

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана физического
факультета МГУ



/ В.В. Белокуров /

«21» марта 2024 г.

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ

1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Шифр и наименование области науки

1. Естественные науки

Наименование отраслей науки, по которым присуждаются ученые степени

Физико-математические науки

Москва 2024

I. Описание программы

Программа-минимум кандидатского экзамена, разработана Физическим факультетом Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова на основе паспорта научной специальности, утвержденного Высшей аттестационной комиссией при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации, и учебного плана программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, в отрасли физико-математических наук.

II. Основные разделы и вопросы к экзамену

Тема 1. Математические основы

Элементы теории функций и функционального анализа.

Понятие меры и интеграла Лебега.

Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций.

Пространства Соболева.

Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Теорема Риса об общем виде линейного функционала.

Линейные операторы в гильбертовом пространстве. Ограниченные и вполне непрерывные операторы. Дифференциальные и интегральные операторы.

Элементы спектральной теории. Спектр вполне непрерывных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве.

Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.

Экстремальные задачи в евклидовых пространствах.

Выпуклые задачи на минимум.

Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование.

Задачи на минимакс.

Основы вариационного исчисления.

Задачи оптимального управления. Принцип максимума. Принцип динамического программирования.

Теория вероятностей. Случайные процессы. Математическая статистика.

Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость.

Случайные величины и векторы. Распределение, моменты случайных величин и векторов.

Элементы корреляционной теории случайных векторов.

Условные вероятности и условные математические ожидания.

Характеристические функции. Центральная предельная теорема. Законы больших чисел.

Элементы теории случайных процессов. Корреляционные функции. Цепи Маркова и марковские случайные процессы. Гауссовские процессы и процесс Пуассона. Броуновское движение.

Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Проверка статистических гипотез.

Основы теории информации.

Тема 2. Информационные технологии

Принятие решений.

Общая проблема решения. Функция потерь. Основные понятия теории статистических решений.

Байесовский и минимаксный подходы.

Метод последовательного принятия решения.

Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.

Экспертизы и неформальные процедуры.

Обучение по прецедентам: классификация, кластеризация, регрессия.

Основы искусственных нейронных сетей (ИНС), глубокие ИНС. Универсальная теорема аппроксимации. Обучение ИНС методом градиентного спуска (обратного распространения ошибки), стохастического градиентного спуска.

Тема 3. Компьютерные технологии

Численные методы.

Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Аппроксимация рядами Фурье. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.

Численное дифференцирование и интегрирование.

Решение линейных систем и обращение матриц. Системы специального вида и их решение методом прогонки.

Нелинейное уравнение. Метод последовательных приближений, метод линеаризации, метод секущих, метод парабол. Системы нелинейных уравнений.

Нахождение собственных значений и векторов матриц.

Нахождение минимума.

Численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши, краевая задача, задача Штурма-Лиувилля.

Уравнения в частных производных. Автомодельные решения. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Основные методы построения разностных схем.

Уравнения переноса.

Интегральные уравнения. Некорректные задачи и регуляризация по А.Н.Тихонову.

Вычислительный эксперимент.

Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.

Алгоритмические языки.

Представление о языках программирования высокого уровня.

Пакеты прикладных программ.

Параллельные вычисления

Тема 4. Методы математического моделирования

Основные принципы математического моделирования. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Вариационные принципы построения математических моделей

Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.

Математические модели в научных исследованиях. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии. Субъективное моделирование и неопределенные нечеткие математические модели.

Теория измерительно-вычислительных систем. Задачи редукции к идеальному измерительному прибору. Синтез выходного сигнала идеального прибора. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции.

Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Эргодичность и перемешивание. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры. Режимы с обострением.

III. Критерии оценивания

Критерии и показатели оценивания ответа на экзамене			
Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Фрагментарные знания в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ	Неполные знания в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ	Сформированные и систематические знания в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ

IV. Рекомендуемая основная литература

1. Корпусов М. О., Панин А. А. Лекции по линейному и нелинейному функциональному анализу. Том I. Общая теория, в двух частях. — Физический факультет МГУ Отдел оперативной печати Физического Факультета МГУ, 2016. — 427 с.
2. Корпусов М. О., Панин А. А. Лекции по линейному и нелинейному функциональному анализу. Том 2. Функциональные пространства. —

Физический факультет МГУ Отдел оперативной печати Физического факультета МГУ, 2017. — 288 с.

3. Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будаков, Л. А. Артемьева. Методы оптимизации — Юрайт Москва, 2016. — 375 с..
4. Пытьев Ю.П., Шишмарев И.А. Теория вероятностей, математическая статистика и элементы теории возможностей для физиков. -, Москва, Изд-во МГУ, 2023. - 410 с.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. В двух книгах. Книга первая. Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. Численный анализ. Книга вторая. Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Методы математической физики. М.: Издательский центр «Академия» 2013.
6. Волков В.Т., Ягола А.Г. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление (курс лекций). М.: КДУ, 2008.
7. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. — 2-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2001. — ISBN 5-9221-0120-X.
8. Галанин М.П., Тихонов Н.А., Токмачев М.Г. Математическое моделирование: Теория и применение. Москва: Ленанд, 2022. — 600 с.
9. Пытьев Ю. П. Вероятность, возможность и субъективное моделирование в научных исследованиях. — ФИЗМАТЛИТ Москва, 2018. — 296 с.
10. Флах П. Машинное обучение. — М.: ДМК Пресс, 2015. — 400 с. — ISBN 978-5-97060-273-7.

V. Рекомендуемая дополнительная литература

1. Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи. М.: КУРС, 2017. - 400 с.
2. Пытьев Ю.П. Математические методы анализа эксперимента. М.: Высш. школа, 1989.
3. Корпусов М. О., Панин А. А. Лекции по линейному и нелинейному функциональному анализу. Том III. Нелинейный анализ. — Отдел оперативной печати Физического Факультета Физический Факультет, 2018. — 284 с.
4. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики. М.: УРСС, 2023. 304 стр.
5. Ян Леун. Как учится машина. Революция в области нейронных сетей и глубокого обучения. (Библиотека Сбера: Искусственный интеллект). — М.: Альпина нон-фикшн, 2021. —
6. Николенко С., Кадурын А., Архангельская Е. Глубокое обучение. — СПб.: Питер, 2018. — 480 с.
7. Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. Глубокое обучение. – М.: ДМК Пресс, 2018. – 652 с.