Лекция 7: **Лептон-нуклонное рассеяние и кварковая модель.**

"Познать истинную природу субстанции, отвлекаясь от вытекающих из нее действий, невозможно; но возможно познать ее существование, отмеченное теми действиями, которые вытекают из нее."

(Ибн – Гебироль, "О материи и форме")

На ранних этапах развития экспериментальной физики элементарных частиц предпочтение отдавалось изучению адронных (прежде всего – нуклон-нуклонных) процессов, так как эти процессы были наиболее информативны с точки зрения поиска новых адронов. Однако для исследования их *внутренней структуры* эти процессы не очень удобны – каждый из взаимодействующих адронов имеет зарядовый радиус $\sim 10^{-13}$ *см* и сложный кварковый состав, так что мы будем наблюдать результат многих кварк-кварковых и кварк-глюонных взаимодействий одновременно. Поэтому гораздо удобнее извлекать информацию о строении адронов из данных по лептон-нуклонному рассеянию – лептоны ведут себя как практически бесструктурные точечные частицы, а используемые нами мишени состоят большей частью именно из нуклонов. Широкое распространение получило образное сравнение изучения структуры адронов в адрон-адронных столкновенях с изучением настройки рояля путем анализа звуков, возникающих при неупругих процессах типа "рояль - мостовая" (после сбрасывания последнего с достаточно высокого этажа) или "рояль - рояль" (на рояльном коллайдере); в этом смысле использование лептоного зондирования естественно сопоставить с применением метода последовательного возбуждения отдельных струн.

Рассмотрим рассеяние лептонов на нуклонах с рождением некоторого конечного адронного состояния ($lN \to l'X$) в лабораторной системе (т.е. в системе покоя нуклона $P^\mu = (M, 0)$) при энергиях налетающего лептона $E \gg m_l$ – в этом случае кинематика процесса описывается практически одинаково для заряженных лептонов и нейтрино. Обозначим 4-импульсы начального и конечного лептоных состояний $k^\mu = (E, \vec{k})$ и $k'^\mu = (E', \vec{k}')$, а конечного n- частичного адронного состояния

$$\sum_{i=1}^{n} P_i^\mu \;\equiv\; P_X^\mu \;\equiv\; (P+q)^\mu \;\equiv\; (M+\nu, \vec{q}).$$

Таким образом, q^μ определяет потерю энергии и импульса лептоном:

$$q^0 \;=\; \nu \;=\; E - E', \quad \vec{q} \;=\; \vec{k} - \vec{k}',$$

причем величина ν, совпадающая с q^0 в лабораторной системе, в действительности является Лоренц-инвариантной кинематической переменной: $\nu = P_\mu q^\mu / M$. Удобно использовать также переменную

$$q^2 \;\equiv\; q_\mu q^\mu \;=\; (E-E')^2 - (\,\vec{k}-\vec{k}')^2 \;=\; 2[m_l^2 - EE' - |\vec{k}||\vec{k}'|cos\theta]\;|_{E\gg m_l} \;\simeq$$

$$\simeq\; -4EE'sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Дифференциальное сечение такого процесса после усреднения по начальным и суммирования по конечным спиновым состояниям частиц принимает вид

$$d\sigma \;=\; \frac{1}{2n_\lambda}\sum_{\sigma\sigma_i\lambda\lambda'}\frac{dJ^{(+)}}{j^{(-)}} \;= \tag{1}$$

$$=\; \frac{1}{v}\,\frac{1}{2M}\,\frac{1}{2E}\,\frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^3 2k_0'}\;\Pi\;\frac{d\vec{P}_i}{(2\pi)^3 2P_{0i}}\,\frac{1}{2n_\lambda}\sum_{\sigma\sigma_i\lambda\lambda'}|T|^2(2\pi)^4\delta^4(P+q-P_X).$$

Здесь n_λ– число спиновых степеней свободы начального лептона (2 для заряженного лептона, 1 для безмассового нейтрино), v– относительная скорость сталкивающихся частиц, а T– амплитуда рассеяния, вычисляемая в соответствии с правилами Фейнмана:

$$T \;=\; 4\pi\alpha <k'\lambda'|\hat{J}_l^\mu|k\lambda> \cdot\Delta_{\mu\nu}(q)\cdot <X|\hat{J}_h^\nu|P\sigma> \simeq$$

$$\simeq\; 4\pi\alpha <k'\lambda'|\hat{J}_l^\mu|k\lambda> \cdot <X|\hat{J}_{h\mu}|P\sigma> \Delta(q),$$

причем для фотона пропагатор $\Delta_\gamma(q) = \frac{1}{q^2}$, а для векторных бозонов будем использовать низкоэнергетическое приближение ($E \ll M_W$), в котором $\Delta_{W,Z}(q) \simeq -\frac{1}{M^2_{W,Z}}$. Значение выражения $4\pi\alpha$ равно произведению констант взаимодействия лептонного и нуклоного токов с частицей-переносчиком (например, для электрон-протонного рассеяния $|\alpha| = \frac{e^2}{4\pi}$ есть постоянная тонкой структуры, для слабого взаимодействия заряженных токов $\alpha\Delta(q) = -\frac{G}{4\pi\sqrt{2}}$ и т.д.). <u>Инклюзивное</u> сечение рассеяния получится, если просуммировать по всем возможным адронным конечным состояниям (с точки зрения эксперимента это означает регистрацию только вылетающего лептона):

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} \;\;=\;\; \alpha^2\;\Delta^2(q)\;\frac{E'}{E}\;\;L^{\mu\nu}H_{\mu\nu}, \tag{2}$$

где лептонный тензор

$$L^{\mu\nu} \;\equiv\; \frac{1}{n_\lambda}\sum_{\lambda\lambda'}(<k'\lambda'|\hat{J}_l^\mu(0)|k\lambda>)^* <k'\lambda'|\hat{J}_l^\nu(0)|k\lambda>$$

в случае электромагнитного рассеяния $eN \to e'X$ равен

$$L^{\mu\nu} \;=\; \frac{1}{2}\sum_{\lambda\lambda'}\bar{u}(k,\lambda)\gamma^\mu u(k',\lambda')\bar{u}(k',\lambda')\gamma^\nu u(k,\lambda) \;=\; \frac{1}{2}\;Tr[k'_\alpha\gamma^\alpha\gamma^\mu k_\beta\gamma^\beta\gamma^\nu] \;=$$

$$=\; 2\;k'_\alpha k_\beta\;[g^{\alpha\mu}g^{\beta\nu} \;-\; g^{\alpha\beta}g^{\mu\nu} \;+\; g^{\alpha\nu}g^{\beta\mu}] \;=\; 2\;[k^\mu k'^\nu \;+\; k^\nu k'^\mu \;-\; kk'g^{\mu\nu}].$$

Аналогично для слабого рассеяния $\nu_e(\bar{\nu}_e)N \to e(e^+)X$

$$L^{\mu\nu} \ = \ Tr[k'_\alpha \gamma^\alpha \gamma^\mu (1-\gamma^5) k_\beta \gamma^\beta \gamma^\nu (1-\gamma^5)] \ = \ 8\ [k^\mu k'^\nu \ + \ k^\nu k'^\mu \ - \ kk' g^{\mu\nu} \ + \ i\varepsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} k'_\kappa k_\lambda].$$

Вся информация о реакции нуклона на лептонное зондирование содержится в адронном тензоре

$$H^{\mu\nu} \ \equiv \ \frac{1}{4M} \sum_\sigma \sum_X (< X|\hat{J}_h^\mu(0)|P\sigma >)^* < X|\hat{J}_h^\nu(0)|P\sigma > (2\pi)^3 \delta^4(P+q-P_X).$$

Здесь

$$\sum_X \ \equiv \ \sum_{\sigma_i} \int \ \Pi \ \frac{d\vec{P}_i}{(2\pi)^3 2P_{0i}}$$

и в силу произвольности конечного адронного состояния

$$H^{\mu\nu} \ = \ \frac{1}{4M} \sum_\sigma \int \frac{d^4x}{2\pi} \sum_X \ e^{i(P+q-P_X)x} < P\sigma|\hat{J}_h^{\mu +}(0)|X >< X|\hat{J}_h^\nu(0)|P\sigma > =$$

$$= \ \frac{1}{4M} \sum_\sigma \int \frac{d^4x}{2\pi} \ e^{iqx} < P\sigma|\hat{J}_h^{\mu +}(x)\hat{J}_h^\nu(0)|P\sigma > .$$

Таким образом, $H^{\mu\nu}$ – тензор второго ранга, зависящий от 4-векторных величин P и q, и поэтому он должен быть представим в виде

$$H^{\mu\nu} \ = \ -W_1 g^{\mu\nu} \ + \ W_2 \frac{P^\mu P^\nu}{M^2} \ - \ iW_3 \varepsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} \frac{P_\kappa P_\lambda}{M^2} \ + \ W_4 \frac{q^\mu q^\nu}{M^2} \ + \tag{3}$$

$$+ \ W_5 \frac{P^\mu q^\nu + P^\nu q^\mu}{M^2} \ + \ iW_6 \frac{P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu}{M^2} \ ,$$

в котором лоренц-инвариантные величины $W_i = W_i\,(\nu, q^2)$ обычно называют <u>структурными функциями</u> нуклона. Свойства нуклонного тока находят свое отражение в ограничениях, накладываемых на возможный вид структурных функций. Например, электромагнитный ток является сохраняющимся: $\partial_\mu \hat{J}^\mu_{em} = 0$, поэтому $q_m u < P\sigma|\hat{J}^\mu_{em}|X >=$ 0, поэтому

$$q_m u H^{\mu\nu}_{em} \ = \ q_\nu H^{\mu\nu}_{em} \ = \ 0.$$

Это соотношение оставляет в (3) только две независимые структурные функции

$$H^{\mu\nu}_{em} \ = \ -W_1 (g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}) \ + \ W_2 \frac{1}{M^2} (P^\mu - \frac{Pq}{q^2} q^\mu)(P^\nu - \frac{Pq}{q^2} q^\nu),$$

и поэтому дифференциальное сечение рассеяния записывается как

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \ = \ \frac{\alpha^2}{4E^2 sin^2\frac{\theta}{2}}\ [2W_1 sin^2\frac{\theta}{2} \ + \ W_2 cos^2\frac{\theta}{2}].$$

Структурные функции нуклона при рассеянии нейтрино или антинейтрино также должны удовлетворять ограниченям, порождаемым коммутационными соотношениями алгебры токов. В качестве примера рассмотрим 00-компонеты соответствующих адронных тензоров:

$$H_{00}^{(\nu)} = \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} < P\sigma|\hat{J}_{h0}^{+}(x)\hat{J}_{h0}(0)|P\sigma >,$$

$$H_{00}^{(\bar{\nu})} = \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} < P\sigma|\hat{J}_{h0}(x)\hat{J}_{h0}^{+}(0)|P\sigma > =$$

$$= \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} < P\sigma|\hat{J}_{h0}(0)\hat{J}_{h0}^{+}(-x)|P\sigma > =$$

$$= \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{-iqx} < P\sigma|\hat{J}_{h0}(0)\hat{J}_{h0}^{+}(x)|P\sigma > .$$

Заметим, что энергия конечного адронного состояния, содержащего по крайней мере один барион, не может быть меньше массы нуклона, и поэтому эти выражения отличны от нуля только при $q^0 > 0$. Значит, величина $H(P,q)$, определяемая равенством

$$H(P,q) = \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} < P\sigma|[\hat{J}_{h0}^{+}(x), \hat{J}_{h0}(0)]|P\sigma >$$

совпадает с $H_{00}^{(\nu)}(P,q)$ при $q^0 > 0$ и с $-H_{00}^{(\bar{\nu})}(P,-q)$ при $q^0 < 0$ и удовлетворяет соотношению

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H(P,q)dq^0 = \int_{0}^{+\infty} [H_{00}^{(\nu)}(P,q) - H_{00}^{(\bar{\nu})}(P,q)]dq^0 = \tag{4}$$

$$= \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int d\vec{r}\, e^{-i\vec{q}\vec{r}} < P\sigma|[\hat{J}_{h0}^{+}(0,\vec{r}), \hat{J}_{h0}(0,0)]|P\sigma > .$$

Присутствующий в этом выражении одновременный коммутатор компонент токов можно вычислить, разлагая адронный ток на аксиальные и векторные токи $\hat{J}_V^{a\mu} = \bar{\Psi}\gamma^\mu\hat{t}^a\Psi$, $\hat{J}_A^{a\mu} = \bar{\Psi}\gamma^\mu\gamma^5\hat{t}^a\Psi$ ароматической группы симметрии и используя соотношения соответствующей алгебры токов. Пренебрегая вкладом процессов с участием тяжелых кварков, имеем

$$\hat{J}_h^\mu = \bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma^5)d^{(C)} =$$

$$[\hat{J}_V^{1\mu} + i\hat{J}_V^{2\mu} - \hat{J}_A^{1\mu} - i\hat{J}_A^{2\mu}]cos\theta_C + [\hat{J}_V^{4\mu} + i\hat{J}_V^{5\mu} - \hat{J}_A^{4\mu} - i\hat{J}_A^{5\mu}]sin\theta_C,$$

и с учетом значений структурных констант группы $SU(3)$ получим

$$[\hat{J}_{h0}^{+}(0,\vec{r}), \hat{J}_{h0}(0,0)] = \delta(\vec{r})\{(\hat{J}_{A0}^{3}(0) - \hat{J}_{V0}^{3}(0))(4cos^2\theta_C + 2sin^2\theta_C) +$$

$$+ 2\sqrt{3}sin^2\theta_C(\hat{J}_{A0}^{8}(0) - \hat{J}_{V0}^{8}(0)) + 4sin\theta_C cos\theta_C(\hat{J}_{A0}^{6}(0) - \hat{J}_{V0}^{6}(0))\}.$$

Так как генератор $\hat{t}^3$ совпадает с оператором третьей компоненты изотопического спина $\hat{I}_3$, $\hat{t}^8$ связан с оператором гиперзаряда ($\hat{t}^8 = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{Y}$), а матричные элементы между нуклонными состояниями от операторов токов, изменяющих стронность, равны нулю, то после подстановки этих соотношений в (4) и усреднения по спиновым состояниям (при котором зануляются также и вклады от всех аксиальных токов) получаем соотношение

$$\int_0^{+\infty} [H_{00}^{(\nu)}(P,q) - H_{00}^{(\bar{\nu})}(P,q)]dq^0 \; = \; -\frac{P_0}{M}\,[2 < I_3 > (2cos^2\theta_C + sin^2\theta_C) + 3 < Y > sin^2\theta_C]$$

в котором $< I_3 >$ и $< Y >$ есть средние значения проекции изоспина и гиперзаряда нуклонных состояний мишени. Это выражение не является лоренц-инвариантным – оно записано в лабораторной системе и изменит свой вид при переходе в другую систему отсчета. Можно выбрать последнюю так, чтобы оно записывалось наиболее простым образом. Это достигается переходом в систему "бесконечного импульса", в которой $|\vec{P}| \to \infty$, $\vec{P} \cdot \vec{q} \equiv 0$, и, следовательно, $P_0 \simeq |\vec{P}|$, $\nu = \frac{P_0 q^0}{M} \simeq \frac{q^0}{M}\,|\vec{P}|$, $q^2 \simeq (\frac{M\nu}{|\vec{P}|})^2 - \vec{q}^2 \simeq -\vec{q}^2$. При этом в главном порядке по $|\vec{P}|$ (3) принимает вид

$$H_{00}(P,q) \; \simeq \; (\frac{|\vec{P}|}{M})^2 \; W_2(q^2,\nu)$$

и в итоге мы приходим к *правилу сумм Адлера*

$$\int_0^{+\infty} [W_2^{(\bar{\nu})}(q^2,\nu) \; - \; W_2^{(\nu)}(q^2,\nu)]d\nu \; = \; 2 < I_3 > (2cos^2\theta_C + sin^2\theta_C) \; + \; 3 < Y > sin^2\theta_C.$$

Отметим, что это соотношение записано только через лоренц-инвариантные величины и поэтому пригодно для любой системы отсчета.

Важной особенностью структурных функций является существенная зависимость их поведения в пределе "*глубоконеупругого рассеяния*" – при $-q^2,\ \nu \to \infty$ от характера распределения заряда внутри нуклона мишени. В самом деле, если заряд внутри нуклона распределен "почти" однородно (т.е. без заметных особенностей), то эффективный заряд, взаимодействующий в первом порядке теории возмущений с частицей-переносчиком, при больших q^2 должен быть порядка $\lambda^3 \sim |\vec{q}|^{-3}$, и тогда дифференциальное сечение (2) (и, следовательно, структурные функции в (3)) должны быстро убывать при $-q^2 \to \infty$. Если же внутри нуклона присутствуют точечные образования – "партоны", то в этом случае заряд, участвующий во взаимодействии, остается неизменным при любом q^2 и к тому же вклад каждого подобного образования в адронный тензор содержит (после интегрирования по его конечному импульсу

$\vec{p}')$ $\frac{1}{2p'_0}$ $\delta(p'_0 - p_0 - q_0)$, которую при больших значениях переданного имульса, пренебрегая массами покоя лептона и партона и используя закон сохранения импульса, можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{1}{2p'_0}\ \delta(p'_0 - p_0 - q_0)\ =\ \Theta(p'_0)\delta(p'^{\,2}_0 - (p_0 + q_0)^2)\ =$$

$$=\ \Theta(p'_0)\delta(p'^{\,2} - (p + q)^2)\ \simeq\ \Theta(p_0 + q_0)\delta(q^2\ +\ 2M\nu).$$

Таким образом, кинематические переменные q^2 и ν в этом случае не являются независимыми, и структурные функции будут зависеть только от одной переменной, в качестве которых удобно выбрать остающуюся конечной "скейлинговую" переменную $x \equiv -q^2/2M\nu$ $(0 \leq x \leq 1)$. Именно такое поведение структурных функций – *бьеркеновский скейлинг* наблюдается экспериментально при $-q^2 > 2(\textit{ГэВ})^2$. Соответственно величины

$$F_i(x)\ =\ \lim_{-q^2 \to\ \infty}\ W_i(q^2, \nu)$$

называют скейлинговыми структурными функциями.

Мы приходим к выводу, что поведение инклюзивных сечений процессов глубоконеупругого лептон - нуклонного рассеяния свидетельствует о наличии внутри нуклонов составляющих частиц очень малого радиуса. Естественно отождествить эти составляющие с кварками. При этом надо иметь в виду, что, как показывает анализ массовых соотношений Гелл-Манна - Окубо, значительная часть массы нуклона сосредоточена в конденсате кварк-антикварковых пар (в так называемых "морских" кварках и антикварках), который окружает три кварка, составляющих нуклон в соответствии с кварковой моделью (их называют "валентными" или "конституентными"). С учетом этого обстоятельства изучим более подробно связь скейлинга со структурой нуклона в рамках партонной модели, согласно которой нуклон при глубоконеупругом взаимодействии с лептонным током ведет себя как система независимых точечных партонов со спином $\frac{1}{2}$ – т.е. мы считаем, что на малых расстояниях сильным взаимодействием кварков можно пренебречь (!), и оно сказывается существенно лишь на протекании последующих процессов "адронизации" конечного состояния партонной системы и не влияет на величину инклюзивного сечения. Будем проводить вычисления в системе бесконечного импульса нуклона $|\vec{P}| \to \infty$, что позволит пренебречь поперечными по отношению к $\vec{P}$ составляющими импульсов относительного движения партонов и считать, что каждый из них переносит часть полного импульса: $\vec{p} = \xi\vec{P}$ $(0 \leq \xi \leq 1)$. Тогда вклад каждого партона в адронный тензор электромагнитного рассеяния

$$Q^{\mu\nu}(\xi) \ = \ \frac{1}{4\xi M} \sum_{\sigma\sigma'} \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3 2p_0'} < \xi P \ \sigma | \hat{J}_h^{\mu}(0) | p' \ \sigma' >< p' \ \sigma' | \hat{J}_h^{\nu}(0) | \xi P \ \sigma > \cdot$$

$$\cdot (2\pi)^3 \delta^4(\xi P + q - p') \ =$$

$$= \ \frac{1}{4\xi M} \sum_{\sigma\sigma'} \frac{1}{2p_0'} \, \delta(p_0' - \xi P_0 - q_0) \bar{u} \gamma^{\mu} u' \bar{u}' \gamma^{\nu} u.$$

Пренебрегая массой партона и используя описанное выше преобразование δ- функции, запишем

$$Q^{\mu\nu}(\xi) \ = \ \frac{1}{4\xi M} \, \Theta(\xi P_0 + q_0) \delta(q^2 \ + \ 2M\nu\xi) \xi P_{\alpha} (\xi P + q)_{\beta} \cdot Tr[\gamma^{\alpha}\gamma^{\mu}\gamma^{\beta}\gamma^{\nu}] \ =$$

$$= \ \delta(\xi - x) \ [\frac{\xi}{\nu} \ \frac{P^{\mu}P^{\nu}}{M^2} \ - \ \frac{1}{2M} g^{\mu\nu} \ + ...].$$

(в случае электромагнитного рассеяния есть лишь две независимые структурные функции, так что остальные слагаемые не несут новой информации). Если $f(\xi)$ – функция распределения партонов, то

$$H^{\mu\nu} \ = \ \int_0^1 f(\xi) Q^{\mu\nu}(\xi) d\xi \ = \ \frac{x f(x)}{\nu} \ \frac{P^{\mu}P^{\nu}}{M^2} \ - \ \frac{f(x)}{2M} g^{\mu\nu} \ + ... \, .$$

Таким образом, структурные функции нуклона в партонной модели действительно зависят только от скейлинговой переменной x:

$$M W_1(q^2, \nu) \ = \ F_1(x) \ = \ \frac{1}{2} \, f(x),$$

$$\nu W_2(q^2, \nu) \ = \ F_2(x) \ = \ x \ f(x),$$

и к тому же $F_i(x)$ связаны с функцией партонного распределения. Отметим, что использование дираковского выражения для партонного тока привело к образованию связи между скейлинговыми структурными функциями – *соотношению Каллана – Гросса*:

$$F_2(x) \ = \ 2x F_1(x),$$

которое довольно хорошо согласуется с экспериментальными данными – этот факт можно рассматривать как подтверждение того, что партоны, взаимодействующие с фотонами, имеют спин $\frac{1}{2}$ (например, в случае скалярных партонов ток был бы обязательно пропорционален импульсу, и выражении для $Q^{\mu\nu}$ отсутствовало бы слагаемое с $g^{\mu\nu}$, т.е. должно было быть $F_1(x) \equiv 0$).

Естественно поставить вопрос: насколько определяемый экспериментально вид партонного распределния согласуется с кварковой моделью? Если пренебречь сильным взаимодействием кварков, то ясно, что каждый из валентных кварков должен нести примерно по $\frac{1}{3}$ общего импульса, и $f(\xi)$ должна иметь вид узкого пика, сосредоточенного вблизи $x = \frac{1}{3}$. Однако нам надо учесть и вклад морских кварков в $f(\xi)$ – поскольку вероятность флуктуаций уменьшается по мере увеличения их величины, то соответствующая добавка к функции распределения должна быть существенна в области малых ξ. Кроме того, сильное взаимодействие должно приводить к интенсивному обмену импульсом между морскими и валентными кварками, т.е. к "сглаживанию" функции распределения. Эти рассуждения качественно согласуются с наблюдаемым поведением $2F_1(x)$.

В рамках партонной модели можно, исходя из информации о кварковом строении нуклона, получить целый ряд соотношений между скейлинговыми структурными функциями. Например, вводя распределение кварков заданного типа $q_N(\xi)$ ($u_p(\xi)$ – распределение u- кварков в протоне, $\bar{d}_n(\xi)$ – распределение d- антикварков в нейтроне и т.д.) и учитывая, что в электромагнитных процессах дифференциальное сечение взаимодействия с точечной частицей пропорционально квадрату ее электрического заряда, можно записать партонное распределение (которое "видит" фотон) в нуклонах как

$$f_N(\xi) \;=\; \frac{4}{9}\,[u_N(\xi) + \bar{u}_N(\xi)] \;+\; \frac{1}{9}\,[d_N(\xi) + \bar{d}_N(\xi)] \;+\; \frac{1}{9}\,[s_N(\xi) + \bar{s}_N(\xi)]$$

(вкладом тяжелых кварков пренебрегаем). Вид кварковых распределений должен обеспечивать правильные значения квантовых чисел (изоспина, странности, электрического и барионного заряда) нуклона. Кроме того, учитывая высокую точность изотопической симметрии (неизменность свойств нуклона по отношению к сильному взаимодействию при замене $I_3 \leftrightarrow -I_3$), можно считать, что

$$d_n(\xi) \simeq u_p(\xi) \equiv u(\xi), \quad \bar{d}_n(\xi) \simeq \bar{u}_p(\xi) \equiv \bar{u}(\xi),$$

$$u_n(\xi) \simeq d_p(\xi) \equiv d(\xi), \quad \bar{u}_n(\xi) \simeq \bar{d}_p(\xi) \equiv \bar{d}(\xi),$$

$$s_n(\xi) \simeq \bar{s}_n(\xi) \simeq \bar{s}_p(\xi) \simeq s_p(\xi) \equiv s(\xi),$$

и тогда

$$F_1^{ep}(x) \;=\; \frac{1}{2}\;f_p(x) \;=\; \frac{2}{9}\;[u(x) + \bar{u}(x)] \;+\; \frac{1}{18}\;[d(x) + \bar{d}(x)] \;+\; \frac{1}{9}\;s(x),$$

$$F_1^{en}(x) \;=\; \frac{1}{2}\;f_n(x) \;=\; \frac{2}{9}\;[d(x) + \bar{d}(x)] \;+\; \frac{1}{18}\;[u(x) + \bar{u}(x)] \;+\; \frac{1}{9}\;s(x),$$

и поэтому

$$R_1^{pn} \;\equiv\; \frac{F_1^{ep}(x)}{F_1^{en}(x)} \;=\; \frac{4[u(x) + \bar{u}(x)] \;+\; [d(x) + \bar{d}(x)] \;+\; 2s(x)}{[u(x) + \bar{u}(x)] \;+\; 4[d(x) + \bar{d}(x)] \;+\; 2s(x)} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \ \frac{1}{4}\ \le\ R_1^{pn}\ \le\ 4.$$

С другой стороны, каждое из кварковых распределений складывается из распределений для валентных (q_v) и морских (q_s) кварков, причем в протоне есть два валентных u- кварка и один валентный d-кварк, что позволяет записать $d_v(\xi) = \frac{1}{2}\,u_v(\xi)$ (остальные $q_v \equiv 0$), а все $q_s(\xi) = s(\xi)$, что приводит к выражению

$$F_1^{ep}(x)\ =\ \frac{1}{4}\,u_v(x)\ +\ \frac{2}{3}\,s(x),$$

$$F_1^{en}(x)\ =\ \frac{1}{6}\,u_v(x)\ +\ \frac{2}{3}\,s(x).$$

Так как $s(x)$ существенно отлично от нуля только при малых x, а $u_v(x)$ – только при $x \simeq \frac{1}{3}$, то отношение $R_1^{pn} \simeq 1$ при $x \simeq 0$ и $R_1^{pn} \simeq \frac{3}{2}$ при $x \sim 1$. Отметим также, что распределение валентных u- кварков в протоне с помощью этих соотношений может быть выражено через экспериментально измеримые скейлиноговые структурные функции:

$$u_v(x)\ =\ \ 12\,[F_1^{ep}\ -\ F_1^{en}].$$

Все эти соотношения находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными по лептон-нуклонному рассеянию в области скейлинга.

В заключение рассмотрим еще одно важное следствие партонной модели. Предположим, что весь импульс нуклона переносится партонами – фермионами, участвующими в электромагнитном взаимодействии. Тогда

$$\int\limits_0^1 \sum_q\,[q(\xi)\ +\ \bar{q}(\xi)]\ \xi\ d\xi\ =\ 1.$$

Пренебрегая вкладом морских кварков (их вклад в функции распределения существенен лишь при малых ξ), получаем

$$\int\limits_0^1 [u_v(\xi)\ +\ d_v(\xi)]\ \xi\ d\xi\ =\ 1.$$

Подинтегральное выражение можно записать через скейлинговые структурные функции

$$F_2^{ep}(x)\ =\ xf_p(x)\ \simeq\ \frac{4}{9}\,xu_v(x)\ +\ \frac{1}{9}\,xd_v(x),$$

$$F_2^{en}(x)\ =\ xf_n(x)\ \simeq\ \frac{4}{9}\,xd_v(x)\ +\ \frac{1}{9}\,xu_v(x),$$

и в результате получается *импульсное правило сумм*

$$\int\limits_0^1 [F_2^{ep}(x)\ +\ F_2^{en}(x)]\ dx\ =\ \frac{5}{9}.$$

Сравнение с экспериментом обнаруживает весьма значительное расхождение: вместо $\frac{5}{9}$ получается 0.28, и можно сделать вывод, что значительная часть импульса нуклона переносится электрически нейтральными составляющими. Аналогичные вычисления для нейтрино-нуклонных скейлинговых структурных функций показывают, что эти составляющие не участвуют и в слабом взаимодействии. Этот результат косвенным образом подтверждает существование в нуклонах помимо кварк-антикваркового еще и глюонного конденсата – "облака" частиц-переносчиков сильного взаимодействия.

Задачи к лекциям 7,8:

1. Проверить формулу разложения заряженного адронного слабого тока ниже порога рождения очарованных частиц по нетеровским токам киральной симметрии $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ и вычислить $[\hat{J}_h^{0+}(t,\vec{r}), \hat{J}_h^{0}(t,\vec{r}')]$.

2. В рамках партонной модели получить скейлинговый предел $(-q^2, \ \nu \to \ \infty, x = const \ )$ правила сумм Адлера.

3. Считая, что функции распределения s и $\bar{s}$ кварков в нуклонах совпадают $(s_p(x) = \bar{s}_p(x) = s_n(x) = \bar{s}_n(x) \equiv s(x))$, выразить $s(x)$ через скейлинговые структурные функции $F_2^{ep}, \ F_2^{en}, \ F_2^{\nu p}, \ F_2^{\nu n}$.

4. В рамках партонной модели доказать правило сумм Гросса - Льюеллина Смита: $\int\limits_0^1 dx[F_3^{\nu p}(x) \ + \ F_3^{\nu n}(x)] \ = \ -6.$