На правах рукописи

Михайлов Юрий Сергеевич

ГРАВИТАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В СТАБИЛИЗИРОВАННОЙ МОДЕЛИ РЭНДАЛЛ-СУНДРУМА

01.04.02 — теоретическая физика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2008

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель: доктор физико-математических наук **Волобуев Игорь Павлович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук **Лобанов Андрей Евгеньевич**

кандидат физико-математических наук **Либанов Максим Валентинович**

Ведущая организация:
Отдел теоретической физики Института физики высоких энергий,
г. Протвино.

Защита состоится 23 октября 2008 г. в 16 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 501.002.10 в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В.Ломоносова, Физический факультет, ауд. СФА

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан "_____" сентября 2008 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 501.002.10
доктор физико-математических наук
профессор Грац Ю.В.

Общая характеристика и актуальность работы

В последнее время большое внимание уделяется моделям "мира на бране", в которых поля Стандартной модели предполагаются локализованными на трехмерном многообразии – мембране, или просто "бране", – вложенном в объемлющее многомерное пространство. В моделях мира на бране дополнительные измерения могут иметь большой или даже бесконечный размер и приводить к экспериментально наблюдаемым эффектам.

Было замечено, что если поля Стандартной модели локализованы на бране в многомерном пространстве, и пространство дополнительных компактных измерений имеет большой объем, то стандартная формула теории Калуцы-Клейна для связи многомерной и четырехмерной гравитационных постоянных позволяет решить проблему иерархии гравитационного взаимодействия. А именно, при наличии дополнительных измерений константа гравитационного взаимодействия в многомерной теории может быть сравнима с константой электрослабого взаимодействия, что соответствует фундаментальному энергетическому масштабу порядка 1 *ТэВ*, однако эффективная четырехмерная константа взаимодействия на бране имеет обычную величину, соответствующую энергетическому масштабу порядка 10^{16} *ТэВ*. Таким образом, при энергиях порядка нескольких *ТэВ* гравитационное взаимодействие за счет калуца-клейновских мод многомерного гравитационнго поля может быть сравнимым по силе с электрослабым взаимодействием. Поэтому предсказываемые такими теориями эффекты могут быть проверены уже в ближайшее время в экспериментах на коллайдерах. Именно возможность обнаружения больших и бесконечных дополнительных измерений является основной причиной, по которой они представляют интерес.

Наиболее известной и интересной с феноменологической точки зрения моделью с дополнительными измерениями является модель Рэндалл-Сундрума. Она описывает систему из двух бран, взаимодействующих с гравитацией в пятимерном пространстве-времени. В этой модели метрика фонового решения является неплоской, и проблема иерархии решается благодаря экспоненциальному фактору в выражении для метрики.

Однако у модели Рэндалл-Сундрума имеется существенный недостаток: расстояние между бранами не фиксируется параметрами модели. Это приводит к тому, что в эффективной четырехмерной теории появляется безмассовое скалярное поле – радион. Константа связи этого поля с материей на бране с отрицательным натяжением, где предположительно локализованы поля Стандартной модели, оказывается настолько большой, что это противоречит экспериментальным данным даже на уровне классической гравитации.

Данная проблема была решена введением в теорию дополнительного пятимерного скалярного поля, – поля Гольдбергера-Вайза. Стабилизация размера дополнительного измерения в этом случае определяется минимумом эффективного потенциала этого скалярного поля. Так как поле радиона соответствует флуктуациям компоненты метрики, отвечающей дополнительному измерению, фиксация размера дополнительного измерения приводит к появлению у поля радиона массы, что делает такую теорию феноменологически приемлемой.

Однако почти во всех работах по феноменологии модели Рэндалл-Сундрума по-прежнему рассматривается нестабилизированнная модель, в которую масса радиона вводится "руками". Такой подход представляется непоследовательным, так как появление массы у радиона приводит к изменению его константы связи с полями материи и к изменению значений всех параметров модели Рэндалл-Сундрума. Таким образом, методы корректного изучения линеаризованной гравитации в стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума достаточно важны, в частности они позволяют получить согласованные значения для массы и константы связи радиона.

Основной целью диссертации является детальное изучение гравитационного взаимодействия в линейном приближении в стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума. Особое внимание уделяется выделению физических степеней свободы модели, для чего выбирается удобная физически обоснованная калибровка. В этой калибровке решаются уравнения движения для флуктуаций метрики и скалярного поля как в свободном случае, так и в случае наличия материи на бранах, строится эффективный лагранжиан теории и вычисляются массы и эффективные константы связи для скалярных и тензорных возбуждений, важные с экспериментальной точки зрения.

Научная новизна и практическая ценность

Предложенный в работе подход позволил впервые детально проанализировать ряд явлений, возникающих в стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума. Его отличительной чертой является последовательное использование лагранжева описания линеаризованной гравитации и в его рамках детальное изучение скалярного сектора модели, что позволяет получить согласованные значения массы и константы связи с полями Стандартной модели для низшего скалярного возбуждения – радиона. Следует отметить, что большинство полученных результатов справедливы для произвольного вида стабилизирующих потенциалов, что дает возможность для построения новых, интересных с экспериментальной точки зрения, моделей.

Все результаты работы получены с использованием корректных теоретических методов, сочетающих в себе ясность физического подхода и строгость математического аппарата, и обладают внутренней согласованностью.

На защиту выносятся следующие основные результаты:

1. Построен лагранжиан второй вариации для флуктуаций метрики и скалярного поля в стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума с произвольным фоновым решением. Исследована его калибровочная инвариантность и найдена удобная калибровка, позволяющая выделить физические степени свободы модели.

2. Для произвольного стабилизированного фонового решения этой модели найдена специальная подстановка, позволяющая расцепить уравнения движения для тензорных и скалярных степеней свободы. Эти уравнения приведены к виду Штурма-Лиувилля, и исследованы общие свойства их решений.

3. В модели со стабилизированным решением, отвечающим экспоненциальной зависимости фонового скалярного поля от координаты дополнительного измерения, изучена связь энергетических масштабов четырехмерной и пятимерной гравитации. В приближении слабой зависимости этого поля от координаты дополнительного измерения решены

уравнения для тензорных и скалярных полей, а также найдены массы и константы связи калуца-клейновских мод с материей на бранах. Построен эффективный четырехмерный лагранжиан теории, который описывает безмассовый гравитон, массивные гравитоны и набор массивных скалярных полей.

4. Исследованы уравнения движения для флуктуаций метрики и скалярного поля в случае наличия материи на бранах. Найдена калибровка для четырехмерного тензорного поля, позволяющая выделить физические степени свободы модели, и для некоторых вариантов расположения материи и наблюдателя на бранах найдены решения уравнений движения. Получены соответствующие формулы для Ньютоновского предела модели.

Все перечисленные выше результаты были получены либо при непосредственном участии автора, либо самим автором.

Апробация работы

Материалы диссертации докладывались на семинаре Отдела теоретической физики высоких энергий НИИЯФ МГУ; XXVIII Международной конференции по фундаментальным проблемам физики высоких энергий и теории поля, Протвино, Россия, 2005; XII Международной Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц, Москва, 2005; Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам "Ломоносов 2006", Москва, 2006; Российском семинаре "Современные теоретические проблемы гравитации и космологии" GRACOS-2007, Казань-Яльчик, 2007.

Содержание диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, одного приложения и списка цитированной литературы. Объем диссертации составляет 99 страниц. Список литературы содержит 73 ссылки.

Введение содержит краткое изложение темы исследования, целей работы и общей структуры диссертации. Здесь также представлен обзор литературы по теме диссертации.

В **первой** главе описаны основные модели "мира на бране" – ADD-сценарий, модель Рэндалл-Сундрума с двумя бранами (RS1-модель), а также стабилизированная RS1-модель. Обсуждаются их свойства и особенности. Особое внимание уделяется нестабилизированной модели Рэндалл-Сундрума. Эта модель основана на точном решении для гравитации, взаимодействующей с двумя бранами в пятимерном пространстве-времени $E = M \times S^1/Z_2$. Метрика этого решения имеет вид

$$ds^2 = e^{-2\sigma(y)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + dy^2 \equiv \gamma_{MN}dx^M dx^N, \quad \sigma(y) = k|y| + c, \tag{1}$$

где $\eta_{\mu\nu} = diag(-1, 1, 1, 1)$ обозначает плоскую метрику Минковского, параметр k имеет размерность массы и связан с пятимерной космологической постоянной, индексы $M, N = 0, 1, 2, 3, 4$, а $y \equiv x^4$, $0 \leq y \leq L$ обозначает координату дополнительного измерения. Плоские браны расположены в точках $y = 0$ (брана 1) и $y = L$ (брана 2), и при $kL \sim 35$ на бране 2 решается проблема иерархии гравитационного взаимодействия. Константу c удобно выбирать, в зависимости от того, на какой бране находится наш мир, так, чтобы координаты $\{x^\mu\}$ были галилеевы на этой бране, то есть чтобы индуцированная на бране метрика $\gamma_{\mu\nu} = diag(-1, 1, 1, 1)$.

Такое фоновое решение существует для любого значения расстояния между бранами L, то есть оно оказывается нестабилизированным. В линеаризованной теории над этим фоновым решением появляется скалярная и безмассовая с четырехмерной точки зрения мода – радион, которая отвечает флуктуациям расстояния между бранами и очень сильно взаимодействует с материей на бране в точке $y = L$, на которой предположительно находится наш мир. Наличие такой частицы противоречит имеющимся экспериментальным данным. Поэтому в конце главы кратко обсуждается решение этой проблемы в рамках стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума, в которой радион приобретает массу благодаря наличию дополнительного пятимерного скалярного поля.

Во **второй главе** изучается модель Рэндалл-Сундрума, стабилизированная с помощью пятимерного скалярного поля. Действие модели имеет вид

$$S = \frac{1}{\hat{\kappa}^2}\int R\sqrt{-g}d^5\hat{x} - \int\left(\frac{1}{2}\partial_M\phi\partial^M\phi + V(\phi)\right)\sqrt{-g}d^5\hat{x} - \\ - \int\left(\lambda_1(\phi)\delta(y) + \lambda_2(\phi)\delta(y-L)\right)\sqrt{-\tilde{g}}d^5\hat{x},$$

где $\hat{\kappa} = \sqrt{16\pi\hat{G}}$, $\hat{G}$ есть пятимерная гравитационная постоянная, $\tilde{g}_{\mu\nu}$ обозначает индуцированную на мембранах метрику, и $\tilde{g} = det\tilde{g}_{\mu\nu}$.

Для любого стабилизированного фонового решения этой модели, имеющего вид

$$\begin{aligned} ds^2 &= e^{-2A(y)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + dy^2 \equiv \gamma_{MN}(y)dx^M dx^N, \\ \phi(x,y) &= \phi(y) \end{aligned}$$

путем параметризации метрики и поля как

$$g_{MN}(x,y) = \gamma_{MN}(y) + \hat{\kappa}h_{MN}(x,y), \\ \phi(x,y) = \phi(y) + \hat{\kappa}f(x,y),$$

подстановки этого представления в действие модели и сохранения членов второго порядка по возмущениям получен так называемый лагранжиан второй вариации в модели Рэндалл-Сундрума со скалярным полем:

$$\frac{L_g}{\sqrt{-\gamma}} = -\frac{1}{4}(\bigtriangledown_S h_{MN}\bigtriangledown^S h^{MN} + 2\bigtriangledown_N h\bigtriangledown_M h^{MN} - \\ -2\bigtriangledown_M h^{MN}\bigtriangledown^S h_{SN} - \bigtriangledown_S h\bigtriangledown^S h) + (A')^2\left[\frac{7}{2}h_{MN}h^{MN} - hh\right] - \\ -A''\left[h_{MN}h^{MN} - \frac{1}{2}\tilde{h}h + \frac{1}{2}h_{M\nu}h^{M\nu}\right] + \frac{\hat{\kappa}^2}{2}\left[\frac{V}{2}\left(h_{MN}h^{MN} - \frac{1}{2}hh\right) + \right. \\ +\frac{1}{2}\left(h_{\mu\nu}h^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\tilde{h}\tilde{h}\right)[\lambda_1\delta(y) + \lambda_2\delta(y-L)] + \\ +\frac{1}{2}(\phi')^2\left(-\frac{1}{4}hh + \frac{1}{2}h_{MN}h^{MN} + hh_{44} - 2h_{4M}h^{4M}\right) - \\ -f\left(h\frac{dV}{d\phi} + \tilde{h}[\frac{d\lambda_1}{d\phi}\delta(y) + \frac{d\lambda_2}{d\phi}\delta(y-L)]\right) - f'\phi'h + 2\partial_M f\phi' h^{M4} - \\ \left. -\partial^M f\partial_M f - f^2\left(\frac{d^2V}{d\phi^2} + \frac{d^2\lambda_1}{d\phi^2}\delta(y) + \frac{d^2\lambda_2}{d\phi^2}\delta(y-L)\right)\right].$$

Здесь $h = \gamma_{MN}h^{MN}$, $\tilde{h} = \gamma_{\mu\nu}h^{\mu\nu}$, а $\bigtriangledown_M$ обозначает ковариантную производную в смысле метрики γ_{MN}. Следует заметить, что этот лагранжиан аналогичен лагранжиану нестабилизированной модели Рэндалл-Сундрума и фактически отличается от него только наличием скалярного поля. Однако если положить в нем $\phi = const$ и учесть уравнения для фоновых конфигураций полей, то лагранжианы полностью совпадут.

Из этого лагранжиана получены уравнения движения для полей, описывающих возмущения над произвольным стабилизированным фоновым решением.

Исследована калибровочная инвариантность этого лагранжиана, и показано, что можно наложить калибровку

$$(e^{-2A}h_{44})' - \frac{2}{3}\hat{\kappa}^2 e^{-2A}\phi' f = 0, \quad h_{\mu 4} = 0. \tag{2}$$

Эта калибровка вместе с подстановкой

$$h_{\mu\nu} = b_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\gamma_{\mu\nu}h_{44} \tag{3}$$

позволяет расцепить уравнения движения и выделить физические степени свободы модели. Показано, что сектор тензорных полей отщепляется от скалярного сектора и имеет ту же структуру, что и тензорный сектор нестабилизированной модели. Уравнения для тензорных и скалярных мод приведены к форме Штурма-Лиувилля, и исследованы их общие свойства.

При выборе потенциалов во всем пространстве и на бранах в виде

$$V(\phi) = \frac{1}{8}\left(\frac{dW}{d\phi}\right)^2 - \frac{\hat{\kappa}^2}{12}W^2(\phi), \quad W = 12\frac{k}{\hat{\kappa}^2} - u\phi^2,$$
$$\lambda_1(\phi) = W(\phi) + \beta_1^2(\phi - \phi_1)^2, \quad \lambda_2(\phi) = -W(\phi) + \beta_2^2(\phi - \phi_2)^2,$$

существует точное стабилизированное решение для фоновой метрики и скалярного поля, обобщающее решение Рэндалл-Сундрума:

$$\begin{aligned} ds^2 &= e^{-2A(y)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + dy^2, \quad A(y) = k|y| + \frac{\hat{\kappa}^2\phi_1^2}{24}e^{-2u|y|} + c, \\ \phi(y) &= \phi_1\, e^{-u|y|}. \end{aligned}$$

Параметры потенциалов $k, u, \phi_{1,2}, \beta_{1,2}$, обезразмеренные фундаментальным пятимерным масштабом теории $M = \hat{\kappa}^{-2/3}$, следует считать положительными величинами порядка $O(1)$, т. е. в параметрах модели не должно содержаться иерархического различия масштабов. Расстояние между бранами для этого решения выражается через параметры модели как

$$L = \frac{1}{u} \ln \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right). \tag{4}$$

Далее в диссертации рассматривается стабилизированная модель Рэндалл-Сундрума, основанная на этом точном решении. С помощью развитых в начале главы методов на фоне этого решения изучена линеаризованная гравитация, и в явном виде найдены уравнения для тензорных и скалярных мод. Поскольку фоновое решение для метрики намного сложнее решения в нестабилизированной модели Рэндалл-Сундрума, эти уравнения не удается решить точно. Поэтому в работе предложено приближение малых u, $uL \ll 1$. Из явного вида потенциала $V(\phi)$ следует, что при $u \to 0$ зависимость от скалярного поля в нем пропадает, и он превращается в пятимерную космологическую постоянную, а стабилизированная модель переходит в нестабилизированную. Поэтому приближение малых u будет приближением малого отклонения от нестабилизированной модели Рэндалл-Сундрума.

В работе показано, что в этом приближении влияние скалярного поля на тензорные возбуждения сводится к перенормировке параметра k нестабилизированной модели, который заменяется на $\tilde{k} = k - \frac{\hat{\kappa}^2 \phi_1^2}{12} u$. В результате формулы для масс тензорных возбуждений и для связи четырехмерных и пятимерных гравитационных постоянных получаются из соответствующих формул нестабилизированной модели заменой $k \to \tilde{k}$.

Анализ скалярного сектора показал, что в этом приближении уравнение для флуктуаций скалярного поля могут быть решены точно. На основе этих решений были найдены формулы для спектра скалярных возбуждений. В частности, для массы первого возбуждения – радиона – в приближении малых $u/\tilde{k}$ была получена простая формула

$$\mu_1^2 = \frac{2}{3} \hat{\kappa}^2 \phi_1^2 u^2 \frac{\beta_2^2}{\beta_2^2 + 4\tilde{k}}. \tag{5}$$

Как и следовало ожидать, в пределе $u \to 0$, который соответствует переходу стабилизированной модели в нестабилизированную, масса радиона обращается в нуль.

Для физических степеней свободы рассматриваемой модели получен эффективный четырехмерный лагранжиан, который описывает безмассовый гравитон, массивные гравитоны и набор массивных скалярных полей:

$$S_{eff} = -\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{\infty}\int dx\left(\partial^{\sigma}b^{k,\mu\nu}\partial_{\sigma}b^{k}_{\mu\nu} + m_k^2 b^{k,\mu\nu}b^{k}_{\mu\nu}\right) -$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\int dx\left(\partial_{\nu}\varphi_k\partial^{\nu}\varphi_k + \mu_k^2\varphi_k\varphi_k\right).$$

где $b^0_{\rho\sigma}$ - безмассовый гравитон, $b^n_{\rho\sigma}$ при $n > 0$ - массивные тензорные моды, а φ_n - канонически нормированные скалярные поля (в частности, φ_1 есть поле радиона). Далее в этом разделе также приведены уравнения для спектра масс тензорных и скалярных возбуждений. Заметим, что в модели появляются поля, отсутствующие в обычной четырехмерной теории гравитации и обладающие универсальным по форме взаимодействием с полями Стандартной модели, константа связи которого имеет порядок $ТэВ^{-1}$. Таким образом она представляет интерес с точки зрения феноменологии.

Необходимо еще отметить, что явный вид фоновых полей и потенциалов использовался только для получения спектра масс и констант связи. Все результаты, связанные с выбором калибровки, расцеплением уравнений движения и структурой скалярного сектора, справедливы в любой модели, стабилизированной с помощью скалярного поля.

В **третьей главе** изучается гравитационное взаимодействие на бранах. Здесь получено общее соотношение, связывающее массы Планка на бранах и фундаментальный пятимерный энергетический масштаб M рассматриваемой стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума без использования каких-либо приближений:

$$M_4^2 = \frac{M^3}{u}e^{-2c}(2b)^{-\frac{k}{u}}\left\{\gamma\left(\frac{k}{u}, 2b\right) - \gamma\left(\frac{k}{u}, 2be^{-2uL}\right)\right\}. \tag{6}$$

В этой формуле γ есть неполная гамма функция, и для удобства введено обозначение $b = \frac{\hat{\kappa}^2\phi_1^2}{24}$; константа c входит в определение $A(y)$ и выбирается таким образом, чтобы координаты $\{x^{\mu}\}$ были галилеевы на соответствующей бране.

В рамках приближения $uL \ll 1$, используемого в настоящей работе, была получена связь фундаментальной пятимерной гравитационной константы с соответствующими четырехмерными для обеих бран. В частности для браны в точке $y = L$, на которой предположительно находится наш мир, было получено выражение

$$M_{Pl}^2 = M^3 \frac{e^{2\tilde{k}L} - 1}{\tilde{k}}, \tag{7}$$

откуда видно, что гравитационное взаимодействие на этой бране подавленно благодаря экспоненциальному фактору, то есть на этой бране может быть решена проблема иерархии. Для этого достаточно положить $M \sim \tilde{k} \sim 1\,ТэВ$, а $\tilde{k}L \simeq 35$. Тогда параметр u может быть порядка десятков *ГэВ*, а масса радиона может быть порядка сотен *ГэВ*.

Также рассмотрен ряд других приближений, для которых были получены связи пятимерных и четырехмерных энергетических масштабов, и проанализированы возможные значения массы радиона. В частности, было замечено, что для некоторых значений параметров стабилизированной модели может сложится ситуация, при которой некоторый единый энергетический масштаб будет справедлив для обеих бран. Эта ситуация описывается уравнением

$$A(0) = A(L), \tag{8}$$

из которого получается следующее значение параметра b:

$$b = \frac{kL}{1 - e^{-2uL}}. \tag{9}$$

Как уже было отмечено, функция $A(y)$ имеет достаточно сложный вид, и точно решить уравнения для скалярного и тензорного поля не представляется возможным. Поэтому опять используется приближение $uL \ll 1$, которое представляется достаточно физически обоснованным. В этом случае связь энергетических масштабов в терминах массы радиона и расстояния между бранами имеет вид

$$M_{Pl}^2 = 4\sqrt{2\pi} \frac{M^3}{\mu_1} e^{\frac{\mu_1^2 L^2}{32}}. \tag{10}$$

Если положить массу радиона $\mu_1 \sim 100\,ГэВ$, то экспонента в этом выражении порядка единицы, при этом $M \sim 10^{12} - 10^{13} ГэВ$. Этот энергетический масштаб появляется, например, в модели Великого объединения с группой $SO(10)$, нарушенной до $SU(4) \times SU(2) \times SU(2)$, как промежуточный масштаб, на котором нарушается кварк-лептонная симметрия $SU(4)$.

Конечно в этом сценарии можно рассмотреть фундаментальный пятимерный энергетический масштаб примерно равным $10\,ТэВ$, но в этом случае радион оказывается очень тяжелым, хотя низшие возбуждения тензорного поля остаются в пределах энергии $1\,ТэВ$.

Таким образом, мы получили, что в подходе „снизу-вверх", то есть когда в стабилизированной модели мира на бране многомерная гравитация рассматривается с точки зрения наблюдателя на нашей бране (в точке $y = L$), размер дополнительного измерения порядка $L \sim ТэВ^{-1}$ получается естественным путем. Легчайшая скалярная мода – радион – в большинстве стабилизированных сценариев может иметь массу порядка $100ГэВ$, при этом его КК-моды, так же как и КК-моды гравитона обычно имеют массы порядка нескольких $ТэВ$. В большинстве сценариев фундаментальный гравитационный многомерный масштаб имеет порядок $ТэВ$. Однако, в случае „симметричного" сценария этот масштаб может быть значительно больше и принимать значения в пределах $10^{12} - 10^{13}ГэВ$.

В этой главе также было исследовано взаимодействие флуктуаций метрики и скалярного поля с материей на бранах. В частности, найдена константа взаимодействия n-ой моды скалярного поля с полями Стандартной модели на нашей бране; она определяется выражением

$$\epsilon_n = -\frac{A_n}{\sqrt{32M^3}} J_\alpha\left(\frac{\mu_n}{\tilde{k}}\right)\left(\frac{\mu_n}{\tilde{k}}\right)^{-(1+u/\tilde{k})}. \tag{11}$$

Для радиона эта константа взаимодействия принимает вид

$$\epsilon_1 \simeq -\sqrt{\frac{\tilde{k}}{24M^3}}. \tag{12}$$

При этом, для определенных выше значений параметров, она может принимать значения порядка $\epsilon_1^{-1} \sim 5\ ТэВ$, то есть она получилась того же порядка, что и в нестабилизированной модели. Этот результат важен для изучения феноменологии радиона.

Наличие дополнительного измерения с размером $ТэВ^{-1}$ открывает новые возможности для изучения моделей, в которых присутствуют КК-моды различных полей в многомерном пространстве и на бране. Наличие полей с массами порядка $L^{-1} \sim 1\,ТэВ$ и константами связи с полями Стандартной модели порядка $L \sim 1\,ТэВ^{-1}$ дает потенциально интересную возможность экспериментальной проверки этих моделей на ускорителях.

В **четвертой главе** были исследованы уравнения движения в случае наличия материи на бранах. Оказалось, что в этом случае не существует поперечно-бесследовая калибровка для четырехмерного тензорного поля, найденная во второй главе для свободной теории. Поэтому найдена новая калибровка, приводящая к четырехмерной калибровке де Дондера для тензорных степеней свободы и позволяющая выделить физические степени свободы модели. В этой калибровке для некоторых вариантов расположения материи и наблюдателя на бранах найдены решения уравнений движения для произвольного тензора энергии-импульса материи. Затем эти формулы применены для исследования ньютоновского предела теории. При этом в физически наиболее интересном случае, когда наблюдатель и материя расположены на второй бране, вклад поля радиона в ньютоновский потенциал определяется вторым слагаемым в выражении

$$V \approx -G_2 \frac{M}{r} \left(1 + \frac{e^{2\tilde{k}L}}{3} e^{-\mu_1 r} \right), \tag{13}$$

где G_2 есть гравитационная постоянная на этой бране, M обозначает массу точечного источника, r есть расстояние от источника в галилеевых координатах, а μ_1-масса радиона.

Для анализа полученного результата полезно провести сравнение с нестабилизированной моделью, где соответствующее выражение для ньютоновского предела имеет вид

$$V = -G_2 \left(1 + \frac{e^{2kL}}{3} \right) \frac{M}{r}\,. \tag{14}$$

Видно, что здесь вклад радиона в e^{2kL} раз сильнее, чем вклад безмассового гравитона, и в конечном счете приводит к такой же сильной гравитации на бране, что и в многомерном пространстве. Это означает, что в случае безмассового радиона на бране 2, где расположен наш мир, реализуется сильная скалярная гравитация, что прямо противоречит экспериментальным данным.

Таким образом, в отличие от нестабилизированной модели, где вклад скалярного поля в ньютоновское взаимодействие существенно превышал вклад от тензорных полей, скалярное взаимодействие в нашем случае подавленно благодаря экспоненциальному фактору $e^{-\mu_1 r}$. При этом, для определенной выше массы радиона, почувствовать изменение ньютоновского потенциала можно лишь на расстояниях порядка 10^{-13} см, что существенно превышает возможности современного эксперимента.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации:

- Получен лагранжиан второй вариации для флуктуаций метрики и скалярного поля в стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума с произвольными потенциалами скалярного поля во всем пространстве и на бранах, изучена его калибровочная инвариантность.

- Явно выделены физические степени свободы модели, для чего найдена удобная физически обоснованная калибровка. С помощью этой калибровки и специальной подстановки расцеплены и решены уравнения движения. Показано, что сектор тензорных полей отщепляется от скалярного сектора и имеет ту же структуру, что и тензорный сектор нестабилизированной модели. Анализ скалярного сектора показал, что в модели отсутствует безмассовая скалярная мода, что соответствует стабилизации расстояния между бранами.

- Построен эффективный четырехмерный лагранжиан теории, который описывает безмассовый гравитон, массивные гравитоны и набор массивных скалярных полей. При специальном выборе фонового стабилизированного решения найдены массы и константы связи физических полей с материей на бранах. Показано, что при определенных значениях параметров модели масса радиона может быть порядка сотен *ГэВ*, а обратный размер дополнительного измерения и массы тензорных полей могут быть порядка 1 *ТэВ*. Константа связи радиона с материей на нашей бране оказалась того же порядка, что и в нестабилизированной модели при тех же значениях параметров.

- Получены уравнения движения и калибровка в случае наличия материи на бранах. Для некоторых вариантов расположения материи и наблюдателя на бранах найдены решения уравнений движения. Показано, что соответствующие формулы для Ньютоновского предела, в отличие от нестабилизированной модели, не противоречат экспериментальным данным.

Публикации

1. E. E. Boos, Yu. S. Mikhailov, M. N. Smolyakov, I. P. Volobuev. Energy scales in stabilized brane world models.— Nucl. Phys. B. 2005. v. 717, p. 19–33.

2. E. E. Boos, Yu. S. Mikhailov, M. N. Smolyakov, I. P. Volobuev. Physical degrees of freedom in stabilized brane world models.— Mod. Phys. Lett. A, 2006, v. 21, p. 1431–1449.

3. Э. Э. Боос, И. П. Волобуев, Ю. С. Михайлов, М. Н. Смоляков. Линеаризованная гравитация в модели Рэндалл-Сундрума со стабилизированным расстоянием между бранами.— ТМФ. 2006. Т. 149. №3. с. 339-353.

4. И.П. Волобуев, Ю.С. Михайлов, М.Н. Смоляков. Ньютоновский предел в стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума. — ТМФ. 2008. Т. 156. №2. с. 226-236.