

# Программа к экзамену по курсу «Электродинамика» для II потока (6 семестр 2022/2023 учебного года)

## 1.1. Усреднение микроскопических уравнений Максвелла. Векторы поляризации и намагничения среды

При ответе на вопрос билета требуется обосновать необходимость усреднения уравнений микроскопической электродинамики. Описать выбор масштабов усреднения. Показать возможность перестановки операций усреднения и вычисления производных по координатам и времени. Ввести понятие свободных и связанных зарядов. Записать связь среднего значения плотности связанных зарядов и плотности тока связанных зарядов с векторами поляризации и намагниченности.

Выполнить усреднение уравнений микроскопической электродинамики. Ввести определения для макроскопических векторов напряженности и индукции электрического и магнитного поля.

Привести вычисление, поясняющее физический смысл векторов поляризации и намагниченности. Указать на неоднозначность определения векторов поляризации и намагниченности, привести выражения для преобразований этих векторов, не изменяющих выражений для усредненных плотности связанных зарядов и их токов.

## 1.2. Материальные уравнения для полей в покоящемся веществе

При ответе на вопрос билета требуется обосновать необходимость введения материальных уравнений для описания электромагнитных процессов в веществе. Привести форму материальных уравнений для электромагнитного поля в виде разложения по малому параметру (отношению модуля напряженности внешнего поля к характерному внутриатомному полю). Выражения для материальных уравнений привести точно до слагаемых, линейных по компонентам векторов напряженности поля; рассмотреть общий случай нелокальной среды и частный случай среды, обладающей пространственной и временной локальностью. Описать физический смысл и наблюдательные проявления, к которым приводит каждое из слагаемых в разложении. Показать согласованность системы уравнений макроскопической электродинамики после дополнения ее материальными уравнениями.

## 1.3. Трансформационные свойства коэффициентов разложения в линеаризованных материальных уравнениях при преобразованиях точечной кристаллографической группы

При ответе на вопрос билета требуется получить закон преобразования коэффициентов разложения линеаризованных материальных уравнений при преобразованиях, поворота, инверсии, зеркального отражения. Сформулировать принцип Неймана и получить выражения для тензора диэлектрической проницаемости кристалла с тетрагональной кристаллической решеткой. Привести выражения для компонент тензора диэлектрической проницаемости для кристаллических сингоний: триклинной, моноклинной, ромбической, тетрагональной, гексогональной, кубической.

#### **1.4. Уравнения для потенциалов в однородном покоем веществе. Калибровочная инвариантность. Решение в виде запаздывающих потенциалов**

При ответе на вопрос билета необходимо проверить замкнутость системы уравнений Максвелла в веществе. Ввести понятия скалярного и векторного потенциалов электромагнитного поля и записать их связь с векторами напряженности поля. Записать выражения для калибровочного преобразования потенциалов и показать, что векторы напряженности электромагнитного поля не изменяются при таком преобразовании.

Получить уравнения для скалярного и векторного потенциалов в однородном изотропном веществе (в общем случае). Ввести калибровочное условие Лоренца и записать уравнения для потенциалов с учетом этого условия. Отметить сходства и различия между уравнениями для потенциалов электромагнитного поля в однородном изотропном веществе и уравнениями для потенциалов в вакууме. Используя установленную аналогию, записать решение для запаздывающих потенциалов.

#### **1.5. Уравнения для потенциалов электромагнитного поля в среде с заданными векторами поляризации и намагниченности. Векторы Герца и запаздывающее решение для них**

При ответе на вопрос билета необходимо получить уравнения для потенциалов электромагнитного поля в среде, векторы поляризации и намагниченности которой являются заданными функциями координат и времени. Обеспечить выполнение калибровочного условия Лоренца с помощью перехода к новым полевым переменным – векторам Герца. Получить уравнения для векторов Герца и записать их запаздывающие решения. Получить выражения для вычисления векторов напряженности электрического поля и индукции магнитного поля с помощью векторов Герца.

#### **1.6. Граничные условия для полей в покоящейся кусочно-однородной среде**

При ответе на вопрос билета необходимо получить граничные условия, связывающие компоненты векторов электромагнитного поля на границе раздела кусочно-однородных сред при наличии поверхностных зарядов и токов. Получить граничные условия для скалярного и векторного потенциала электромагнитного поля в случае «простого слоя». Сформулировать «естественные граничные условия» и привести пример их применения.

#### **1.7. Закон сохранения энергии в электродинамике покоящихся сред**

При ответе на вопрос билета необходимо получить закон сохранения энергии электромагнитного поля в дифференциальной и интегральной формах в изотропном веществе. Указать физический смысл каждого из слагаемых в законе сохранения энергии. Ввести понятие плотности энергии электромагнитного поля, плотности потока энергии (вектор Пойнтинга). Вычислить изменение энергии электромагнитного поля в циклическом процессе для среды обладающей гистерезисом. Показать невозможность однозначного определения энергии поля, как функции состояния, в такой среде.

### **1.8. Закон сохранения импульса электромагнитного поля в однородной изотропной среде**

Получить закон сохранения импульса электромагнитного поля в однородном изотропном веществе. Для интерпретации слагаемых в законе сохранения импульса, рассмотреть случай локальной системы зарядов и токов, находящихся в неограниченной, однородной и изотропной среде. Ввести определения для плотности импульса электромагнитного поля и тензора напряжений Максвелла. Используя этот тензор, вычислить силу, действующую на ограниченный объем вещества в постоянном электромагнитном поле.

### **1.9. Постановка задачи (основные уравнения и граничные условия) для электростатики кусочно-однородной среды**

При ответе на вопрос билета необходимо получить уравнение для потенциала электростатического поля при наличии объемных свободных зарядов. Используя тождество Грина, построить общее решение этого уравнения для локальной системы зарядов, находящийся в однородном, изотропном диэлектрике, при наличии границ. Сформулировать краевую задачу электростатики кусочно-однородных сред. Обосновать выбор граничных условий в случае, когда обе среды, разделенные границей, являются диэлектриками; и в случае, когда одна из сред – проводник. Записать граничные условия в терминах потенциала.

Получить выражение для энергии электростатического поля локальной системы зарядов, находящейся в неограниченном, однородном, изотропном диэлектрике.

### **1.10. Силы в электростатике диэлектриков**

При ответе на вопрос билета необходимо на основании вариационного принципа получить выражение для плотности силы, действующей на изотропный диэлектрик в электростатическом поле (формула Кортвега-Гельмгольца). Рассмотреть предельный переход формулы Кортвега-Гельмгольца к выражениям для плотности силы в моделях Минковского и Эйнштейна-Лауба.

### **1.11. Энергия системы проводников. Силы в электростатике проводников**

При ответе на вопрос билета необходимо получить выражение для энергии электростатического поля локальной системы проводников, находящейся в неограниченном однородном и изотропном диэлектрике.

Ввести определение для потенциальных и емкостных коэффициентов, указать их свойства, физический смысл и ограничения для их возможных значений. Получить выражение для емкости конденсатора произвольной формы, выраженной через емкостные коэффициенты. Отдельно рассмотреть предельный случай, когда проводники, образующие конденсатор, находятся на расстоянии значительно превышающем их линейные размеры. Выразить энергию электростатического поля системы проводников через потенциальные и емкостные коэффициенты.

Вычислить силу, действующую на проводник ограниченного объема, находящийся в электростатическом поле.

### **1.12. Стационарные токи в изотропных, проводящих средах**

При ответе на вопрос билета необходимо сформулировать задачу магнитостатики и записать уравнения Максвелла для нее. Получить условие стационарности тока в дифференциальной форме. Используя модель проводимости Друде, получить материальное уравнение для стационарного тока в изотропной проводящей среде. Вычислить тепловую мощность электрического тока, выделяющуюся в объеме замкнутой цепи, и обосновать необходимость источников сторонних электродвижущих сил для протекания стационарных токов.

Показать возможность накопления зарядов в объеме неоднородного проводника, при протекании стационарного тока. Для однородного и изотропного проводника, оценить время релаксации заряда при установлении тока.

Получить уравнение для векторного потенциала магнитного поля стационарных токов с учетом калибровочного условия Лоренца и записать его решение для потенциала поля локальной системы стационарных токов, находящейся в неограниченной области пространства.

Ввести приближение линейного («тонкого») проводника. Получить условие стационарности тока в интегральной форме для линейного проводника.

### **1.13. Энергия магнитного поля стационарных токов. Магнитный поток. Коэффициенты самоиндукции и взаимной индукции**

При ответе на вопрос билета необходимо получить выражение для энергии магнитного поля локальной системы стационарных токов, находящейся в неограниченном, однородном, изотропном магнетике.

Получить выражение для энергии магнитного поля системы контуров с токами. Ввести понятие коэффициентов самоиндукции и взаимной индукции и указать их свойства. Вычислить коэффициенты взаимной индукции для системы непересекающихся, линейных («тонких») контуров, находящихся в однородном, изотропном магнетике.

Записать определение для потока индукции магнитного поля. Выразить энергию магнитного поля системы контуров с током через поток. Связать поток индукции магнитного поля с коэффициентами самоиндукции и взаимной индукции.

### **1.14. Квазистационарное приближение. Основные уравнения. Границы применимости**

При ответе на вопрос билета необходимо указать ограничения, налагаемые на уравнения электромагнитного поля и материальные уравнения в квазистационарном приближении. Оценить границы применимости этого приближения. Получить уравнения для векторов напряженности электрического и магнитного поля, а также плотности тока в однородной и изотропной среде, в квазистационарном приближении.

### **1.15. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде (в квазистационарном приближении). Скин-эффект**

При ответе на вопрос билета необходимо описать распространение квазистационарного периодического электромагнитного поля в проводнике с плоской границей. Ввести определение для толщины скин-слоя. Получить явную зависимость для напряженности

магнитного поля в проводнике от координат и времени. Оценить скорость затухания амплитуды поля в проводнике. Установить связь между векторами напряженности электрического и магнитного поля в каждой точке проводника. Ввести определение поверхностного импеданса.

Описать причины возникновения аномального скин-эффекта и его наблюдательные проявления. Записать материальное уравнение Чамберса и продемонстрировать предельный переход этого уравнения к закону Ома для изотропного и однородного проводника. Получить интегро-дифференциальное уравнение для компонент вектора напряженности электрического поля в случае аномального скин-эффекта.

### **1.16. Уравнения макроскопической электродинамики в ковариантном виде**

При ответе на вопрос билета необходимо выполнить усреднение микроскопических четырехмерных векторов плотности тока свободных и связанных зарядов. Выразить компоненты усредненного четырехмерного вектора плотности тока связанных зарядов через четырехмерную дивергенцию тензора поляризации. Проверить непротиворечивость выражения закону сохранения заряда. Определить компоненты тензора поляризации в декартовых координатах инерциальной системы отсчета.

Выполнить усреднение ковариантных уравнений микроскопической электродинамики и получить уравнения макроскопической электродинамики в ковариантной форме.

Записать (с обоснованием) в векторной форме закон преобразования векторов напряженности электрического поля, индукции магнитного поля, напряженности магнитного поля, индукции электрического поля, а также поляризации и намагничения при преобразованиях Лоренца.

### **1.17. Материальные уравнения для движущихся диэлектриков**

При ответе на вопрос билета необходимо получить материальные уравнения для диэлектрика, движущегося инерциально относительно лабораторной системы отсчета, предполагая его однородность и изотропность в собственной системе отсчета. Рассмотреть только случай в котором индукция электрического поля и напряженность магнитного поля выражаются как функции напряженности электрического поля и индукции магнитного поля (представление Бойса-Поста).

### **1.18. Материальные уравнения для движущихся проводников**

При ответе на вопрос билета необходимо получить зависимость плотности тока и плотности заряда от напряженности электрического и индукции магнитного полей для проводника, движущегося инерциально относительно лабораторной системы отсчета. При вычислениях следует принять, что в собственной системе отсчета проводника выполняется закон Ома, а сам проводник не заряжен. Отдельно рассмотреть предельный случай не релятивистского движения.

### **1.19. Дисперсия диэлектрической проницаемости для разреженных газов из нейтральных атомов или молекул**

При ответе на вопрос билета необходимо в приближении осцилляторной модели рассеяния монохроматической электромагнитной волны на одноэлектронном атоме по-

лучить выражение для комплексной диэлектрической проницаемости разреженного газа, состоящего из таких атомов (формула Лоренца). Выделить вещественную и мнимую части комплексной диэлектрической проницаемости и построить их зависимость от частоты электромагнитного поля. Отметить области прозрачности и поглощения. Ввести понятия нормальной и аномальной дисперсии среды.

Ввести определение для «силы осцилляторов» и записать обобщение формулы Лоренца для заданного распределения дисперсионных электронов по резонансным частотам.

### **1.20. Дисперсия диэлектрической проницаемости для ионизированных газов**

При ответе на вопрос билета необходимо получить уравнение Дебая-Хюккеля, на основании которого, описать явление экранирования электрического поля точечного заряда, находящегося в равновесной, нейтральной плазме. Записать выражения для вещественной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости разреженного, полностью ионизированного газа и построить их характерные зависимости от частоты изменения электромагнитного поля. Исследовать распространение монохроматической электромагнитной волны в таком газе, и получить условия распространения поперечных и продольных волн, а также условие непрозрачности плазмы для электромагнитных волн.

### **1.21. Физический смысл мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости**

При ответе на вопрос билета необходимо доказать справедливость утверждения: если мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости отлична от нуля, то среда либо поглощает энергию электромагнитного поля (диссипирующая среда), либо переводит энергию возбуждения, запасенную в веществе, в энергию электромагнитного поля (антидиссипирующая среда). Для доказательства этого утверждения следует вычислить поток энергии монохроматической электромагнитной волны через поверхность, ограничивающую некоторый объем вещества. Выполнить усреднение потока энергии по периоду падающей волны. Связать результат усреднения со знаком мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости.

### **1.22. Материальные уравнения для быстропеременного поля. Аналитические свойства комплексной диэлектрической проницаемости**

При ответе на вопрос билета необходимо, учитывая принцип причинности, ввести интегральное соотношение между векторами электрической индукции и напряженности электрического поля. Указать свойства весовой функции, использованной в этом соотношении, и связать ее с комплексной диэлектрической проницаемостью. Используя определение для комплексной диэлектрической проницаемости (в частотной области), получить материальное уравнение (во временной области) для поля монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся в диспергирующей среде.

Исследовать аналитические свойства комплексной диэлектрической проницаемости (показать четность вещественной части и нечетность мнимой части на вещественной оси; доказать отсутствие особенностей в верхней полуплоскости; доказать вещественность на верхней мнимой полуоси; исследовать асимптотическое поведение при больших значениях модуля аргумента).

### 1.23. Формулы Крамерса-Кронига

При ответе на вопрос билета необходимо, используя аналитические свойства комплексной диэлектрической проницаемости, получить формулы Крамерса-Кронига (дисперсионные соотношения).

## Задачи

(по нумерации сборника задач 2022 года издания)

19.1, 19.2, 19.3, 19.4, 19.5, 19.6, 20.3, 20.3а, 21.1, 21.2, 21.3, 22.1, 22.2, 22.2а, 22.3, 22.4, 22.5, 24.1, 24.2, 24.3, 24.4, 24.6 (только  $\vec{H}$  и  $\Psi$ ), 26.2 (прямоугольное сечение), 26.4 (только  $L_{12}$  и энергию взаимодействия), 26.5, 27.1, 27.3, 27.3а, 28.1, 29.1, 30.1, 30.2, 31.1.