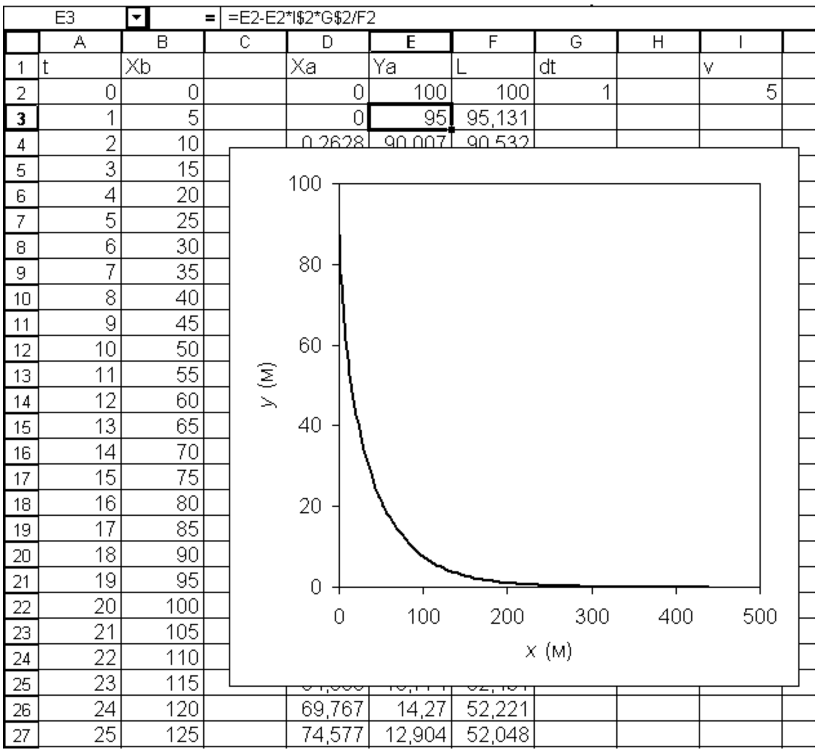
Ахиллеса) – G2 = 5 м/с. Занесем в электронную таблицу формулы, представленные в таблице п. 7.1.

Таблица п. 7.1

Моделирование задачи преследования

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+F$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=G$2*A2	$x_{B,\,n} = \upsilon t$
C3	=C2+(B2-C2)*G$2*F$2/E2	$x_{A,\,n+1} = x_{A,\,n} + \left(x_{B,\,n} - x_{A,\,n}\right)\upsilon \Delta t / L_n$
D3	=D2-D2*G$2*F$2/E2	$y_{A,\,n+1} = y_{A,\,n} - y_{A,\,n}\,\upsilon \Delta t / L_n$
E2	= SQRT ((B2-C2)^2+D2^2)	$L_n = \sqrt{\left(x_{A,\,n} - x_{B,\,n}\right)^2 + {y_{A,\,n}}^2}$

Осталось откопировать формулы, например, до строки 1000. Результат расчетов и траектория движения Ахиллеса представлены на рис. п. 7.2.



E3 = =E2-E2*I$2*G$2/F2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t	Xb		Xa	Ya	L	dt		v
2	0	0		0	100	100	1		5
3	1	5		0	95	95,131			
4	2	10		0,2628	90,007	90,532			
5	3	15							
6	4	20							
7	5	25							
8	6	30							
9	7	35							
10	8	40							
11	9	45							
12	10	50							
13	11	55							
14	12	60							
15	13	65							
16	14	70							
17	15	75							
18	16	80							
19	17	85							
20	18	90							
21	19	95							
22	20	100							
23	21	105							
24	22	110							
25	23	115							
26	24	120		69,767	14,27	52,221			
27	25	125		74,577	12,904	52,048			

Рис. п. 7.2
Траектория Ахиллеса

Видно, что Ахиллес приближается к оси *x*, но не пересекает ее. Построим график зависимости расстояния между Ахиллесом и конем от времени (рис. п. 7.3).

Видно, что примерно после 30-ой секунды расстояние меняться перестало. Возьмем значение расстояния из ячейки E400, оно получается чуть больше 50 м.

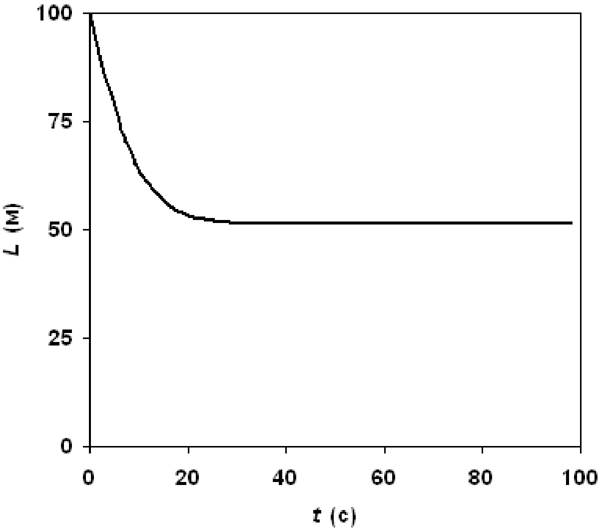


Рис. п. 7.3
Зависимость расстояния между конем и Ахиллесом от времени

Теперь полезно обсудить с учениками точность проведенных вычислений и полученного результата. Интервал времени, в течение которого Ахиллес бежит по прямой равен 0,1 с. За это время он пробегает 0,5 м. Поэтому полученный ответ не может быть точнее 0,5 м.

Далее целесообразно обсудить со школьниками сходимость решения как описано в [295, 359].

Ответ задачи – через длительное время расстояние между конем и Ахиллесом L станет равным 50 м, и далее практически не будет меняться.

Как указано в [295, 359], численное решение может стать подсказкой для аналитического. Можно предложить школьникам попробовать с помощью электронной таблицы построить графики зависимостей x_A от t, y_A от t, L от t, y_A от x_A, L от x_A, L от y_A. и т.п. Возможно, школьники сами догадаются, возможно, учителю придется еще подсказать, что сумма: $s = x_B - x_A + L$ не меняется и все время равна 100.

Для проверки этого предположения можно использовать столбец H. Занесем формулу, как показано в таблице п. 7.2, и откопируем ее в нижележащие строки. Сумма меняется от 100,0 до 100,25, т.е. в пределах нашей точности ее можно считать постоянной.

Таблица п. 7.2

Проверка постоянства суммы

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
H2	=B2–C2+E2	$S = x_B - x_A + L$

В [295, 359] приведено альтернативное условие задачи в виде Ахиллеса, который плывет прямо на дерево и нужно найти расстояние между ними. Составим таблицу для этой формулировки.

Формула для координаты y_A не изменится, а в выражении для координаты x_A нужно добавить слагаемое $\upsilon\Delta t$, равное расстоянию, на которое Ахиллеса сносит течение.

$$x_{A,\,n+1} = x_{A,\,n} + \left(x_{B,\,n} - x_{A,\,n}\right)\upsilon\Delta t / L_n - \upsilon\Delta t\,,$$

$$y_{A,\,n+1} = y_{A,\,n} + \left(y_{B,\,n} - y_{A,\,n}\right)\upsilon\Delta t / L_n\,.$$

Поместим дерево в начало координат. Столбец B уже не потребуется, значения $x_{B,n} = 0$ и $y_{B,n} = 0$. Тогда формулы примут вид:

$$x_{A,\,n+1} = x_{A,\,n} - x_{A,\,n}\,\upsilon\Delta t / L_n - \upsilon\Delta t\,,$$

$$y_{A,\,n+1} = y_{A,\,n} - y_{A,\,n}\,\upsilon\Delta t / L_n\,.$$

Таким образом, придется лишь немного изменить уже имеющуюся электронную таблицу, занеся в нее формулы, как показано в таблице п. 7.3.

Чтобы сравнить новые результаты расчетов с предыдущими начальные параметры можно не менять, хотя скорость Ахиллеса-пловца 5 м/с может показаться школьникам чересчур большой. Впрочем, вид траектории не зависит от скорости Ахиллеса, главное, чтобы скорость реки была равна скорости Ахиллеса (рис. п. 7.4).

Таблица п. 7.3

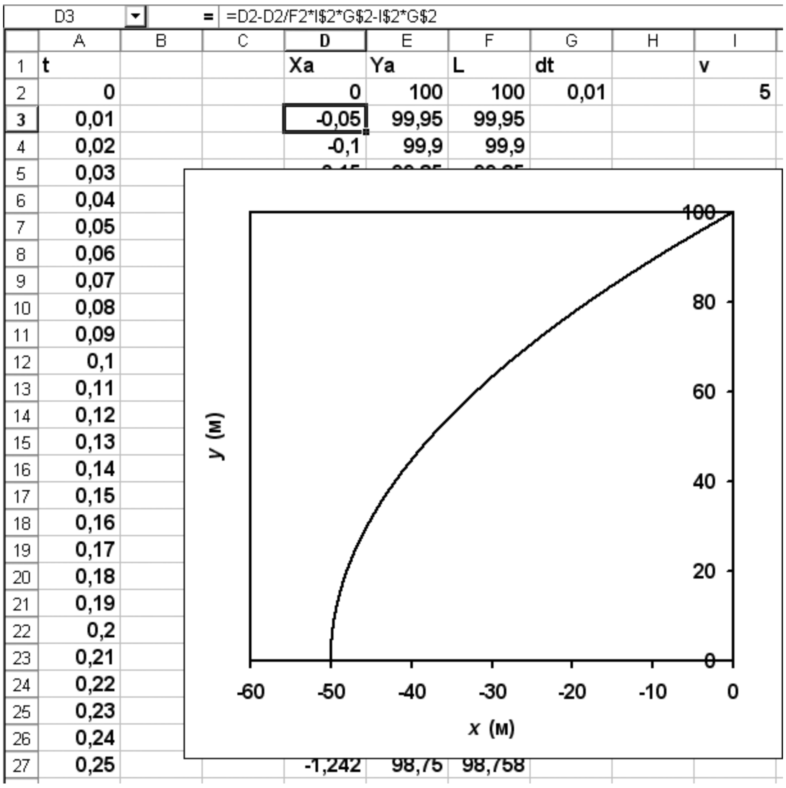
Формулы для решения задачи с Ахиллесом - пловцом

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+F\$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
C3	=C2 -C2*G\$2*F\$2/E2-G\$2*F\$2	$x_{A,\,n+1} = x_{A,\,n} - x_{A,\,n}\,\upsilon\Delta t / L_n - \upsilon\Delta t$
D3	=D2-D2*G\$2*F\$2/E2	$y_{A,\,n+1} = y_{A,\,n} - y_{A,\,n}\,\upsilon\Delta t / L_n$
E2	=SQRT(C2^2+D2^2)	$L_n = \sqrt{x_{A,\,n}{}^2 + y_{A,\,n}{}^2}$

Получается, что к 100-й секунде Ахиллес плывет в сантиметре от берега и не может выгрести против течения, оставаясь все время практически на одном месте на расстоянии 50 м и 1 см от дерева. Школьники обычно обращают внимание на то, что Ахиллес, плывущий в сантиметре от берега – это нереалистично. Поэтому приходится постоянно напоминать, что мы работаем в рамках определенной модели, считая Ахиллеса, коня и дерево материальными точками.

Можно также посмотреть на значение суммы $L + x_A$. Она снова постоянна и равна 100. Если построить зависимость L от x_A, то получится прямая линия (см. рис. п. 7.5).

Таким образом, школьники могут убедиться, что задача с Ахиллесом-пловцом эквивалентна задаче с Ахиллесом, догоняющим коня.



D3 = =D2-D2/F2*I$2*G$2-I$2*G$2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t			Xa	Ya	L	dt		v
2	0			0	100	100	0,01		5
3	0,01			-0,05	99,95	99,95			
4	0,02			-0,1	99,9	99,9			
5	0,03								
6	0,04								
7	0,05								
8	0,06								
9	0,07								
10	0,08								
11	0,09								
12	0,1								
13	0,11								
14	0,12								
15	0,13								
16	0,14								
17	0,15								
18	0,16								
19	0,17								
20	0,18								
21	0,19								
22	0,2								
23	0,21								
24	0,22								
25	0,23								
26	0,24								
27	0,25			-1,242	98,75	98,758			

Рис. п. 7.4
Траектория Ахиллеса – пловца

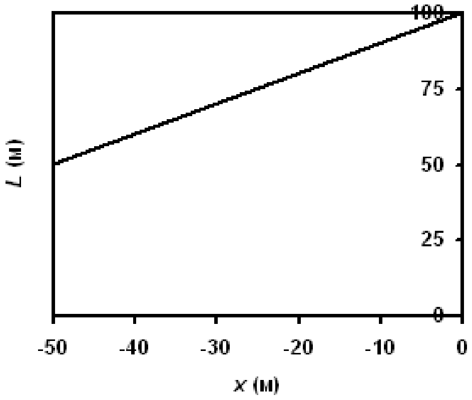


Рис. п. 7.5
Зависимость расстояния до дерева *L* от координаты Ахиллеса *x*

Численное решение задачи преследования при движении цели по прямой, скорость преследователя больше скорости цели

После рассмотрения задачи, когда скорость Ахиллеса равна скорости коня (скорости течения реки), можно перейти к случаю, когда скорость Ахиллеса больше. Для численного решения потребуется не одна, а две ячейки для скорости. Пусть в ячейке G2 останется скорость коня, а скорость Ахиллеса мы занесем в ячейку H2. Формулы претерпят небольшие изменения, как указано в таблице п. 7.4.

Таблица п. 7.4

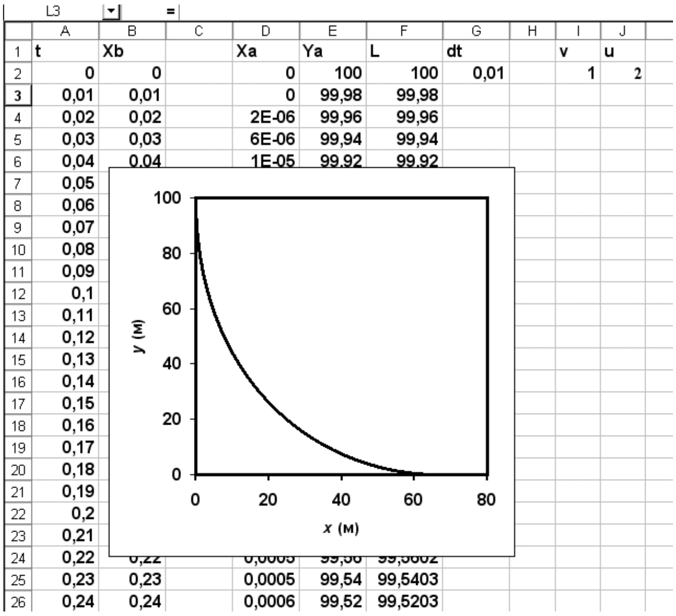
Формулы для задачи, когда скорости Ахиллеса и коня различны

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+F$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=G$2*A2	$x_{B,\,n} = \upsilon t$
C3	=C2+(B2-C2)*H$2*F$2/E2	$x_{A,\,n+1} = x_{A,\,n} + \left(x_{B,\,n} - x_{A,\,n}\right) u\,\Delta t / L_n$
D3	=D2-D2*G$2*H$2/E2	$y_{A,\,n+1} = y_{A,\,n} - y_{A,\,n}\, u\,\Delta t / L_n$
E2	= SQRT((B2-C2)^2+D2^2)	$L_n = \sqrt{\left(x_{A,\,n} - x_{B,\,n}\right)^2 + {y_{A,\,n}}^2}$

Аналогично предыдущей задаче копируем формулы и строим траекторию Ахиллеса (рис. п. 7.6).

Нужно отдельно остановиться на вопросе, что принять за момент окончания погони [295, 359]. За окончание погони нужно принять момент, когда расстояние между Ахиллесом и конем перестанет уменьшаться. Это произойдет в строке №6669, минимальное расстояние – 0,0000005 м. Время преследования составляет 66,67 ±0,01 (с). Конь успевает пробежать 66,67±0,01 (м).

Аналогично можно сформулировать и численно решить задачу с Ахиллесом-пловцом. Для этого также потребуется не одна, а две ячейки для скорости. Пусть в ячейке G2 у нас останется скорость реки, а скорость Ахиллеса будет в ячейке H2. Формулы также претерпят небольшие изменения как указано в таблице п. 7.5.



L3 =

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	t	Xb		Xa	Ya	L	dt		v	u
2	0	0		0	100	100	0,01		1	2
3	0,01	0,01		0	99,98	99,98				
4	0,02	0,02		2E-06	99,96	99,96				
5	0,03	0,03		6E-06	99,94	99,94				
6	0,04	0,04		1E-05	99,92	99,92				
7	0,05									
8	0,06									
9	0,07									
10	0,08									
11	0,09									
12	0,1									
13	0,11									
14	0,12									
15	0,13									
16	0,14									
17	0,15									
18	0,16									
19	0,17									
20	0,18									
21	0,19									
22	0,2									
23	0,21									
24	0,22	0,22		0,0005	99,56	99,5602				
25	0,23	0,23		0,0005	99,54	99,5403				
26	0,24	0,24		0,0006	99,52	99,5203				

Рис. п. 7.6

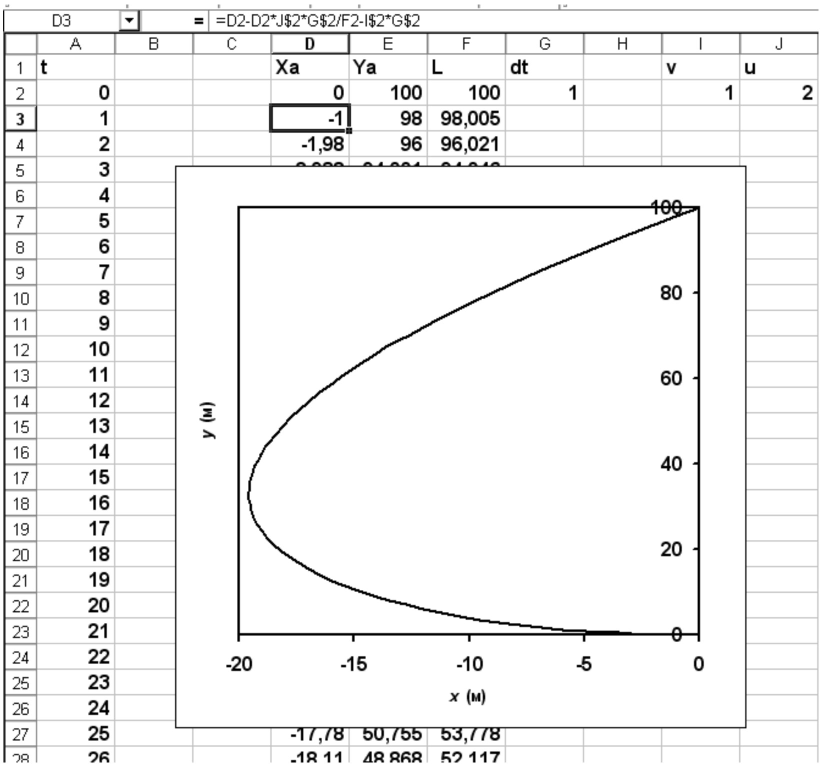
Траектория Ахиллеса, когда его скорость вдвое больше скорости коня

Таблица п. 7.5

Формулы для задачи, когда скорости Ахиллеса и реки различны

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+F$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
C3	=C2-C2*H$2*F$2/E2-G$2*F$2	$x_{A,\,n+1} = x_{A,\,n} - x_{A,\,n}\, u\,\Delta t / L_n - \upsilon\,\Delta t$
D3	=D2-D2*H$2*F$2/E2	$y_{A,\,n+1} = y_{A,\,n} - y_{A,\,n}\, u\,\Delta t / L_n$
E2	= SQRT(C2^2+D2^2)	$L_n = \sqrt{x_{A,\,n}{}^2 + y_{A,\,n}{}^2}$

Пусть скорость течения реки в два раза меньше скорости Ахиллеса, ширину реки оставим прежней – 100 м, расстояние d для начала примем равным $d = 0$, интервал времени $\Delta t = 0{,}01$ с. После копирования формул мы получим траекторию движения Ахиллеса – пловца (рис. п. 7.7). Расстояние между Ахиллесом и деревом перестанет уменьшаться в 6669-ой строке (расстояние равно 0,0000005 м). Время движения считываем из ячейки A6669 – 66,67 с. Таким образом, Ахиллес достигнет дерева за 66,67±0,01 (с).



D3 = =D2-D2*J$2*G$2/F2-I$2*G$2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	t			Xa	Ya	L	dt		v	u
2	0			0	100	100	1		1	2
3	1			-1	98	98,005				
4	2			-1,98	96	96,021				
5	3									
6	4									
7	5									
8	6									
9	7									
10	8									
11	9									
12	10									
13	11									
14	12									
15	13									
16	14									
17	15									
18	16									
19	17									
20	18									
21	19									
22	20									
23	21									
24	22									
25	23									
26	24									
27	25			-17,78	50,755	53,778				
28	26			-18,11	48,868	52,117				

Рис. п. 7.7.
Траектория Ахиллеса – пловца

В качестве задания для самостоятельной работы можно предложить школьникам найти зависимость времени погони за конем (времени движения к дереву) в зависимости от соотношения скоростей Ахиллеса и коня.

Полученное численное решение может стать подсказкой для аналитического. При решении предыдущей задачи помогло знание факта, что скорость сближения Ахиллеса и дерева u_L по модулю была равна проекции скорости Ахиллеса u_x. Поэтому можно подсказать школьникам начать с построения графика зависимости u_L от u_x.

Из определения скорости сближения:

$$u_{L,n} = \frac{L_n - L_{n+1}}{\Delta t},$$

а проекцию скорости Ахиллеса на ось x будем искать по формуле:

$$u_{x,n} = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t}.$$

Будем использовать столбцы I и J. Пусть в столбце I будет массив значений u_x, а в столбце J – массив значений u_L. Занесем формулы как указано в таблице п. 7.6, и откопируем формулы до строки №6668, так как после того, как Ахиллес догонит коня, дальнейшие расчеты бессмысленны.

Таблица п. 7.6

Формулы для расчета скорости сближения

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
I2	=(C3-C2)/F$2	$u_{x,n} = \left(x_{n+1} - x_n\right) / \Delta t$
J2	=(E3-E2)/F$2	$u_{L,n} = \left(L_n - L_{n+1}\right) / \Delta t$

График зависимости u_L от u_x представляет собой прямую линию (рис. п. 7.8).

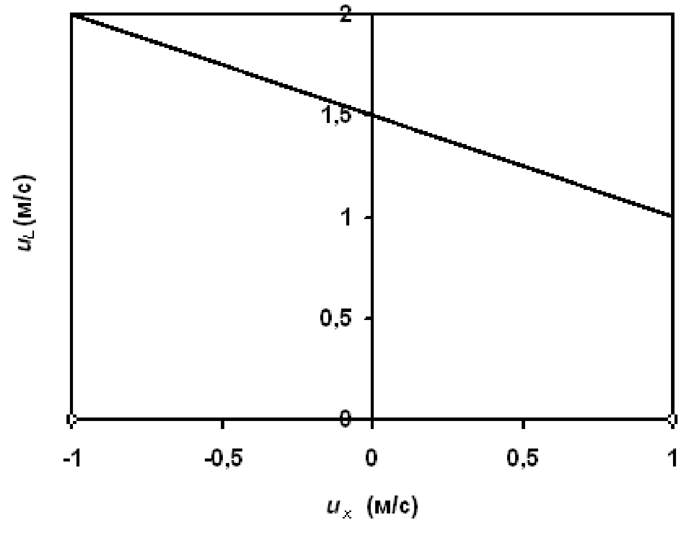


Рис. п. 7.8

Зависимость скорости сближения от проекции скорости Ахиллеса на ось x

Отсюда подсказка для аналитического решения – нужно найти связь между u_L и u_x [295, 359].

Приложение 8.
Компьютерное моделирование преследования при движении цели по кругу

Условие

Ахиллес стоит в центре большого загона в виде круга радиуса *R*, а конь бежит вдоль забора с постоянной скоростью v (рис. п. 8.1). Ахиллес начинает бежать за конем с постоянной скоростью *u*, меньшей *v*, причем Ахиллес все время бежит точно на коня. Какое будет расстояние между Ахиллесом и конем через время *t*, много большее $2\pi R/v$ ([60] № 10.66)?

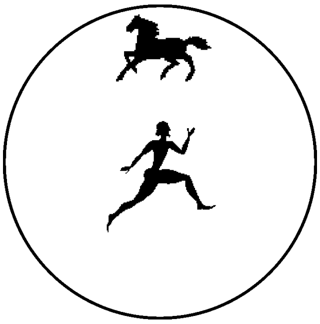


Рис. п. 8.1
К задаче с преследованием по кругу

Для компьютерного моделирования на основе численных методов нужно задать закон изменения координат коня и Ахиллеса от времени. Отличие от предыдущих задач заключается в том, что движение коня двумерное. Удобнее всего задать координаты коня, пользуясь понятием угловой скорости. Если школьники еще не изучали соотношение между угловой и линейной скоростью: $\omega = v/R$, то его можно ввести на занятиях. Поместим начало координат в центр круга. Тогда через время *t* конь будет в точке B_2 с координатами [295, 359]:

$$x_{B2} = R\cos\alpha = R\cos(vt/R),\ y_{B2} = R\sin\alpha = R\sin(vt/R).$$

Нам потребуется пять столбцов: А – время, B и C – координаты коня x_B, и y_B, D и E – координаты Ахиллеса x_A и y_A, F – расстояние между Ахиллесом и конем.

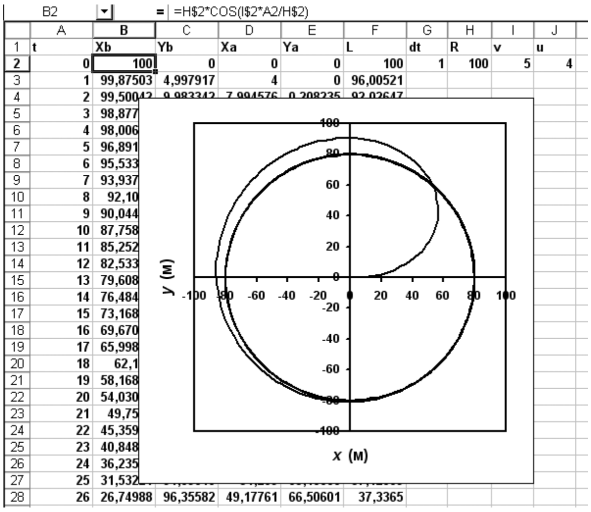
Занесем начальные значения: времени – A2 = 0, координаты коня x_B – B2 = *R* = 100 (м), координаты коня y_B – C2, координаты Ахиллеса x_A – D2 = 0, координаты Ахиллеса y_A – E2 = 0, интервала времени Δt – G2 = 0,1 (с), радиуса круга H2 = 100 (м), скорости коня – I2 = 5 (м/с), скорости Ахиллеса – J2 = 4 (м/с). Занесем в таблицу формулы, указанные в таблице п. 8.1, и копируем их в нижележащие ячейки.

Откопируем формулы и построим траекторию Ахиллеса (рис. п. 8.2). Получается, что вначале Ахиллес добежал почти до границы загона, а затем стал бежать почти по идеальной окружности радиуса 80 м. Построим график расстояния между ними от времени (рис. п. 8.3). Видно, что вначале расстояние уменьшилось до 37 м, а затем Ахиллес отстал на 60 метров и дальше расстояние практически не меняется и равно примерно 60 метров, что и является ответом задачи.

Таблица п. 8.1

Формулы для расчета скорости сближения

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+G$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B2	=H$2*COS(I$2*A2/H$2)	$x_{B,\,n} = R\cos\left(\upsilon t / R\right)$
C2	=H$2*SIN(I$2*A2/H$2)	$y_{B,\,n} = R\sin\left(\upsilon t / R\right)$
D3	=D2+(B2-D2)*J$2*G$2/F2	$x_{A,\,n+1} = x_{A,\,n} + \left(x_{B,\,n} - x_{A,\,n}\right) u\,\Delta t / L_n$
E3	=E2+(C2-E2)*J$2*G$2/F2	$y_{A,\,n+1} = y_{A,\,n} + \left(y_{B,\,n} - y_{A,\,n}\right) u\,\Delta t / L_n$
F2	=SQRT((B2-D2)^2+(C2-E2)^2)	$L_n = \sqrt{\left(x_{A,\,n} - x_{B,\,n}\right)^2 + \left(y_{A,\,n} - y_{B,\,n}\right)^2}$



B2 = =H$2*COS(I$2*A2/H$2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	t	Xb	Yb	Xa	Ya	L	dt	R	v	u
2	0	100	0	0	0	100	1	100	5	4
3	1	99,87503	4,997917	4	0	96,00521				
4	2	99,50042	9,983342	7,994576	0,208235	92,02647				
5	3	98,877								
6	4	98,006								
7	5	96,891								
8	6	95,533								
9	7	93,937								
10	8	92,10								
11	9	90,044								
12	10	87,758								
13	11	85,252								
14	12	82,533								
15	13	79,608								
16	14	76,484								
17	15	73,168								
18	16	69,670								
19	17	65,998								
20	18	62,1								
21	19	58,168								
22	20	54,030								
23	21	49,75								
24	22	45,359								
25	23	40,848								
26	24	36,235								
27	25	31,532								
28	26	26,74988	96,35582	49,17761	66,50601	37,3365				

Рис. п. 8.2

Траектория движения Ахиллеса

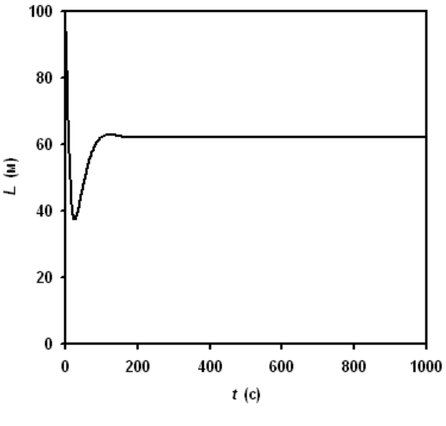


Рис. п. 8.3

Зависимость расстояния между конем и Ахиллесом от времени

Приложение 9.
Компьютерное моделирование преследования с несколькими участниками

Условие

На плоскости имеется равносторонний треугольник со стороной a, в вершинах которого сидят три черепахи (рис. п. 9.1). В некоторый момент времени все три черепахи одновременно начинают ползти с одинаковыми скоростями υ, причем каждая из них ползет точно к своей соседке слева. Вопрос, через какое время они встретятся?

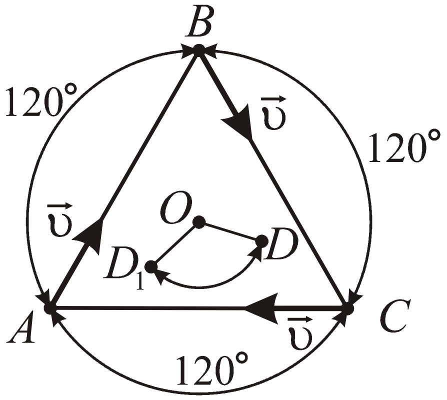


Рис. п. 9.1
Задача с тремя черепахами

Для компьютерного моделирования на основе численных методов придется рассчитывать одновременно координаты всех (трех) черепах. Для этого в электронной таблице нам потребуется 6 столбцов для координат x и y трех черепах. Кроме этого, потребуется столбец для массива времени и три столбца для расстояний между черепахами. Задача получается более громоздкой, чем предыдущие. Составим таблицу распределения столбцов п. 9.1.

Таблица п. 9.1
Создание электронной таблицы для расчета движения черепах

Столбец	Содержание
A	Шкала времени
B	Черепаха A, координата – x_A.
C	Черепаха A, координата – y_A.
D	Черепаха B, координата – x_B.
E	Черепаха B, координата – y_B.
F	Черепаха C, координата – x_C.
G	Черепаха C, координата – y_C.
H	Расстояние между черепахами A и B – L_{AB}.
I	Расстояние между черепахами B и C – L_{BC}.
J	Расстояние между черепахами C и A – L_{CA}.

Поскольку задача симметрична относительно центра треугольника, имеет смысл поместить начало координат в центр треугольника. Пусть черепаха *B* находится на оси *y*. Далее нам потребуется занести значения скорости черепах и сторону треугольника. Черепахи не могут двигаться со скоростью 5 м/с – это нереально. Для большей реалистичности примем скорость черепах равной 1 см/с (0,01 м/с). Тогда сторону треугольника возьмем не 100 м, а 1 м, иначе время движения будет очень большим. Поскольку черепахи движутся медленно, то интервал времени Δt можно принять равным 1 с. Теперь занесем значения, как показано в таблице п. 9.2.

Таблица п. 9.2

Начальные условия

Ячейка	Содержание	Значение
K2	Временной интервал Δt	1
L2	Скорость черепах	0,01
M2	Сторона треугольника	1

Для задания начального положения черепах нужно вычислить координаты вершин. У равностороннего треугольника высота *BD* (она же биссектриса и медиана) равна $a\sqrt{3}/2$, а точка пересечения медиан делит медианы в соотношении 1 к 2. Таким образом, координаты вершин треугольника будут равны (рис. п. 9.2): $A\,(-a/2, -a\sqrt{3}/6)$, $B\,(0,\ a\sqrt{3}/3)$, $C\,(a/2, -a\sqrt{3}/6)$.

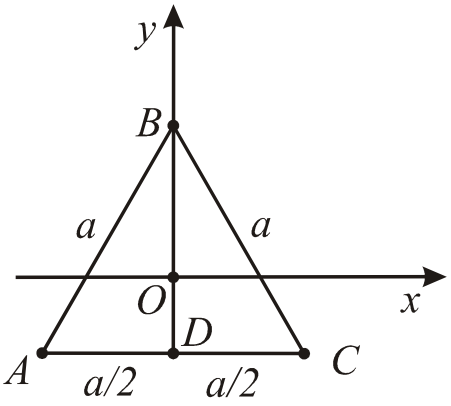


Рис. п. 9.2
Координаты черепах

Занесем начальные координаты черепах, как показано в таблице п. 9.3.

Таблица п. 9.3

Начальные координаты черепах

Ячейка	Значение	Содержание ячейки
A2	0	0
B2	$-a/2$	= -M$2/2
C2	$-a\sqrt{3}/6$	= -M$2*КОРЕНЬ(3)/6
D2	0	0
E2	$a\sqrt{3}/3$	=M$2*КОРЕНЬ(3)/3
F2	$a/2$	=M$2/2
G2	$-a\sqrt{3}/6$	= -M$2*КОРЕНЬ(3)/6

Далее занесем формулы, как показано в таблице п. 9.4.

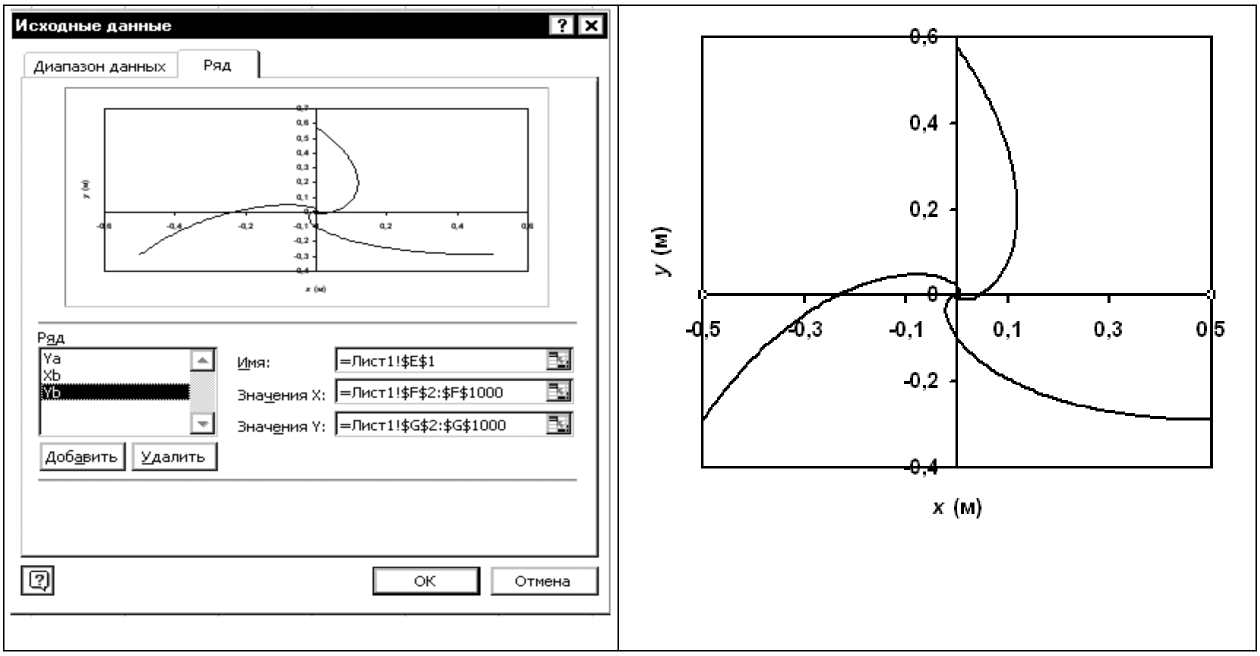
Таблица п. 9.4

Формулы для расчета движения черепах

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
H2	SQRT((B2-D2)^2+(C2-E2)^2)	$L_{AB,\,n} = \sqrt{\left(x_A - x_B\right)^2 + \left(y_A - y_B\right)^2}$
I2	SQRT((D2-F2)^2+(E2-G2)^2)	$L_{BC,\,n} = \sqrt{\left(x_B - x_C\right)^2 + \left(y_B - y_C\right)^2}$
J2	SQRT((F2-B2)^2+(G2-C2)^2)	$L_{CA,\,n} = \sqrt{\left(x_C - x_A\right)^2 + \left(y_C - y_A\right)^2}$
A3	A3=A2+K$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	B3=B2+K$2*L$2*(D2-B2)/H2	$x_{A,\,n+1} = x_{A,n} + \Delta t\, \upsilon\left(x_{B,n} - x_{A,n}\right) / L_{AB,\,n}$
C3	C3=C2+K$2*L$2*(E2-C2)/H2	$y_{A,\,n+1} = y_{A,n} + \Delta t\, \upsilon\left(y_{B,n} - y_{A,n}\right) / L_{AB,\,n}$
D3	D3=D2+K$2*L$2*(F2-D2)/I2	$x_{B,\,n+1} = x_{B,n} + \Delta t\, \upsilon\left(x_{C,n} - x_{B,n}\right) / L_{BC,\,N}$
E3	E3=E2+K$2*L$2*(G2-E2)/I2	$y_{B,\,n+1} = y_{B,n} + \Delta t\, \upsilon\left(y_{C,n} - y_{B,n}\right) / L_{BC,\,N}$
F3	F3=F2+K$2*L$2*(B2-F2)/J2	$x_{C,\,n+1} = x_{C,n} + \Delta t\, \upsilon\left(x_{A,n} - x_{C,n}\right) / L_{AC,\,n}$
G3	G3=G2+K$2*L$2*(C2-G2)/J2	$y_{C,\,n+1} = y_{C,n} + \Delta t\, \upsilon\left(y_{A,n} - y_{C,n}\right) / L_{AC,\,n}$

Осталось откопировать формулы до строки №1000. Для наглядности имеет смысл вывести траектории всех черепах [295, 359].

Все три траектории примут одинаковую форму, как показано на рис. п. 9.3. что и следовало ожидать в силу симметрии задачи.



Ряд: Ya, Xb, Yb

Имя: =Лист1!$E$1

Значения X: =Лист1!$F$2:$F$1000

Значения Y: =Лист1!$G$2:$G$1000

Рис. п. 9.3
Траектории трех черепах

Чтобы определить время движения черепах, нужно понять, что считать окончанием движения, поскольку численные методы приближенные, поэтому расстояния между ними не станут *точно* равны нулю. Наша точность составляет $v\Delta t = 0{,}01$ м. Поэтому посмотрим, когда расстояния между ними перестанут уменьшаться. Затем, черепахи будут вертеться вокруг точки *O* на расстоянии порядка 0,01 м.

Расстояние между черепахами перестает уменьшаться к 70 строке: в строке №70 – 0,0097 м, а в строке №71 – 0,0101 м. Считаем время движения из ячейки *A*70 = 68 с. Таким образом, мы получили, что время движения черепах – 68±1 (с).

Далее целесообразно исследовать сходимость, как описано в [295, 359]. Получается ответ: время движения черепах стремится к значению 66,6666...с.

Приложение 10.
Компьютерное моделирование падения тел с учетом сопротивления воздуха

Для компьютерного моделирования на основе численных методов нужно составить электронную таблицу. По II закону Ньютона с учетом формулы для сопротивления воздуха [8, 294, 298, 359] ускорение тела равно:

$$a = -g + \frac{C_x S\rho}{2m}\upsilon^2 = -g + \frac{\beta}{m}\upsilon^2 .$$

Будем заносить в столбцы электронной таблицы:

A – время t;

B – координату x;

C – скорость υ;

D – ускорение a.

Чтобы проверить правильность вычислений, лучше начать со случая, когда сопротивление воздуха отсутствует, т.е. $\beta = 0$. В ячейки *E*2–*G*2 будем заносить параметры:

*E*2 – интервал времени $\Delta t = 0{,}001$ (с);

*F*2 – коэффициент $\beta / m = 0$;

*G*2 – ускорение свободного падения $g = 9{,}815$ м/с^2 (на широте Москвы).

Высота Пизанской башни равна 55 м. Скорее всего, Галилей сбрасывал ядро не с самого верха, а с одной из анфилад, но примем, что тела пролетели почти 55 м.

Занесем начальные значения:

*A*2 – начало отчета по времени $t = 0$ (с);

*B*2 – начальная координата $x_0 = 55$ (м);

*C*2 – начальная скорость $\upsilon_0 = 0$ (м/с).

Занесем в ячейки формулы, как показано в таблице п. 10.1.

Таблица п. 10.1

Формулы для расчета вертикального падения тела

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+E$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+0,5*(C2+C3)*E$2	$x_{n+1} = x_n + 0{,}5(\upsilon_n + \upsilon_{n+1})\Delta t$
C3	=C2+D2*E$2	$\upsilon_{n+1} = \upsilon_n + a_n \Delta t$
D2	=-G$2+F$2*C2*C2	$a_n = -g + \beta \upsilon_n^{\;2} / m$

Остается откопировать формулы в нижележащие ячейки и получить время движения тела. Расчеты показывают, что в отсутствии сопротивления воздуха при $h = 55$ м координата x меняет знак между 3349 и 3350 строками, ближе к нулю значение в 3350 строке (B3350 = -0,0087). Время падения считаем из ячейки A3350 = 3,448 (с).

Теоретическое значение времени падения равно: $t = \sqrt{2h/g}$.

При h = 55 м теоретическое значение времени падения составляет 3,3477 с, что прекрасно совпадает с рассчитанным значением.

В [294, 298] вычислены коэффициенты β/m для ядра ($0{,}23 \cdot 10^{-3}$ м$^{-1}$) и для мушкетной пули ($1{,}33 \cdot 10^{-3}$ м$^{-1}$). Подставим в электронную таблицу вычисленные значения β/m для ядра и пули, и проанализируем возможный исход опыта Галилея. Ядро с высоты 55 м будет падать 3,355 с, а пуля – 3,389 с. Следовательно, ядро падает менее чем на сотую долю секунды больше, чем оно падало бы в отсутствии воздуха. Разность во времени падения ядра и пули составляет менее 0,05 с. Трудно сказать, можно заметить отставание на 0,05 с или нет.

Обратим внимание на расстояние между телами. Ядро летит до земли 3,355 с, пуля к этому времени находится на высоте 1,12 м. Такое большое расстояние получилось, поскольку скорости тел около земли велики. Посмотрим значения скоростей в электронной таблице. В отсутствие воздуха скорость обоих тел в момент удара была бы 32,6 м/с. Скорость ядра в момент удара о землю 32,6 м/с, пуля к этому времени разгоняется до 31,4 м/с. При такой скорости даже за 0,05 с ядро проходит вполне заметное расстояние.

В качестве дополнительного упражнения можно предложить ученикам рассчитать разницу во времени падения тел, если бы Галилей бросал ядро и такого же размера деревянный шар (одна из версий легенды). Примем радиус обоих шаров равным 10,4 см, плотность дерева ρ_1 – 800 кг/м^3. Тогда масса деревянного шара составит: $\rho_1 \cdot (4/3) \cdot \pi R^3 = 800 \cdot 4/3 \cdot 3{,}14159 \cdot (0{,}104)^3 = 3{,}77$ (кг), а коэффициент $\beta/m = C_x S \rho/2m = 0{,}4 \cdot 3{,}14159 \cdot (0{,}104)^2 \cdot 1{,}25/(2 \cdot 3{,}77) = 2{,}25 \cdot 10^{-3}$ м$^{-1}$ – в 10 раз больше, чем у ядра. Время падения деревянного шара получается равным 3,417 с, всего на 0,06 с больше, чем у ядра, что тоже трудно заметить. При этом деревянный шар отстал бы от ядра на 1,9 м.

Если бы Галилей взял шарик для пинг-понга (радиус 1,88 см, масса – 1,75 г, коэффициент β/m – 0,16 м$^{-1}$), то такой шарик падал бы с Пизанской башни 7,57 с – в два раза дольше, чем ядро.

Для более полного анализа падения тел в воздухе целесообразно построить зависимости скорости от времени при различных коэффициентах β/m. Результаты расчетов приведены на рис. п. 10.1.

Аналогично можно с помощью электронных таблиц построить графики зависимости скорости тела от времени при ламинарном обтекании (сила сопротивления среды пропорциональна скорости). Графики представлены рис. п. 10.2. В целом они похожи на графики на рис. п. 10.1. При α/m = 0,01 с$^{-1}$ график при выбранном масштабе осей практически не отличается от прямой линии, т.е. не отличается от графика равноускоренного движения тела. При меньших значениях α/m графики при выбранном масштабе практически сливаются в одну линию. При увеличении α/m до 10 с$^{-1}$ видно, что тело достигает установившейся скорости. Значение установившейся скорости при ламинарном движении можно вычислить так же, как и при турбулентном движении непосредственно из II закона Ньютона:

$$mg - \alpha \upsilon_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \upsilon_0 = \frac{mg}{\alpha}.$$

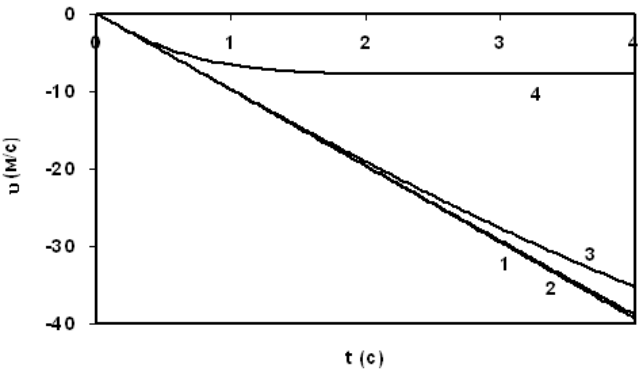


Рис. п. 10.1.
Зависимость скорости падающего тела от времени:
1 – в отсутствии сопротивления воздуха; 2 – чугунное ядро,
3 – деревянное ядро, 4 – шарик для пинг-понга

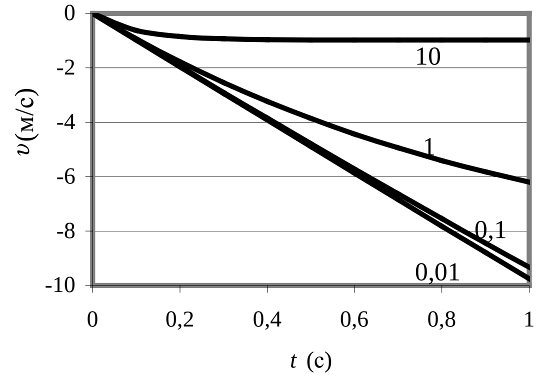


Рис. п. 10.2.
Зависимость скорости от времени при различных коэффициентах
трения; цифрами у кривых указаны значения α/m ($с^{-1}$)

При наличии времени и желания школьников можно сравнить проведенные расчеты с теоретическими формулами [294, 298, 359]. В случае, когда сила трения пропорциональна квадрату скорости ($F = \beta\upsilon^2$), зависимости скорости и пути от времени при падении тела без начальной скорости выражаются формулами [393]:

$$\upsilon(t) = \sqrt{\frac{mg}{\beta}} th\left(\sqrt{\frac{\beta g}{m}} \cdot t\right), \; h(t) = \frac{m}{\beta} \ln ch\left(\sqrt{\frac{\beta g}{m}} \cdot t\right),$$

где ch и th – гиперболические косинус и тангенс соответственно:

$$ch(x) = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}, \; th(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)}.$$

Можно подставить эти формулы в свободные столбцы электронной таблицы и убедиться, что численные расчеты совпадают с теоретическими.

Проведя расчеты движения тел в вязкой среде, их полезно проверить **экспериментально**, используя для регистрации движения цифровую фотокамеру, как описано в [294, 298, 360] .

Компьютерное моделирование вертикального движение мяча

Задача (№119 в [403])

> «Мяч подброшен вертикально вверх. Что больше: время подъема или время падения?»

Для компьютерного моделирования на основе численных методов можно воспользоваться предыдущим алгоритмом. Но при этом нужно учесть, что скорость во время полета меняет знак, что приведет к изменению формулы в столбце D. Для составления электронной таблицы понадобятся столбцы:

A – время t;

B – координата x;

C – скорость υ;

D – ускорение a.

Чтобы проверить правильность вычислений, лучше начать со случая, когда сопротивление воздуха отсутствует, т.е. $\beta = 0$. В ячейки *E*2–*G*2 будем заносить параметры:

*E*2 – интервал времени $\Delta t = 0{,}001$ (с);

*F*2 – коэффициент $\beta / m = 0$;

*G*2 – ускорение свободного падения $g = 9{,}815$ (м/с^2).

Для большей реалистичности можно задать начальную скорость мяча 20 м/с. Занесем начальные значения:

*A*2 – начало отчета по времени $t = 0$ (с);

*B*2 – начальная координата $x_0 = 0$ (м);

*C*2 – начальная скорость $\upsilon_0 = 20$ (м/с).

Занесем в ячейки формулы как показано в таблице п. 10.2.

Таблица п. 10.2.

Формулы для расчета вертикального движения тела

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+E$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+0,5*(C2+C3)*E$2	$x_{n+1} = x_n + 0{,}5(\upsilon_n + \upsilon_{n+1})\Delta t$
C3	=C2+D2*E$2	$\upsilon_{n+1} = \upsilon_n + a_n \Delta t$
D2	=-G$2-F$2*C2*ABS(C2)	$a_n = -g + \beta \upsilon_n \lvert \upsilon_n \rvert / m$

Зададим коэффициент β / m равным 0,01 (м$^{-1}$). Тогда время подъема равно 1,813 с, а падения – 1,92 с. Можно взять коэффициент β / m равным 0,001 (м$^{-1}$). Время подъема и падения получатся соответственно 2,01 с и 2,025 с. Можно попробовать другие значения, но результат будет один: время подъема всегда меньше времени падения (кроме случая $\beta = 0$).

Приложение 11.
Аналитическое решение задачи вертикального движения мяча с учетом сопротивления воздуха

Задача (№119 в [403])

> «Мяч подброшен вертикально вверх. Что больше: время подъема или время падения?»

Поскольку задача движения в вязкой среде является достаточно сложной, в соответствии с нашей схемой решения задач, ее можно предложить решить численными методами, как описано в Приложении 10.

Компьютерное моделирование на основе численных методов показывает, что время подъема всегда меньше времени падения (кроме случая, когда сила сопротивления отсутствует, – тогда время подъема равно времени падения). Поскольку применение схемы Эйлера оказалось продуктивным, то попробуем рассмотреть движение тела, разбив его на множество равных малых интервалов времени Δt.

Запишем II закон Ньютона в проекции на вертикальную ось (для удобства – чтобы работать с положительными значениями ускорений, ось направим вниз). Когда тело летит вверх, сила тяжести и сила сопротивления воздуха F_1 направлены вниз:

$$ma_1 = mg + F_1.$$

Когда тело летит вниз, сила сопротивления воздуха F_2 направлена вверх:

$$ma_2 = mg - F_2.$$

Получается, что ускорение при подъеме тела: $a_1 = g + F_1 / m$ всегда больше g, а ускорение при падении: $a_2 = g - F_2 / m$ по модулю всегда меньше g, и соответственно, меньше, чем a_1.

Возникает загвоздка, что начальные скорости мяча при подъеме и падении мяча различны. Но ее можно решить с помощью следующего приема. Представим, что мы записали подъем мяча на видеопленку, а затем прокручиваем эту пленку наоборот. А падение мяча мы смотрим в нормальном режиме. То есть, что из верхней точки траектории высотой h одновременно с нулевой начальной скоростью стартуют два тела с ускорениями a_1 и a_2, причем $a_1 > a_2$. Понятно, что скорость первого тела будет всегда больше скорости второго, и оно пройдет путь h быстрее. Таким образом, получилось, что время движения вверх меньше времени движения вниз, причем результат не зависит от величины силы сопротивления воздуха, главное, чтобы сила сопротивления была направлена против движения.

Мы решили задачу Всесоюзной олимпиады. Заметим, что в сборнике [403] приведено другое, на наш взгляд, более сложное решение. К сожалению, наши рассуждения позволяют лишь определить больше или меньше времени тело двигалось вверх или вниз, но не дают ответа, насколько больше. Это можно сделать либо с помощью высшей математики, либо численными методами.

Приложение 12.
Компьютерное моделирование баллистических траекторий

Постановка задачи

Составим алгоритм для расчета полета тела, брошенного со скоростью υ_0 под углом α к горизонту по схеме Эйлера. Рассчитаем траекторию полета для различных значений коэффициента β [359].

Проекции ускорений на оси x и y равны:

$$a_x = -\beta\,\upsilon_x\,\upsilon/m, \quad a_y = -g - \beta\,\upsilon_y\,\upsilon/m,$$

где υ – модуль скорости тела.

Для проведения расчетов по схеме Эйлера нужно восемь столбцов:

A – время t,
B – координата x,
C – скорость υ_x,
D – координата y,
E – скорость υ_y,
F – полная скорость υ,
G – ускорение a_x,
H – ускорение a_y.

Возьмем реальные начальные условия. Примем, что школьник способен метнуть мяч со скоростью 10 м/с, а угол броска возьмем $45°$. Тогда проекции начальной скорости мяча будут равны $\upsilon_{0x} = \upsilon_{0y} = \upsilon_0\sqrt{2}/2$ = 7,07 м/с. С целью проверки правильности расчетов имеет смысл начинать со случая, когда сопротивления воздуха нет (β = 0).

Занесем начальные параметры (в единицах СИ).

*I*2 – интервал времени Δt: 0,001;
*J*2 – коэффициент β: 0;
*K*2 – ускорение свободного падения g: 9,815;
*A*2 – начало отчета времени: 0;
*B*2 – начальная координата $x(0)$: 0;
*C*2 – начальная проекция скорости $\upsilon_x(0)$: 7,07;
*D*2 – начальная координата $y(0)$: 0;
*E*2 – начальная проекция скорости $\upsilon_y(0)$: 7,07.

Занесем формулы в ячейки *A*3–*E*3, *F*2–*H*2, как показано в таблице п. 12.1. и откопируем формулы в нижележащие ячейки.

Время полета получается равным 1,441 с, а дальность полета – 10,189 м. Расчеты по формулам дают соответственно $2\cdot 7{,}07/9{,}815 = 1{,}4406$ с и 10,1885 м [359]. Таким образом, теоретические и численные расчеты совпадают в пределах нашей погрешности. Возможно, школьники скажут, что они могут бросить мяч дальше 10 м, что вполне вероятно ввиду грубой оценки начальной скорости мяча.

Таблица п. 12.1

Расчет баллистических траекторий

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+I$2	$t_n = t_{n-1} + \Delta t$
B3	=B2+C2*I$2	$x_n = x_{n-1} + \upsilon_{x,n-1}\Delta t$
C3	=C2+G2*I$2	$\upsilon_{x,n} = \upsilon_{x,n-1} + a_{x,n-1}\Delta t$
D3	=D2+E2*I$2	$y_n = y_{n-1} + \upsilon_{y,n-1}\Delta t$
E3	=E2+H2*I$2	$\upsilon_{y,n} = \upsilon_{y,n-1} + a_{y,n-1}\Delta t$
F2	=КОРЕНЬ(C2*C2+E2*E2)	$\upsilon_n = \sqrt{\upsilon_{x,n}^2 + \upsilon_{y,n}^2}$
G2	=-J$2*C2*F2	$a_{x,n} = -\beta \upsilon_{x,n} \cdot \upsilon_n / m$
H2	=-K$2-J$2*E2*F2	$a_{y,n} = -g - \beta \upsilon_{y,n} \cdot \upsilon_n / m$

Получив электронную таблицу для расчетов, можно исследовать зависимость дальности полета от угла. Для удобства можно предусмотреть внесение значений начальной скорости и угла в электронную таблицу.

Будем заносить в ячейки:

$L2$ – начальная скорость броска υ_0: 10;

$M2$ – начальный угол броска α_0 в градусах: 45;

$N2$ – начальный угол броска α_0 в радианах.

Занесем формулы как показано в таблице п. 12.2.

Таблица п. 12.2

Расчет баллистических траекторий (продолжение)

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
N2	=M2*3,14159/180	$\alpha_0(рад) = \alpha_0(град) \cdot \pi / 180$
C2	=L2*COS(N2)	$\upsilon_{x,0} = \upsilon_0 \cos\alpha_0$
E2	=L2*SIN(N2)	$\upsilon_{y,0} = \upsilon_0 \sin\alpha_0$

Заметим, что формулы из таблицы п. 12.2 не нужно копировать.

При угле броска $44°$ дальность полета составляет 10,186 м, а при $46°$ – 10,184 м. Если школьники сами не догадаются проверить углы $44{,}9°$ и $45{,}1°$, то можно предложить им это сделать. Получается, что при угле $44{,}9°$ дальность полета 10,193 м, т.е. больше, чем при угле $45°$, что, на первый взгляд, противоречит теоретическим расчетам [359]. Здесь опять следует напомнить, что численные методы приближенные и не дадут вам абсолютно точного значения. Мы достигли точности, выше которой определение оптимального угла броска будет невозможным, поскольку мы неточно считаем дальность полета. Для увеличения точности измерения оптимального угла нужно задать меньше интервал времени. Можно предложить школьникам самостоятельно уменьшить интервал времени в 10 раз и рассчитать дальность броска при углах 45° и 44,9°.

Далее можно приступить к расчетам баллистических траекторий с учетом силы сопротивления воздуха. Вычислим для примера коэффициент β/m для теннисного мяча массой 58 г и диаметром 66 мм [359]:

$\beta/m = C_x S\rho/2m = 0,4\cdot 3,14159\cdot(0,033)^2\cdot 1,25/2/0,058 = 0,015$ м$^{-1}$.

Это больше, чем у мушкетной пули, но меньше, чем у шарика для пинг-понга. Подставляя в предыдущую электронную таблицу, мы получим, что дальность полета при угле броска 45° составляет 9,125 м, на целый метр меньше, чем в отсутствии сопротивления воздуха. Для определения оптимального угла составим таблицу п. 12.3.

Таблица п. 12.3

Определение оптимального угла броска

Угол броска (град)	45	44	43	42
Дальность полета (м)	9,125	9,129	9,119	9,101

Результат обычно не впечатляет школьников. Получается, что оптимальный угол броска – 44° ± 1°. Разницу между углами 44° и 45° трудно заметить «на глаз». Почему же опыт показывает, что теннисный мяч летит дальше при броске под углом заметно меньше 45°?

Если школьники не догадаются сами, можно им подсказать, что они проводили расчеты для тела, брошенного с *поверхности* земли. А мяч они бросают с высоты своего роста плюс длина согнутой руки, т.е. с высоты примерно два метра [359].

Зададим начальную высоту два метра, занеся в ячейку D2 значение «2», положим пока коэффициент β/m равным нулю. Составим таблицу п. 12.4.

Таблица п. 12.4

Определение оптимального угла при броске с высоты два метра

Угол броска (град)	45	41	40	39	38	35
Дальность полета (м)	11,901	12,022	12,027	12,015	12,001	11,878

Оптимальный угол бросания мяча получился равным 40° ± 1°, что уже вполне заметная величина.

Теперь учтем силу сопротивления воздуха. Снова составим таблицу зависимости дальности полета от угла броска с высоты два метра при β/m = 0,015 м$^{-1}$ (таблицу п. 12.5).

Оптимальный угол бросания мяча – 39° ± 1°. Получилось, что при бросании теннисного мяча с начальной скоростью 10 м/с оптимальный угол броска 39° ± 1°. Уменьшение оптимального угла броска происходит по двум причинам, есть сопротивление воздуха и мяч бросается не с нулевой высоты.

При этом основную роль играет не сопротивление воздуха, а то, что мяч бросают с некоторой высоты [359].

Таблица п. 12.5

Определение оптимального угла при броске с высоты два метра
с учетом сопротивления воздуха

Угол броска (град)	45	41	40	39	38	37
Дальность полета (м)	10,647	10,791	10,805	10,811	10,810	10,796

Построение несимметричных траекторий

Для исследования баллистических траекторий, можно предложить рассчитать их по схеме Эйлера. Возьмем начальную скорость 10 м/с. Пусть мяч бросают под углом $45°$, зададим коэффициент β / m равным 0, 0,01, 0,03, 0,1, 0,3 и 1,0 м$^{-1}$ (рис. п. 12.1).

Верхняя траектория соответствует полету тела в отсутствие силы трения. По мере увеличения коэффициента β, высота и дальность полета тела уменьшаются, траектория приобретает несимметричный вид: угол, под которым тело падает, становится больше угла, под которым тело бросили [359].

Далее можно рассчитать баллистические траектории, когда тело бросают под различными углами. Расчет для теннисного мяча не произведет впечатления – у него слишком мал коэффициент β / m и баллистические кривые будут очень близки к идеальным параболам. Расчет для шарика для пинг-понга может быть тоже не очень интересным. То, что сопротивление воздуха существенно для шарика для пинг-понга известно из повседневного опыта. Достаточно посмотреть, как его сдувает ветер. Лучше рассчитать траекторию для больших скоростей, тогда сила сопротивления воздуха будет более заметной.

Рассчитаем для примера баллистическую траекторию для мушкетной пули. Возьмем начальную скорость меньше скорости звука – 300 м/с. Коэффициент β у мушкетной пули был вычислен в [359] – 1,33·10^{-3} м$^{-1}$. Чтобы наглядно представить, насколько несимметрична получившаяся баллистическая кривая, имеет смысл построить на том же графике траекторию полета тела, брошенного под тем же углом $45°$, но с меньшей скоростью в отсутствии сопротивления воздуха, так, чтобы точки старта и финиша совпали. Дальность полета составляет – 1266 м, начальную скорость можно найти из формулы:

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{1266 \cdot 9{,}815} = 111{,}5 \text{ м/с.}$$

Подставив это значение в электронную таблицу, мы получим возможность сравнить формы баллистической траектории и параболы (рис. п. 12.2).

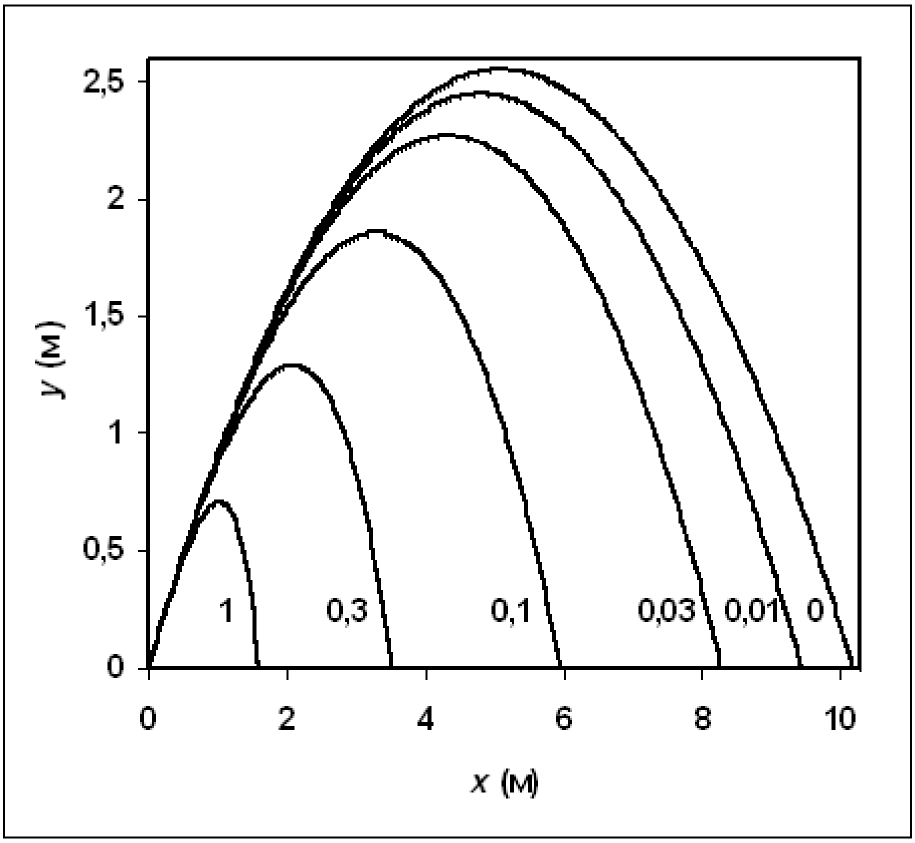
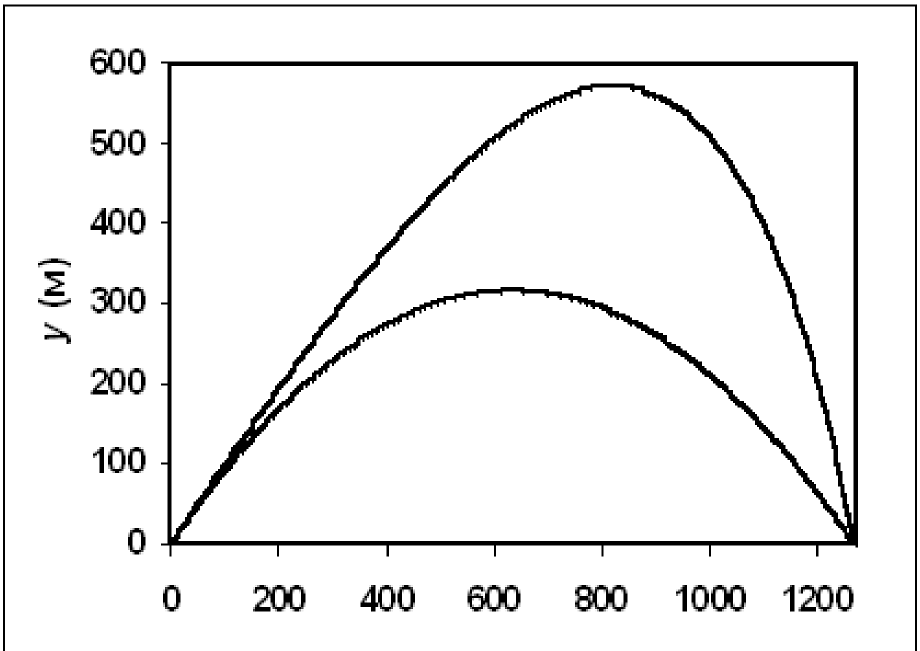


Рис. п. 12.1.
Баллистические траектории,
цифрами у кривых указаны значения коэффициента K (м$^{-1}$)



.

Рис. п. 12.2
Баллистическая (сверху) и идеальная траектории, угол броска 45°.

Из электронной таблицы можно найди угол, под которым пуля падает на землю. Для этого нужно рассчитать отношение проекций скоростей: $tg\,\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{74,09}{19,45} = 3,81$. С помощью той же электронной таблицы находим угол: $arctg(3,81) = 1,31$ (рад) = $75,3°$. Можно обратить внимание школьников, что если увеличить угол стрельбы, то пули или ядра будут падать почти вертикально [359].

Проверка гипотезы Галилея об одновременности падения двух тел

При наличии времени можно предложить школьникам проверить одну из гипотез Галилея. Галилей предложил эксперимент, который описан в книге «Диалог о двух главнейших системах мира, Птоломеевой и Коперниковой» (1632 г.). В ходе обсуждения проблемы свободного падения тел Сальвиати говорит:

> «...я считал бы бесспорным, что если одним ядром выстрелить (горизонтально) из пушки, а другому дать упасть с той же высоты отвесно вниз, то оба они достигнут земли в одно и то же мгновение, хотя первое пройдет расстояние, быть может, в десять тысяч локтей, а второе – только в сто...» ([64], с. 254).

Рассмотрим справедливость этого утверждение с учетом сопротивления воздуха.

Будем считать «локоть» равным 0,55 м, тогда сто локтей составит 55 м, – это высота Пизанской башни. Но тогда получается, что воображаемая пушка стреляла с высоты 55 м и дальность полета ядра составила 5,5 км. Простейший анализ показывает невозможность такого выстрела. С высоты 55 м ядро будет падать чуть больше трех секунд, следовательно, исходная скорость ядра даже в отсутствии сопротивления воздуха должна была быть более полутора километра в секунду, что, представляется нереальным для пушек того времени. Если же учесть сопротивление воздуха, то начальная скорость должна быть еще больше.

Поэтому для анализа возьмем другие начальные условия: пусть высота башни будет 55 м, а начальная скорость ядра – 300 м/с. Одновременно ли упадут ядра?

В [259] рассчитан коэффициент β/m для ядра – $0,23 \cdot 10^{-3}$ $м^{-1}$, время падения в отсутствие воздуха – 3,3477 с, время вертикального падения с учетом сопротивления воздуха – 3,355 с. Подставим в электронную таблицу, начальную высоту – 55 м, скорость – 300 м/с, угол – 0. Ядро улетит на расстояние 932 м, коснувшись земли через 3,467 с. Получается, что вылетевшее из пушки ядро летит на 0,11 с дольше, чем тоже ядро, падающее вертикально [359].

Разница времен падения и полета была бы больше, если бы Галилей выстрелил бы с такой же скоростью из мушкета.

В [259] рассчитан коэффициент β / m для мушкетной пули – $1{,}33 \cdot 10^{-3}$ м$^{-1}$. Результаты расчетов для ядра и пули для наглядности занесем в таблицу п. 12.6.

Таблица п. 12.6

Время падения и полета ядра и пули

Тело	*K* 10^{-3} (м$^{-1}$)	Время падения (с)	Время полета (с)	Дальность полета (м)
ядро	0,23	3,355	3,467	932
пуля	1,33	3,389	3,851	699

Получается несколько неожиданный результат. Время полета пули будет больше, чем ядра, но улетит пуля на меньшее расстояние. Разница во времени вертикального падения пули и пули, вылетевшей из мушкета, составляет почти полсекунды. Так что может, и хорошо, что Галилей не ставил этого опыта, его результат мог бы поколебать уверенность в независимости времени падения тела от его горизонтальной составляющей скорости.

Остается заметить, что если бы сила сопротивления воздуха была пропорциональна не квадрату скорости, а скорости тела, то время падения тела не зависело бы от значения горизонтальной проекции начальной скорости, в чем можно предложить школьникам убедиться самостоятельно [359].

При наличии времени и желания школьники могут проверить расчеты экспериментально, воспользовавшись цифровой камерой и игрушечным пистолетом, как подробнее описано в [360].

Приложение 13.
Компьютерное моделирование движения лодки в вязкой среде, вывод «первого замечательного предела»

Задача

Пусть лодка горизонтально движется в вязкой среде, причем сила сопротивления среды пропорциональна скорости движения $F = -\alpha \upsilon$, где $\alpha > 0$. Вначале скорость лодки равна υ_0. Какое максимальное расстояние может пройти лодка? [127]. Дополнительный вопрос: как скорость лодки зависит от времени?

Для компьютерного моделирования на основе численных методов нужно из II закона Ньютона найти ускорение тела:

$$a = -\alpha \upsilon / m.$$

Составим электронную таблицу. Потребуются столбцы:

A – время *t*;

B – координата *x*;

C – скорость υ;

D – ускорение *a*.

В ячейки *E*2–*G*2 будем заносить параметры:

*E*2 – интервал времени Δt = 0,001 (с);

*F*2 – α / m.

Возникает вопрос о начальных значениях. Для простоты можно взять α / m равным 1 с$^{-1}$, начальную скорость – 1 м/с. Занесем начальные значения:

*A*2 – начало отчета по времени *t* = 0 (с);

*B*2 – начальная координата x_0 = 0 (м);

*C*2 – начальная скорость υ_0 = 1 (м/с).

Занесем в ячейки формулы, как указано в таблице п. 13.1.

Таблица п. 13.1

Время падения и полета ядра и пули

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+E$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+0,5*(C2+C3)*E$2	$x_{n+1} = x_n + 0,5(\upsilon_n + \upsilon_{n+1})\Delta t$
C3	=C2+D2*E$2	$\upsilon_{n+1} = \upsilon_n + a_n \Delta t$
D2	=-F$2*C2	$a_n = -\upsilon_n \cdot \alpha / m$

Построим график зависимости скорости от времени. Как и следовало ожидать, скорость стремится к нулю (рис. п. 13.1).

Построим зависимость координаты от времени (рис. п. 13.2). Получается, что лодка будет стремиться к значению координаты один метр, но достигнет его лишь в бесконечности. Именно поэтому в условии спрашивалось про максимальное расстояние, ведь лодка за конечное время проплывет расстояние меньше метра. Таким образом, ответ к задаче: лодка сможет проплыть не более метра [359].

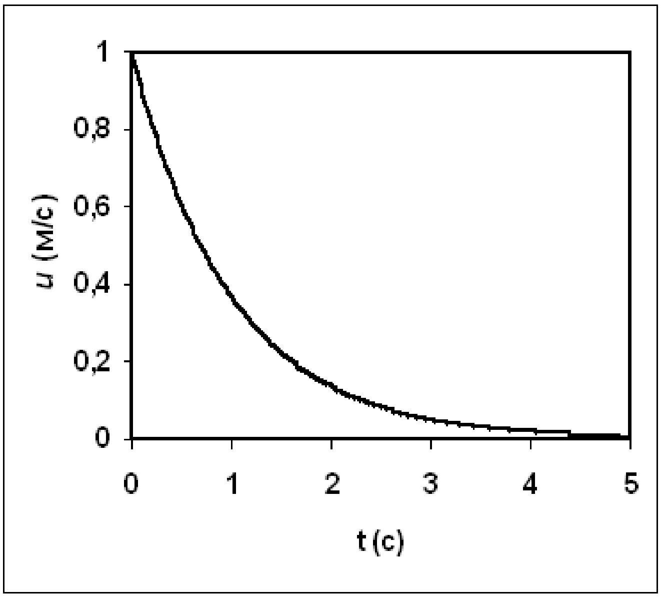


Рис. п. 13.1
Зависимость скорости от времени при движении в вязкой среде

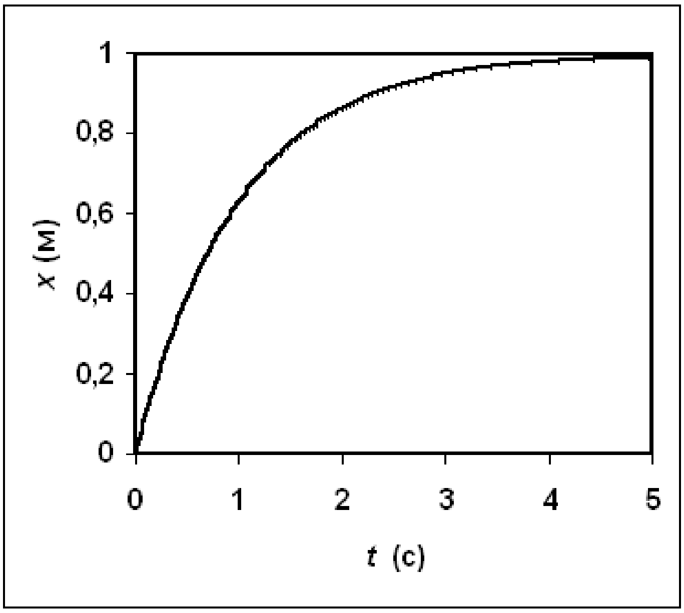


Рис. п. 13.2
Зависимость координаты от времени при движении в вязкой среде

Получение последовательности, сводящейся к «первому замечательному пределу»

Поскольку в соответствии с нашей схемой, численное решение должно быть подсказкой к аналитическому, то можно предложить школьникам вычислить скорость лодки через время t. Разобьем это время на N малых равных интервалов времени $\Delta t = t / N$. Будем считать, что движение на каждом из них равномерное. Тогда за время первого интервала скорость приобретет значение:

$$\upsilon_1 = \upsilon_0 - a_0\,\Delta t = \upsilon_0 - \frac{\alpha}{m}\upsilon_0\,\Delta t = \upsilon_0\left(1 - \frac{\alpha}{m}\Delta t\right).$$

К концу второго интервала времени скорость станет равной:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 - a_1\,\Delta t = \upsilon_1 - \frac{\alpha}{m}\upsilon_1\,\Delta t = \upsilon_1\left(1 - \frac{\alpha}{m}\Delta t\right) = \upsilon_0\left(1 - \frac{\alpha}{m}\Delta t\right)^2.$$

К концу третьего интервала времени скорость станет равной:

$$\upsilon_3 = \upsilon_2 - a_2\,\Delta t = \upsilon_2 - \frac{\alpha}{m}\upsilon_2\,\Delta t = \upsilon_2\left(1 - \frac{\alpha}{m}\Delta t\right) = \upsilon_0\left(1 - \frac{\alpha}{m}\Delta t\right)^3.$$

Обычно, школьники уже после третьего шага понимают, что имеют дело с геометрической прогрессией. За время t, т.е. за N интервалов скорость станет равной [359]:

$$\upsilon_N = \upsilon_{N-1} - a_{N-1}\,\Delta t = \upsilon_{N-1}\left(1 - \frac{\alpha}{m}\Delta t\right) = \upsilon_0\left(1 - \frac{\alpha}{m}\Delta t\right)^N = \upsilon_0\left(1 - \frac{\alpha}{m}\frac{t}{N}\right)^N.$$

Далее необходимо устремить Δt к нулю, т.е. N к бесконечности. Но возникает проблема. С одной стороны, в скобке получается единица, а единица в любой степени дает единицу. С другой стороны, показатель стремится к бесконечности, а любое положительное число меньше 1, при возведении в бесконечную степень стремится к 0. Так что же получится в ответе: 0 или 1?

В математике подобный предел называют «неопределенность типа единица в степени бесконечность». Для анализа полезно воспользоваться электронной таблицей.

Примем α / m равным 1 с$^{-1}$, t равным 1 с, и попросим электронную таблицу рассчитать значение $\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ при разных n. При этом будем увеличивать n не по единице, а удвоением.

Будем заносить в ячейки:

A – величину n;

B – значение $\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$.

Занесем формулы, как указано в таблице п. 13.2.

Таблица п. 13.2

Определение предела последовательности

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	A3=2*A2	$n_2 = 2n_1$
B2	B2=(1-1/A2)^A2	$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

Уже к 50 строке у чисел становится больше 20 цифр, причем первые 15 значащих цифр перестают меняться. Получается, что через время t = 1 с скорость тела равна весьма странному числу: 0,36787944117144 м/с.

На этом этапе можно открыть ученикам секрет, что в математике хорошо известно число ***e***, обратное тому, которое они получили: 1/0,36787944117144...= 2,7182818285...

Школьникам также можно рассказать, что в математике число ***e*** вводится как «первый замечательный предел», т.е. как предел последовательности $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ при $n \to \infty$ [219].

Школьники могут воспользоваться электронной таблицей и убедиться, что этот предел действительно равен 2,718281828...

Целесообразно сказать школьникам, что это число настолько важно в математике, что в электронной таблицах и в любых языках программирования есть функции под названием «*экспонента*», которая определяется как степень числа e: $\exp(x) = e^x$.

Можно убедиться, что скорость лодки убывает по экспоненте:

$$\upsilon = \upsilon_0 e^{-\frac{\alpha}{m}t} = \upsilon_0 \exp\left(-\frac{\alpha}{m}t\right),$$

что и будет ответом на дополнительный вопрос: как изменяется скорость лодки при линейной зависимости силы трения от скорости.

Заметим, что для нахождения ответа на вопрос о максимальном пути, который может пройти лодка, не нужно знать число e. Она может быть решена аналитически, как описано в [359].

Приложение 14.
Компьютерное моделирование колебаний математического и пружинного маятников

Для компьютерного моделирования на основе численных методов необходимо знание закона, связывающего ускорение (проекции ускорения) и координаты маятника. Рассмотрим грузик на нитке (рис. п. 14.1). Проекция ускорения на ось x: $a_x = -g \sin \alpha$.

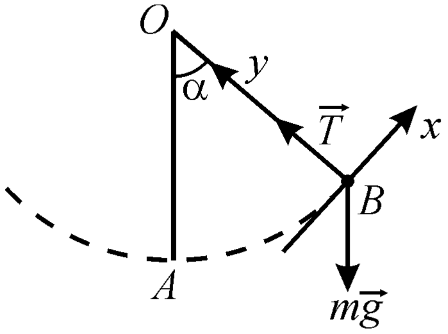


Рис. п. 14.1
К расчету движения математического маятника

Составим алгоритм по схеме Эйлера. Пусть за малое время Δt тело движется равномерно по окружности. Изменение угла можно найти методом прямоугольников:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \omega_n \Delta t$$

или методом трапеций:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + (\omega_{n+1} + \omega_n)\Delta t / 2.$$

Чтобы не вводить новое для школьников понятие углового ускорения, можно перейти от угловой скорости к линейной:

$$\upsilon_n = \omega_n L,$$

где L – длина нити. Изменение скорости можно найти из мгновенного ускорения тела вдоль окружности:

$$\upsilon_{n+1} = \upsilon_n + a_{x,n} \Delta t.$$

Указанные формулы позволяют описать движение математического маятника. Реализуем алгоритм в электронной таблице [297, 359]. Будем в столбцы *A*–*E* заносить значения:

A – времени;
B – угла отклонения α;
C – угловой скорости ω;
D – скорости движения по окружности υ;
E – тангенциального ускорения a_x.

Значения Δt, L и g занесем в ячейки J2, K2 и L2. Вначале нужно взять малый угол, например, 0,01 радиан. Интервал времени можно взять 0,01 с.

Поскольку учитель знает результат, то можно приятно удивить школьников появлению в ответе числа π. Поэтому хорошо бы подвести учеников к тому, чтобы взять длину маятника так, чтобы отношение $\sqrt{L/g}$ было равно $1/4$. Для этого можно проверять правильность формулы периода колебаний математического маятника, полученной из соображений размерности: $T \sim \sqrt{L/g}$.

Далее можно предложить школьникам взять длину маятника численно равной ускорению свободного падения (на широте Москвы) 9,815 м. Такая длина маятника обычно вызывает у школьников недоумение – как потом сравнить полученные данные с экспериментом? Здесь можно с ними согласиться и выбрать длину нити в 4 раза меньше: 2,45375 м.

Открываем электронную таблицу и заносим начальные значения:
*A*2 – начальное время 0 (с);
*B*2 – начальный угол 0,01 (рад);
*C*2 – начальная угловая скорость 0 (рад/с);
*D*2 – начальная скорость 0 (м/с);
*L*2 – значение g = 9,815 (м/с^2);
*K*2 – длина маятника L = 2,45375 (с);
*J*2 – интервал времени Δt = 0,01 (с).

Заносим формулы, как указано в таблице п. 14.1.

Таблица п. 14.1

Формулы для расчета движения математического маятника

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+J$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+0,5*(C2+C3)*J$2	$\alpha_{n+1} = \alpha_n + 0,5(\omega_{n+1} + \omega_n)\Delta t$
C3	=D3/K$2	$\omega_n = \upsilon_n / L$
D3	=D2+E2*J$2	$\upsilon_{n+1} = \upsilon_n + a_{x,n}\ \Delta t$
E2	=-L$2*SIN(B2)	$a_{x,n} = -g \sin \alpha_n$

Далее формулы нужно копировать до 400 строки. Полученный результат численного расчета обычно обескураживает школьников, поскольку маятник возвращается не в прежнее положение, а отклоняется до 0,01032 радиан. Конечно, у свободно колеблющегося маятника не может увеличиться амплитуда колебаний, изменение возникает из-за неточности расчетов. Получилась погрешность в 0,0003 радиан, или 3% от исходной величины [297, 359].

Найдем строку, где скорость меняет направление. В строке 316 – скорость еще больше нуля (*C*316 = 0,00007), а 317 – меньше нуля (*C*317 = -0,0003). В строке 316 значение скорости ближе к нулю, поэтому возьмем в качестве периода значение времени в ячейке *A*316 – 3,14 с.

Ученики обычно сразу обращают внимание, что получилось знакомое число. Увеличение точности (уменьшение интервала до 0,001 с) дает значение периода 3,141 с. Полученный результат полезно проанализировать, как указано в [297, 359].

Исследование колебаний математического маятника при малых и произвольных углах

Расчеты показывают, что период колебания математического маятника зависит от начального угла отклонения (амплитуды колебания) грузика. В таблице п. 14.2 представлены результаты расчетов значения периодов для нескольких значений амплитуд. Чтобы таблица была нагляднее, в нее занесено отношение периода колебания к теоретическому значению периода при малых углах [8, 396, 465]:

Таблица п. 14.2

Зависимость периода колебаний математического маятника от угла

Начальный угол (рад)	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	1,55
Период T (с)	3,141	3,141	3,141	3,143	3,149	3,159	3,191	3,350	3,652
T/T_0	1	1	1	1,0006	1,0025	1,006	1,016	1,066	1,163

Видно, что при углах 0,01 радиан и меньше, период практически не меняется и совпадает с теоретическим в пределах нашей точности 0,001 с. График зависимости периода от угла напоминает параболу, пересекающую ось *y* в единице (рис. п. 14.2).

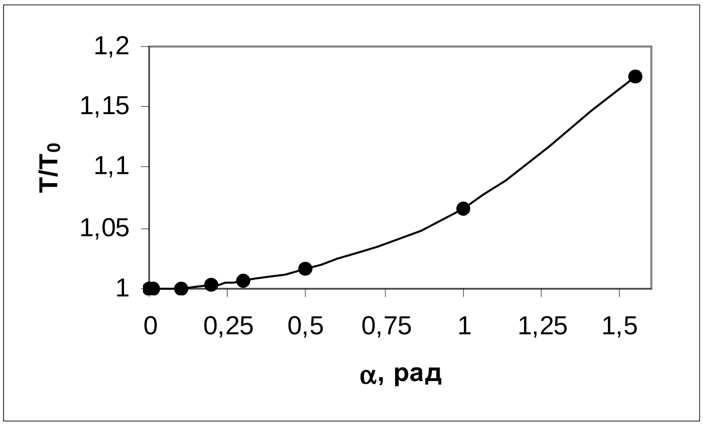


Рис. п. 14.2
Зависимость периода колебания от угла отклонения

Чтобы убедиться в том, что это кривая действительно парабола, можно построить зависимость периода от квадрата начального угла (рис. п. 14.3).

Получается почти прямая линия. Период математического маятника равен [8, 396]:

$$T = T_0(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha_0}{2}).$$

Эта формула позволяет вычислять период колебаний вплоть до отклонения 90° с точностью до 3%, а если мы ограничимся углами 60°, то с точностью 1%.

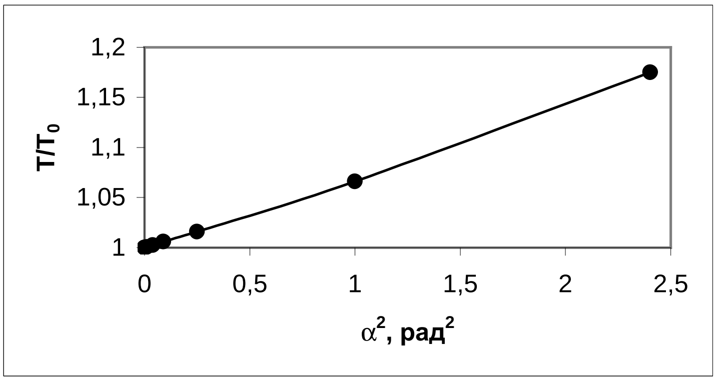


Рис. п. 14.3
Зависимость периода колебания от квадрата угла отклонения

Пружинный маятник

Промоделируем движение (горизонтального) пружинного маятника с помощью электронной таблицы. Проекция ускорения груза равна:

$$a_x = -kx/m.$$

Будем заносить в столбцы:

A – время t.

B – координату x.

C – скорость υ.

D – ускорение a_x.

Начальное смещение примем равным 5 см, жесткость пружины – k = 100 Н/м, массу пружины – m = 1 кг.

A2 – начальное время 0 (с);

B2 – начальное смещение 0,05 (м);

C2 – начальная скорость 0 (м/с);

J2 – интервал времени Δt = 0,001 (с).

L2 – значение k = 100 (Н/м);

K2 – змассы начение m = 1 (кг).

Занесем формулы, как указано в таблице п. 14.3.

Таблица п. 14.3

Формулы для расчета движения пружинного маятника

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	A3=A2+J$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	B3=B2+(C2+C3)*J$2/2	$x_{n+1} = x_n + (\upsilon_{n+1} + \upsilon_n)\Delta t/2$
C3	C3=C2+D2*J$2	$\upsilon_{n+1} = \upsilon_n + a_{x,n}\ \Delta t$
D2	D2=-L$2*B2/K$2	$a_{x,n} = -kx_n/m$

Откопируем формулы и найдем, когда скорость меняет знак. Это происходит между строчками 630 и 631. Получилось, что период равен 0,628 с, что совпадает с теоретическим значением [297].

Приложение 15.
Компьютерное моделирование сложного пружинного маятника

Рассмотрим компьютерное моделирование на основе численных методов «сложного» маятника, который представляет собой грузик, подвешенный на легкой пружине, которая может качаться вокруг неподвижной точки (рис. п. 15.1) [297, 359, 360].

Задача эта сложна для самостоятельного исследования, поэтому можно рекомендовать на первом этапе помочь школьнику с составлением алгоритма для электронной таблицы [297, 359].

Для расчета движения маятника введем систему координат как показано на рис. п. 15.1. Пусть длина маятника в нерастянутом состоянии l_0, жесткость пружины k, масса грузика m. На грузик действует сила тяжести и сила упругости со стороны пружины:

$$T = k(l - l_0),$$

где l – длина пружины $l = \sqrt{x^2 + y^2}$.

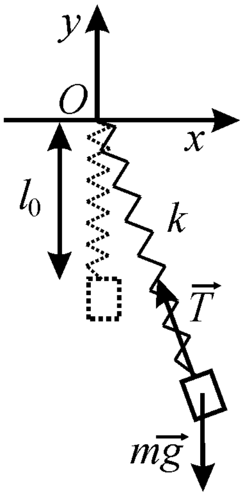


Рис. п. 15.1
К расчету колебаний сложного пружинного маятника

Проекции ускорений равны:

$$a_x = -\frac{k}{m}(l - l_0)(x/l), \qquad a_y = -g - \frac{k}{m}(l - l_0)(y/l).$$

Для численных расчетов занесем в столбцы значения:

A – времени t;
B – координаты x;
C – координаты y;
D – проекции скорости υ_x;
E – проекции скорости υ_y;
F – длину пружины l;
G – проекции ускорения a_x.
H – проекции ускорения a_y.

В качестве начальных параметров возьмем, например, длину пружины 0,3 м, массу маятника 2 кг, после подвешивания он опуститься еще на 20 см. Отклоним маятник на 5 см вниз и на 5 см вбок.

Занесем в электронную таблицу начальные значения:

*A*2 – начальное время 0 (с);

*B*2 – начальное смещение x = 0,05 (м);

*C*2 – начальное смещение y = -0,55 (м);

*D*2 – начальную проекцию скорости υ_x = 0 (м/с);

*E*2 – начальную проекцию скорости υ_y = 0 (м/с).

Теперь заносим параметры маятника в ячейки:

*J*2 – интервал времени Δt = 0,01 (с).

*K*2 – значение g = 9,815 (м/с^2);

*L*2 – длина маятника l_0 = 0,3 (м);

*M*2 – отношение жесткости пружины к массе грузика k/m = 50 (Н/м).

Занесем формулы, как показано в таблице п. 15.1.

Таблица п. 15.1

Формулы для расчета движения «сложного» маятника

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+J$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+0,5*(D2+D3)*J$2	$x_{n+1} = x_n + (\upsilon_{x,n+1} + \upsilon_{x,n})\Delta t/2$
C3	=C2+0,5*(E2+E3)*J$2	$y_{n+1} = y_n + (\upsilon_{y,n+1} + \upsilon_{y,n})\Delta t/2$
D3	=D2+G2*J$2	$\upsilon_{x,n+1} = \upsilon_{x,n} + a_{x,n}\ \Delta t$
E3	=E2+H2*J$2	$\upsilon_{y,n+1} = \upsilon_{y,n} + a_{y,n}\ \Delta t$
F2	=КОРЕНЬ(B2^2+C2^2)	$l = \sqrt{x^2 + y^2}$
G2	=-M$2*(F2-L$2)*B2/F2	$a_{x,n} = -(k/m)(l - l_0)(x/l)$
H2	=-K$2-M$2*(F2-L$2)*C2/F2	$a_{y,n} = -g - (k/m)(l - l_0)(y/l)$

Поскольку движение сложного маятника не периодично, то копировать формулы можно до любой строки. Но если поставить цель сравнить результаты с экспериментом, то реальный маятник вряд ли будет качаться более минуты, так что для начала можно копировать формулы до 500-ой строки.

Полученная траектория движения показана на рис. п. 15.2. Как и можно было ожидать, период не наблюдается, очень похоже на веревку, завязанную хитрым узлом [297, 359].

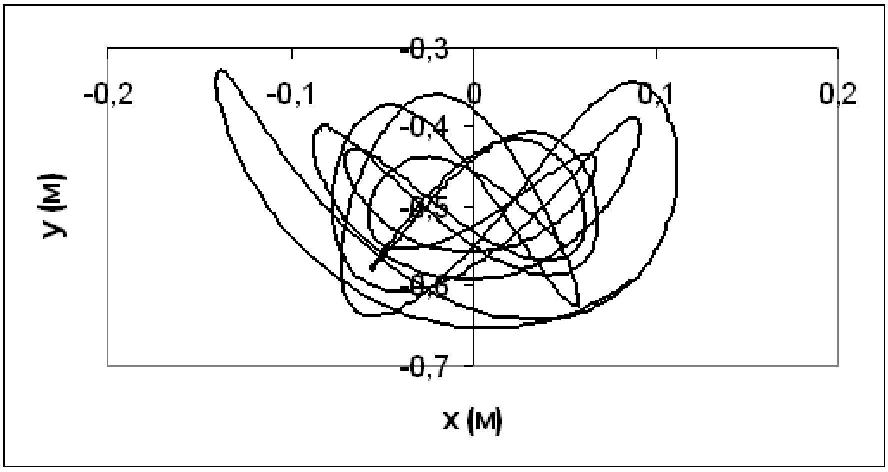


Рис. п. 15.2
Траектория «сложного» маятника

Осталось полученную траекторию получить экспериментально. Кроме того, подбирая различные начальные условия, можно получить «красивые» траектории, например, при соотношении: $\sqrt{k/m} = 2\sqrt{g/L}$ (маятник Горелика) [8, 132].

Приложение 16.
Компьютерное моделирование двойного маятника

Двойной математический маятник несложно собрать, но его движение сложно рассчитать [297, 333, 360]. Собирается он подвешиванием к математическому маятнику еще одного грузика (рис. п. 16.1).

Найдем ускорения, действующие на грузики. Обозначим углы отклонений нитей α и β, соответственно, массы грузиков – m_1 и m_2, длины нитей – L_1 и L_2. Запишем II закон Ньютона для каждого грузика в проекции на оси:

$$\begin{aligned}
&m_1 a_x = -T_1 \sin\alpha + T_2 \sin\beta,\\
&m_1 a_{1y} = T_1 \cos\alpha - T_2 \cos\beta - m_1 g,\\
&m_2 a_{2x} = -T_2 \sin\beta,\\
&m_2 a_{2y} = T_2 \cos\beta - m_2 g. \qquad \text{(п. 16.1)}
\end{aligned}$$

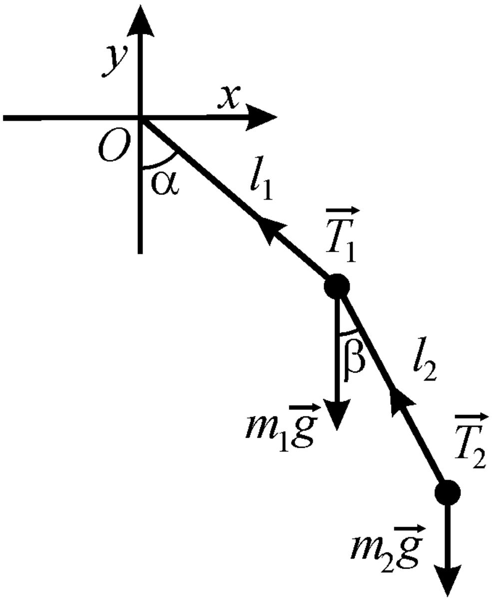


Рис. п. 16.1
Двойной маятник

Запишем уравнения кинематической связи (рис. п. 16.2):

$$\begin{aligned}
&x_1 = L_1 \sin\alpha.\\
&y_1 = -L_1 \cos\alpha,\\
&x_2 = x_1 + L_2 \sin\beta,\\
&y_2 = y_1 - L_2 \cos\beta. \qquad \text{(п. 16.2)}
\end{aligned}$$

Если школьники знают производные, то можно, дважды продифференцировав систему уравнений (п. 16.2), получить соотношения между угловыми ускорениями грузов. Но поскольку школьники 7–9 классов, скорее всего, еще не умеют дифференцировать, то можно воспользоваться следующими рассуждениями.

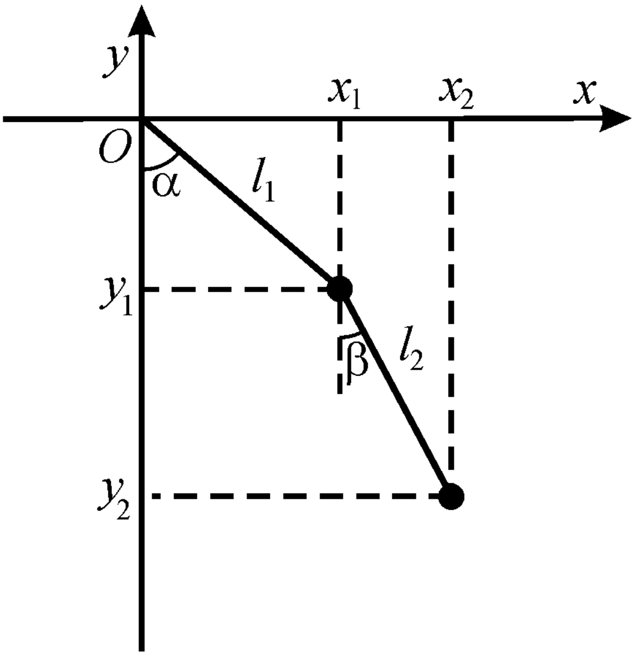


Рис. п. 16.2.
Координаты грузиков двойного маятника

Ускорение верхнего грузика состоит из двух составляющих – центростремительной (нормальной) a_n и тангенциальной a_t. Первая составляющая показывает, как изменяется направление скорости, вторая показывает, как изменяется модуль скорости. Обозначим угловую скорость вращения первого грузика ω_1, тогда центростремительное ускорение равно: $a_{1n} = \omega_1^2 L_1$. Запишем проекции ускорения верхнего грузика на оси (рис. п. 16.3):

$$a_{1x} = a_{1t}\cos\alpha - L_1\omega_1^2\sin\alpha,$$
$$a_{1y} = a_{1t}\sin\alpha + L_1\omega_1^2\cos\alpha. \qquad \text{(п. 16.3)}$$

Движение нижнего грузика можно рассматривать как вращение вокруг верхнего. Тогда его ускорение будет складываться из ускорения верхнего грузика, и суммы центростремительного и тангенциального ускорений кругового движения относительно верхнего грузика (рис. п. 16.3).

$$a_{2x} = a_{1y} + a_{2t}\cos\beta - L_2\omega_2^2\sin\beta,$$
$$a_{2y} = a_{1y} + a_{2t}\sin\beta + L_2\omega_2^2\cos\beta. \qquad \text{(п. 16.4)}$$

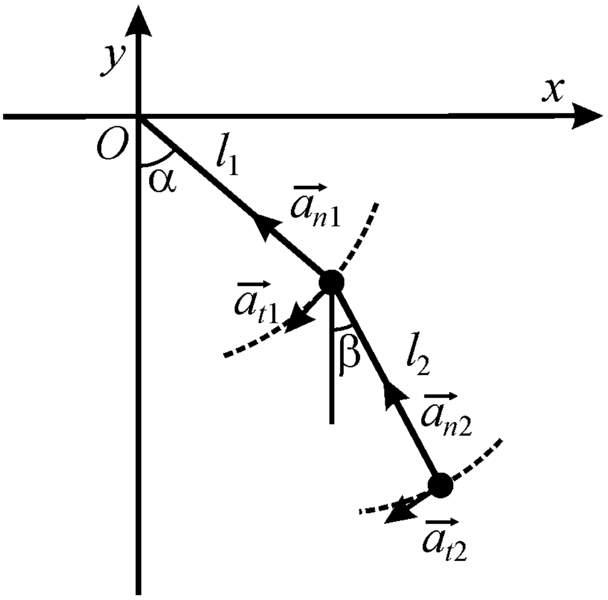


Рис. п. 16.3
Ускорения грузиков двойного маятника

Учитывая, что тангенциальное ускорение показывает изменение модуля скорости, получим [465]:

$$a_t = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{R\,\Delta\omega}{\Delta t}. \qquad \text{(п. 16.5)}$$

Поскольку школьники могут не знать, что такое *угловое ускорение*, нужно дать определение углового ускорения как изменение угловой скорости:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Из (п. 16.5) получим [465]:

$$a_t = \varepsilon R. \qquad \text{(п. 16.6)}$$

Теперь запишем систему (п. 16.3) – (п. 16.4) с учетом (п. 16.6):

$$a_{1x} = L_1\varepsilon_1\cos\alpha - L_1\omega_1^2\sin\alpha;$$
$$a_{1y} = L_1\varepsilon_1\sin\alpha + L_1\omega_1^2\cos\alpha;$$
$$a_{2x} = L_1\varepsilon_1\cos\alpha - L_1\omega_1^2\sin\alpha + L_2\varepsilon_2\cos\beta - L_2\omega_2^2\sin\beta;$$
$$a_{2y} = L_1\varepsilon_1\sin\alpha + L_1\omega_1^2\cos\alpha + L_2\varepsilon_2\sin\beta + L_2\omega_2^2\cos\beta. \qquad \text{(п. 16.7)}$$

Подставляем уравнения кинематической связи (п. 16.7) во II закон Ньютона (п. 16.1):

$$m_1L_1\varepsilon_1\cos\alpha - m_1L_1\omega_1^2\sin\alpha = -T_1\sin\alpha + T_2\sin\beta; \qquad \text{(п. 16.8)}$$

$$m_1L_1\varepsilon_1\sin\alpha + m_1L_1\omega_1^2\cos\alpha = T_1\cos\alpha - T_2\cos\beta - m_1g; \qquad \text{(п. 16.9)}$$

$$m_2L_1\varepsilon_1\cos\alpha - m_2L_1\omega_1^2\sin\alpha + m_2L_2\varepsilon_2\cos\beta - m_2L_2\omega_2^2\sin\beta = \\ = -T_2\sin\beta \qquad \text{(п. 16.10)}$$

$$m_2L_1\varepsilon_1\sin\alpha + m_2L_1\omega_1^2\cos\alpha + m_2L_2\varepsilon_2\sin\beta + m_2L_2\omega_2^2\cos\beta = \\ = T_2\cos\beta - m_2g \qquad \text{(п. 16.11)}$$

Получилось 4 уравнения с 4 неизвестными. Осталось выразить угловые скорости и натяжения нитей через углы и угловые скорости.

Сначала исключим T_1. Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством:

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1. \qquad \text{(п. 16.12)}$$

Умножим (п. 16.8) на $\cos\alpha$, (п. 16.9) на $\sin\alpha$ и сложим их:

$$m_1L_1\varepsilon_1(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = T_2\sin\beta\cos\alpha - T_2\cos\beta\sin\alpha - m_1g\sin\alpha.$$

Отсюда:

$$m_1L_1\varepsilon_1 = T_2\sin\beta\cos\alpha - T_2\cos\beta\sin\alpha - m_1g\sin\alpha.$$

Применяя тригонометрические формулы для синуса и косинуса разности углов:

$$\sin(\beta-\alpha) = \cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta \\ \cos(\beta-\alpha) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \qquad \text{(п. 16.13)}$$

получим:

$$m_1L_1\varepsilon_1 = T_2\sin(\beta-\alpha) - m_1g\sin\alpha.$$

А отсюда выразим ε_1:

$$\varepsilon_1 = \frac{T_2\sin(\beta-\alpha) - m_1g\sin\alpha}{m_1L_1}. \qquad \text{(п. 16.14)}$$

Из (п. 16.10) – (п. 16.11) исключим ε_2, умножив (п. 16.10) на $\sin\beta$, (п. 16.11) на $\cos\beta$ и вычтя одно из другого:

$$m_2L_1\varepsilon_1(\cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta) + m_2L_1\omega_1^2(-\sin\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta) - \\ -m_2L_2\omega_2^2(\cos^2\beta + \sin^2\beta) = -T_2(\cos^2\beta + \sin^2\beta) + m_2g\cos\beta \qquad \text{(п. 16.15)}$$

Выражение (п. 16.15) можно упростить с помощью формул (п. 16.13):

$$m_2 L_1 \varepsilon_1 \sin(\beta - \alpha) - m_2 L_1 \omega_1^2 \cos(\alpha - \beta) - m_2 L_2 \omega_2^2 = -T_2 + m_2 g \cos\beta \,. \quad \text{(п. 16.16)}$$

Подставим ε_1 из (п. 16.14) в (п. 16.16):

$$\frac{T_2 \sin(\beta - \alpha) - m_1 g \sin\alpha}{m_1} m_2 \sin(\beta - \alpha) - m_2 L_1 \omega_1^2 \cos(\alpha - \beta) - m_2 L_2 \omega_2^2 =$$
$$= -T_2 + m_2 g \cos\beta$$

Отсюда мы получим уравнение для T_2:

$$T_2 \left[1 + \frac{m_2}{m_1} \sin^2(\beta - \alpha) \right] =$$
$$= g m_2 \sin\alpha \sin(\beta - \alpha) + m_2 L_1 \omega_1^2 \cos(\alpha - \beta) + m_2 L_2 \omega_2^2 + m_2 g \cos\beta \quad \text{(п. 16.17)}$$

Это выражение можно упростить. Сгруппируем члены при $m_2 g$ и преобразуем тригонометрические формулы:

$$\sin\alpha \sin(\beta - \alpha) + \cos\beta = \sin\alpha \sin\beta \cos\alpha - \sin\alpha \sin\alpha \cos\beta + \cos\beta =$$
$$= \sin\alpha \sin\beta \cos\alpha + \cos\beta (1 - \sin^2\alpha) = \sin\alpha \sin\beta \cos\alpha + \cos\beta \cos^2\alpha =$$
$$= \cos\alpha (\sin\alpha \sin\beta + \cos\beta \cos\alpha) = \cos\alpha \cos(\beta - \alpha)$$

Тогда (п. 16.17) запишется в виде:

$$T_2 \left[1 + \frac{m_2}{m_1} \sin^2(\beta - \alpha) \right] =$$
$$= m_2 g \cos\alpha \cos(\beta - \alpha) + m_2 L_1 \omega_1^2 \cos(\alpha - \beta) + m_2 L_2 \omega_2^2$$

Отсюда получаем T_2:

$$T_2 = m_1 m_2 \frac{g \cos\alpha \cos(\beta - \alpha) + L_1 \omega_1^2 \cos(\beta - \alpha) + L_2 \omega_2^2}{m_1 + m_2 \sin^2(\beta - \alpha)} \,. \quad \text{(п. 16.18)}$$

Теперь ε_1 мы можем вычислить из (п. 16.14). Чтобы получить ε_2 преобразуем (п. 16.10) и (п. 16.11): умножим (п. 16.10) на $\cos\beta$, (п. 16.11) на $\sin\beta$ и затем их сложим.

$$m_2L_1\varepsilon_1(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)+m_2L_1\omega_1^2(-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)+$$
$$+m_2L_2\varepsilon_2(\cos^2\beta+\sin^2\beta)=-m_2g\sin\beta$$

Преобразуем это равенство, используя тригонометрические формулы (п. 16.12) и (п. 16.13):

$$m_2L_1\varepsilon_1\cos(\alpha-\beta)-m_2L_1\omega_1^2\sin(\alpha-\beta)+m_2L_2\varepsilon_2=-m_2g\sin\beta\,.$$

А отсюда получаем окончательное выражение для ε_2:

$$\varepsilon_2=\frac{L_1\omega_1^2\sin(\alpha-\beta)-L_1\varepsilon_1\cos(\beta-\alpha)-g\sin\beta}{L_2}\,. \qquad \text{(п. 16.19)}$$

Следует отметить, что формулы для ускорений (п. 16.14), (п. 16.18), (п. 16.19) получились очень сложными для такой простой с виду задачки. Движение двойного маятника в общем случае апериодическое и для расчета его движения требуются численные методы. Для расчетов в электронной таблице, будем использовать столбцы:

A – временя *t*;
B – угол отклонения верхнего грузика α;
C – угол отклонения нижнего грузика β;
D – угловая скорость верхнего грузика ω_1;
E – угловая скорость нижнего грузика ω_2;
F – угловое ускорение верхнего грузика ε_1;
G – угловое ускорение нижнего грузика ε_2;
H – сила натяжения нижней нити – T_2.

Примем для примера L_1 = L_2 равными полметра. Поскольку отклонения должны быть малыми, возьмем начальное отклонение 0,01 (рад). Занесем начальные параметры:

*A*2 – начальное время 0 (с);
*B*2 – начальный угол отклонения верхнего грузика α = 0 (рад);
*C*2 – начальный угол отклонения нижнего грузика β = 0,01 (рад);
*D*2 – начальная угловая скорость верхнего грузика ω_1 = 0 (рад/с);
*E*2 – начальная угловая скорость нижнего грузика ω_2 = 0 (м/с).

Теперь заносим параметры маятника в ячейки:

*I*2 – ускорение свободного падения g = 9,815 м/с^2.
*J*2 – интервал времени Δt = 0,001 (с).

$K2 - L_1 = 0{,}5$ (м);
$L2 - L_2 = 0{,}5$ (м);
$M2 - m_1 = 0{,}1$ (кг);
$N2 - m_2 = 0{,}5$ (кг).

Занесем формулы, как показано в таблице п. 16.1.

Таблица п. 16.1

Формулы для расчета двойного маятника

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+J$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+(D2+D3)*J$2/2	$\alpha_{n+1} = \alpha_n + (\omega_{1,n+1} + \omega_{1,n})\Delta t / 2$
C3	=C2+(E2+E3)*J$2/2	$\beta_{n+1} = \beta_n + (\omega_{2,n+1} + \omega_{2,n})\Delta t / 2$
D3	=D2+F2*J$2	$\omega_{1,n+1} = \omega_{1,n} + \varepsilon_{1,n}\ \Delta t$
E3	=E2+G2*J$2	$\omega_{2,n+1} = \omega_{2,n} + \varepsilon_{2,n}\ \Delta t$
H2	=M$2*N$2*(I$2*COS(B2)*COS(C2-B2)+K$2*D2^2*COS(C2-B2)+L2*E2^2)/(M$2+N$2*(SIN(C2-B2))^2)	$T_2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2 \sin^2(\beta - \alpha)} \times \left(g \cos\alpha \cos(\beta - \alpha) + L_1 \omega_1{}^2 \cos(\beta - \alpha) + L_2 \omega_2{}^2 \right)$
F2	=(H2*SIN(C2-B2)-M$2*I$2*SIN(B2))/M$2/K$2	$\varepsilon_1 = \frac{T_2 \sin(\beta - \alpha) - m_1 g \sin\alpha}{m_1 L_1}$
G2	=(K$2*D2^2*SIN(B2-C2)-K$2*F2*COS(C2-B2)-I$2*SIN(C2))/L$2	$\varepsilon_2 = \frac{L_1 \omega_1{}^2 \sin(\alpha - \beta) - L_1 \varepsilon_1 \cos(\beta - \alpha) - g \sin\beta}{L_2}$

Проведенные расчеты можно экспериментально проверить с помощью фотокамеры, сняв траекторию движения грузиков. Для эксперимента лучше подвесить грузики в бифилярные подвесы.

В качестве экспериментальной исследовательской работы школьникам можно предложить найти начальные условия запуска грузиков, при которых они будут колебаться почти периодично.

Приложение 17.
Компьютерное моделирование связанных маятников

Для компьютерного моделирования на основе численных методов двух связанных маятников (рис. п. 17.1) нужно знать проекции ускорения грузов на горизонтальную ось. Они равны [297, 359]:

$$a_{1x} = -\frac{k}{m}(x_1 - x_2) - \frac{g}{L}x_1; \qquad a_{2x} = -\frac{k}{m}(x_2 - x_1) - \frac{g}{L}x_2.$$

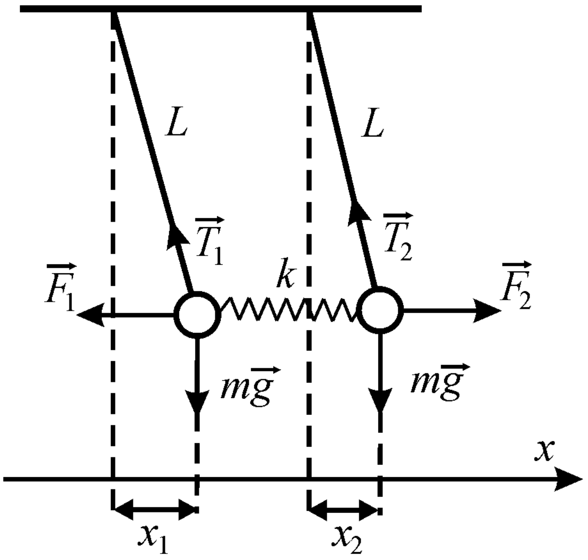


Рис. п. 17.1
К расчету колебаний двух связанных маятников

Для численных расчетов в электронной таблице нам потребуется столбцы:

A – времени *t*;

B – координаты левого грузика x_1;

C – координаты правого грузика x_2;

D – скорости левого грузика υ_1;

E – скорости правого грузика υ_2;

F – ускорения левого грузика a_1;

G – ускорения правого грузика a_2.

Примем для примера g/L равным 10 (с$^{-2}$), а k/m равным 1 (с$^{-2}$). Поскольку отклонения должны быть малыми, возьмем начальное отклонение 1 (см). Занесем начальные параметры:

*A*2 – начальное время 0 (с);

*B*2 – начальное смещение левого грузика x_1 = 0,01 (м);

*C*2 – начальное смещение правого грузика x_2 = 0 (м);

*D*2 – начальная скорость левого грузика υ_1 = 0 (м/с);

*E*2 – начальная скорость правого грузика υ_2 = 0 (м/с).

Теперь заносим параметры маятника в ячейки:

*J*2 – интервал времени Δt = 0,001 (с).

$K2$ – значение $g/L = 10$ (с$^{-2}$);

$L2$ – отношение жесткости пружины к массе грузика $k/m = 1$ (с$^{-2}$). Занесем формулы, как показано в таблице п. 17.1.

Таблица п. 17.1

Формулы для расчета двух связанных маятников

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+J$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+(D2+D3)*J$2/2	$x_{1,n+1} = x_{1,n} + (\upsilon_{1x,n+1} + \upsilon_{1x,n})\Delta t / 2$
C3	=C2+(E2+E3)*J$2/2	$x_{2,n+1} = x_{2,n} + (\upsilon_{2x,n+1} + \upsilon_{2x,n})\Delta t / 2$
D3	=D2+F2*J$2	$\upsilon_{1x,n+1} = \upsilon_{1x,n} + a_{1x,n}\ \Delta t$
E3	=E2+G2*J$2	$\upsilon_{2x,n+1} = \upsilon_{2x,n} + a_{2x,n}\ \Delta t$
F2	=-L$2*(B2-C2)-K$2*B2	$a_{1x,n} = -(k/m)(x_{1,n} - x_{2,n}) - (g/L)x_{1,n}$
G2	=-L$2*(C2-B2)-K$2*C2	$a_{2x,n} = -(k/m)(x_{2,n} - x_{1,n}) - (g/L)x_{2,n}$

Построив для левого маятника график зависимости x_1 от t, получим периодическое увеличение и уменьшение амплитуды синусоиды [297, 359]. Рассмотрев зависимость x_2 от t, можно убедиться, что второй маятник ведет себя похожим образом (рис. п. 17.2). Целесообразно сказать школьникам, что такое периодическое изменение амплитуды колебаний называется биениями [8, 396].

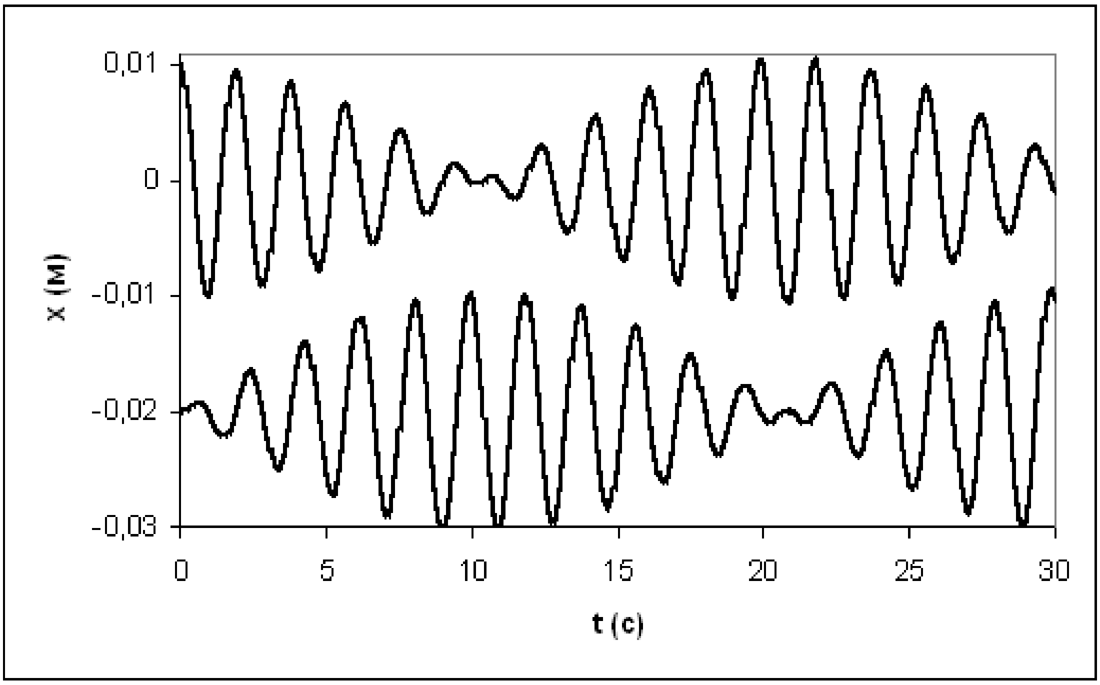


Рис. п. 17.2
Колебания связанных маятников

Связанные колебания позволяют продемонстрировать, как сильно меняется характер движения в зависимости от начальных условий. Маятники можно заставить колебаться синхронно (синфазно). Для этого нужно вначале отклонить маятники на одну величину, например, положить $x_1 = x_2 = 0,01$ (м) (рис. п. 17.3). Когда маятники качаются в фазе, то пружина остается все время не натянутой. Следовательно, они просто качаются как два ничем не связанных маятника с периодом $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. Подставим наши значения, получим: $T = 2 \cdot 3{,}14159 \cdot \sqrt{0{,}1}$=1,98691 (с). Численные расчеты дают значение периода колебаний 1,986 с. Это совпадает с теоретическим значением с учетом точности наших расчетов 0,001 с.

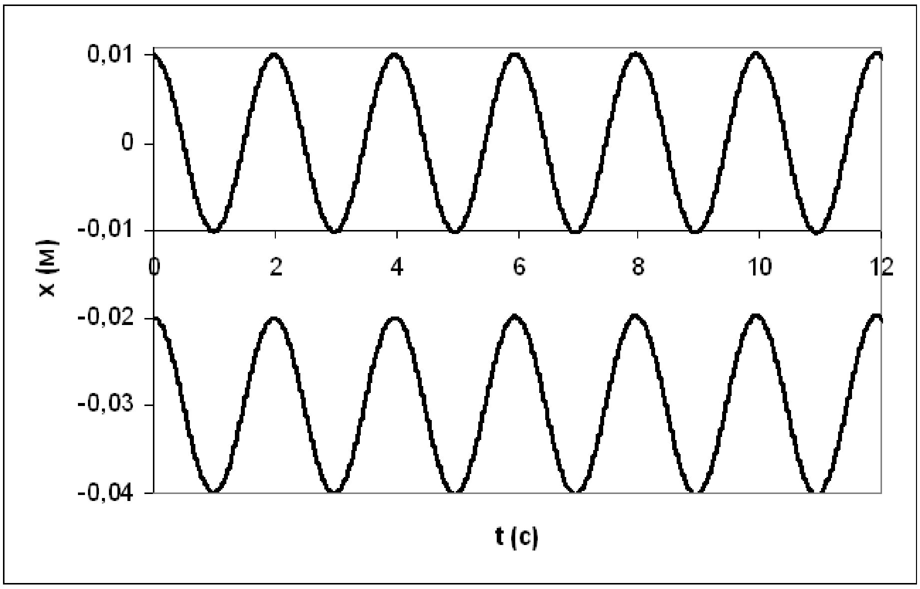


Рис. п. 17.3
Синфазные колебания связанных маятников

Существует второй способ запустить маятники, чтобы они колебались с одной частотой. Если их отклонить в разные стороны на одинаковое расстояние, то в силу симметрии их движение будет одинаковым, то есть как в зеркале, средняя точка пружины будет неподвижной (рис. п. 17.4). В этом случае говорят, что маятники движутся *в противофазе* [8, 396].

Расчеты показывают, что у маятников изменился период. Он стал равен 1,813 с. Можно получить формулу для периода в этом случае [297, 359]:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\frac{2k}{m}+\frac{g}{L}}}.$$

Для наших начальных условий: g/L = 10 (с$^{-2}$), k/m = 1 (с$^{-2}$) период равен 1,8138 (с). Численные расчеты дают 1,813 с, что совпадает с теоретическим значением.

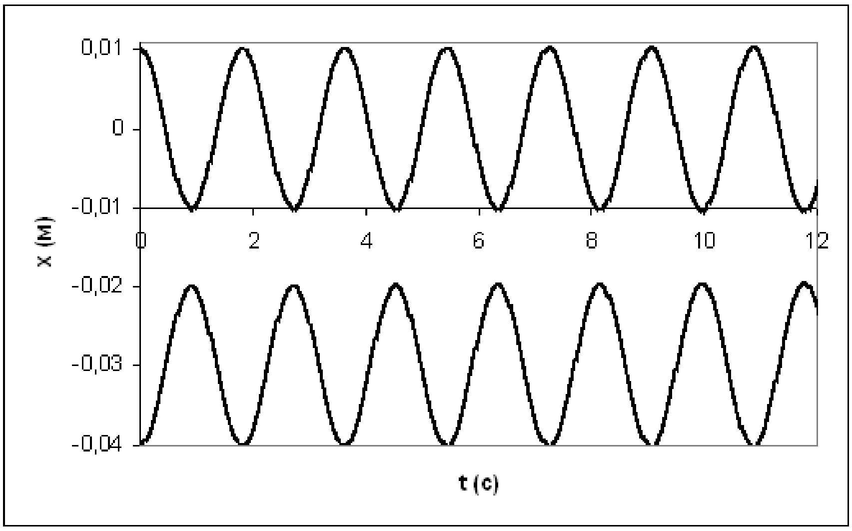


Рис. п. 17.4
Колебания связанных маятников в противофазе

Таким образом, можно получить несколько видов (мод) колебаний связанных маятников: биения и два вида колебаний с одной частотой (собственных колебаний). В качестве самостоятельного задания можно предложить школьникам исследовать колебания связанных маятников с грузами разной массы.

Исследование колебаний трех связанных маятников

Еще больше возможностей для исследования предоставляет система из трех связанных маятников (рис. п. 17.5) [8, 396]. Формулы для ускорения грузиков будут похожи на (п. 17.2), но на центральный грузик действует уже не одна, а две пружинки [297, 359]:

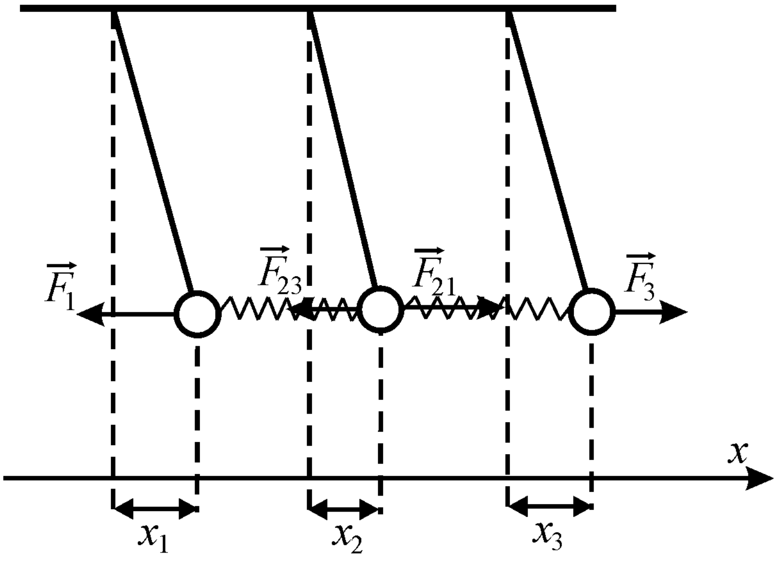


Рис. п. 17.5
Три связанных маятника

$$a_{1x} = -\frac{k}{m}(x_1 - x_2) - \frac{g}{L}x_1, \qquad a_{3x} = -\frac{k}{m}(x_3 - x_2) - \frac{g}{L}x_3,$$

$$a_{2x} = -\frac{k}{m}(x_2 - x_1) - \frac{k}{m}(x_2 - x_3) - \frac{g}{L}x_2.$$

Для расчета движения трех маятников нужно создать электронную таблицу с 13 столбцами:

A – времени *t*;
B – координаты левого грузика x_1;
C – координаты среднего грузика x_2;
D – координаты правого грузика x_3;
E – скорости левого грузика υ_1;
F – скорости среднего грузика υ_2;
G – скорости правого грузика υ_3;
H – ускорения левого грузика a_1;
I – ускорения среднего грузика a_2;
J – ускорения правого грузика a_3.

И еще три ячейки для параметров:

*K*2 – интервал времени Δt = 0,001 (с).
*L*2 – значение g/L = 10 (с$^{-2}$);
*M*2 – отношение жесткости пружины к массе грузика k/m = 1 (с$^{-2}$).

Далее нужно задать малое отклонение маятников, например, одинаково отклонить три грузика на 0,01 м. Начальные параметры нужно занести в ячейки:

*A*2 – начальное время 0 (с);
*B*2 – начальное смещение левого грузика x_1 = 0,01 (м);
*C*2 – начальное смещение среднего грузика x_2 = 0,01 (м);
*D*2 – начальное смещение правого грузика x_3 = 0,01 (м);
*E*2 – начальная скорость левого грузика υ_1 = 0 (м/с);
*F*2 – начальная скорость среднего грузика υ_2 = 0 (м/с).
*G*2 – начальная скорость правого грузика υ_3 = 0 (м/с).

Осталось занести формулы, как показано в таблице п. 17.2.

Расчеты показывают, что маятники колеблются синфазно с периодом 1,986 с, что прекрасно согласуется с предыдущими расчетами.

Затем рассмотрим случай, когда центральный маятник неподвижен, а крайние колеблются в противофазе, т.е. навстречу друг другу.

При этом период колебаний уменьшится и составит 1,894 с [297, 359]. Аналитически можно получить выражение для периода колебаний маятников в противофазе [297, 359]:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\frac{k}{m} + \frac{g}{L}}}\,.$$

Подставляем наши данные – g/L = 10 ($с^{-2}$), k/m = 1 ($с^{-2}$), период равен 1,8944 с, что прекрасно согласуется с численными расчетами.

Таблица п. 17.2

Формулы для расчета движения трех связанных маятников

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+K$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+0,5*(E2+E3)*K$2	$x_{1,n+1} = x_{1,n} + (\upsilon_{1x,n+1} + \upsilon_{1x,n})\Delta t/2$
C3	=C2+0,5*(F2+F3)*K$2	$x_{2,n+1} = x_{2,n} + (\upsilon_{2x,n+1} + \upsilon_{2x,n})\Delta t/2$
D3	=D2+0,5*(G2+G3)*K$2	$x_{3,n+1} = x_{3,n} + (\upsilon_{3x,n+1} + \upsilon_{3x,n})\Delta t/2$
E3	=E2+H2*K$2	$\upsilon_{1x,n+1} = \upsilon_{1x,n} + a_{1x,n}\,\Delta t$
F3	=F2+I2*K$2	$\upsilon_{2x,n+1} = \upsilon_{2x,n} + a_{2x,n}\,\Delta t$
G3	=G2+J2*K$2	$\upsilon_{3x,n+1} = \upsilon_{3x,n} + a_{3x,n}\,\Delta t$
H2	=-M$2*(B2-C2)-L$2*B2	$a_{1x,n} = -(k/m)(x_{1,n} - x_{2,n}) - (g/L)x_{1,n}$
I2	=-M$2*(C2-B2)-M$2*(C2-D2)-L$2*C2	$a_{2x,n} = -(k/m)(x_{2,n} - x_{1,n}) -$ $-(k/m)(x_{2,n} - x_{3,n}) - (g/L)x_{2,n}$
J2	=-M$2*(D2-C2)-L$2*D2	$a_{3x,n} = -(k/m)(x_{3,n} - x_{2,n}) - (g/L)x_{3,n}$

Существует третий способ привести маятники в движение так, чтобы они все колебались с одной частотой [297, 359]. Найти его непросто. Поэтому лучше предложить ученикам найти этот способ самостоятельно, и лишь затем дать ответ. Нужно отклонить два крайних грузика на одинаковые углы α, а средний грузик – в обратную сторону на угол 2α (см. рис. п. 17.6).

Можно найти период получившихся колебаний [297, 359]:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\frac{3k}{m} + \frac{g}{L}}}\,.$$

Подставляя наши данные – g/L = 10 ($с^{-2}$), k/m = 1 ($с^{-2}$), получим 1,7426 с, что совпадает с численными расчетами.

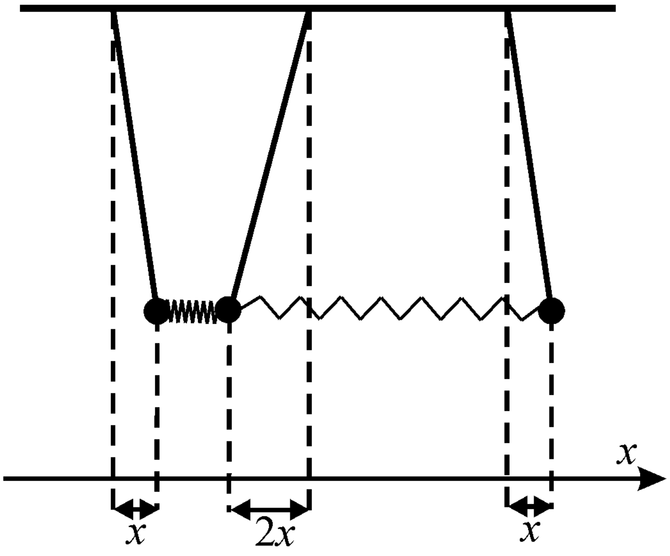


Рис. п. 17.6
Колебания связанных маятников

Кроме этого, интересно рассчитать, как будет вести себя система, если качнуть только один крайний маятник. Можно задать этот вопрос ученикам для самостоятельного исследования, поскольку догадаться до ответа, не проводя вычислительного или натурного эксперимента, слишком сложно. Получаются колебания с периодически меняющейся амплитудой [297, 359].

Приложение 18.
Компьютерное моделирование затухающих колебаний

Рассмотрим простейший пример затухания математического маятника в воздухе (рис. п. 18.1) [8, 297, 359, 396].

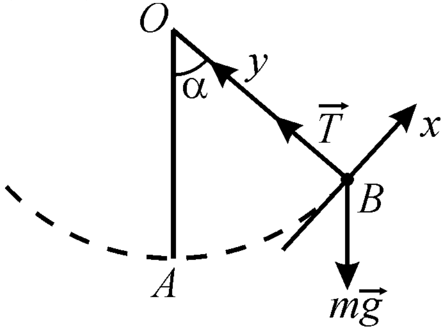


Рис. п. 18.1
К расчету затухающих колебаний математического маятника

Ускорение равно [259]:

$$a_x = -g\sin\alpha - \beta\upsilon|\upsilon|/m.$$

Для численного моделирования в столбцы электронной таблицы будем заносить значения:

A – времени *t*;

B – угла отклонения α;

C – угловой скорости ω;

D – скорости движения по окружности υ;

E – тангенциального ускорения a_x.

Чтобы затухания были заметны, возьмем коэффициент β/m равным 0,16 (м$^{-1}$) (как у шарика для пинг-понга). Занесем:

*A*2 – начальное время 0 (с);

*B*2 – начальный угол 0,1 (рад);

*C*2 – начальная угловая скорость 0 (рад/с);

*D*2 – начальная скорость 0 (м/с);

*J*2 – интервал времени Δt = 0,001 (с);

*K*2 – коэффициент β/m = 0,16 (м$^{-1}$);

*L*2 – длина маятника *L* = 1 (м);

*M*2 – значение *g* = 9,815 (м/с^2).

Занесем формулы, как показано в таблице п. 18.1.

Получается убывающая кривая, похожая на «синусоиду» (рис. п. 18.2) [297, 359]. Заметим, что, строго говоря, эта функция не является периодичной, но при малом затухании колебания называют *квазипериодичными* от латинского «квази» – «как бы». Можно выделить условный период – время одного качания маятника, т.е. когда маятник возвращается в положения максимального отклонения.

Таблица п. 18.1

Формулы для расчета движения затухающего маятника

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+J$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+0,5*(C2+C3)*J$2	$\alpha_{n+1} = \alpha_n + 0,5(\omega_{n+1} + \omega_n)\Delta t$
C3	=D3/L$2	$\omega_n = \upsilon_n / L$
D3	=D2+E2*J$2	$\upsilon_{n+1} = \upsilon_n + a_{x,n}\ \Delta t$
E2	=-M$2*SIN(B2)-K$2*D2*ABS(D2)	$a_{x,n} = -g\sin\alpha_n - \beta\upsilon_n\lvert\upsilon_n\rvert / m$

Найдем «период». Из электронной таблицы следует, что он равен – 2,007 с. Теоретическое значение для незатухающих колебаний: $T = 2\pi\sqrt{L/g} = 2\cdot 3{,}14159\sqrt{1/9{,}815} = 2{,}005$ (с), что близко к расчетному значению. Увеличивая коэффициент β / m, можно убедиться в том, что колебания убывают быстрее. Можно обратить внимание, что период увеличивается, хотя и не сильно. Получается, что период зависит не только от угла отклонения, но и от сопротивления воздуха.

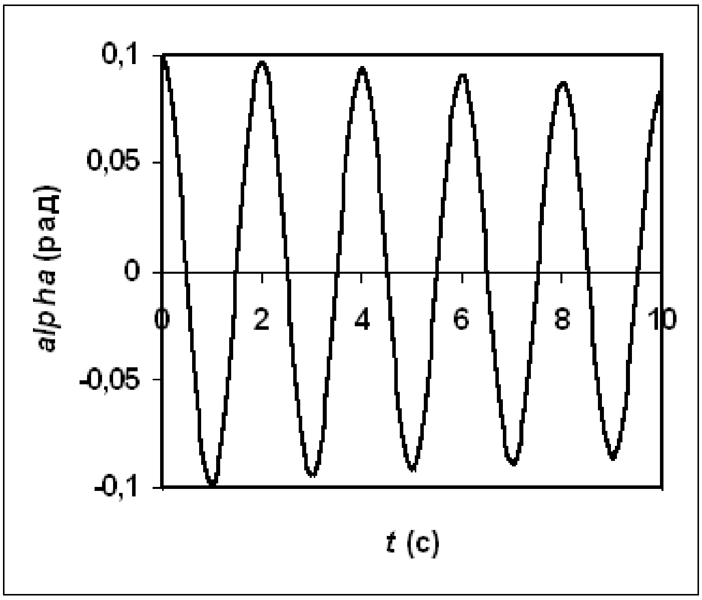


Рис. п. 18.2
Затухающие колебания маятника

Расчеты можно проверить экспериментально. При проведении эксперимента следует иметь в виду, что затухание вызвано не только силой сопротивления воздуха, но и деформацией нити в месте крепления, поэтому коэффициент β / m должен быть достаточно большим. Поэтому следует брать шарик для пинг-понга или воздушный шарик. Период можно измерять с помощью секундомера или цифровой камеры. Если коэффициент β / m достаточно большой, то колебания вообще не возникнут [297, 359].

Приложение 19.
Проверка законов Кеплера

Найдем закон движения планет солнечной системы. Поместим в начало координат Солнце, а планету – в точку *A* с координатами $x = x_0$, $y = 0$. Зададим начальную скорость в направлении перпендикулярном радиусу: $\upsilon_x = 0$, $\upsilon_y = \upsilon_0$ (рис. п. 19.1). В Кеплеровском приближении движение планеты происходит в одной плоскости [377], поэтому нам достаточно указать две оси.

На основании II закона Ньютона и закона всемирного тяготения запишем проекции ускорения [296, 359]:

$$a_x = -G\frac{m_C}{r^3}x;\ a_y = -G\frac{m_C}{r^3}y.$$

В электронной таблице нам потребуется 8 столбцов.

Столбец *A* – массив времени *t*.
Столбец *B* – массив координат *x*.
Столбец *C* – массив координат *y*.
Столбец *D* – массив проекций скорости υ_x.
Столбец *E* – массив проекций скорости υ_y.
Столбец *F* – массив расстояний от планеты до Солнца *r*.
Столбец *G* - массив проекций ускорения a_x.
Столбец *H* - массив проекций ускорения a_y.

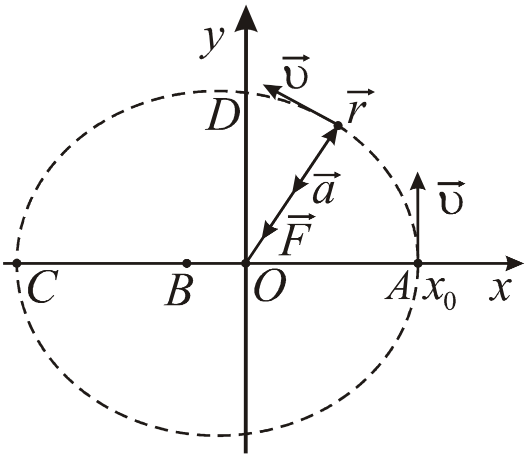


Рис. п. 19.1
К построению алгоритма в электронной таблице

Расстояния будем измерять в астрономических единицах (а.е.), а время – в годах [296, 359]. Интервал времени (1/1000 года) занесем в ячейку M2. Начальные параметры указаны в таблице п. 19.1. Далее запишем в электронную таблицу формулы, указанные в таблице п. 19.2. Откопируем формулы в нижележащие строки и построим траекторию (рис. п. 19.2) [296, 359].

Учеников должно обескуражить, что на экране получается не эллипс, а, скорее, спираль. Для объяснения полученного результата нужно еще раз напомнить ученикам, что численные методы всегда приближенные. Неточность вычислений привела к тому, что траектория получилась незамкнутой. Для увеличения точности нужно уменьшить интервал времени до 0,0001 года.

Таблица п. 19.1

Начальные условия для круговой орбиты

Переменная	Ячейка	Значение
t	A2	0
x	B2	1
y	C2	0
υ_x	D2	0
υ_y	E2	6,282
Δt	M2	0,001
$G\,m_C$	L2	39,47

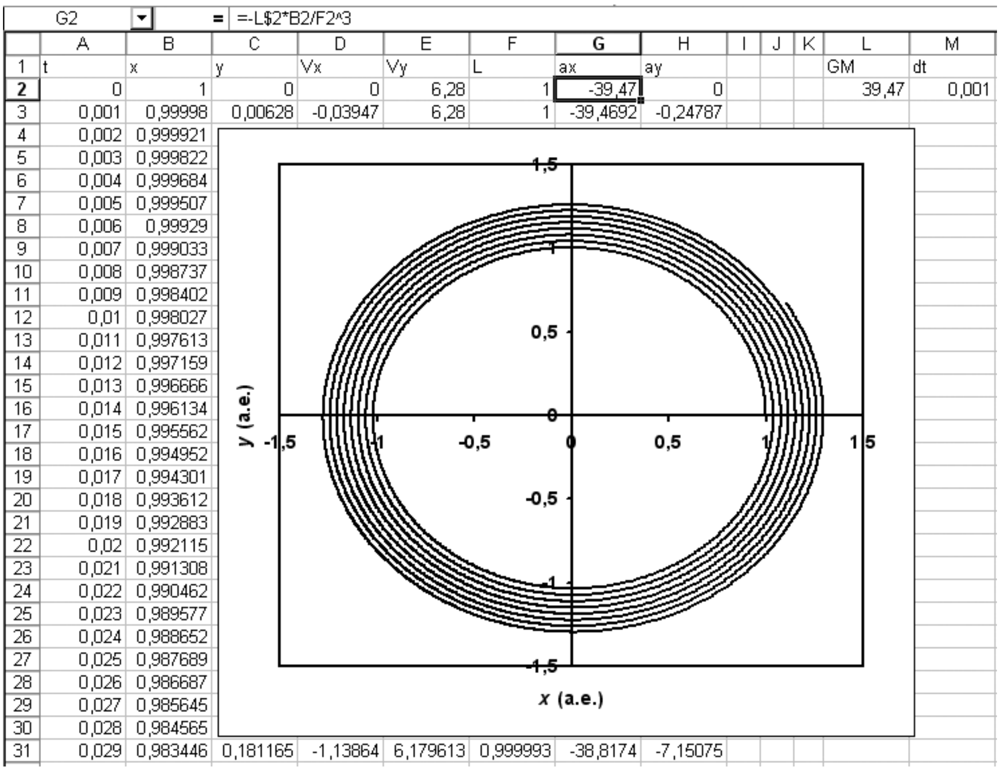
Таблица п. 19.2

Формулы для проверки I закона Кеплера

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A3	=A2+M$2	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$
B3	=B2+0,5*(D2+D3)*M$2	$x_{n+1} = x_n + 0{,}5\left(\upsilon_{x,n+1} + \upsilon_{x,n}\right)\Delta t$
C3	=C2+0,5*(E2+E3)*M$2	$y_{n+1} = y_n + 0{,}5\left(\upsilon_{y,n+1} + \upsilon_{y,n}\right)\Delta t$
D3	=D2+G2*M$2	$\upsilon_{x,n+1} = \upsilon_{x,n} + a_{x,n}\,\Delta t$
E3	=E2+H2*M$2	$\upsilon_{y,n+1} = \upsilon_{y,n} + a_{y,n}\,\Delta t$
F2	= SQRT(B2^2+C2^2)	$r_n = \sqrt{x_n^{\,2} + y_n^{\,2}}$
G2	=-M$2*B2/F2^3	$a_{x,n} = -G\,m_C\;x_n / r_n^{\,3}$
H2	=-M$2*C2/F2^3	$a_{y,n} = -G\,m_C\;y_n / r_n^{\,3}$

Найдем период обращения при этом интервале времени. Координата y становится положительной (0,0005) в 10031 строке. То есть, период составляет 1,0029 года. Хотя и близко к ожидаемому значению, но все же больше года. Орбита получается незамкнутой – Земля вернулась не в точку x = 1 а.е., а в точку x = 1,004 а.е. Получилось, что вычисления с выбранным интервалом времени дали погрешность в 0,5%.

Таким образом, расчеты показали, что Земля обращается по круговой орбите. Это должно вызвать вопросы у учеников, ведь орбита Земли должна быть эллипсом. Так получилось, потому что мы в качестве начальных параметров взяли средние значения расстояния до Солнца и орбитальной скорости Земли. Чтобы получить эллиптическую орбиту, нужно занести в ячейку B2 минимальное расстояние (0,987 а.е.), а в ячейку E2 – максимальное значение скорости 6,37 а.е./год (30,2 км/с) [377]. Тогда получится эллипс с искомым эксцентриситетом.



G2 = =-L$2*B2/F2^3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	t	x	y	Vx	Vy	L	ax	ay				GM	dt
2	0	1	0	0	6,28	1	-39,47	0				39,47	0,001
3	0,001	0,99998	0,00628	-0,03947	6,28	1	-39,4692	-0,24787					
4	0,002	0,999921											
5	0,003	0,999822											
6	0,004	0,999684											
7	0,005	0,999507											
8	0,006	0,99929											
9	0,007	0,999033											
10	0,008	0,998737											
11	0,009	0,998402											
12	0,01	0,998027											
13	0,011	0,997613											
14	0,012	0,997159											
15	0,013	0,996666											
16	0,014	0,996134											
17	0,015	0,995562											
18	0,016	0,994952											
19	0,017	0,994301											
20	0,018	0,993612											
21	0,019	0,992883											
22	0,02	0,992115											
23	0,021	0,991308											
24	0,022	0,990462											
25	0,023	0,989577											
26	0,024	0,988652											
27	0,025	0,987689											
28	0,026	0,986687											
29	0,027	0,985645											
30	0,028	0,984565											
31	0,029	0,983446	0,181165	-1,13864	6,179613	0,999993	-38,8174	-7,15075					

Рис. п. 19.2
К решению задачи с помощью электронной таблицы

Однако этот эллипс мало отличается от окружности. Чтобы убедиться, что планеты обращаются по эллипсу, возьмем значение начальной скорости побольше, например, 7 а.е./год.

Найдем период. Координата y становится положительной (0,0004) в 15176 строке. То есть, период составляет 1,5174 года. При этом планета вернулась не в точку $x = 1$, а в точку $x = 1{,}002$. Эту планету уже лучше не называть Землей, поскольку мы уже не моделируем движение Земли, а проверяем законы Кеплера. Орбита получилась вытянутой, но нам еще нужно доказать, что это – эллипс. Для этого нужно посчитать сумму расстояний от точек орбиты до фокусов. Координаты первого фокуса – Солнца мы знаем (0, 0). Возникает вопрос: как найти координаты второго фокуса?

Если ученики сами не сообразят, как это сделать, то можно, например, провести следующие рассуждения [296, 359]. Расстояние от первого фокуса (точка O на рис. п. 19.1) до ближайшей точки траектории A равна x_0, т.е. 1 а.е. Определим размер большой оси. Для этого нужно в электронной таблице найти x_C, где координата y становится отрицательной. Это происходит в 7578 строке. Координата x_C = -1,6395 а.е. Таким образом, большая ось $\left|AC\right|$ равна 2,6395 а.е. В силу симметрии эллипса второй фокус отстоит от точки C также на расстоянии 1 а.е. Тогда координата x второго фокуса x_B = -0,6395 а.е. Занесем координату x_B в ячейку $K2$.

Поскольку нам известны координаты обоих фокусов, то мы можем посчитать сумму от каждой рассчитанной координаты траектории до фокусов.

Выделим для этой цели один из зарезервированных столбцов таблицы. Пусть в столбце I будет сумма расстояний от точек эллипса до фокусов. Посчитаем сумму расстояний до фокусов. Расстояние до первого фокуса – Солнца мы уже вычислили. Это – столбец F. Расстояние до второго фокуса вычислим по теореме Пифагора. Занесем в электронную таблицу формулу, как показано в таблице п. 19.3.

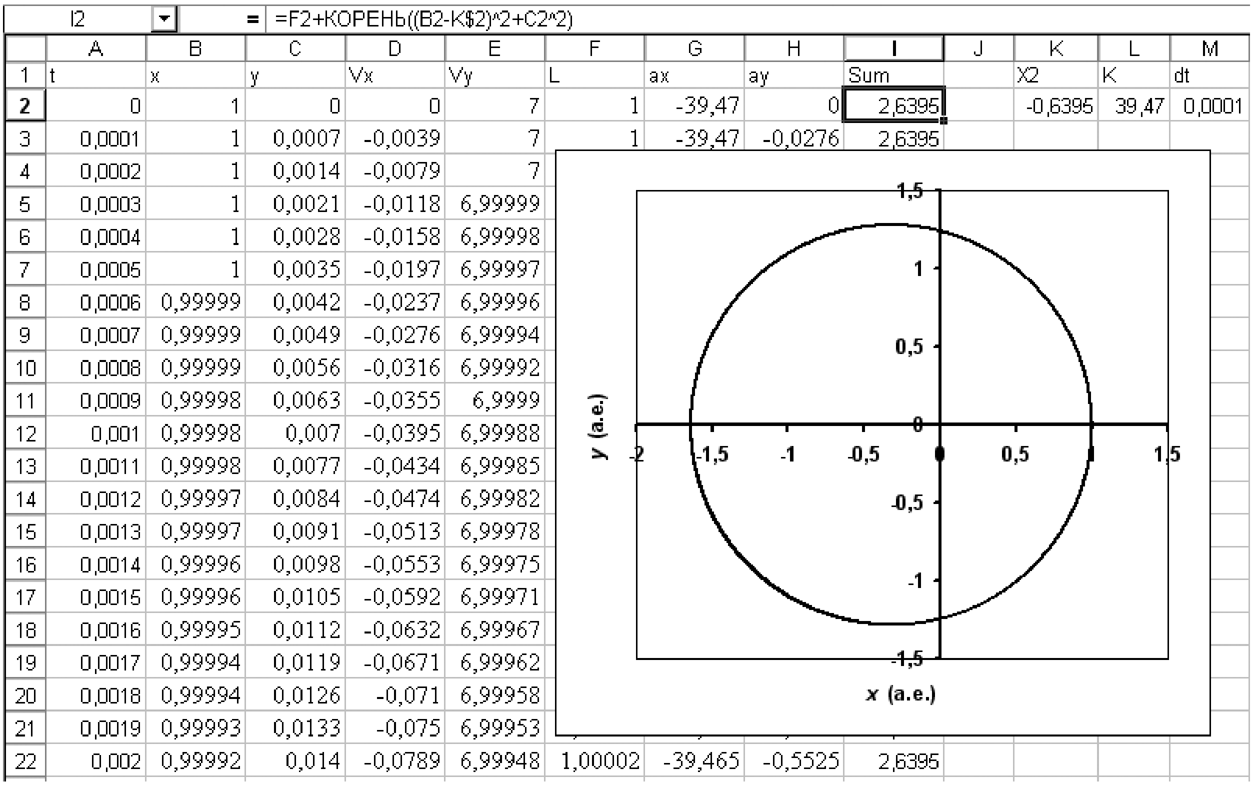
Таблица п. 19.3

Формулы для проверки эллиптичности орбиты

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
I2	=F2+SQRT((B2-K$2)^2+C2^2)	$L_n = \sqrt{x_n{}^2 + y_n{}^2} + \sqrt{\left(x_n - x_B\right)^2 + y_n{}^2}$

Построим график зависимости значений в столбце I от времени или проанализируем значения непосредственно в таблице. Сумма меняется в пределах от 2,638 а.е. до 2,644 а.е., т.е. с точностью 0,2%, что укладывается в нашу погрешность 0,5%. Следовательно, орбита планеты – это эллипс с точностью 0,2%.

Таким образом, мы получили первый закон Кеплера из закона всемирного тяготения. На рис. п. 19.3 показан вид электронной таблицы и вид вычисленной орбиты.



I2 = =F2+КОРЕНЬ((B2-K$2)^2+C2^2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	t	x	y	Vx	Vy	L	ax	ay	Sum		X2	K	dt
2	0	1	0	0	7	1	-39,47	0	2,6395		-0,6395	39,47	0,0001
3	0,0001	1	0,0007	-0,0039	7	1	-39,47	-0,0276	2,6395				
4	0,0002	1	0,0014	-0,0079	7								
5	0,0003	1	0,0021	-0,0118	6,99999								
6	0,0004	1	0,0028	-0,0158	6,99998								
7	0,0005	1	0,0035	-0,0197	6,99997								
8	0,0006	0,99999	0,0042	-0,0237	6,99996								
9	0,0007	0,99999	0,0049	-0,0276	6,99994								
10	0,0008	0,99999	0,0056	-0,0316	6,99992								
11	0,0009	0,99998	0,0063	-0,0355	6,9999								
12	0,001	0,99998	0,007	-0,0395	6,99988								
13	0,0011	0,99998	0,0077	-0,0434	6,99985								
14	0,0012	0,99997	0,0084	-0,0474	6,99982								
15	0,0013	0,99997	0,0091	-0,0513	6,99978								
16	0,0014	0,99996	0,0098	-0,0553	6,99975								
17	0,0015	0,99996	0,0105	-0,0592	6,99971								
18	0,0016	0,99995	0,0112	-0,0632	6,99967								
19	0,0017	0,99994	0,0119	-0,0671	6,99962								
20	0,0018	0,99994	0,0126	-0,071	6,99958								
21	0,0019	0,99993	0,0133	-0,075	6,99953								
22	0,002	0,99992	0,014	-0,0789	6,99948	1,00002	-39,465	-0,5525	2,6395				

Рис. п. 19.3

Эллиптическая орбита

Далее можно предложить школьникам выполнить еще одно вычисление, которое будет нужно в дальнейшем – вычислим эксцентриситет этого эллипса. Это сделать несложно, поскольку мы уже вычислили, что большая ось равна 2,6395 а.е., а расстояние между полюсами равно 0,6395 а.е. Разделив одно на другое, получим $e = 0{,}242$.

Теперь посмотрим еще одно значение в электронной таблице. Найдем координаты точки D – пересечение орбиты с осью y (рис. п. 19.1). Для этого определим, когда координата x станет почти равной нулю. Строка №2634: $x = 0{,}0001$; $y = 1{,}242$. Получился интересный факт: если у координаты y точки D отбросить единицу, то получится значение эксцентриситета.

В качестве самостоятельного упражнения для закрепления материала можно попросить рассчитать орбиту, задав начальную скорость, например, 8 а.е./год. Поскольку потребуется большое число строк, то можно предложить школьникам увеличь шаг времени до 0,0002 (года).

У них должен получиться следующий результат. Координата y становится положительной (0,001) в 21596 строке. Период составляет 4,3188 года. При этом планета возвращается в точку x=1,003. Координата y становится отрицательной в 10772 строке. Координата x_C = -4,3021 а.е. Большая ось равна 5,3021 а.е., а координата второго фокуса x_B = -3,3021 а.е. Подставляя это значение в ячейку K2, получим, что сумма расстояний до фокусов в столбце I меняется от 5,295 до 5,311 а.е., т.е. орбита является эллипсом с точностью две десятых процента. Эксцентриситет равен: $e = 3{,}3021/5{,}3021 = 0{,}62$. Заметим, что орбита пересекает ось y в строке №1414, координата $y = 1{,}62$. Мы видим опять ту же закономерность: если отбросить единицу, то получится значение эксцентриситета [296, 359]. Почему так получается, будет объяснено в Приложении 20.

Второй закон Кеплера

Второй закон Кеплера определяет изменение скорости планеты. На круговой орбите ее скорость постоянна, а на эллиптической меняется по следующему закону.

Радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, за равные промежутки времени заштриховывает равные площади (рис. п. 19.4) [109, 377, 465].

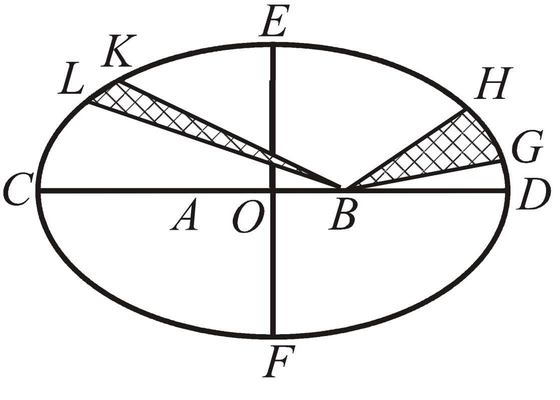


Рис. п. 19.4
Пояснение ко II закону Кеплера

Поскольку понятие радиуса-вектора может быть школьникам незнакомо и сложно для восприятия, то для наглядности можно говорить о нитке или резинке, соединяющей Солнце и планету.

Для проверки II закона Кеплера надо вычислить площадь фигуры, заштриховываемой радиус – вектором. Пусть Солнце находится в точке *O*, планета в точке *A* и скорость планеты направлена вдоль линии *AB* (рис. п. 19.5) [296, 359]. Заметим, что для круговой орбиты скорость перпендикулярна радиусу, но у эллипса касательная не обязательно перпендикулярна линии, соединяющую точку и фокус [219].

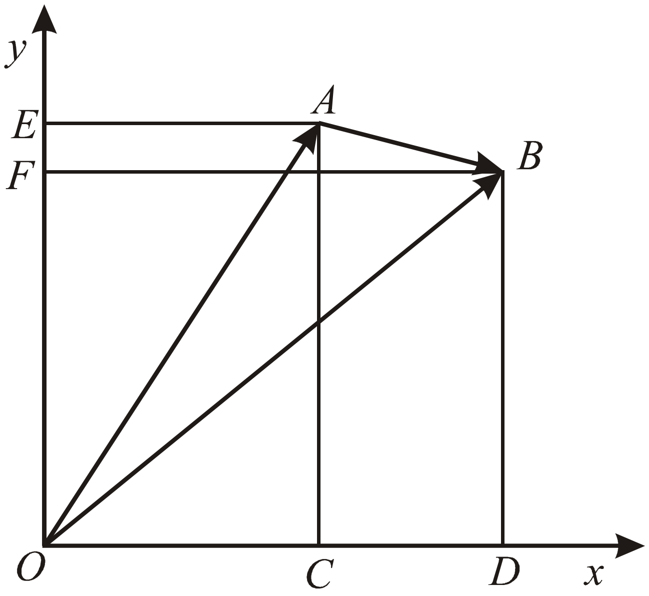


Рис. п. 19.5
Нахождение площади, заштриховываемой радиус вектором

Рассмотрим малый промежуток времени Δt, и будем считать, что планета двигалась это время равномерно прямолинейно и прошла путь *AB*, то есть нужно вычислить площадь треугольника *OAB* (рис. п. 19.5). Нам известны координаты точек *O* и *A*, а координаты точки *B* можно найти по схеме Эйлера:

$$x_B = x_A + \upsilon_x \Delta t \,,\ y_B = y_A + \upsilon_y \Delta t \,.$$

Теперь можно вычислить площадь S_{OAB} (рис. п. 19.5). Если к площади треугольника *OAC* прибавить площадь трапеции *ACDB* и вычесть площадь треугольника *OBD*, то получится S_{OAB}. Площадь треугольника *OAC* равна $|AC||OC|/2 = y_A x_A/2$. Площадь трапеции *ACDB* равна:

$$\left(|AC| + |BD|\right)|CD|/2 = \left(y_A + y_B\right)\left(x_B - x_A\right)/2 \,.$$

Площадь треугольника *OBD* равна: $|BD||OD|/2 = y_B x_B/2$.

Тогда:

$$S_{OAB} = y_A x_A/2 + (y_A + y_B)(x_B - x_A)/2 - y_B x_B/2 = (y_A x_B - y_B x_A)/2.$$

Здесь у школьников может возникнуть непонимание. Получается, что если $y_A x_B < y_B x_A$, то площадь треугольника отрицательна, а площадь отрицательной быть не может. Так получилось, потому что мы посчитали $|CD| = (x_B - x_A)$. А ведь x_A может быть правее x_B, тогда $x_B - x_A$ будет отрицательно. Поэтому в формуле для площади правильно писать модуль [296, 359]:

$$S_{OAB} = |y_A x_B - y_B x_A|/2.$$

Подставляя формулы для координат x_B и y_B, получим:

$$S_{OAB} = |y_A(x_A + \upsilon_x \Delta t) - (y_A + \upsilon_y \Delta t)x_A|/2 = \Delta t |y_A \upsilon_x - x_A \upsilon_y|/2$$

Воспользуемся созданной электронной таблицей (таблицы п. 19.1 – п. 19.3) и внесем в нее полученную формулу в свободный столбец J, как показано в таблице п. 19.4 (оператор «ABS» означает модуль числа).

Таблица п. 19.4

Расчет площади, заштрихованной радиус-вектором

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
J2	=ABS(C2*D2 - B2*E2)*M$2/2	$S = \|y_A \upsilon_x - x_A \upsilon_y\| \Delta t/2$

Откопировав формулу в нижележащие строки, мы получим, что значение площади меняется от $8{,}000 \cdot 10^{-3}$ до $8{,}015 \cdot 10^{-3}$ (а.е.^{2}). То есть, II закон Кеплера соблюдается с точностью 0,2%. В качестве самостоятельного здания можно предложить школьникам проверить выполнение II закона Кеплера для движения планеты с начальной скоростью 7 а.е./год.

Третий закон Кеплера

Третий закон Кеплера связывает периоды обращения планет и их расстояния от Солнца. Поскольку орбиты планет эллиптические, то в законе говорится о больших осях орбит.

Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших осей эллипсов [109, 377, 465].

Следует заметить, что проверка III закона Кеплера для *круговых* орбит является стандартной школьной задачей [465].

Проверку третьего закона Кеплера можно осуществить с уже составленной электронной таблицей. Рассмотрев несколько орбит с разными точками «старта» и разными начальными скоростями тел, можно составить таблицу п. 19.5.

Таблица п. 19.5

Проверка III закона Кеплера

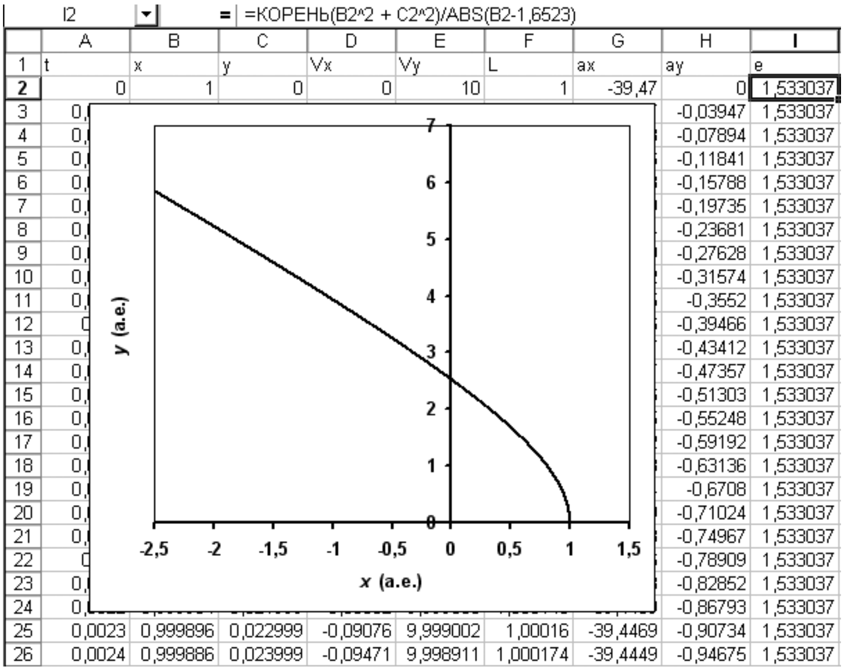
Большая ось a (а.е.)	Период T (год)	a^3	T^2	a^3/T^2
2	1	8	1	8
2,64	1,52	18,4	2,3	8
5,30	4,32	148,9	18,66	7,98

Значения в последнем столбце одинаковы с точностью до нашей погрешности 0,5%. В качестве самостоятельного задания можно предложить школьникам выбирать любые начальные параметры. Однако нужно предостеречь, что начальные скорости не должны быть слишком большими, иначе планеты могут улететь и не вернуться (т.е. орбиты могут стать гиперболическими). Можно также предложить провести исследование: при каких скоростях не удается получить замкнутый эллипс. Это позволит плавно перейти к теме о движении небесных тел по параболическим и гиперболическим орбитам.

Приложение 20.
Движение по параболическим и гиперболическим траекториям, проверка II закона Кеплера

Поскольку проблемное обучение предполагает, что вначале изложения материала должен быть заинтересовавший школьников вопрос, то их можно подвести к обсуждению проблемы: мы получили справедливость трех законов Кеплера из закона всемирного тяготения. Можно ли, наоборот, получить закон всемирного тяготения из законов Кеплера? Нужно заметить, что закон всемирного тяготения является более общим законом – он позволяет рассчитывать движение небесных тел, которые законы Кеплера не описывают. Законы Кеплера ничего не говорят о движении гостей солнечной системы – комет, которые, единожды залетев к нам, никогда больше не вернутся.

Для получения незамкнутой траектории зададим телу на орбите Земли начальную скорость 10 а.е./год. Используя уже созданную электронную таблицу, получим форму орбиты (рис. п. 20.1) [296, 359]. Это – участок гиперболы.



I2 = =КОРЕНЬ(B2^2 + C2^2)/ABS(B2-1,6523)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t	x	y	Vx	Vy	L	ax	ay	e
2	0	1	0	0	10	1	-39,47	0	1,533037
3	0,							-0,03947	1,533037
4	0,							-0,07894	1,533037
5	0,							-0,11841	1,533037
6	0,							-0,15788	1,533037
7	0,							-0,19735	1,533037
8	0,							-0,23681	1,533037
9	0,							-0,27628	1,533037
10	0,							-0,31574	1,533037
11	0,							-0,3552	1,533037
12	0							-0,39466	1,533037
13	0,							-0,43412	1,533037
14	0,							-0,47357	1,533037
15	0,							-0,51303	1,533037
16	0,							-0,55248	1,533037
17	0,							-0,59192	1,533037
18	0,							-0,63136	1,533037
19	0,							-0,6708	1,533037
20	0,							-0,71024	1,533037
21	0,							-0,74967	1,533037
22	0							-0,78909	1,533037
23	0,							-0,82852	1,533037
24	0,							-0,86793	1,533037
25	0,0023	0,999896	0,022999	-0,09076	9,999002	1,00016	-39,4469	-0,90734	1,533037
26	0,0024	0,999886	0,023999	-0,09471	9,998911	1,000174	-39,4449	-0,94675	1,533037

Рис. п. 20.1
Гиперболическая орбита

Чтобы доказать, что траектория имеет гиперболический вид, нужно, прежде всего, определить, какую линию мы называем гиперболой. Существует несколько способов задать гиперболу [219]. Целесообразно дать общее определение трех фигур: гиперболы, параболы и эллипса [296, 359].

Гипербола, парабола и эллипс – это кривые, которые задаются точкой, называемой *фокусом* и прямой, называемой *директрисой*, при этом расстояние от каждой точки кривой до фокуса в *е* раз больше расстояния от той же точки до директрисы, где *е* – постоянная величина, называемая эксцентриситетом. При этом у гиперболы *е* больше единицы, у параболы *е* равен единице, а у эллипса меньше единицы [377].

Данное определение проиллюстрировано на рис. п. 20.2. Пусть у нас задан фокус – точка *O* и директриса *BC*. Тогда парабола – это множество всех точек *F*, таких что $|OF| = |FG|$. Гипербола – это множество всех точек *D*, таких что $|OD| / |DE| = e > 1$ и эллипс – это множество всех точек *K*, таких что $|OK| / |KM| = e < 1$.

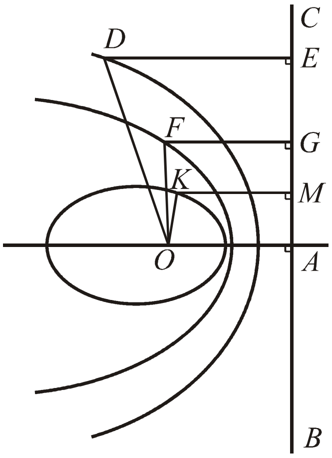


Рис. п. 20.2
К определению эллипса, параболы и гиперболы

Чтобы исследовать форму рассчитанной орбиты, нужно найти фокус и директрису. С фокусом проблем не возникает, поскольку в фокусе гиперболической и параболической орбит находится Солнце, которое целесообразно поместить в начало координат. Осталось найти положение директрисы и значение эксцентриситета [296, 359].

Пусть начало координат (точка *O* на рис. п. 20.3) является фокусом исследуемой кривой. Ось *x* является осью симметрии, директриса будет перпендикулярна ей, а точка начала расчета траектории *A* будет вершиной гиперболы (параболы, эллипса). Пусть директриса пересекает ось *x* в точке *C*. Тогда расстояние от вершины до директрисы равно $|AC|$. Из определения эксцентриситета $e = |OA| / |AC|$.

Возьмем еще точку на кривой – ее пересечение с осью *y* (точка *B*). Восстановим из *B* перпендикуляр на директрису BD. Тогда, по определению эксцентриситета $e = |OB| / |BD|$.

Отсюда: $|OB| = e|BD| = e\left(|AC| + |OA|\right) = |OA| + e|OA|$. Преобразуем:

$$e = \left(|OB| - |OA|\right) / |OA|.$$

Таким образом, получив из электронной таблицы расстояние *OB*, можно вычислить эксцентриситет и расстояние от точки *A* до директрисы:

$$|AC| = |OA| / e.$$

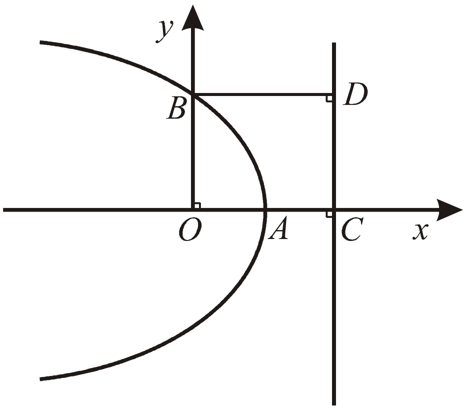


Рис. п. 20.3
К вычислению эксцентриситета у эллипса, параболы и гиперболы

Теперь можно приступить к анализу формы орбиты при начальной скорости 10 а.е./год. Найдем пересечение с осью *y*. Ближе всего к нулю в столбце B (координата *x*) находится значение в строке №3232 [296, 359]: B3232 = 0,0001. Значение координаты *y* считаем из столбца C: C3232 = 2,533. Следовательно, эксцентриситет равен 2,533 – 1 = 1,533. Расстояние от *A* до директрисы равно 1/1,533 = 0,6523. Значит, она пересекает ось *x* в точке 1,6523. Запишем в столбец I отношение расстояний от точек орбиты до фокуса к расстоянию до директрисы, как показано в таблице п. 20.1.

Таблица п. 20.1

Проверка III закона Кеплера

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
I2	=SQRT(*B*2^2+*C*2^2)/ABS(*B*2-1,6523)	$e=\sqrt{x^2+y^2}/\left\|x-1,6523\right\|$

Откопировав ее в нижележащие строки, мы получим, что отношение расстояний меняется от 1,53304 до 1,53325. Таким образом, (в рамках погрешности) орбита является гиперболической, и Солнце лежит в ее фокусе.

Полезно сделать школьникам маленькое уточнение. Гипербола состоит из двух ветвей, (график функции $y = 1/x$). Комета же движется только по одной ветви, поэтому говорить, что орбита является гиперболой немного неточно, лучше говорить, что орбита является гиперболической [296, 359, 377].

Школьникам может быть интересным, почему четыре столь непохожих кривых; круг, эллипс, парабола и гипербола оказались в одной цепочке. Если есть время, то можно рассказать, что все четыре кривые с древнейших времен известны в математике как виды *конического сечения* [219, 377].

Далее логика исследования требует изучения параболической траектории. Как найти скорость, при которой орбита из эллипса становится параболой? При увеличении начальной скорости эллипс все более вытягивается, время увеличивается. Как узнать, траектория стала параболической или просто не хватает строк, чтобы планета вернулась в исходную точку?

Самым простым способом является нахождение скорости, при которой эксцентриситет орбиты равен единице, т.е. скорости, при которой орбита будет пересекать ось y в точке $y = 2$ а.е. Лучше оставить эту задачу в качестве частично-поисковой [296, 359].

Исследование справедливости II закона Кеплера для гиперболических и параболических траекторий

Поскольку в составленной ранее электронной таблице уже занесена формула для расчета площади, заштриховываемой радиус-вектором при движении планеты, то можно проверить, выполняется ли II закон Кеплера для гиперболических и параболических траекторий.

Для этого можно, например задать в ячейке *E*2 значение начальной скорости 12 (а.е./год). Интервал времени оставим $\Delta t = 0{,}0001$ год. Площадь меняется от 6,000 до 6,001. Значит, II закон Кеплера в рамках нашей точности выполняется и для гиперболических орбит.

В качестве частично-поисковой задачи можно предложить школьникам проверить справедливость II закона Кеплера для нескольких гиперболических орбит, а также для параболической орбиты (значение начальной скорости для земной орбиты – 8,885 а.е./год).

Таким образом, используя численные методы, можно из закона всемирного тяготения получить справедливость законов Кеплера, показать, что при больших скоростях небесные тела движутся по параболическим и гиперболическим орбитам, а также показать справедливость II закона Кеплера для параболических и гиперболических орбит.

При работе со школьниками 8-го класса можно перейти к следующему разделу, а со школьниками 9-го класса и старше, которые уже знают закон сохранения энергии, можно проанализировать справедливость закона сохранения энергии для небесных тел и вывести на его основании значение параболической и II космической скоростей.

Исследование справедливости закона сохранения энергии

Механическая энергия складывается из потенциальной и кинетической. Изменение кинетической энергии равно $m\upsilon_2^2/2 - m\upsilon_1^2/2$, где υ_1 и υ_2 – начальная и конечная скорости планеты. Сложнее посчитать изменение потенциальной энергии. Поскольку сила гравитации меняется с расстоянием, нельзя пользоваться формулой, что изменение потенциальной энергии равно mgh.

Ученики 9-го класса (и младше) не могут получить аналитическую формулу для расчета потенциальной энергии. Ученики 10 класса могут провести аналогию с потенциалом точечного заряда [466]. Поэтому можно дать готовую формулу и предложить проверить ее правильность численно.

Сначала нужно обратить внимание, что если планета движется по окружности вокруг Солнца, сила притяжения Солнца работу не совершает. Далее школьникам предлагается формула для проверки закона сохранения механической энергии. Если планета находится на расстоянии r_1 от Солнца, то для перемещения ее на расстояние r_2 сила притяжения Солнца должна совершить работу:

$$A = G m_C m\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right),$$

где m_C и m – массы Солнца и планеты.

Для проверки этой формулы можно воспользоваться созданной электронной таблицей, где рассчитана траектория движения небесного тела, и известна скорость в каждой ее точке. Поскольку мы рассматриваем модель, в которой учитывается взаимодействие планеты только с Солнцем, но не с другими планетами, то изменение кинетической энергии планеты равно изменению ее потенциальной энергии:

$$m\upsilon_2^2/2 - m\upsilon_1^2/2 = G m_C m\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Таким образом, для любого положения планеты r_n величина:

$$C = \upsilon_n^2/2 - G m_C / r_n \qquad \text{(п. 20.1)}$$

должна быть постоянной.

Используем в предыдущей электронной таблице свободный столбец K для вычисления величины *C*, как показано в таблице п. 20.2.

Таблица п. 20.2

Проверка закона сохранения энергии

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
K2	=(D2^2+E2^2)/2-L$2/F2	$C = \left(\upsilon_{x,n}^2 + \upsilon_{y,n}^2\right)/2 - Gm_C / r_n$

Откопировав формулу в нижележащие ячейки, мы получим, что значение *C* меняется от 10,53 до 10,54, т.е. остается постоянной в пределах нашей точности. Заметим, что физический смысл величины *C* – это механическая энергия планеты, деленная на ее массу [296, 359]. Поскольку масса планеты постоянна, то и энергия планеты не изменяется в пределах точности вычислений применяемого алгоритма.

Расчет II космической скорости

Перейдем к вычислению значения II космической (параболической) скорости. II космическая скорость определяется, как минимальная скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно преодолело притяжение Земли и улетело бесконечно далеко [465]. Соответственно III космическая скорость позволяет телу преодолеть силу притяжения Солнца.

Таким образом, при движении по параболической траектории, кинетической энергии тела, находящегося на расстоянии r_0 от Солнца должно хватить, чтобы улететь в бесконечность. Запишем закон сохранения энергии:

$$C = \upsilon_0^2/2 - Gm_C / r_0 = \upsilon_\infty^2/2 - Gm_C / r_\infty, \qquad \text{(п. 20.2)}$$

где υ_∞ – это скорость бесконечно удаленного небесного тела.

Для наших расчетов r_∞ должно быть достаточно велико, чтобы можно было пренебречь слагаемым Gm_C / r_∞. Тогда формула (п. 20.2) примет вид:

$$C = \upsilon_0^{\,2}/2 - Gm_C/r_0 = \upsilon_\infty^{\,2}/2. \qquad \text{(п. 20.3)}$$

Если кинетическая энергия будет стремиться к нулю, то получится параболическая траектория. Выражение (п. 20.3) для параболической траектории примет вид:

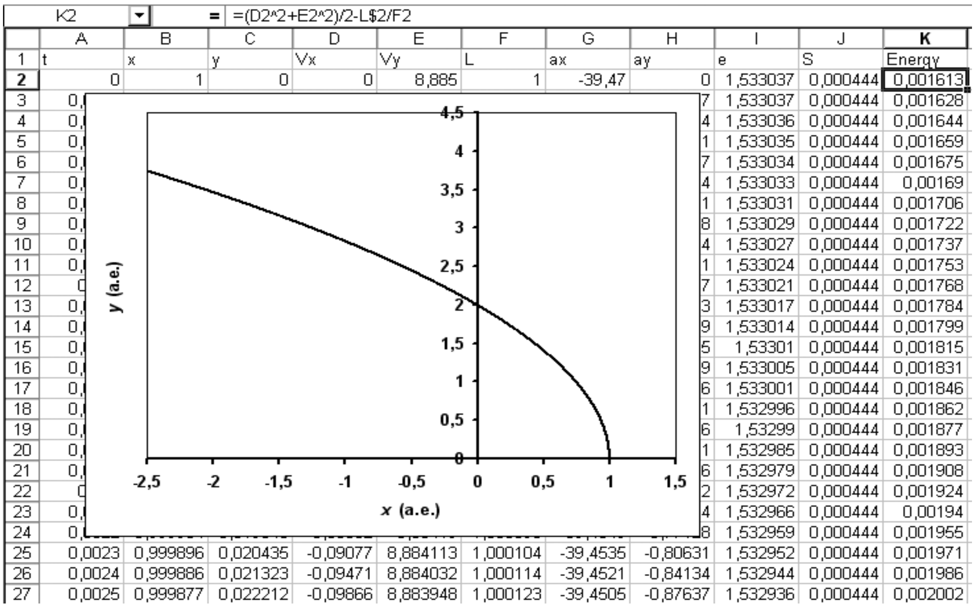
$$C = \upsilon_0^{\,2}/2 - Gm_C/r_0 = 0.$$

Отсюда параболическая скорость равна:

$$\upsilon_0 = \sqrt{2Gm_C/r_0}\,.$$

Таким образом, получилось, что параболическая скорость в $\sqrt{2}$ раз больше скорости, при которой планета движется по окружности [377].

Получив этот результат, целесообразно рассчитать движение тела с параболической скоростью. Школьники уже составляли электронную таблицу для движения Земли по круговой орбите со скоростью 6,283 а.е./год. Можно занести в ячейку E2 значение начальной скорости $6,283\cdot\sqrt{2}$ = 8,885 (а.е./год), и получить график траектории (рис. п. 20.4).



K2 = =(D2^2+E2^2)/2-L$2/F2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	t	x	y	Vx	Vy	L	ax	ay	e	S	Energy
2	0	1	0	0	8,885	1	-39,47	0	1,533037	0,000444	0,001613
3	0,							7	1,533037	0,000444	0,001628
4	0,							4	1,533036	0,000444	0,001644
5	0,							1	1,533035	0,000444	0,001659
6	0,							7	1,533034	0,000444	0,001675
7	0,							4	1,533033	0,000444	0,00169
8	0,							1	1,533031	0,000444	0,001706
9	0,							8	1,533029	0,000444	0,001722
10	0,							4	1,533027	0,000444	0,001737
11	0,							1	1,533024	0,000444	0,001753
12	0							7	1,533021	0,000444	0,001768
13	0,							3	1,533017	0,000444	0,001784
14	0,							9	1,533014	0,000444	0,001799
15	0,							5	1,53301	0,000444	0,001815
16	0,							9	1,533005	0,000444	0,001831
17	0,							6	1,533001	0,000444	0,001846
18	0,							1	1,532996	0,000444	0,001862
19	0,							6	1,53299	0,000444	0,001877
20	0,							1	1,532985	0,000444	0,001893
21	0,							6	1,532979	0,000444	0,001908
22	0							2	1,532972	0,000444	0,001924
23	0,							4	1,532966	0,000444	0,00194
24	0,							8	1,532959	0,000444	0,001955
25	0,0023	0,999896	0,020435	-0,09077	8,884113	1,000104	-39,4535	-0,80631	1,532952	0,000444	0,001971
26	0,0024	0,999886	0,021323	-0,09471	8,884032	1,000114	-39,4521	-0,84134	1,532944	0,000444	0,001986
27	0,0025	0,999877	0,022212	-0,09866	8,883948	1,000123	-39,4505	-0,87637	1,532936	0,000444	0,002002

Рис. п. 20.4
Параболическая орбита

С виду, конечно, сложно определить, эта траектория параболическая или гиперболическая. Вычислим эксцентриситет. Орбита пересекает ось ординат при значении $y = 2$. Следовательно, эксцентриситет равен единице. Таким образом, получившаяся траектория – параболическая. Заметим, что в столбце K значения величины C близки к нулю.

В качестве самостоятельного задания можно предложить школьникам рассчитать, какую нужно задать скорость спутнику вблизи поверхности Земли, чтобы он навсегда покинул Солнечную систему (III космическая скорость).

Приложение 21.
Компьютерные расчеты дифракционных картин от простейших объектов

Обычно явления интерференции и дифракции изучаются только в 11-м классе школ с физико-математическом профилем. Вместе с тем, научить рассчитывать дифракционные и интерференционные картины можно даже одаренных школьников 8-го класса. Именно в этом классе изучается геометрическая оптика, а также дается представление о тригонометрических функциях, необходимых для дальнейших расчетов. Поскольку часов на изучение этого материала в программе не предусмотрено, это можно сделать на факультативных занятиях.

Можно рекомендовать рассказывать о методах расчета дифракционных картин по следующей схеме.

1. Начинать изучение дифракции нужно с объяснения волновой природы света. Обычно школьники к 8-у классу уже наслышаны про электромагнитные волны и про то, что свет является электромагнитной волной. Школьникам нужно дать способ описания волны. Разумеется, невозможно выводить формулы электромагнитной волны из уравнений Максвелла, которые далеко выходят за рамки школьной программы. Здесь можно провести аналогию с распространением механических волн на воде или в упругом шнуре.

Опыт показывает, что уравнение бегущей волны в аналитическом виде:

$$y = y_0 \sin(\omega t - 2\pi \cdot x / \lambda + \varphi_0),$$

плохо усваивается школьниками, которые только-только начали изучать тригонометрические функции. Поэтому имеет смысл использовать векторные диаграммы.

Описание волны начинается с описания колебания. Обычно к 8-у классу школьники уже знают функции синус и косинус, поэтому удобно представить механическое колебание в виде векторной диаграммы – как проекцию на ось x равномерно вращающегося радиус-вектора (рис. п. 21.1, слева). Важно подчеркнуть, что наблюдение за колебанием мы можем начать в произвольный момент времени. При этом в зависимости от того, в какой момент времени мы начнем наблюдение за колебанием, у нас будут различные начальные углы φ_1 между радиус-вектором и осью x. Поскольку школьники (а зачастую и студенты) часто путаются в этом вопросе, необходимо многократно подчеркнуть, что угол φ_1 не связан с направлением распространения волн или с еще какими-нибудь пространственными углами, а является лишь математическим приемом описания колебаний, и определяется началом отсчета времени.

2. Затем можно вводить понятие волны, как распространения колебаний. Поскольку школьники много раз видели волны на воде, то синусоидальный вид волны они воспринимают как известный экспериментальный факт. Понятие скорости волны и длины волны также обычно не вызывает трудностей. Школьникам достаточно пояснить, что если между точками расстояние

равно длине волны, то они колеблются в фазе (фаза изменилась на 2π радиан). Поэтому школьники без особых усилий воспринимают факт, что начальный угол φ_1 колебаний меняется по закону: $\varphi_1(x) = \varphi_1(0) - 2\pi \cdot x / \lambda$ (надо несколько раз пояснить школьникам, что знак «–» означает, что идет запаздывание фазы, а не опережение).

3. Далее, по аналогии с механической волной можно ввести описание электромагнитной (световой) волны, у которой меняется электрическое поле (E). Естественно, возникает вопрос: как эту величину измерять. Здесь приходится без доказательства объяснить школьникам, что интенсивность света пропорциональна квадрату электрического поля: $I \sim E^2$.

4. Далее необходимо объяснить принцип Гюйгенса-Френеля.

Начинать рассказ можно с формулировки принципа Гюйгенса для описания распространения механических волн, например, волн на воде. Школьники обычно охотно откликаются на обсуждение вопроса: «почему от квадратного кирпича на воде образуется не квадрат, а круг»? При наличии достаточного времени можно показать школьникам построения Гюйгенса для отражения и преломления световых волн на границе двух сред [465]. Однако можно и не углубляться в этот вопрос, а сразу формулировать принцип Гюйгенса-Френеля – интенсивность света определяется интерференцией вторичных источников волны.

5. Наиболее сложная часть состоит в объяснении явления **интерференции**. Прежде всего, можно объяснить, что если два колебания приходят в противофазе, то они гасятся, а если в фазе, то они суммируются. Затем нужно научить школьников складывать колебания с произвольной разностью фаз. Для этого используется векторная диаграмма и правило, что проекция суммы векторов равна сумме проекций векторов (рис. п. 21.1).

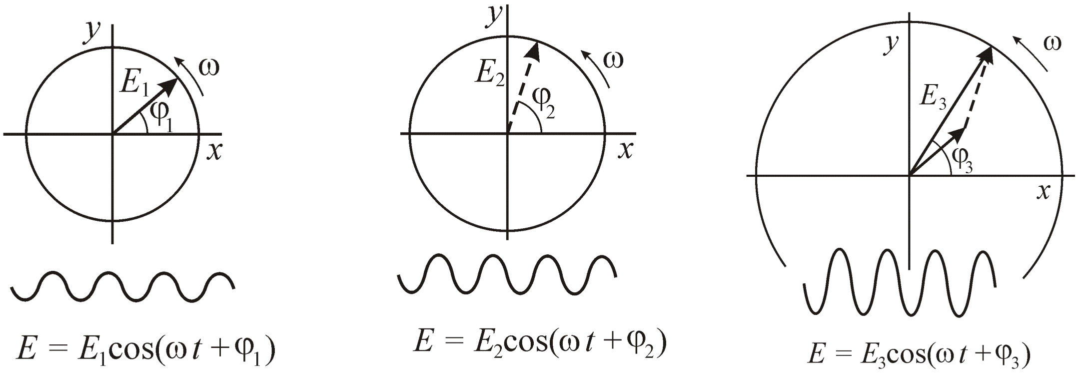


Рис. п. 21.1
Иллюстрация сложения двух колебаний

Аналогично, если интерферируют много волн, то вектора складываются, как показано на рис. п. 21.2.

Из рис. п. 21.2 видно, что проекции суммарного вектора можно вычислить по формулам:

$$E_x = E_0 \sum_{i=1}^{N} \cos\varphi_i \, ; \; E_y = E_0 \sum_{i=1}^{N} \sin\varphi_i \, .$$

Тогда интенсивность света будет пропорциональна: $I \sim E^2 = E_x{}^2 + E_y{}^2$.

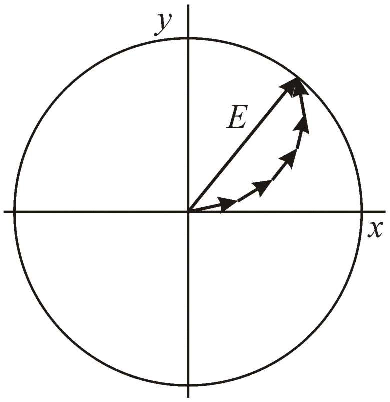


Рис. п. 21.2
Сложение нескольких колебаний

6. После того, как даны теоретические основы дифракции, можно рассчитать дифракционную картину от конкретного объекта. Проще всего рассчитать дифракцию от щели.

Расчет дифракции от щели

Пусть плоская световая волна (луч от лазерной указки) падает на узкую щель шириной *b*. Представим щель как большое число (*N*) вторичных источников света. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля интенсивность света в точке *A* определяется, как результат интерференции лучей от этих вторичных источников (рис. п. 21.3).

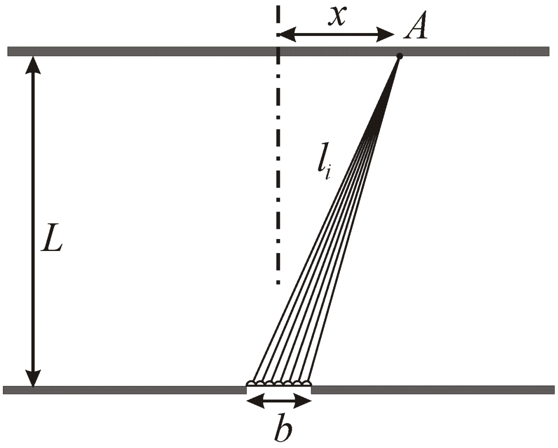


Рис. п. 21.3
Дифракция на щели

Для расчета длины пути l_i, проходимой волной от вторичного источника света до точки *A* на экране, достаточно знать теорему Пифагора:

$$l_i = \sqrt{L^2 + (b/2 + y_i - x)^2} \, ,$$

где y_i – расстояние от левого края щели до вторичного источника света. Разность фаз волн, приходящих в точку *A* экрана, можно вычислить по формуле: $\varphi_i = l_i \cdot 2\pi / \lambda$. Чтобы не возникла большая ошибка при округлении, можно из l_i вычитать *L*. Тогда фаза будет вычисляться по формуле:

$$\varphi_i = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{L^2 + \left(-b/2 + y_i - x\right)^2} - L\right).$$

Рассмотрим для примера расчет дифракционной картины при следующих условиях: ширина щели *b* = 0,01 мм, расстояние от щели до экрана – 0,5 м, длина волны света – 650 нм (типичная длина волны для «красной» лазерной указки), число разбиений щели на вторичные источники *N* = 1000. При указанных условиях расстояние между источниками будет 10 нм, что много меньше длины волны, если брать, например, *N* = 50, то расстояние будет 200 нм, что уже сравнимо с длиной волны и вычисления дадут искаженную картину. Для построения графика зависимости интенсивности от координаты экрана будем идти с шагом $\Delta x =$ 1 мм.

Откроем электронную таблицу. В первую строку будем заносить название параметров, а во вторую – параметры, указанные в таблице п. 21.1, третью строку оставим пустой, в B4 занесем значение *x* – расстояние от центра картинки до точки наблюдения. Поскольку картинка симметрична, можно начать с *x* = 0.

Ячейки A6–A1005 отведем для расчета координат y_i. В ячейку A6 занесем координату крайнего (с левого края) вторичного излучателя. Можно было бы считать, что он находится на левом крае щели (т.е. $y_1 = 0$), но точнее принять, что он расположен в середине первого интервала, т.е. его координата $y_1 = b/2000$. Занесем в ячейку A7 формулу, как показано в таблице п. 21.2.

Таблица п. 21.1

Первый шаг создания электронной таблицы

Ячейка	Параметр	Значение
A2	Ширина щели, *b* (мм)	0,01
B2	Расстояние до экрана, *L* (мм)	500
C2	Длина волны света, λ (мм)	0,00065
D2	Интервал между рассчитываемыми точками, Δx (мм)	1
B4	Координата первой наблюдаемой на экране точки, *x* (мм)	0

Таблица п. 21.2

Формулы для определения координат y_i

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A6	=$A$2/2000	$y_1 = b/2000$
A7	=A6+$A$2/1000	$y_{i+1} = y_i + b/1000$

Копируем формулы из ячейки А7 в ячейки А8–А1005. Для этого нужно выделить ячейку А7 и подвести курсор к ее нижнему правому. Курсор при этом превратится в жирный крест. Затем надо нажать на левую кнопку мыши и, не отпуская кнопку, перетащить курсор к ячейке А1005, после чего отпустить кнопку мыши. Ячейки А6–А1005 при этом заполнятся значениями от 0,000005 ($y_1 = b/2000$) до 0,009995 ($y_{1000} = 1999b/2000$).

Для расчета интенсивности в первой точке будем использовать ячейки B5–B3005, как показано в Таблице п. 21.3.

Таблица п. 21.3

Второй шаг создания электронной таблицы

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
B6	=2*3,14159265359*((\$B\$2^2+(-\$A\$2/2+ \$A6-B\$4)^2)^0,5-\$B\$2)/\$C\$2	$\varphi_i = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{L^2 + (-b/2 + y_i - x)^2} - L\right)$
B1006	=SIN(B6)	$E_{yi} = E_0 \sin\varphi_i$
B2006	=COS(B6)	$E_{xi} = E_0 \cos\varphi_i$
B5	=((СУММ(B1006:B2005))^2+(СУММ(B2006:B3005))^2)/1000000	$I \sim E_x{}^2 + E_y{}^2 = E_0 \frac{\left(\sum_{i=1}^{N}\cos\varphi_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{N}\sin\varphi_i\right)^2}{N^2}$

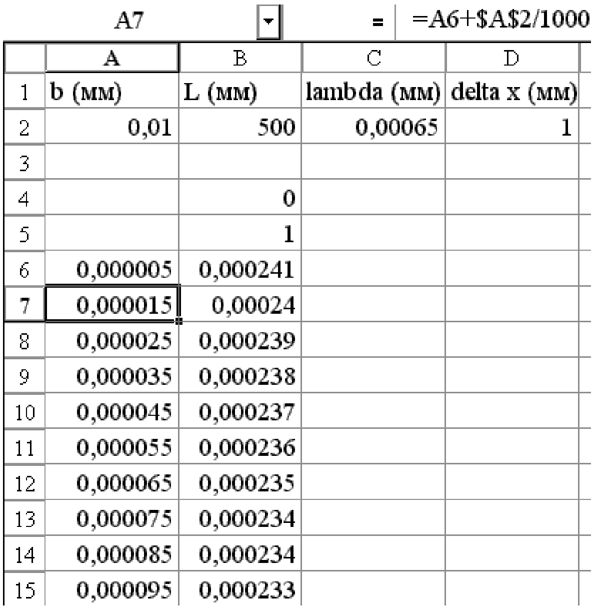
При составлении электронной таблицы нужно иметь в виду, что в приведенных расчетах интенсивность – величина относительная, поэтому можно принять любое значение величины E_0. В нашем примере E_0 равно единице. Максимальная интенсивность равна $(N \cdot E_0)^2$. Поэтому для нормировки полученная сумма делится на N^2.

Далее нужно копировать формулы из ячейки B6 в ячейки B7–B1005, из B1006 в B1007–B2005, из B2006 в B2007–B3005. Таблица заполнится значениями как показано на рис. п. 21.4. В ячейке B5 появится значение 1 – интенсивность в центре экрана (в относительных единицах).

Меняя координату x в ячейке B4 можно получить интенсивность в любой точке экрана. Чтобы не строить зависимость вручную, нужно занести еще формулу в ячейку C4, как показано в Таблице п. 21.4.

Далее нужно откопировать ее в ячейки D4-DZ4 (или далее). Затем наступает самый сложный момент в копировании формул. Нужно с помощью курсора и клавиши «Shift» выделить ячейки B5–B3005 и также откопировать их до столбца DZ или далее. Осталось построить график (точечную диаграмму). В ячейки A4 и A5 можно занести название осей. В результате получится картина как показано на рис. п. 21.5.

Теперь у школьников появились широкие возможности исследования дифракционной картины в зависимости от размера щели, расстояния до экрана и длины волны падающего света. Если вычисления производить с помощью языка программирования, можно, задавая N =10000, 100000 и т.д., провести исследование зависимости вида дифракционной картинки от N.



A7 = =A6+$A$2/1000

	A	B	C	D
1	b (мм)	L (мм)	lambda (мм)	delta x (мм)
2	0,01	500	0,00065	1
3				
4		0		
5		1		
6	0,000005	0,000241		
7	0,000015	0,00024		
8	0,000025	0,000239		
9	0,000035	0,000238		
10	0,000045	0,000237		
11	0,000055	0,000236		
12	0,000065	0,000235		
13	0,000075	0,000234		
14	0,000085	0,000234		
15	0,000095	0,000233		

Рис. п. 21.4.
Вид электронной таблицы для расчета интенсивности в одной точке

Таблица п. 21.4

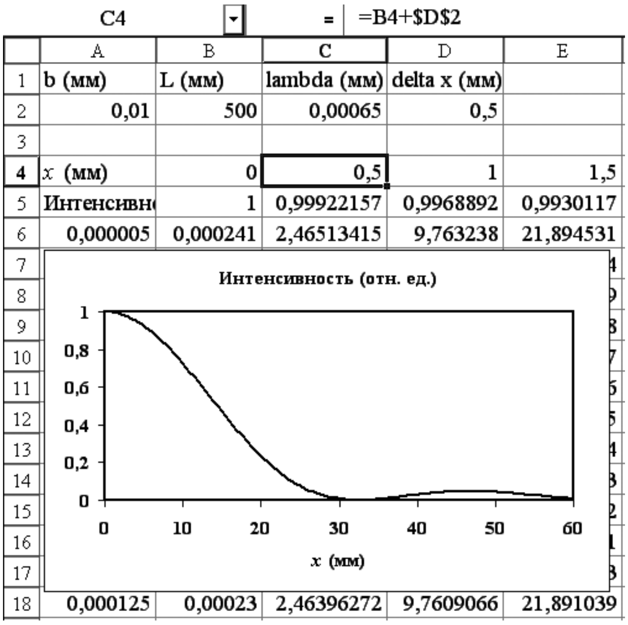
Третий шаг создания электронной таблицы

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
C4	=B4+$D$2	$x_{i+1} = x_i + \Delta x$

Чтобы увидеть левую часть дифракционной картины, можно поставить начальное значение координаты x в ячейку B4 «-50». На рис. п. 21.6 представлены расчеты дифракции для щелей шириной в 0,06 мм и 0,01 мм. На графике отражен факт, что при уменьшении ширины щели в 6 раз, интенсивность прошедшего света также уменьшится в 6 раз. Поскольку интенсивность центрального максимума получается значительно больше интенсивности боковых максимумов, масштаб на рис. п. 21.6 (справа) увеличен, чтобы показать положение боковых максимумов.

Видно, что при сужении щели ширина дифракционной картины заметно увеличивается. Вместо узкой щели 0,01 мм мы увидим на экране пятно с нечеткими границами радиусом более 20 мм. Школьникам становится понятным причина возникновения предела разрешающей способности оптических приборов, которые не могут различать предметы меньше ширины дифракционной линии.

Для щели 0,06 мм расстояние между первым минимумом и первым максимумом составляет два миллиметра. При увеличении щели боковые максимумы вплотную приближаются к яркой центральной линии и практически незаметны на ее фоне. Это нужно иметь в виду при планировании эксперимента – следует использовать объекты шириной не более 0,1 мм. Применение более коротковолновых «зеленой» или «синей» лазерных указок требует еще меньших размеров щели.



C4 = =B4+$D$2

	A	B	C	D	E
1	b (мм)	L (мм)	lambda (мм)	delta x (мм)	
2	0,01	500	0,00065	0,5	
3					
4	*x* (мм)	0	0,5	1	1,5
5	Интенсивн	1	0,99922157	0,9968892	0,9930117
6	0,000005	0,000241	2,46513415	9,763238	21,894531
7					4
8					9
9					8
10					7
11					5
12					5
13					4
14					3
15					2
16					1
17					3
18	0,000125	0,00023	2,46396272	9,7609066	21,891039

Рис. п. 21.5.
Вид электронной таблицы после копирования формул

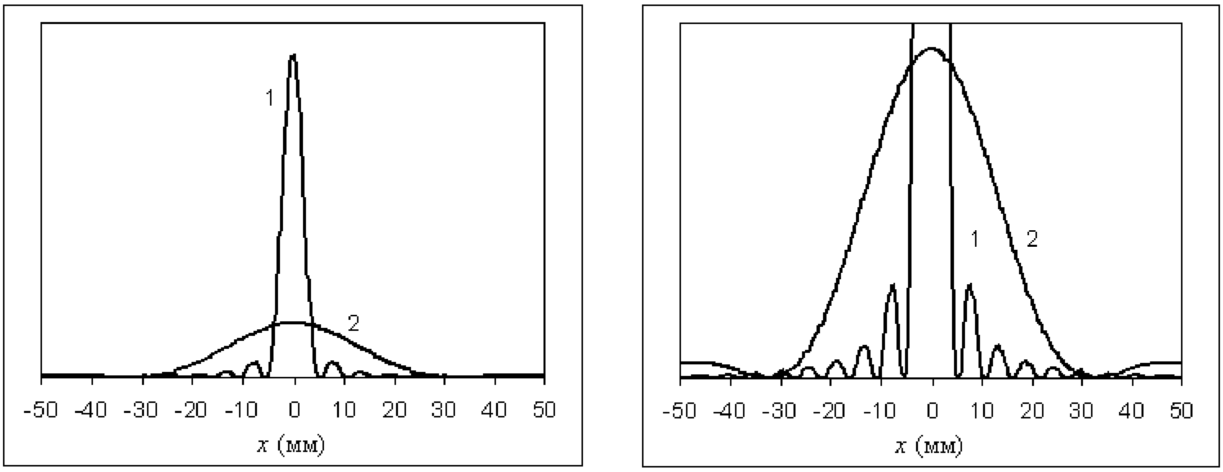


Рис. п. 21.6.
Результаты расчетов дифракции на щели;
размер щели: 1 – 0,06 мм, 2 – 0,01 мм

7. Дифракция на двух щелях.

При наличии времени и желания школьников можно рассмотреть дифракцию на двух щелях, которая даст картинку, похожую на классическую схему интерференции Юнга. Интенсивность в точке А будет результатом интерференции волн от вторичных источников, находящихся в каждой из щелей (рис. п. 21.7).

Для расчета дифракции на двух щелях занесем в ячейку Е2 расстояние между щелями d = 0,5 мм (расстояние должно быть меньше ширины луча лазерной указки), и изменим формулу в А506, как показано в таблице п. 21.5.

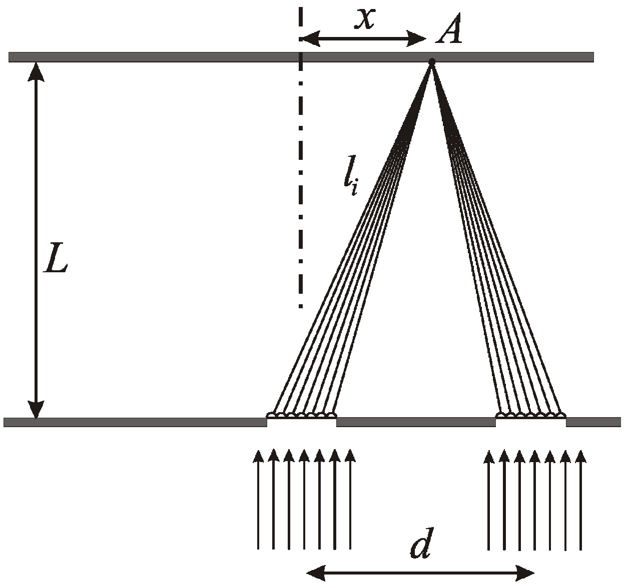


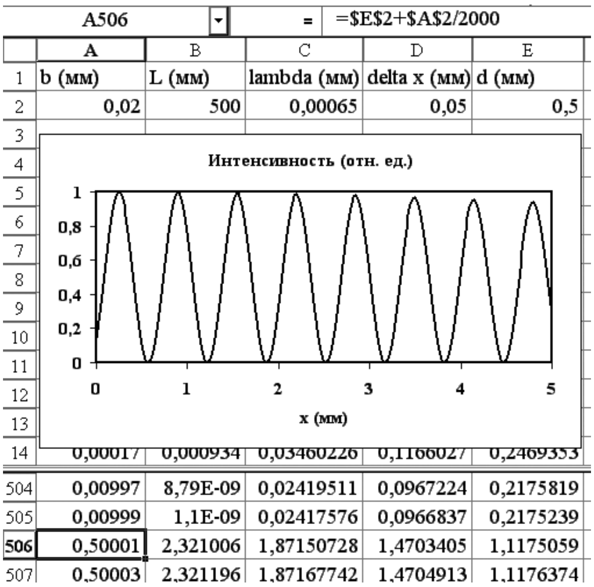
Рис. п. 21.7.
Дифракция на двух щелях

Таблица п. 21.5

Расчет дифракции от двух щелей

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
А506	=$E$2+$A$2/2000	$y_{501} = d + b / 2000$

Интерференция происходит от 500 вторичных источников света в каждой щели, а ширины щелей составляют b/2. Получается чередование интерференционных полос, как показано на рис. п. 21.8.



A506 = =$E$2+$A$2/2000

	A	B	C	D	E
1	b (мм)	L (мм)	lambda (мм)	delta x (мм)	d (мм)
2	0,02	500	0,00065	0,05	0,5
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14	0,00017	0,000934	0,03460226	0,1166027	0,2469353
504	0,00997	8,79E-09	0,02419511	0,0967224	0,2175819
505	0,00999	1,1E-09	0,02417576	0,0966837	0,2175239
506	0,50001	2,321006	1,87150728	1,4703405	1,1175059
507	0,50003	2,321196	1,87167742	1,4704913	1,1176374

Рис. п. 21.8
Результаты расчетов дифракции на двух щелях

Чтобы детально рассмотреть картинку, нужно занести в ячейку D2 интервал Δx = 0,05 (мм). Видно, что период чередование темных и светлых полос составляет $0,65 \pm 0,05$(мм). Теоретическое значение периода [397]: $x = L\lambda / d = 0,65$ (мм).

Аналогичным образом можно рассчитать картину для нескольких щелей и для бесконечной дифракционной решетки. Однако в электронной таблице это делать неудобно – лучше пользоваться языками программирования.

8. Дифракция с линзой.

При наличии времени и желания школьников можно рассказать, что обычно дифракцию от системы щелей наблюдают через линзу как показано на рис. п. 21.9. Далее придется привести без доказательства утверждение, что при прохождении через собирающую линзу (идеальную линзу без аберраций) оптическая длина пути не меняется, т.е. разница фазы у лучей накапливается к моменту достижения линии *BC*, и далее не меняется. Поэтому разность хода лучей будет определяться по формуле:

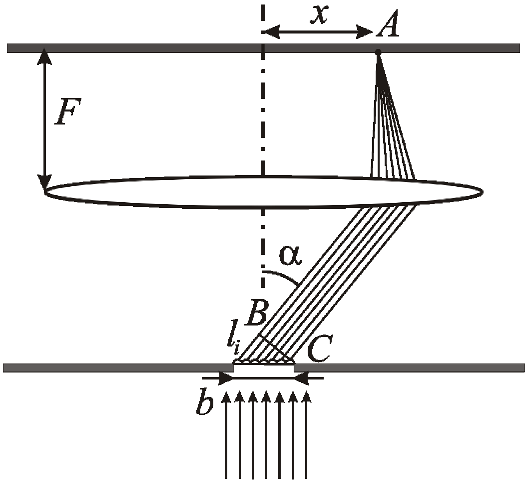


Рис. п. 21.9
Дифракция на щели с линзой

$$l_i = y_i \sin\alpha,$$

где y_i – расстояние от левого края щели до вторичного источника света, а α – угол выходящего пучка лучей. Координата *x* определяется по формуле:

$$x = F\, tg\,\alpha,$$

где *F* – фокусное расстояние линзы.

Для расчета дифракционной картины можно воспользоваться уже сделанной электронной таблицей, только теперь строка №4 будет отражать не координату *x*, а угол α. В ячейку D2 занесем 0,02 рад (нужно, чтобы конечное значение угла не превысило $\pi/2$ рад). В ячейку B6 занесем формулу, как показано в таблице п. 21.6, и откопировать формулу до 1005 строки.

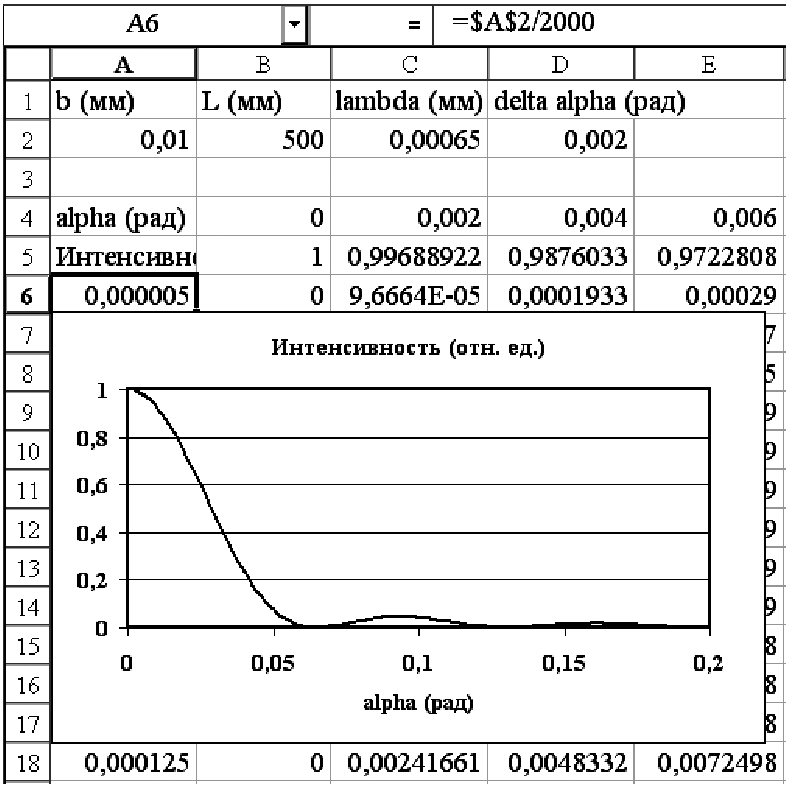
Таблица п. 21.6

Расчет дифракции на щели с линзой

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
B6	=2*3,14159265359* $A6*SIN(B$4)/$C$2	$\varphi_i = \frac{2\pi}{\lambda} y_i \sin\alpha$

Заметим, что при большом расстоянии до экрана $L \gg b$, дифракционная картины от щели без использования линзы практически не будет отличаться от дифракционной картины с линзой (см. рис. п. 21.10). Первый минимум достигается при $\alpha = 0{,}066 \pm 0{,}002$ (рад). Теоретическое значение [397]: $\alpha = \lambda / b$ =0,065 (рад).

Для расчета дифракционной картины от двух щелей с линзой достаточно внести изменение в ячейку A506, как показано в таблице п. 21.7.



A6 = =$A$2/2000

	A	B	C	D	E
1	b (мм)	L (мм)	lambda (мм)	delta alpha (рад)	
2	0,01	500	0,00065	0,002	
3					
4	alpha (рад)	0	0,002	0,004	0,006
5	Интенсивн	1	0,99688922	0,9876033	0,9722808
6	0,000005	0	9,6664E-05	0,0001933	0,00029
7					7
8					5
9					9
10					9
11					9
12					9
13					9
14					9
15					8
16					8
17					8
18	0,000125	0	0,00241661	0,0048332	0,0072498

Рис. п. 21.10

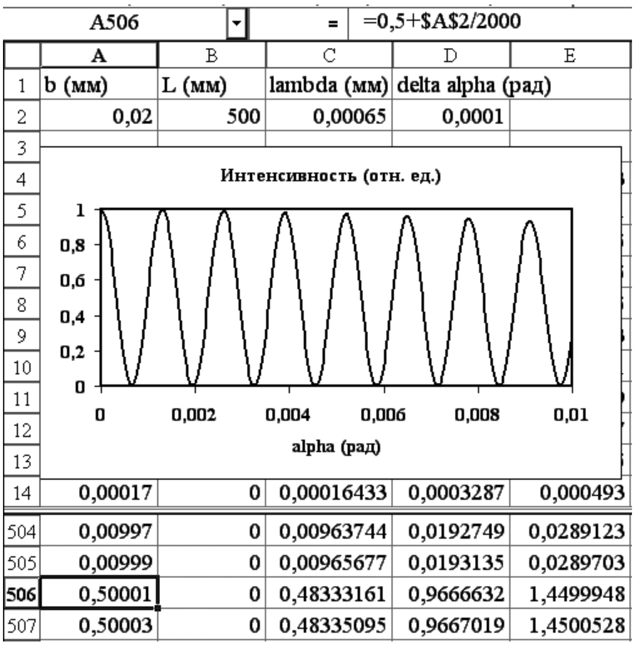
Результаты расчетов дифракции на щели с линзой

Таблица п. 21.7

Расчет дифракции на двух щелях с линзой

Ячейка	Формула электронной таблицы	Математическая формула
A506	=$E$2+$A$2/2000	$y_{501} = d + b / 2000$

Полученные результаты расчета представлены на рис. п. 21.11.



A506 = =0,5+$A$2/2000

	A	B	C	D	E
1	b (мм)	L (мм)	lambda (мм)	delta alpha (рад)	
2	0,02	500	0,00065	0,0001	
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14	0,00017	0	0,00016433	0,0003287	0,000493
504	0,00997	0	0,00963744	0,0192749	0,0289123
505	0,00999	0	0,00965677	0,0193135	0,0289703
506	0,50001	0	0,48333161	0,9666632	1,4499948
507	0,50003	0	0,48335095	0,9667019	1,4500528

Рис. п. 21.11.
Результаты расчетов дифракции на двух щелях с линзой

Дифракцию на щели легко реализовать экспериментально без использования дорогостоящего оборудования [312, 324, 335, 369, 374].

Приложение 22.
Примеры реализации схемы Эйлера на языках программирования

В параграфе 3.4.1. на рис. 3.25 представлена общая схема компьютерной реализации схемы Эйлера. Приведем несколько конкретных примеров компьютерного моделирования задач на некоторых языках программирования. Не будем приводить возможные интерфейсы для задания переменных и вывода данных. Оформление программ – это творчество программиста. Покажем только процедуру, реализующую схему Эйлера.

Рассмотрим первую задачу параграфа 3.3.3 движения тела, у которого скорость менялась по закону $\upsilon = \beta t^2$.

1. Язык программирования ***Visual Basic***.

```
‘Подпрограмма на Visual Basic для решения задачи движения тела,
‘когда его скорость меняется со временем по закону V=k*t^2.
‘Используется метод прямоугольников

k = 0.001          'коэффициент изменения скорости
delta_t = 0.01     'интервал времени в секундах
tmax = 100         'время движения в секундах
S = 0              'начальное значение пути

For i = 1 To tmax / delta_t
t = (i - 1) * delta_t  'вычисление текущего значения времени
v = k * t ^ 2      'вычисление текущего значения скорости
S = S + v * delta_t 'вычисление текущего значения пути
Next i
```

В результате работы подпрограммы в переменной S будет содержаться значение пройденного пути 333,283 (м). Видно, что подпрограмма содержит менее 10 строк и может быть написана за несколько минут.

2. Язык программирования ***Pascal***.

```
begin
var  k, delta_t, tmax, s, t,v :Real;

k:=0.001;
delat_t:=0.01;
tmax:=100;
s:=0;

for i=0 to round(tmax / delat_t) do
begin
  t:= (i-1)*delat_t;
  v:= k*t*t;
  s:=s+v*delat_t;
end
```

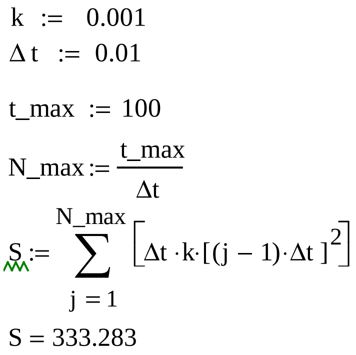
```
end.
```

3. Язык программирования ***MATLAB.***

```
clear all
k=0.001;
delta_t=0.01;
t_max=100;
Nmax=t_max/delta_t;
S=0;
for J=1:Nmax
    T=(J-1)*delta_t;
    V=k*T^2;
    S=S+V*delta_t;
end
```

В результате работы подпрограммы в переменной S будет содержаться значение пройденного пути S=333,283335000000 (м).

4. Язык программирования ***Mathcad.***



$$k := 0.001$$

$$\Delta t := 0.01$$

$$t\_max := 100$$

$$N\_max := \frac{t\_max}{\Delta t}$$

$$S := \sum_{j=1}^{N\_max} \left[\Delta t \cdot k \cdot [(j-1)\cdot \Delta t]^2\right]$$

$$S = 333.283$$

Получился тот же ответ.

Приложение 23.

Список исследовательских работ, выполненных школьниками под руководством Рыжикова С.Б., и доложенных на московских городских, региональных и всероссийских конференциях

Таблица п. 23.1

№	Тема работы	Ученики, класс	Учебное заведение	Участие в Московских городских, региональных и Всероссийских конференциях
1	Движение тел под действием сил, зависящих от скорости и координаты: компьютерное моделирование и лабораторный эксперимент	Дудецкий Вадим, 10 кл	ВФШ	Москва, Юниор – финал 2003; XII Открытая Российская научно-практическая конференция школьников по физике, математике, информатике, экологии, химии (2003), диплом II степени
2	Движение тела в вязкой среде при различных числах Рейнольдса: компьютерное моделирование и лабораторный эксперимент	Копыл Павел, 10 кл.	ВФШ	Москва, Юниор – финал 2004; XIII Открытая Российская научно-практическая конференция школьников по физике, математике, информатике, экологии, химии (2004), поощрительный диплом
3	Исследование статистических закономерностей для двух моделей столкновений молекул в идеальном газе	Гурская Ольга, 11 кл, Сметанина Евгения, 11 кл.	Лицей «Вторая школа»	Москва, Юниор – финал 2005; Балтийский научно-инженерный форум – 2005 (специальный диплом фирмы «Интел»)
4	Аэродинамика полета бумеранга: компьютерное моделирование и реальный эксперимент	Новожилов Сергей, 10 кл.	Лицей «Вторая школа»	Москва, Юниор – финал 2005; XIV Открытая Российская научно-практическая конференция школьников по физике, математике, информатике, экологии, химии (2005), поощрительный диплом
5	Механизм образования радуги	Кантонистова Елена, 10 кл.	Лицей «Вторая школа»	XV Открытая Российская научно-практическая конференция школьников по физике, математи-

				ке, информатике, экологии, химии (2006), диплом III степени; Балтийский научно-инженерный форум – 2006 (специальный диплом фирмы «Motorola»)
6	Дифракция: компьютерное моделирование и лабораторный эксперимент	Малокостова Екатерина, 10 кл.	Лицей «Вторая школа»	XV Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Авангард 2006, диплом III степени
7	Численные расчеты, приоткрывающие тайну закона Тициуса-Боде	Михайлов Евгений, 10 кл.	ВФШ	XVI Открытая московская научно-практическая конференция школьников по физике, математике, информатике, экологии, химии (2007), поощрительный диплом; XVI Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Авангард 2007, поощрительный диплом
8	Численное решение задачи нескольких тел на примере оценки устойчивости некоторых орбит астероидов	Антипов Анатолий, 8 кл.	Лицей «Вторая школа»	XVII Открытая московская научно-практическая конференция школьников по физике, математике, информатике, экологии, химии (2008), диплом II степени
9	Численная оценка возможной корректировки орбиты астероида №99942 (Апофис) с целью недопущения его столкновения с Землей	Гришин Александр, 8 кл.	Лицей «Вторая школа»	Москва, Юниор – финал 2008; Балтийский научно-инженерный форум – 2008, диплом III степени
10	Экспериментальное измерение силы сопротивления воздуха	Леонин Александр, 7 кл.	ВФШ	Балтийский научно-инженерный форум – 2008, диплом III степени
11	Особенности движения двойного маятника: численное моделирование и лабораторный эксперимент	Каверина Светлана, 11 кл.	Лицей «Вторая школа»	Балтийский научно-инженерный форум – 2008
12	Моделирование процесса теплопередачи в идеальном газе	Давыдов Сергей, 8 кл.	Лицей «Вторая школа»	г. Саров, Харитоновские чтения, Диплом лауреата I степени

13	Связанные маятники: численное моделирование и лабораторный эксперимент	Евсеев Олег, 8 кл.	Лицей «Вторая школа»	XVIII Открытая московская научно-практическая конференция школьников «Потенциал» (2009), диплом III степени
14	Задача Эйлера с вращающимся диском: математическое моделирование и эксперимент	Пустынников Алексей, 9 кл.	ВФШ	Москва, Юниор – финал 2009, диплом III степени; Балтийский научно-инженерный форум – 2009, диплом I степени
15	Измерение коэффициента лобового сопротивления: численное моделирование и лабораторный эксперимент	Серенко Алексей, 9 класс	МГДД(Ю)Т	XVIII Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Авангард 2009
16	Численный расчет дифракционных картин	Гришин Александр, 10 кл.	Лицей «Вторая школа»	XIX Открытая московская научно-практическая конференция школьников «Потенциал» (2010), поощрительный диплом
17	Изучение распространения механических волн: численное моделирование и лабораторный эксперимент	Евсеев Олег, 9 кл.	Лицей «Вторая школа»	XIX Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Авангард 2010, диплом III степени
18	Компьютерное моделирование движения молекул в идеальном газе	Иванов Артем, 7 кл.	Лицей «Вторая школа»	XIX Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Авангард 2010, диплом II степени
19	Исследование условий образования пузырей в лужах во время дождя	Серенко Алексей, 10 кл.	МГДД(Ю)Т	XIX Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Авангард 2010
20	Расчет дисперсионных углов у двойной радуги	Бершанский Антон, 9 класс	Лицей «Вторая школа»	XX Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Династия – Авангард 2011, диплом III степени
21	Движение по циклоиде: численное моделирование и эксперимент	Каранович Анри, 9 класс	Лицей «Вторая школа»	XX Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Династия – Авангард 2011; XX Открытая московская научно-практическая

				конференция школьников «Потенциал» – 2012, диплом III степени
22	Сложные поверхности мыльной пленки: численное моделирование и эксперимент	Крюкова Екатерина, 8 класс	МГДД(Ю)Т	XXI Всероссийская научно-практическая конференция одаренных школьников Intel – Династия – Интеллектуал – Авангард 2012 – диплом II степени
23	Численное моделирование движения солнечного ветра в магнитном поле Земли	Попов Дмитрий, 8 класс	Лицей «Вторая школа»	XXII Открытая московская научно-практическая конференция школьников «Потенциал» – 2013, поощрительный диплом
24	Численное моделирование процессов в идеальном газе	Ушакова Варвара, 10 класс	Лицей «Вторая школа»	XXII Открытая московская научно-практическая конференция школьников «Потенциал» – 2013, диплом III степени

Приложение 24.
Анкета опроса участников Турнира им. М.В. Ломоносова» (г. Москва, 2010)

Турнир Ломоносова - 2010

Дорогой участник!

Мы просим Вас ответить на несколько вопросов с целью улучшения организации проведения турнира.

Давно ли Вы участвуете в турнире?
☐ я участвую в первый раз
☐ я участвую не в первый раз

Откуда Вы узнали о турнире?
(можно отметить несколько пунктов)
☐ из интернета; ☐ объявили в школе;
☐ по радио, TV; ☐ от родителей, друзей;
☐ другое ____________________________

Знаете ли Вы о проведении Фестиваля наук в МГУ 8-10 октября?
☐ да, я знаю о проведении Фестиваля
☐ нет, я только что узнал об этом

Что бы Вы хотели получить от Фестиваля наук? (отметьте не более двух пунктов)
☐ послушать лекции ведущих ученых
☐ посмотреть занимательные опыты
☐ посмотреть внутреннее убранство зданий
☐ узнать об истории Университета
☐ конкурс исследовательских работ
☐ конкурс робототехники
☐ узнать правила приема
☐ приобрести литературу
☐ получить сувениры с эмблемой фестиваля
☐ другое ____________________________

Где Вы учитесь?
☐ в школе с углубленным изучением ______;
☐ в классе с углубленным изучением ______;
☐ в обычной школе;
☐ другое ____________________________

Где Вы собираетесь продолжить учебу?
☐ в Вузе естественнонаучного профиля
☐ в Вузе гуманитарного профиля
☐ я не собираюсь учиться в Вузе
☐ я еще не решил
другое ____________________________

Ваш любимый предмет?
(отметьте не более 3 пунктов)
☐ физика ☐ математика ☐ информатика
☐ химия ☐ биология ☐ литература
☐ спорт ☐ история
☐ другое ____________________________

Много ли внимания Вы уделяете изучению Вашего любимого предмета?
☐ только на уроках в школе
☐ посещаю кружок, факультатив
☐ на подготовит. курсах при Вузе
☐ дома с родителями
☐ занимаюсь с репетитором
☐ другое ______________________

Какие способы изучения Вашего любимого предмета Вам больше нравятся?
(отметьте не более двух пунктов)
☐ решение стандартных задач из школьного учебника
☐ решение стандартных задач из задачника для поступающих в Вузы
☐ решение олимпиадных задач повышенной сложности
☐ выполнение лабораторных работ
☐ выполнение проектно–исследовательских работ
☐ посещение научно-популярных лекций
☐ чтение научно-популярных книг
☐ посещение образовательных интернет-сайтов
☐ занятия с репетитором
☐ другое ______________________

Занимаетесь ли Вы на заочных курсах?
☐ ВЗМШ ☐ ЗФТШ
☐ на курсах МИОО *olimp.mioo.ru*
☐ другое ______________________

Участвовали ли Вы в Московской городской олимпиаде по физике (в МГУ)?
☐ участвовал и завоевал приз
☐ участвовал ☐ не участвовал
☐ даже не знал о ней

ПЕРЕВЕРНИТЕ, ПОЖАЛУЙСТА, СТРАНИЦУ

Оборотная страница анкеты

В каких олимпиадах Вы участвовали? (можно отметить несколько пунктов)

☐ Окружной тур Всероссийской олимпиаде по ____________________

☐ Региональный тур Всероссийской олимпиаде по ________________

☐ Заключительный тур Всероссийской олимпиаде по ______________

☐ Московская городская олимпиада по математике

☐ Интернет олимпиада «Старт в физику»

☐ другое ____

В каких олимпиадах Вы завоевывали призы
(укажите 1-2 наиболее значительных достижения)

____

Знаете ли Вы, что такое (проектно-)исследовательская работа?
Выполняли ли Вы её?

☐даже не слышал о таком

☐не выполнял, но мои одноклассники выполняли

☐проводил исследования в области физики или математики

☐проводил исследования в области химии, экологии и др. естественных наук

☐проводил исследования в области гуманитарных наук

☐ другое ____________________________

Если Вы выполняли (проектно-) исследовательскую работу, то где?

☐не выполнял ☐в своей школе ☐ в летней школе☐ в Вузе, НИИ

☐ другое ____________________________

Участвовали ли Вы в конкурсах школьных (проектно-)исследовательских работ? (можно отметить несколько пунктов)

☐ не участвовал

☐ Интел-МГУ ☐ Интел-Юниор ☐ Интел-Авангард

☐Шаг в будущее – заочный тур ☐ Шаг в будущее – очный тур

☐Старт в науку ☐ Потенциал (МЭИ) ☐ Ярмарка идей на юго-западе

другое ____________________________

Куда Вы собираетесь поступать?
(можно отметить три варианта)

☐ я еще не решил

☐МГУ ☐МФТИ ☐МИФИ ☐ МИРЭА ☐ МГТУ им. Баумана☐ МЭИ

☐ другое ____________________________

Где Вы живете?

☐ в Москве; ☐ в Подмосковье; ☐ за пределами московской области;

В каком классе Вы учитесь?

я учусь в ____ классе

☐ другое ____________________________

БОЛЬШОЕ СПАСИБО!

Приложение 25.
Анкета опроса участников Всероссийского съезда учителей физики (г. Москва, 2011)

АНКЕТА
участника съезда

Приглашаем Вас принять участие в социологическом исследовании. Просим внимательно прочитать вопросы анкеты и обвести кружком код того варианта ответа, с которым Вы согласны.

Анкета заполняется Вами самостоятельно и носит анонимный характер. Результаты опроса будут использованы для подготовки резолюции съезда.

1. Какое у Вас образование? *(Возможно несколько вариантов ответа).*

1. Педагогическое.
2. Физико-техническое, естественнонаучное.
3. Другое.

2. Где Вы работаете?

1. В учреждении общего среднего образования (школе, гимназии и т.д.).
2. В учреждении начального или среднего профессионального образования
3. В учреждении высшего профессионального образования
4. В органах управления образованием.
5. Другое (*впишите*) ____

3. Кем Вы работаете? *(Возможно несколько вариантов ответа).*

1. Учитель, преподаватель.
2. Методист.
3. Руководитель, зам. руководителя учреждения, администратор.
4. Другое (*впишите*) ____

3. Какой предмет Вы преподаете? *(Возможно несколько вариантов ответа).*

1. Физику
2. Астрономию
3. Математику
4. Другое (*впишите*) ____
5. Не преподаю.

5. Сколько лет Вы преподаете / преподавали?

Укажите число лет |___|___|

6. Вы преподаете в … *(Возможно несколько вариантов ответа)*

1. Физико-математической школе, лицее, гимназии
2. Физико-математическом классе общеобразовательной школы.
3. Классах без углубленного изучения физики и математики общеобразовательной школы.
4. Сельской малокомплектной школе.
5. Не работаю в школе.
6. Другое *(впишите)*__ ____

7. В чем Вам видятся цели обучения физике и астрономии в школе?
Пронумеруйте, пожалуйста, варианты ответов в порядке убывания их значимости.
Цифра 1 означает наиболее значимую, важнейшую цель.

Номера *(впишите)*	
	Подготовка к поступлению в вуз.
	Подготовка к будущей работе.
	Развитие логического мышления
	Общее культурное развитие.
	Развитие (творческих) исследовательских способностей.

6 Затрудняюсь ответить.

8. С Вашей точки зрения, способствует ли ЕГЭ повышению качества набора студентов в вузы?

1. Способствует.
2. Не способствует.
3. *Затрудняюсь ответить*

9. Каким, по Вашему мнению, должен быть статус ЕГЭ по физике? *(Возможно несколько вариантов ответа).*

1. Обязательный для всех выпускной экзамен.
2. Обязательный для всех выпускной экзамен, проводимый по нескольким уровням (например, базовому и профильному).
3. Необязательный для всех выпускной экзамен.
4. Обязательная для всех часть вступительного испытания в физико-технические вузы, которые имеют право проводить свое дополнительное вступительное испытание.
5. ЕГЭ нужно отменить вообще.
6. *Затрудняюсь ответить.*

10. Устраивают ли Вас содержание нового стандарта школьного образования по физике?

1. В целом устраивают.
2. Подготовленный вариант пригоден для широкого открытого обсуждения, но оно практически не организованно.
3. Подготовленный вариант нельзя принять даже за основу.
4. Прежде чем готовить стандарт, нужно обсудить и утвердить его концепцию.
5. О новом варианте стандартов мне ничего не известно.
6. *Затрудняюсь ответить.*

11. В новом образовательном стандарте планируется выполнение школьниками проектно-исследовательских работ. Как Вы понимаете, что такое проектно-исследовательская работа школьника по физике?

1. Делается письменная работа или устный доклад по заданной теме, который может представлять собой чисто реферативный обзор.
2. Проводится исследование, в результате которого школьник получает новые *для себя* данные (материал еще не изучался)
3. Проводится исследование, в результате которого школьник получает данные, которые нельзя просто почерпнуть из *школьного учебника*
4. Проводится исследование, в результате которого школьник получает *новые научные* данные
5. Другое ____

12. Проводите ли Вы (или Ваши коллеги по школе) проектно-исследовательские работы по физике?

1. В нашей школе такие работы не проводятся.
2. Да, время от времени такие работы выполняются
3. В нашей школе такие работы проводятся регулярно
4. В нашей школе регулярно проводятся работы и проходят внутришкольные конференции (конкурсы) проектно-исследовательских работ
5. Другое ____

13. Что, по Вашему, препятствует развитию проектно-исследовательских работ по физике? (можно отметить несколько пунктов)

1. Низкая мотивация у учеников.
2. Отсутствие опыта проведения исследовательских работ у учителей.
3. Плохое оснащение оборудованием.
4. Отсутствие методических разработок
5. Другое ____

14. Принимают ли участие Ваши ученики в конкурсах (конференциях) проектно-исследовательских работ школьников *всероссийского уровня* («Интел-Юниор», «Шаг в будущее» и т.п.)?

1. Принимают участие каждый год
2. Принимают участие не каждый год
3. Не принимают участия
4. Другое ____

15. Используете ли Вы интернет-ресурсы?

1. Пользуюсь регулярно.
2. Пользуюсь изредка.
3. Не пользуюсь, поскольку считаю ненужным.
4. Не пользуюсь, поскольку нет возможности.
5. Другое ____

16. Какого вида интернет-ресурсы Вы используете? *(Возможно несколько вариантов ответа).*

1. Научно-популярные сайты
2. Курсы дистанционного обучения
3. Энциклопедии, справочники, электронные библиотеки
4. Не использую
5. Другое ____

17. Какими образовательными порталами Вы пользуетесь? Если не помните точного адреса, то укажите примерное название на русском языке.

____

____

____

18. Участвуют ли Ваши ученики в мероприятиях, проводимыми МГУ им. М.В. Ломоносова? *(Возможно несколько вариантов ответа).*

1. Не участвуют по причине удаленности школы от Москвы.
2. Не участвуют ввиду отсутствия информации.
3. Не участвуют, хотя знают о них.
4. В Днях открытых дверей.
5. В Фестивале науки МГУ.
6. Посещают популярные лекции.
7. Участвуют в Московской городской олимпиаде по физике
8. Другое ____

19. Какие периодические издания Вы читаете?

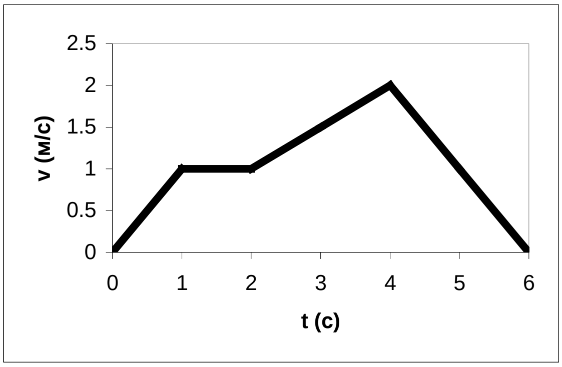
1. журнал «Физика в школе»
2. газета «1 сентября. Физика»
3. журнал «Квант»
4. журнал «Потенциал»
5. журнал «Школа будущего»
6. другое ____

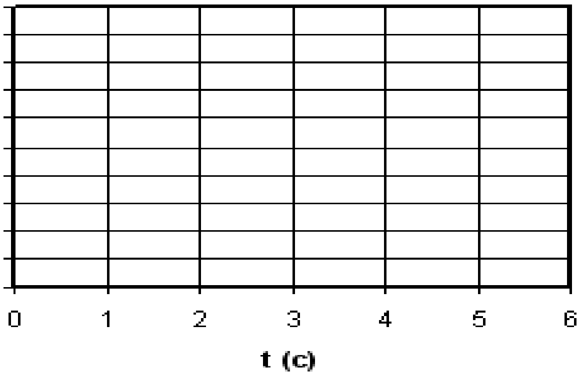
СПАСИБО ЗА УЧАСТИЕ В ИССЛЕДОВАНИИ!

Приложение 26.
Вступительное тестирование в ВФШ в 2011 г.

Условия задач

Задача 1. Дан график зависимости скорости от времени. Построить график зависимости пути от времени.





Задача 2. Первую треть пути автомобилист ехал со скоростью 50 км/ч, а две трети пути он ехал со скоростью 5 км/ч (однако пробки!). Найти среднюю скорость автомобилиста.

Задача 3. Школьник сначала ударил клюшкой по теннисному мячу, а затем точно также ударил по круглому камню такой же массы. Что полетит дальше: мяч или камень? Ответ обосновать.

Задача 4. Мяч подброшен вертикально вверх. Что больше: время подъема или время падения (в исходную точку)?

Замечание. На вопросы учеников по последней задаче «нужно ли учитывать наличие воздуха?», давался ответ: как можете, так и решайте, можете учесть – учтите, не можете – решите в отсутствии воздуха.

Решения задач

Задача 1.

График представлен на рис. п. 26.1.

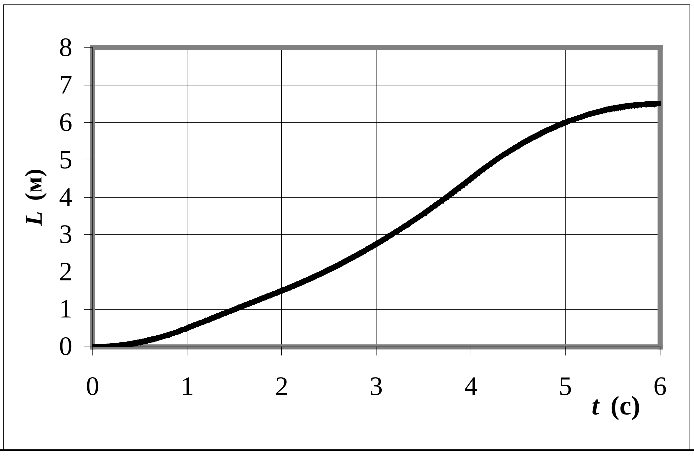


Рис. п. 26.1
Зависимость пути от времени

Задача 2

Средняя скалярная (путевая) скорость определяется отношением пути ко времени, за которое этот путь совершен. Выразим время движения через скорость на двух участках и путь. Затем воспользуемся определением средней скорости. Тогда:

$$t = s / \upsilon_{сред} = t_1 + t_2 = \frac{s}{3\upsilon_1} + \frac{2s}{3\upsilon_2} = \frac{s}{3}(\frac{\upsilon_2 + 2\upsilon_1}{\upsilon_1 \upsilon_2})$$

$$\upsilon_{сред} = \frac{3\upsilon_1 \upsilon_2}{\upsilon_2 + 2\upsilon} \approx 7.14\, км / с$$

Задача 3 (дивергентного типа)

Первое соображение: камень при той же массе имеет меньше размер, следовательно, сила сопротивления воздуха меньше и камень полетит дальше.

Второе соображение: удар клюшки о камень неупругий (на клюшке может остаться вмятина), следовательно, часть (энергии) удара пойдет на деформацию и камень пролетит меньше.

Задача 4

1) В отсутствие силы сопротивления воздуха время подъема и время падения одинаковы. Тела движутся с ускорением свободного падения.

2) С учетом действия силы сопротивления воздуха

Запишем 2 закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{сопр}.$$

Пусть ось y направлена вниз. Тогда в проекции на нее II закон Ньютона примет вид:

$$ma = mg - F_{сопр}$$

при падении тела, и

$$ma = mg + F_{сопр}$$

при подъеме тела. Отсюда находим, что

$$a_{падения} = g - F_{сопр} / m \ , \ a_{подъема} = g + F_{сопр} / m .$$

Пусть подъем мяча был записан на видеопленку, будем рассматривать подъем, как бы запустив видеозапись в обратную сторону. Тогда два тела стартовали из одной точки с нулевой начальной скоростью, но ускорение одного тела (падающего мяча) все время меньше ускорения второго. Следовательно, оно придет позже. Получается, что во время движения вверх меньше времени движения вверх: $t_{подъма} < t_{падения}$.

Ответ: $t_{подъма} < t_{падения}$.

Замечание. Авторское решение в [403] более громоздкое.

Критерии оценки

Задача 1. График

5 – правильное построение с учетом касательных.

4 – касательные не сопрягаются, но указано или хорошо видно на графике, что равнозамедленное движение – «парабола усами вниз».

3 – разгон или торможение – прямые линии

2 – не сделано

Задача 2. Средняя скорость

5 – правильный ответ

4 – арифметическая ошибка

3 – правильно написаны исходные формулы, но ошибка при преобразовании

2 – найдено среднее по времени или задача не решалась.

Задача 3. Удар по мячу (дивергентная)

5 – приведены соображения о неупругом ударе или о сопротивлении воздуха

4 – другие разумные соображения или соображения о неупругом ударе привели к обратному ответу

3 – попытка решить задачу вне условия (мяч много раз отскочит и пр.)

2 – не приступали или ответ без обоснования, в т.ч. версия, что тела полетят одинаково

Задача 4. Подбрасывание мяча

5 – правильный ответ с обоснованием

4 – общие рассуждения о силе сопротивления воздуха и ее влиянии на скорость

3 – правильное решение в отсутствии силы сопротивления

2 – нет решения или неверное решение в отсутствии силы сопротивления

Приложение 27.
Анкета опроса участников Летней олимпиадной физико-математической школы (Белоруссия, 2013)

Уважаемые школьники!

С целью оптимизации проведения занятий, ответьте, пожалуйста, на вопросы (поставьте X в квадратик)

Есть ли у Вас интерес к определенным разделам физики?
☐ пока нет определенных интересов
☐ мне все интересно
☐ мне интересны проблемы (напишите) ________________________________
____
____

Назовите 1-2 Ваши любимые книги по физике (можно примерные названия)
☐- я не читаю дополнительную литературу
____
____
____

Сколько (в среднем) времени Вы проводите за компьютером?
☐ менее 1 часа в день; ☐ 1–2 часа в день
☐ 3–4 часа в день; ☐ более 4 часов в день

Умеете ли Вы пользоваться MS Office (Open Office)?
☐ умею пользоваться текстовым редактором
☐ умею пользоваться электронной таблицей
☐ умею составлять презентации

Умеете ли Вы программировать?
☐ нет
☐ только начал изучать язык ________________________________
☐ умею программировать на: ________________________________
____

Пользуетесь ли Вы CD – учебными пособиями?
☐ не пользуюсь или очень редко
☐ пользуюсь время от времени
☐ постоянно пользуюсь (напишите примерные названия) __________________
____
____

Вторая страница опроса участников Летней олимпиадной физико-математической школы (Белоруссия, 2013)

Пользуетесь ли Вы образовательными интернет–сайтами?

☐ не пользуюсь или очень редко
☐ пользуюсь время от времени
☐ постоянно пользуюсь сайтами (напишите примерные адреса):___________
____
____

Смотрите ли Вы по TV образовательные программы?

☐ не смотрю или очень редко
☐ смотрю время от времени
☐ смотрю постоянно (напишите примерные названия) ________________
____
____

Проводите ли Вы исследовательские работы по физике?

☐ даже не слышал о таком
☐ не провожу, поскольку нет возможности
☐ не провожу, поскольку есть другие интересные дела
☐ провожу исследовательские работы, но не по физике
☐ да, я провожу (проводил) исследовательские работы по физике

Участвовали Вы в конкурсах исследовательских работ школьников?
(по физике и др. наукам)

☐ нет, не участвовал
☐ только на уровне школы
☐ да, я участвовал в конкурсах городского, регионального или Всероссийского уровня

Где Вы учитесь?

☐ в Белоруссии, Казахстане, Украине
☐ в физико-математической школе, лицее
☐ в физико-математическом классе
☐ в обычной школе

Есть ли у Вас пожелания к учителям? _________________________________
____
____
____
____
____

БОЛЬШОЕ СПАСИБО ЗА ОТВЕТЫ!

Приложение 28.
Анкета опроса участников летней школы для учителей физики в МГУ (г. Москва, 2013)

Уважаемые коллеги!

С целью оптимизации материала будущего курса повышения квалификации, ответьте, пожалуйста, на вопросы **после окончания лекции** (поставьте X в квадратик)

Проводите ли Вы исследовательские работы со школьниками?

☐ да, я постоянно провожу такие работы
☐ да, я провожу такие работы время от времени
☐ я только собираюсь начать исследовательскую деятельность
☐ не проводил и не планирую
☐ другое (напишите) ____

Участвуют ли Ваши ученики в конференциях (конкурсах) исследовательских работ школьников городского, регионального или Всероссийского уровня?

☐ да, мои ученики постоянно участвуют и занимают призовые места
☐ да, мои ученики постоянно участвуют, но редко занимают призовые места
☐ да, мои ученики участвуют время от времени
☐ не участвуют
☐ другое (напишите) ____

Является ли по-Вашему, отсутствие учебно-методической литературы по проведению исследовательских работ углубленного уровня главной причиной, сдерживающей развитие таких работ?

☐ да, учебно-методической литературы очень не хватает
☐ нет, я руковожу исследовательскими работами по своему разумению и
☐ литература мне не нужна
☐ я не провожу работ
☐ недостатка в литературе нет, я пользуюсь (напишите):___________
____
____
____

Хотели бы Вы посещать курс повышения квалификации «Развитие исследовательских способностей школьников?

☐ нет
☐ только если они будут дистанционными
☐ возможно
☐ да, мне кажется это интересным

Считаете ли Вы, что численные методы полезные для проведения исследовательской работы?

☐ несомненно, это полезно
☐ это слишком сложно для школьников
☐ главное – эксперимент, а не расчеты

Считаете ли Вы, что учебно-исследовательская работа должна включать следующие элементы?

	обязательно	желательно, но можно обойтись и без этого	это мало реальные пожелания	не существенно для проведения работы
осознание проблемы				
выдвижение гипотез				
планирование эксперимента				
проведение эксперимента				
анализ результатов				
доклад работы на конференциях (конкурсах)				

Сколько лет Вы преподаете?

☐- только начал свою педагогическую деятельность
☐- более 5 лет
☐- более 10 лет

Где Вы преподаете?

☐- в школе (учебном центре), г. Москва
☐- в школе (учебном центре), московская область
☐- в школе (учебном центре) в другом городе
☐- в школе (учебном центре) в сельской местности
☐- я не работаю в школе (учебном центре)

Есть ли у Вас пожелания к будущему курсу? ______________________________
____

БОЛЬШОЕ СПАСИБО!