

Программа к экзамену по курсу Электродинамика

(6 семестр 2022/2023 учебный год)

1.1. Усреднение микроскопических уравнений Максвелла. Векторы поляризации и намагничивания среды

При ответе на вопрос билета необходимо обосновать необходимость усреднения уравнений микроскопической электродинамики. Описать выбор масштабов усреднения. Показать возможность перестановки операций усреднения и вычисления производных по координатам и времени. Ввести понятие свободных и связанных зарядов. Записать связь среднего значения плотности связанных зарядов и плотности тока связанных зарядов с векторами поляризации и намагниченности.

Выполнить усреднение уравнений микроскопической электродинамики. Ввести определения для макроскопических векторов напряженности и индукции электрического и магнитного поля.

Привести вычисление, поясняющее физический смысл векторов поляризации и намагниченности.

1.2. Материальные уравнения для полей в покоем веществе

При ответе на вопрос билета требуется обосновать необходимость введения материальных уравнений для описания электромагнитных процессов в веществе. Привести форму материальных уравнений для электромагнитного поля в виде разложения по малому параметру (отношения модуля напряженности внешнего поля к характерному внутриатомному полю) с точностью до слагаемых, линейных по напряженности поля. Описать физический смысл и наблюдательные проявления, к которым приводит каждое из слагаемых в разложении. Показать согласованность системы уравнений макроскопической электродинамики после дополнения ее материальными уравнениями.

1.3. Уравнения для потенциалов в однородном покоем веществе. Калибровочная инвариантность. Решение в виде запаздывающих потенциалов

При ответе на вопрос билета необходимо проверить замкнутость системы уравнений Максвелла в веществе. Ввести понятия скалярного и векторного потенциалов электромагнитного поля и записать их связь с напряженностями поля. Записать выражения калибровочных преобразований для потенциалов и показать, что напряженности электромагнитного поля не изменяются при таких преобразованиях.

Получить уравнения для скалярного и векторного потенциалов в однородном изотропном веществе (в общем случае). Ввести калибровочное условие Лоренца и записать уравнения для потенциалов с учетом этого условия. Отметить сходства и различия между уравнениями для потенциалов электромагнитного поля в однородном изотропном веществе и уравнениями для потенциалов в вакууме. Используя установленную аналогию, записать решение для запаздывающих потенциалов.

1.4. Граничные условия для полей в покоящейся кусочно-однородной среде

При ответе на вопрос билета необходимо записать уравнения макроскопической электродинамики в интегральной форме. Используя эти уравнения получить граничные условия, связывающие компоненты векторов электромагнитного поля на границе раздела кусочно-однородных сред при наличии поверхностных зарядов и токов. Сформулировать "естественные граничные условия" и привести пример их применения.

1.5. Закон сохранения энергии в электродинамике покоящихся сред

При ответе на вопрос билета необходимо получить закон сохранения энергии электромагнитного поля в дифференциальной и интегральной формах в изотропном веществе (при диэлектрической и магнитной проницаемостях, не зависящих от времени). Указать физический смысл каждого из слагаемых в законе сохранения энергии. Ввести понятие плотности энергии электромагнитного поля, плотности потока энергии (вектор Пойнтинга).

Получить закон изменения импульса электромагнитного поля в однородном изотропном веществе. Ввести определения для плотности импульса электромагнитного поля и тензора напряжений Максвелла. Используя этот тензор, вычислить силу, действующую на ограниченный объем вещества в постоянном электромагнитном поле.

1.6. Постановка задачи (основные уравнения и граничные условия) для электростатики кусочно-однородной среды

При ответе на вопрос билета необходимо получить уравнение для потенциала электростатического поля при наличии объемных свободных зарядов. Сформулировать краевую задачу электростатики кусочно-однородных сред. Обосновать выбор граничных условий в случае, когда обе среды, разделенные границей, являются диэлектриками; и в случае, когда одна из сред - проводник. Записать граничные условия в терминах потенциала.

Получить выражение для энергии электростатического поля локальной системы зарядов, находящейся в неограниченном, однородном, изотропном диэлектрике.

1.7. Силы в электростатике диэлектриков

При ответе на вопрос билета необходимо на основании вариационного принципа получить выражение для плотности силы, действующей на изотропный диэлектрик в электростатическом поле (формула Кортвега-Гельмгольца).

1.8. Энергия системы проводников. Силы в электростатике проводников

При ответе на вопрос билета необходимо получить выражение для энергии электростатического поля локальной системы проводников, находящейся в неограниченном однородном и изотропном диэлектрике.

Ввести понятие потенциальных и емкостных коэффициентов, указать их свойства и физический смысл. Выразить энергию электростатического поля системы проводников через потенциальные и емкостные коэффициенты.

Вычислить силу, действующую на проводник ограниченного объема, находящийся в электростатическом поле.

1.9. Постановка задачи (уравнения и граничные условия) для стационарных токов в кусочно-однородных проводниках

При ответе на вопрос билета необходимо сформулировать задачу магнитостатики и записать уравнения Максвелла для нее. Получить условие стационарности токов в дифференциальной форме. Ввести материальные уравнения для токов в изотропных проводящих средах. Обосновать необходимость источников сторонних электродвижущих сил для протекания стационарных токов.

Получить уравнение для векторного потенциала магнитного поля стационарных токов с учетом калибровочного условия Лоренца и записать его решение. Записать граничные условия для задачи магнитостатики кусочно-однородных сред.

Ввести приближение линейного ("тонкого") проводника. Получить условие стационарности тока в интегральной форме для линейного проводника.

1.10. Энергия магнитного поля стационарных токов. Магнитный поток. Коэффициенты самоиндукции и взаимной индукции

При ответе на вопрос билета необходимо получить выражение для энергии магнитного поля локальной системы стационарных токов, находящейся в неограниченном, однородном, изотропном магнетике.

Получить выражение для энергии магнитного поля системы контуров с токами. Ввести понятие коэффициентов самоиндукции и взаимной индукции и указать их свойства. Вычислить коэффициенты взаимной индукции для системы непересекающихся, линейных ("тонких") контуров, находящихся в однородном, изотропном магнетике.

Ввести понятие потока индукции магнитного поля. Выразить энергию магнитного поля системы контуров с током через поток. Связать поток индукции магнитного поля с коэффициентами самоиндукции и взаимной индукции.

1.11. Квазистационарное приближение. Основные уравнения. Границы применимости

При ответе на вопрос билета необходимо указать ограничения, налагаемые на уравнения электромагнитного поля и материальные уравнения в квазистационарном приближении. Оценить границы применимости этого приближения. Получить уравнения для напряженностей электрического и магнитного поля, а также плотности тока в квазистационарном приближении.

1.12. Проникновение периодически меняющихся полей в проводник (в квазистационарном приближении). Скин-эффект

При ответе на вопрос билета необходимо описать распространение квазистационарного периодического электромагнитного поля в проводнике с плоской границей. Ввести понятие толщины скин-слоя. Получить явную зависимость для напряженности магнитного поля в проводнике от координат и времени. Оценить скорость затухания амплитуды поля в проводнике. Установить связь между напряженностями электрического и магнитного поля в каждой точке проводника.

1.13. Уравнения макроскопической электродинамики в ковариантном виде

При ответе на вопрос билета необходимо выполнить усреднение микроскопических четырехмерных векторов плотности тока свободных и связанных зарядов. Выразить компоненты усредненного четырехмерного вектора плотности тока связанных зарядов через четырехмерную дивергенцию тензора поляризации. Проверить непротиворечивость выражения закону сохранения заряда. Определить компоненты тензора поляризации в декартовых координатах инерциальной системы отсчета.

Выполнить усреднение ковариантных уравнений микроскопической электродинамики и получить уравнения макроскопической электродинамики в ковариантной форме.

Записать (с обоснованием) в векторной форме закон преобразования напряженности электрического поля, индукции магнитного поля, а также напряженности магнитного поля и индукции электрического поля при преобразованиях Лоренца.

1.14. Материальные уравнения для движущихся диэлектриков

При ответе на вопрос билета необходимо получить материальные уравнения для диэлектрика, движущегося инерциально относительно лабораторной системы отсчета, предполагая его однородность и изотропность в собственной системе отсчета. Рассмотреть только случай, в котором индукция электрического поля и напряженность магнитного поля выражаются как функции напряженности электрического поля и индукции магнитного поля.

1.15. Материальные уравнения для движущихся проводников

При ответе на вопрос билета необходимо получить зависимость плотности тока и плотности заряда от напряженности электрического и индукции магнитного полей для проводника, движущегося инерциально относительно лабораторной системы отсчета. При вычислениях следует принять, что в собственной системе отсчета проводника выполняется закон Ома, а сам проводник не заряжен. Рассмотреть предельный случай не релятивистского движения.

1.16. Основные уравнения магнитной гидродинамики идеально проводящей жидкости

При ответе на вопрос билета необходимо записать систему уравнений гидродинамики идеальной жидкости, дополнив её уравнениями электромагнитного поля в квазистационарном приближении. Записать материальные уравнения для проводящей среды, движущейся в электромагнитном поле, и рассмотреть предельный вид этих уравнений для идеального проводника. Записать уравнение для плотности силы, действующей на проводящую среду со стороны электромагнитного поля. Выписать полную систему уравнений магнитной гидродинамики идеально проводящей жидкости. Показать, что число уравнений в этой системе согласованно с числом неизвестных.

1.17. "Вмораживание" магнитного поля в движущийся идеальный проводник

При ответе на вопрос билета необходимо на основании уравнений магнитной гидродинамики идеально проводящей жидкости доказать теорему о "вмороженности" силовых

линий магнитного поля в идеальный проводник. (Показать, что две бесконечно близкие частицы жидкости, в начальный момент времени находившиеся на одной силовой линии магнитного поля, при движении жидкости останутся на той же силовой линии магнитного поля.)

1.18. Дисперсия диэлектрической проницаемости для разреженных газов из нейтральных атомов или молекул

При ответе на вопрос билета необходимо в приближении осцилляторной модели рассеяния монохроматической электромагнитной волны на одноэлектронном атоме получить выражение для комплексной диэлектрической проницаемости разреженного газа, состоящего из таких атомов. Выделить вещественную и мнимую части комплексной диэлектрической проницаемости и построить их зависимость от частоты электромагнитного поля. Отметить области прозрачности и поглощения. Ввести понятия нормальной и аномальной дисперсии среды.

1.19. Дисперсия диэлектрической проницаемости для ионизированных газов

При ответе на вопрос билета необходимо записать выражения для вещественной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости разреженного ионизированного газа и построить их характерные зависимости от частоты изменения электромагнитного поля. Указать условия распространения поперечных и продольных волн, а также условие отражения волн в плазме.

1.20. Физический смысл мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости

При ответе на вопрос билета необходимо доказать справедливость утверждения: если мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости отлична от нуля, то среда либо поглощает энергию электромагнитного поля (диссипирующая среда), либо переводит энергию возбуждения, запасенную в веществе, в энергию электромагнитного поля (антидиссипирующая среда). Для доказательства этого утверждения следует вычислить поток энергии монохроматической электромагнитной волны через поверхность, ограничивающую некоторый объем вещества. Выполнить усреднение потока энергии по периоду падающей волны. Связать результат усреднения со знаком мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости.

1.21. Аналитические свойства комплексной диэлектрической проницаемости

При ответе на вопрос билета необходимо, учитывая принцип причинности, ввести интегральное соотношение между векторами электрической индукции и напряженности электрического поля. Связать весовую функцию в этом соотношении с комплексной диэлектрической проницаемостью. На основе полученной связи исследовать аналитические свойства комплексной диэлектрической проницаемости (показать четность вещественной части и нечетность мнимой части на вещественной оси; доказать отсутствие особенностей в верхней полуплоскости; доказать вещественность на верхней мнимой полуоси; исследовать асимптотическое поведение при больших значениях аргумента).

1.22. Формулы Крамерса-Кронига

При ответе на вопрос билета необходимо, используя аналитические свойства комплексной диэлектрической проницаемости, получить формулы Крамерса-Кронига (дисперсионные соотношения).

1.23. Распространение электромагнитных волн в проводящей диспергирующей среде.

Связь векторов поля, частоты и волнового вектора

При ответе на вопрос билета необходимо описать распространение плоской монохроматической электромагнитной волны в прозрачной среде при наличии дисперсии. Предполагая решение в виде плоской монохроматической волны, получить систему алгебраических уравнений для компонент поля. Отметить условия, при которых возможно распространение продольных электромагнитных волн в среде.

Для поперечной электромагнитной волны исследовать свойства: установить связь между напряженностями поля в волне и волновым вектором; получить закон дисперсии; найти соотношение между модулями напряженности электрического и магнитного полей в волне.

Исследовать свойства закона дисперсии. Обосновать необходимость введения комплексного волнового вектора. Ввести понятие однородных и неоднородных волн. Ввести комплексный показатель преломления и установить связь его вещественной и мнимой частей с вещественной и мнимой частями комплексной диэлектрической проницаемости.

Задачи

19.1, 19.3 (только потенциал и момент силы), 19.4, 19.5, 19.6, 20.3, 21.1, 21.2, 21.3, 22.2, 22.3, 22.5, 24.4, 24.6 (только \mathbf{H} и Ψ), 26.2 (прямоугольное сечение), 26.4 (только L_{12} и энергию взаимодействия), 26.5, 27.1, 27.3, 28.1, 29.2, 30.1, 31.1.